

На правах рукописи

Галин Михаил Александрович

**Ближнепольное СВЧ зондирование плоскостойких сред
и трёхмерных объектов**

Специальность 01.04.03 — Радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Резник Александр Николаевич

Оглавление

Список сокращений	4
Введение	5
1. Электродинамика БП зондирования неоднородных сред	19
1.1 Схема БП зонда и метод расчёта импеданса	19
1.2 Квазистатическая теория БП зондирования плоскостойкой среды	21
1.2.1 Расчёт импеданса	22
1.2.2 Пределы применимости КС приближения	26
1.3 Теория БП локации сферической неоднородности	30
1.3.1 Общее решение для шара в однородной среде	30
1.3.2 Эффекты высших мультиполей	39
1.3.3 Рэлеевское приближение для шара в однородном полупространстве	45
1.4 Зондирование опухолевых образований в биологических средах	49
1.4.1 Проблемы диагностики злокачественной опухоли молочной железы	49
1.4.2 БП метод в исследовании свойств биологических тканей	53
1.4.3 БП зондирование злокачественной опухоли молочной железы	54
Выводы	57
2. Радиационные эффекты в слабопоглощающих средах	59
2.1 Радиационные эффекты в плоскостойкой среде	59
2.1.1 Дальнодействие и резонансные эффекты: теоретическое обоснование	59
2.1.2 Устройство и электродинамика БП зонда	63
2.1.3 Результаты измерений	66
2.2 Радиационные эффекты на трёхмерных объектах	68
2.2.1 Дальнодействие и разрешающая способность БП локатора	68
2.2.2 Резонансное возбуждение мультипольных мод	72
Выводы	74

3. Обратные задачи БП микроскопии	75
3.1 Определение сопротивления полупроводниковой плёнки	75
3.1.1 Методы измерения резистивных свойств полупроводниковых структур	75
3.1.2 Устройство и электродинамика БП микроскопа	78
3.1.3 Характеристики плёночных структур	80
3.1.4 Результаты измерений	83
3.2 Профилометрия концентрации свободных носителей в полупроводниках	88
3.2.1 Проблемы профилометрии в полупроводниковых технологиях	88
3.2.2 Решение обратной задачи	91
3.2.3 Результаты моделирования	97
Выводы	102
Заключение	104
А. Электромагнитные поля БП зонда в однородной среде	107
Б. Электромагнитные поля зонда в однородном полупространстве	110
Список публикаций автора по теме диссертации	112
Литература	115

Список сокращений

- БП — ближнепольный;
- ВДП — ван дер Пау (метод);
- ВИМС — вторичная ионная масс-спектрометрия;
- КС — квазистатический;
- МРТ — магнитно-резонансная томография;
- СВЧ — сверхвысокочастотный;
- УЗИ — ультразвуковое исследование;
- ЭД — электродинамический;
- C–V — capacitance–voltage;
- SRP — spreading resistance profilometry.

Введение

История развития метода ближнепольного (БП) зондирования насчитывает уже около полувека, и в последнее десятилетие научный интерес к нему значительно возрос [1–5]. Устройства БП диагностики объединяют в себе качества, востребованные сегодня для исследования свойств различных материалов и сред. Одной из главных особенностей БП локаторов является высокое пространственное разрешение, намного превосходящее рабочую длину волны λ . Дифракционный предел разрешения [6, 7] в БП диагностике преодолевается благодаря субволновому размеру апертуры D . При $D \ll \lambda$ импеданс антенны зонда весьма чувствителен к изменениям электрических и магнитных свойств внешней среды в ближней зоне, определяемой масштабом D . Вследствие этого БП зонд функционирует не как излучатель или приёмник, а как сенсор, регистрирующий свойства среды в непосредственной близости с разрешением порядка D .

Устройства высокого разрешения называют БП микроскопами. Разрешающая способность микроскопов, работающих в микроволновом и терагерцовом диапазонах, в настоящее время составляет от нескольких микрон до 50 нм, при этом $D/\lambda \sim 10^{-4}—10^{-6}$ [8–19], а БП оптические микроскопы способны различать объекты размером менее 10 нм [20]. Разработка и совершенствование БП микроскопов актуальны в свете интенсивного развития микро- и нанотехнологий, когда возникают задачи изучения многокомпонентных соединений и квантоворазмерных структур, свойства которых меняются на масштабах много меньших λ . К достоинствам метода БП микроскопии относятся его неразрушающее воздействие на исследуемый объект, высокая чувствительность к изменениям физических свойств окружающей среды, относительно безопасное воздействие электромагнитного поля на биологические ткани — последнее имеет особое значение для медико-биологических исследований.

Рабочий диапазон устройств БП микроскопии охватывает область спектра от оптики до СВЧ. Несмотря на то, Эдвард Синг (англ. *Edward Synge*) в своих пионерских работах, посвящённых идее БП микроскопии, в качестве источника рассматривал видимый свет [21, 22], первые устройства, предложенные для практического использования, работали в микроволновом диапазоне [23, 24]. Оптические БП микроскопы были разработаны значительно поз-

же [25, 26]. Причина опережающего развития БП микроволновой микроскопии состояла не только в более мягком ограничении, налагаемом на размер апертуры относительно более длинных волн электромагнитного спектра, но и в фундаментальной и практической важности микроволновых измерений. Традиционно в микроволнах удаётся получить информацию о свойствах ансамбля электронов в металлах и полупроводниках, о физике квазичастичных возбуждений и симметрии параметра порядка в сверхпроводниках, о распределении поляризуемости и намагниченности в сегнетоэлектриках и ферромагнетиках. С практической точки зрения интерес к данному типу микроскопов стимулируется потребностями микроэлектроники, которая в основном функционирует в СВЧ диапазоне. В настоящее время техника БП микроволновой микроскопии отличается большим разнообразием конструкций устройств и широкими возможностями для применения [1, 3, 5]. Стремительные темпы миниатюризации компонентов электроники требуют постоянной работы над улучшением разрешающей способности микроскопов. Так, недавно был представлен прототип, совмещающий туннельный и БП микроскопы, который достигает атомарного разрешения, т. е. менее 1 нм, на рабочей частоте 2.5 ГГц [27].

Находит своё применение и техника БП СВЧ зондирования более низкого разрешения ($D/\lambda \sim 10^{-1} - 10^{-3}$). На протяжении уже более чем 30 лет она активно используется для исследования микроволновых свойств биологических тканей [28–39], а сегодня демонстрируются возможности её применения в медицине для диагностики и лечения заболеваний [40–47].

Несмотря на большое разнообразие конструкций БП зондов, долгое время большинство работ ограничивалось сканированием рельефа поверхности и демонстрацией разрешающей способности устройства. Проблема количественной характеристики произвольных объектов до сих пор остаётся нерешённой задачей для БП диагностики. В простейшем случае объёмно-однородных образцов количественные измерения возможны на основе использования калибровочных стандартов (эталонов) — также однородных объектов с известными электрическими или магнитными параметрами. Однако представляющие основной интерес для современной высокотехнологичной науки и промышленности многокомпонентные соединения и сложноструктурированные объекты с трудом могут быть исследованы с использованием одних лишь эталонов. В этом случае становится неизбежным включение в методику БП зондирования физической модели, описывающей взаимодействие БП локатора с исследуемой структурой.

Главным препятствием на пути создания теоретической модели БП зондирования является сложность решения дифракционной задачи для поля БП зонда на исследуемых неоднородных структурах. Кроме того, каждый конкретный тип апертуры требует разработки

специальных методов расчёта ближнего поля. Дело в том, что для вычисления полей, эмитируемых электрически малыми апертурами, не применима классическая теория дифракции Кирхгофа т.к. с уменьшением апертуры до размеров порядка λ неточность теории из-за нарушения граничных условий на окружающей апертуру поверхности значительно искажает решение [48]. В [48–50] построена теория дифракции плоской электромагнитной волны на круглом отверстии диаметром $D \ll \lambda$. Выводы, следующие из данной теории, аналогичны результатам, полученным в разработанной Рэлеем теории рассеяния электромагнитных волн на малых частицах [51]. В частности, в случае перпендикулярного падения электромагнитной волны на отверстие коэффициент рассеяния пропорционален отношению $(D/\lambda)^4$. Можно показать, что большая часть энергии¹, проникающей через отверстие, остаётся в ближней зоне, имеющей характерный пространственный масштаб порядка D [26]. Это означает, что значительную долю в пространственном спектре поля составляют нераспространяющиеся (квазистатические) компоненты.

Вышеприведённые выводы относительно структуры поля на отверстии малого диаметра справедливы для любого типа электрически малых излучателей. Вследствие этого, при построении теории БП зондирования традиционно используется квазистатическое (КС) приближение, в котором поле БП зонда является суммой только нераспространяющихся мод. Первая теоретическая КС модель была предложена в [52] для измерения методом БП зондирования удельного сопротивления полупроводникового кристалла. В данной модели эквивалентная схема включает сопротивление кристалла и две ёмкости, которые описывают взаимодействие образца с зондом, имеющим вид открытого конца зауженной коаксиальной линии. Для расчёта одной из ёмкостей — узкого воздушного зазора между внутренним проводником зонда и поверхностью образца — используется формула плоского конденсатора. Результаты практического применения модели оказались в хорошем согласии с данными, полученными традиционным методом определения сопротивления полупроводника, — отклонение составило не больше 20% в широком диапазоне 0.5 — 100 Ом·см. Подобные простейшие модели с сосредоточенными параметрами используются во многих работах, посвящённых исследованию объёмных образцов и тонких плёнок [9, 53–58]. Вместе с тем, отдельные исследования показывают, что приближение плоского конденсатора может давать неверные результаты на расстояниях, сравнимых с размером зонда D [53].

По мере совершенствования техники БП зондирования и с расширением сферы её применения возрастает потребность в разработке более адекватных теоретических моделей с

¹Здесь и далее в тексте под энергией подразумевается энергия поля, измеренная в течение периода электромагнитных колебаний.

учётом особенностей излучателей БП зондов. Новый подход для описания всё более востребованных сегодня безапертурных БП СВЧ микроскопов использован в [8], где излучающий элемент в виде заострённого конца, выступающего из отверстия в коаксиальном резонаторе, описывается как металлическая заряженная сфера. Разработано несколько алгоритмов расчёта отклика такого устройства, расположенного над однородным диэлектриком [59], сегнетоэлектриком [60] и тонкой плёнкой [59, 61, 62], причём для расчёта поля дифракции использовался метод изображения заряда. Данная модель находит успешное применение при изучении самых разнообразных структур [59, 60, 62–69]. Другое представление предложено в [10], где излучающий элемент БП микроскопа моделируется усечённым конусом, а расчёт поля также выполнен в КС приближении на основе уравнения Пуассона. Качественное отличие от предыдущих разработок имеет предложенная в [70] модель острия зонда в виде вертикального точечного диполя. Кроме нераспространяющихся компонент, в данной модели учитываются и волновые (радиационные) компоненты поля, не рассматриваемые в КС приближениях. Результаты модели с высокой точностью соответствовали данным измерений на проводящих и диэлектрических образцах при произвольной высоте БП зонда над поверхностью. Предложенная электродинамическая (ЭД) модель использовалась наряду с КС моделью из [59] для анализа реакции БП микроскопа на объёмно-однородный образец с различными электрическими свойствами [57]. Авторы пришли к выводу, что адекватная интерпретация некоторых данных может быть дана только в рамках ЭД теории.

С развитием вычислительной техники и специализированного программного обеспечения для решения подобных дифракционных задач всё чаще предлагаются численные методы. Однако особенность данного подхода обуславливает ряд ограничений. Для соблюдения разумной точности вычислений и учёта мелкомасштабных элементов, которые обязательно присутствуют в конфигурациях БП микроскопов высокого разрешения, сетка разбиения пространства должна быть достаточно плотной. Простейшие оценки показывают [71], что численное решение в трёхмерном пространстве приводит к большим временным затратам даже с использованием современных типов процессоров. Ярким примером может служить проведённое в [72] полное трёхмерное моделирование БП микроскопа, выполненное на основе метода конечных элементов. В результате длительность расчёта только одной частотной зависимости коэффициента отражения составила около 100 часов — слишком много для того чтобы говорить о практическом применении данной модели. Как следствие, чтобы численный метод был приемлемым для теоретического обоснования модели БП зондирования, необходимо перевести дифракционную задачу из пространства на плоскость, что возможно только в случае осевой симметрии зондирующей системы. Так, для расчётов поля, проведён-

ных в [10, 73] в рамках различных моделей БП зонда на основе коаксиальной линии, метод конечных элементов был адаптирован на плоскость, совпадающую с осью симметрии линии. Другая серьёзная проблема связана с трудностью формулирования в рамках численных методов граничных условий открытого пространства, в особенности при наличии границы раздела между средами, что усложняет применение численных методов даже для простейшей тонкоплёночной структуры [73]. Введение искусственных граничных условий приводит к возникновению неконтролируемой ошибки в расчётах конечного результата.

Таким образом, несмотря на преимущества численных алгоритмов, вышеперечисленные препятствия, возникшие на пути их практической реализации в решениях задач БП зондирования позволяют говорить о том, что аналитический подход в разработке теоретических моделей не только не устарел, но и стал ещё более востребованным. В то же время, ощущается необходимость в более универсальном описании взаимодействия БП локатора с неоднородными средами, применимом как для большого разнообразия современных устройств БП зондирования, так и для изучения более сложных структур, чем система «плёнка — подложка». В этой связи, данным ожиданиям может удовлетворить разработанная в [43] теория БП зондирования плоскостной среды, в которой зонд представляет собой антенну, а на профиль комплексной диэлектрической проницаемости среды $\tilde{\epsilon}$ не накладывается никаких ограничений. В данной антенной теории не конкретизируется форма зонда, а распределённые по апертуре поверхностные токи описываются модельной функцией с единственным параметром D_{eff} , представляющим собой эффективный размер апертуры. Аналогично [70], данная теория является электродинамической, т. е. в расчётах поля учитываются как квазистатические, так и волновые компоненты. Антенная теория БП зондирования плоскостной среды использовалась в [74] в качестве теоретической модели для БП микроскопии диэлектрических тонких плёнок SiO_2 . В результате была достигнута высокая точность восстановления $\tilde{\epsilon}$ плёнок — относительная погрешность составила порядка 5 — 7%.

Успешная апробация моделей, учитывающих радиационные компоненты [70, 74], поднимает важный вопрос о степени влияния на отклик БП зонда радиационных полей. Из сказанного выше следует, что условие применимости КС приближения, используемое в подавляющем большинстве моделей БП зондирования, можно представить в виде $|k|D \ll 1$, где $k = 2\pi\sqrt{\tilde{\epsilon}}/\lambda$ — волновое число в среде. Данное неравенство следует из известного в электродинамике условия $kr \ll 1$, определяющее область квазистатического поля элементарного электрического диполя (r — расстояние до диполя). Однако нельзя исключать ситуаций, когда радиационные поля, дающие незначительный вклад в полную электромагнитную энергию зонда, оказывают существенное влияние на регистрируемый отклик. В таких случаях

КС модели дают неверные результаты, и для анализа отклика БП микроскопа необходимо использовать ЭД модели. Анализ условия применимости КС приближения может быть проведён на основе антенной теории БП зондирования плоскостной среды путём сравнения общего ЭД решения, полученного в [43], с аналогичным решением, выполненным в рамках КС описания, т. е. с учётом только квазистатических полей. Как было отмечено выше, преимущество антенной теории заключается в её универсальности, что позволяет исследовать отклик БП локатора при зондировании планарных структур, составленных из произвольного количества слоёв с различным поглощением и оптической плотностью.

На основе антенной теории исследовался характерный масштаб БП зондирования диэлектрических структур по глубине [75], в результате был обнаружен эффект дальнего действия. Аналогичные работы были проведены ранее в [76, 77], где изучалась предельная глубина диагностики биологических образцов коаксиальным БП зондом. Выводы из последних исследований согласовывались с традиционным представлением о том, что область чувствительности БП зонда имеет размер порядка D и определяется квазистатическими компонентами поля. Однако из антенной теории следует, что при диагностике слабопоглощающих диэлектриков зонд оказывается чувствительным к вариациям $\tilde{\epsilon}$ на расстояниях, превышающих область локализации квазистатического поля. Дальнедействующий эффект был подтверждён в экспериментах по зондированию диэлектрических пластин БП локатором с дипольной антенной [75]. Там же была высказана гипотеза, что эффект дальнего действия определяется влиянием на отклик волновых компонент в ближней зоне апертуры зонда. При уменьшении потерь в среде их вклад в отклик становится доминирующим. Данное утверждение нуждается в более убедительном обосновании, которое может быть проведено также на основе сравнения КС и ЭД решения в рамках антенной теории.

Объектами исследования в микро- и нанoeлектронике всё чаще являются планарные структуры, сочетающие проводящие, полупроводящие и диэлектрические плёнки толщиной от нескольких десятков до нескольких сотен нанометров. В то же время большинство методов БП зондирования сводится к поиску единственного параметра, для которого выводится простая однозначная связь с регистрируемым откликом [8, 11, 53–55, 58, 59, 63, 66–68, 78–80]. К значительному усложнению теоретических расчётов приводит учёт влияния подложки, поэтому даже для простейших КС моделей возникает проблема больших вычислительных затрат при реализации алгоритма на компьютере [61]. Поэтому разработчики современных БП микроскопов в своих моделях, как правило, представляют тонкую плёнку как однородный объект, что может быть оправдано сильной локализацией ближнего поля микроскопа в толщине плёнки. Однако недавние измерения поверхностного сопротивления тонких плё-

нок при помощи безапертурного БП микроскопа обнаружили заметное влияние на отклик со стороны подложки [62], что подтверждает гипотезу о возможности повышенного дальнего действия БП зонда [75]. Кроме того, с увеличением разрешающей способности БП микроскопа возникает проблема повышенной чувствительности устройства к различным артефактам на поверхности образца. Так, в [81] тестирование однородных полупроводников БП микроскопом сверхвысокого (более 100 нм) разрешения не позволило определить концентрацию свободных носителей с точностью лучше порядка величины из-за влияния на отклик тонкой поверхностной плёнки окисла с неоднородным распределением толщины вдоль образца. С другой стороны, устройства более низкого разрешения, к которым относятся апертурные БП микроскопы, намного менее чувствительны к такого рода паразитным факторам, но при разработке на их основе теоретической модели необходимо учитывать влияние подложки на отклик. Разработанный в [13] БП микроскоп, использующий в качестве зонда зауженный конец полосковой линии с размером апертуры около 10 мкм, удалось применить для зондирования $\tilde{\epsilon}$ диэлектрических плёнок, расположенных на кремниевой подложке и имеющих толщину 100—1500 нм [55]. Важнейшим этапом метода является оригинальная процедура калибровки, а для модельных расчётов используется простейшая схема с сосредоточенными параметрами.

Таким образом, сочетание БП зонда пониженного разрешения с оптимальной схемой калибровки представляет собой новый и весьма многообещающий подход к проблеме количественной характеристики слоистых структур. В качестве теоретической модели для данного метода серьёзным потенциалом обладает антенная теория БП зондирования плоскостойких сред [43].

Современное состояние теоретической и экспериментальной базы БП зондирования делает возможным тестирование БП методом сложноструктурированных объектов с несколькими неизвестными параметрами. Проблема данного рода относится к области томографии. Метод БП томографии был впервые продемонстрирован в [41], где по данным БП СВЧ зондирования восстанавливался профиль подповерхностного распределения температуры $T(z)$ биологических тканей по глубине z . В работе использовалось приближение слабонеоднородных сред по $\tilde{\epsilon}$. Распределение $\tilde{\epsilon}(z)$ непосредственно измерялось для последующего расчёта $T(z)$ по известным формулам. Таким образом, конечное выражение для функции $T(z)$ сводилось к линейному интегральному уравнению Фредгольма первого рода, решение для которого хорошо изучено. Одним из последних примеров БП томографии является разработанный в [82] метод диагностики диэлектрической среды, содержащей инородное тело в виде прямоугольного параллелепипеда с размерами, превышающими характерный масштаб КС поля

БП датчика. Алгоритм решения обратной задачи использует для минимизации функционала невязки метод Нелдера—Мида (англ. *Nelder—Mead*) [83] и основан на специально разработанной КС теории зондирования двухслойной среды. В целом метод позволяет восстанавливать $\tilde{\epsilon}$, глубину залегания и положение боковых граней и нижней границы неоднородности.

В большинстве практических приложений не выполняется условие слабой неоднородности сред, а модель двухслойной среды для исследуемого профиля не всегда адекватна. Одной из актуальных задач является профилометрия концентрации свободных носителей заряда $N(z)$ в полупроводниках. Задачи подобного рода сопутствуют некоторым технологиям легирования и технологии формирования мелких проводящих контактов. Перепад N в полупроводниковых образцах может составлять 3—5 порядков на масштабе 10—100 нм.

Традиционные методы восстановления $N(z)$ обладают рядом существенных недостатков, главный из которых — необходимость частичного разрушения образца для проведения измерений [84]. Другие недостатки связаны с ограничением по разрешающей способности, глубине зондирования и диапазону значений восстанавливаемой концентрации свободных носителей заряда. БП микроскопия в микроволновом диапазоне может рассматриваться в качестве альтернативы традиционным методам, т. к. обладает важным качеством для решения задач профилометрии: высокой чувствительностью к вариациям характеристик среды. Другая особенность техники БП зондирования — субволновая разрешающая способность — позволяет предположить, что БП микроскоп будет обладать высоким разрешением и по глубине.

Вышеприведённые модели БП зондирования имеют дело с объёмными, либо планарными структурами. Специфика таких моделей не позволяет применить их для адекватного анализа некоторых ситуаций, возникающих, например, в дефектоскопии или медицинской диагностике и так или иначе связанных с вопросом о разрешающей способности устройства в плоскости апертуры. Между тем, определение критериев, используемых для оценки данной характеристики, уже представляет собой проблему. В некоторых работах разрешающая способность определяется как латеральный размер области чувствительности, в которой содержится 50% энергии электромагнитного поля, сконцентрированного вблизи БП апертуры [10, 85]. Однако в [13] указывается на ошибочность подобных оценок, т. к. в некоторых случаях слабое, но довольно протяжённое поле вне этой области может оказывать существенное влияние на отклик. Согласно [13], область чувствительности должна включать свыше 99% полной электромагнитной энергии, в результате определяемая по такому правилу разрешающая способность может достигать нескольких миллиметров. Проблема приобретает дополнительную актуальность в свете недавно обнаруженного эффекта дальнего действия БП

зонда, т. е. ставится вопрос о влиянии на разрешающую способность волновых компонент ближнего поля, с которыми предположительно данный эффект связан. Для эффективного исследования разрешающей способности возникает потребность в теоретической модели БП зондирования трёхмерно-неоднородной среды. Такая модель позволит сделать непосредственную оценку разрешающей способности БП локатора при зондировании различных сред без искусственного введения области чувствительности устройства. К сожалению, построение общей теории для сред с произвольным распределением $\tilde{\epsilon}$, по-видимому, представляет собой неразрешимую задачу. Исключением является случай слабонеоднородных сред, для которых в любой точке пространства $\tilde{\epsilon} = \epsilon_0 + \Delta\tilde{\epsilon}$, где $\epsilon_0 = \text{const}$, $|\Delta\tilde{\epsilon}| \ll \epsilon_0$. БП диагностика такой среды рассматривалась в [86] с использованием метода малых возмущений. Однако на практике чаще встречаются задачи, связанные с диагностикой сильноконтрастных объектов. Теория БП зондирования может быть построена, если такие объекты имеют специальную форму, позволяющую решить соответствующую дифракционную задачу. В [87] построена теория взаимодействия БП микроскопа, апертура которого имеет вид тонкой щели, и длинной металлической полоски. На основе данной модели сделаны важные выводы о разрешающей способности в направлении перпендикулярно щели. Ясно, что такая модель не обладает необходимой общностью, т. к. рассматривается определённый тип БП зонда, а исследуемый объект имеет конечные размеры только по одной координате. Основой для более универсальной модели может служить антенная теория, использованная в задаче БП зондирования плоскостойких сред, а в качестве компактной неоднородности можно рассматривать объект сферической формы.

Необходимость разработки модели БП диагностики трёхмерного объекта связана также и с проведёнными в [43] исследованиями перспектив применения БП зонда в медицине для обнаружения злокачественной опухоли (карциномы) молочной железы. Расчёты в [43] выполнены в рамках антенной теории БП зондирования плоскостойкой среды, вследствие чего карцинома аппроксимировалась плоским контрастным слоем в глубине биологической ткани. Особо подчёркивается, что данная модель не вполне адекватна реальной ситуации и приводит к завышенным оценкам регистрируемых контрастов, т. к. опухоль молочной железы обычно имеет компактную форму. Создание теории БП локализации сферического объекта позволит сделать реалистичные оценки возможности применения БП зонда для диагностики карциномы.

Цели и задачи диссертации

Целью диссертационной работы является развитие теории БП зондирования неоднородных сред; изучение физических эффектов в БП локации и микроскопии; исследование возможностей практического применения БП зондов.

Для достижения цели диссертации поставлены следующие задачи.

1. Построение КС теории БП зондирования плоскостройной среды, имеющей произвольный профиль комплексной диэлектрической проницаемости. Определение условий применимости КС теории. Изучение радиационных эффектов в модели плоскостройной среды.
2. Разработка ЭД теории БП зондирования сферической неоднородности. Изучение распределения вкладов в регистрируемый отклик электрических и магнитных мультиполей, возбуждаемых в шаре, при различном диаметре шара и расстоянии до плоскости апертуры. Вывод условий применимости рэлеевского приближения.
3. Построение теории БП зондирования сферической неоднородности малого диаметра в рэлеевском приближении. Исследование на основе разработанной модели разрешающей способности и дальнего действия БП зонда.
4. Разработка метода определения БП СВЧ микроскопом сопротивления полупроводниковой плёнки, расположенной на диэлектрической подложке. Экспериментальная апробация метода в задаче характеристики эпитаксиальных плёнок GaN с различным уровнем легирования.
5. Разработка метода профилометрии свободных носителей в полупроводниках при помощи БП СВЧ микроскопа. Изучение точности метода посредством компьютерного моделирования.
6. Исследование возможности применения БП локатора для диагностики карциномы молочной железы. Оценка предельной глубины обнаружения карциномы.

Методы исследования

В решении КС и ЭД задач используется метод функции Грина и метод преобразования Фурье, заключающийся в разложении электромагнитных полей в пространственный спектр по поперечным волновым числам. В методе количественной характеристики полупроводниковых плёнок применяется специально разработанная методика калибровки зонда.

В проблеме профилометрии удельной проводимости легированного полупроводника решение некорректной обратной задачи построено на основе метода минимизации функционала невязки.

Достоверность результатов

Достоверность разработанных теорий БП зондирования обеспечена использованием апробированных в электродинамике методов решения задач дифракции и распространения полей в неоднородных средах. Результаты теории БП локации шара и теории БП зондирования плоскостистой среды согласуются при предельном переходе к частным случаям. Апробация метода количественной характеристики полупроводниковых плёнок проведена путём сравнения с данными независимых измерений. Решение задачи профилометрии опирается на известные методы решения некорректных обратных задач.

Новизна

1. Построенная теория БП зондирования сферической неоднородности является первой моделью взаимодействия БП зонда с сильноконтрастным трёхмерным объектом.
2. Впервые проведён расчёт отклика БП локатора на перемещаемую вблизи апертуры компактную неоднородность, что позволило получить более точные оценки латеральной разрешающей способности зонда по сравнению с результатом анализа структуры ближнего поля.
3. В результате сравнения КС и ЭД расчётов показано, что в случае БП зондирования слабопоглощающих сред и резонирующих объектов существенное влияние на отклик оказывает волновое поле в ближней зоне апертуры зонда. Обнаруженный радиационный эффект увеличивает дальное действие зонда и влияет на его разрешающую способность.
4. Разработан новый метод определения при помощи БП СВЧ микроскопа сопротивления полупроводниковой плёнки, расположенной на диэлектрической подложке.
5. Предложен новый БП метод определения профиля проводимости в полупроводниках с нанометровым разрешением по глубине. Разработано программное обеспечение, реализующее регуляризирующий алгоритм решения соответствующей некорректной обратной задачи.

6. Продемонстрирована эффективность применения метода БП локации для диагностики карциномы молочной железы. Получены оценки максимальной глубины обнаружения БП зондом опухоли с размером, соответствующим 1-ой стадии болезни.

Научная и практическая значимость

Модель БП зондирования объекта сферической формы может быть использована для оценки перспектив обнаружения с помощью БП локатора компактных неоднородностей в приложении к медицинской диагностике, дефектоскопии и другим научным и прикладным областям.

При зондировании слабопоглощающих сред либо резонирующих объектов дальное действие и разрешающая способность БП зонда могут быть повышены путём соответствующего выбора информативного параметра отклика.

БП микроскопия демонстрирует высокий потенциал применения в качестве локального, бесконтактного, неразрушающего метода глубинной профилометрии проводимости полупроводников и определения сопротивления полупроводниковых плёнок. БП локация также имеет перспективы использования для обнаружения злокачественных новообразований.

Положения, выносимые на защиту

1. При построении теории БП зондирования необходимо использовать полное ЭД решение, учитывающее в структуре поля БП зонда как квазистатические, так и волновые компоненты. Последние, в случае слабопоглощающего или резонирующего зондируемого объекта, дают существенный вклад в регистрируемый отклик, что влияет на разрешающую способность зонда и ведёт к увеличению его дальнего действия.
2. При БП локации объекта сферической формы отклик устройства формируется за счёт возбуждения в объекте электрических и магнитных мультипольных мод. Количество мультиполей, учитываемых при расчёте отклика, определяется отношением размера объекта и расстояния от объекта до антенны к диаметру БП антенны. Вклад в импеданс от мультиполей высших порядков растёт с увеличением размера объекта и уменьшается при удалении объекта от антенны. В случае электрической БП антенны условие электродипольного приближения совпадает с условием для приближения Рэлея.
3. Построенная теория БП локации сферического объекта позволяет оценить возможности обнаружения БП зондом карциномы молочной железы. Оценки показывают, что

глубина обнаружения опухоли диаметром до 1.5 см может достигать 2 см при выборе оптимального размера апертуры БП локатора от 2.5 до 5 см.

4. БП микроволновый микроскоп является эффективным инструментом для определения сопротивления полупроводниковых плёнок, расположенных на диэлектрической подложке. В основу метода может быть положена теория БП зондирования плоскостной среды, которая обладает достаточной точностью для решения задачи количественной диагностики. Подгоночные параметры теории могут быть определены при помощи универсальной системы калибровочных эталонов. Погрешность метода составляет 20% для плёнок с сопротивлением не более 4 кОм.
5. БП микроскопия миллиметрового диапазона позволяет бесконтактно восстанавливать профиль распределения свободных носителей в полупроводниках с разрешением 10 нм – 1 мкм по глубине. Погрешность БП метода профилометрии составляет 10–15% при использовании 2–4 зондов с апертурами диаметром 3–15 мкм.

Апробация работы

Результаты представленных в диссертации исследований докладывались на следующих российских и международных конференциях.

- Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн. — Нижний Новгород, 2007 г.
- XII Научная конференция по радиофизике. — Нижний Новгород, 2008 г.
- VIII международная научно-техническая конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (ФРЭМЭ' 2008). — Суздаль, 2008 г.
- 18-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо' 2008). — Севастополь, Украина, 2008 г.
- XIV нижегородская сессия молодых учёных. Естественнонаучные дисциплины. — Нижний Новгород, 2009 г.
- Annual International Conference «Days on Diffraction». — Saint Petersburg, Russia, 2009.
- Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS' 2009). — Moscow, Russia, 2009.
- IX международная научно-техническая конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (ФРЭМЭ' 2010). — Суздаль, 2010 г.

- International Symposium on Electromagnetic Theory (EMT-S' 2010). — Berlin, Germany, 2010.
- XVII Международный симпозиум «Наноп физика и наноэлектроника». — Нижний Новгород, 2013 г.
- Annual International Conference «Days on Diffraction». — Saint Petersburg, Russia, 2013.
- I Всероссийская микроволновая конференция. — Москва, 2013 г.
- XVIII Международный симпозиум «Наноп физика и наноэлектроника». — Нижний Новгород, 2014 г.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 18 научных работ, среди которых 5 статей в реферируемых журналах и 13 работ в материалах российских и международных конференций. Список работ см. на стр. 112.

Глава 1

Электродинамика БП зондирования неоднородных сред

В данной главе рассмотрен общий подход в построении аналитической модели БП зонда, взаимодействующего с неоднородной средой. На основе предложенной модели разработана КС теория БП зондирования плоскостройной среды. Также построена ЭД теория БП локации сферического объекта, в рамках которой проанализировано распределение парциальных вкладов в импеданс БП антенны от мультиполей, возбуждаемых в шаре, в зависимости от параметров задачи. Отдельно рассмотрен случай электродипольного приближения, для которого получено собственное решение с учётом дополнительных параметров, усложняющих структуру среды. При помощи теории БП локации шара изучены также перспективы применения метода БП зондирования для диагностики злокачественной опухоли молочной железы. Разработанные модели являются теоретической основой для исследований, выполненных в гл. 2 и 3.

1.1 Схема БП зонда и метод расчёта импеданса

Для расчёта информативных параметров БП зонда воспользуемся предложенной в [41] эквивалентной схемой (рис. 1.1), состоящей из подводящей линии, резонатора в виде полуволнового отрезка двухпроводной линии и подключённой к одному из концов резонатора нагрузки, символизирующей антенну малых электрических размеров. Волновые сопротивления и волновые числа подводящей линии и резонатора обозначены соответственно как Z_p , Z_l , k_p , k_l (рис. 1.1). Частотной характеристикой резонатора обычно называют частотную зависимость коэффициента отражения мощности от входа устройства¹ $\Gamma(f)$. В отсутствие вблизи апертуры антенны контрастного объекта резонатор согласуется на некоторой частоте f_0 , т. е. $\Gamma_{\min} = \Gamma(f_0) = 0$, что достигается путём варьирования длин его плеч l_1 , l_2 . Согласования на заранее выбранной частоте можно добиться с помощью переменной ёмкости C_l ,

¹В общепринятой системе S -параметров это $|S_{11}(f)|^2$.

дополнительно подключённой к другому концу резонатора (рис. 1.1). Присутствие исследуемого объекта вблизи апертуры возмущает комплексный импеданс антенны $Z = R + iX$. Это, в свою очередь, приводит к искажению частотной характеристики $\Gamma(f)$, что определяется по изменению её резонансной частоты Δf_0 , добротности Q , а также величины $\Gamma_{\min} > 0$, характеризующей степень согласования. Таким образом, параметры Δf_0 , Q и Γ_{\min} можно рассматривать в качестве искомого отклика БП зонда.

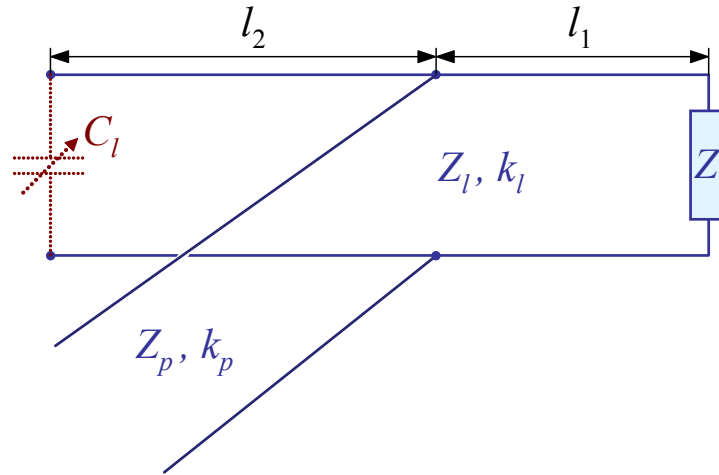


Рис. 1.1. Эквивалентная схема БП зонда.

Окружающая среда в общем случае характеризуется неоднородным распределением комплексной диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}(x, y, z) = \epsilon'(x, y, z) - i\epsilon''(x, y, z)$, при этом магнитная проницаемость $\tilde{\mu}(x, y, z) = 1$ во всём пространстве. Формула для входного импеданса антенны Z выводится из теоремы Пойнтинга для комплексных амплитуд электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей [88] и имеет следующий вид¹:

$$Z = \frac{i\omega}{4\pi|I|^2} \left(\iiint_V (|\vec{H}|^2 - \tilde{\epsilon}^*|\vec{E}|^2) dV + \frac{c}{i\omega} \iint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) d\vec{S} \right), \quad (1.1)$$

где V — произвольный объём, в котором расположена апертура антенны, S — поверхность данного объёма, причём вектор $d\vec{S}$ ориентирован по внешней нормали, I — амплитуда тока на входе антенны, $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота, c — скорость света в вакууме. Введём обозначения также для волновых чисел в вакууме и среде соответственно: $k_0 = \omega/c$, $\tilde{k} = k_0\sqrt{\tilde{\epsilon}}$. Будем полагать, что источником полей \vec{E} , \vec{H} является поверхностный электрический ток $\vec{\xi}(\vec{r})$, распределённый по плоскости апертуры $z = 0$ и направленный вдоль одной из ортогональных координат $\vec{r} = \{x, y\}$ декартовой системы координат. Пространственная структура

¹Для комплексной амплитуды мощности сторонних источников справедливо следующее соотношение: $-\frac{1}{2} \iiint_V \vec{j}^* \vec{E} dV = \frac{1}{2} |I|^2 Z$, где j — сторонний ток, I — ток на входе антенны. С учётом этого соотношения из теоремы Пойнтинга для комплексных амплитуд непосредственно выводится выражение (1.1).

тока описывается радиально-симметричной модельной функцией:

$$\vec{\xi}(\vec{r}) = \vec{x}^0 \xi(r) = \vec{x}^0 \xi_0 \exp(-4r^2/D^2), \quad (1.2)$$

где $r = |\vec{r}|$, \vec{x}^0 — единичный вектор оси x , $\xi_0 = \xi(r=0)$ — амплитуда тока в максимуме распределения, D — характерный масштаб, принятый в теории за эффективный размер апертуры антенны¹. На основе (1.2) входной ток I в выражении (1.1) определим как полный ток, проходящий через центральное сечение апертуры $x=0$:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi(x=0, y) dy = \sqrt{\pi} \xi_0 D/2. \quad (1.3)$$

Данное определение для I наиболее естественно из соображений симметрии БП антенны относительно её виртуальной точки подключения к подводящей линии. Очевидно также, что импеданс Z не будет зависеть от амплитуды тока ξ_0 , т. е. в формуле (1.2) величина ξ_0 произвольна.

Соотношение (1.1) вместе с аппроксимацией токов (1.2) даёт общий подход для расчёта импеданса БП антенны по распределению окружающих электромагнитных полей, которое формируется в результате дифракции ближнего поля антенны на конкретной неоднородной структуре. В общем случае это довольно сложная дифракционная задача, обычно решаемая численными методами с затратой большого количества времени даже при реализации алгоритма на современных типах процессоров. Аналитическое решение удаётся получить для некоторых объектов определённой формы. Выводу таких решений для плоскостройной структуры и сферического объекта посвящены следующие разделы данной главы.

1.2 Квазистатическая теория БП зондирования плоскостройной среды

В [43] разработано общее ЭД решение при произвольном (кусочно-однородном или непрерывном) профиле $\tilde{\varepsilon}(z) = \varepsilon'(z) - i\varepsilon''(z)$ плоскостройной среды ($z < 0$). Обычно при построении БП теории используют КС приближение, что объясняется выполнением для БП антенны соотношения

$$p = |\tilde{k}|D \ll 1, \quad (1.4)$$

являющееся условием малости волновых размеров антенны в зондируемой среде. В таком случае в поле БП зонда доминируют нераспространяющиеся компоненты, следствием чего,

¹Здесь и далее, где это не вызывает путаницы, геометрический и эффективный диаметр апертуры обозначаются одной и той же буквой D .

как считается, должен быть их определяющий вклад в регистрируемый отклик. Ниже представлен вывод КС теории БП зондирования плоскостлой среды. Путём сравнения результатов этой теории с данными аналогичного ЭД решения из [43] будет изучен относительный вклад нераспространяющихся и волновых компонент поля непосредственно в отклик БП зонда. Именно такой способ анализа позволит правильно определить границы применимости КС приближения, что и является главной целью данного раздела.

1.2.1 Расчёт импеданса

Пусть среда состоит из дискретных слоёв, разделённых плоскими границами $z_0=0, z_1, \dots, z_N$ (рис. 1.2), а апертура антенны расположена на высоте h над поверхностью среды $z=0$. В КС теории распределение поверхностных электрических токов также будем описывать формулой (1.2). В ближней зоне электродипольной антенны при условии (1.4) имеем $|\vec{H}| \ll |\sqrt{\tilde{\epsilon}}||\vec{E}|$, тогда в формуле (1.1) для КС импеданса Z_Q сохраняется только существенное в ближней зоне антенны слагаемое:

$$Z_Q = -\frac{i\omega}{4\pi|I|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot \tilde{\epsilon}^*(z) \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2r \left| \vec{E}(\vec{r}, z) \right|^2. \quad (1.5)$$

Отметим, что в рассматриваемых здесь средах $\text{Re } \tilde{\epsilon} > 0$, поэтому, согласно (1.5), антенна имеет емкостной импеданс: $\text{Im } Z_Q = X_Q < 0$.

В КС приближении электрическое поле антенны выражается как $\vec{E} = -\nabla\varphi$, где φ — электрический потенциал. В таком случае для вычисления \vec{E} можно использовать уравнение Пуассона, которое приводится к виду:

$$\text{div } \tilde{\epsilon}(z)\vec{E}(\vec{r}, z) = 4\pi\rho(\vec{r})\delta(z-h), \quad (1.6)$$

где поверхностная плотность зарядов $\rho(\vec{r})$ связана с поверхностным током (1.2) уравнением непрерывности, из которого получаем:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{i}{\omega} \frac{\partial \xi(\vec{r})}{\partial x}. \quad (1.7)$$

Соотношения (1.2), (1.7) позволяют задать источники поля в КС и ЭД теориях согласованным образом.

Подставляя (1.7) в (1.6), получим уравнение, связывающее электрическое поле $\vec{E}(\vec{r}, z)$ и поверхностный ток $\xi(\vec{r})$. Выразим компоненты $E_j(\vec{r}, z)$, $j = x, y, z$, через функцию Грина $\vec{G}^E(\vec{r}, z)$ такого уравнения:

$$E_j(\vec{r}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2r' G_j^E(\vec{r} - \vec{r}', z) \xi(\vec{r}'). \quad (1.8)$$

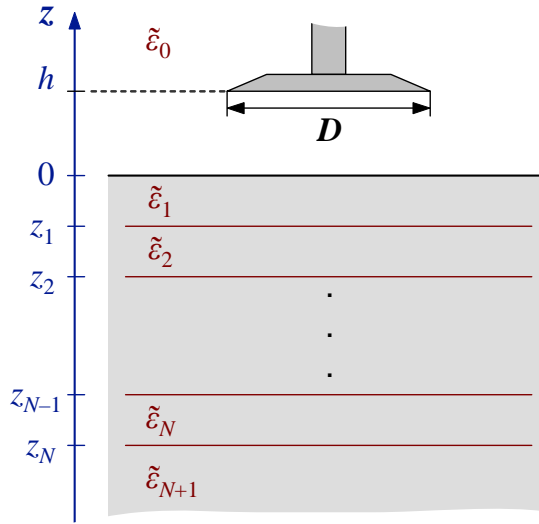


Рис. 1.2. Схема БП зондирования плоскостроистой среды

Данный интеграл является свёрткой функции Грина и поверхностного тока. Тогда, согласно теореме о свёртке, выражение (1.8) эквивалентно следующему:

$$E_j(\vec{r}, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa G_j^E(\vec{\kappa}, z) \xi(\vec{\kappa}) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}), \quad (1.9)$$

где преобразование Фурье для произвольной функции $\mathcal{F}(\vec{r})$ используется в виде¹

$$\mathcal{F}(\vec{r}) = \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \mathcal{F}(\vec{\kappa}) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}). \quad (1.10)$$

Легко показать, что выполняется соотношение

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} d^2r \left| \vec{E}(\vec{r}, z) \right|^2 = (2\pi)^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \sum_{j=x,y,z} |G_j^E(\vec{\kappa}, z)|^2 |\xi(\vec{\kappa})|^2, \quad (1.11)$$

которое в дальнейшем будем использовать в выражении для импеданса (1.5). Таким образом, для вычисления импеданса Z_Q необходимо определить фурье-образ функции Грина $\vec{G}^E(\vec{\kappa}, z)$. Соответствующие расчёты, как будет показано ниже, вполне аналогичны решению в ЭД теории [43].

Подставим соотношение $\vec{E} = -\nabla\varphi$ в уравнение (1.6) и выразим потенциал $\varphi(\vec{r}, z)$ через функцию Грина $G_\varphi(\vec{r}, z)$ данного уравнения следующим образом:

$$\varphi(\vec{r}, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2r' G_\varphi(\vec{r} - \vec{r}', z) \rho(\vec{r}'). \quad (1.12)$$

¹Функция $\mathcal{F}(\vec{r})$ должна быть абсолютно интегрируемой на всей области определения. Этому условию электромагнитные поля в данном случае удовлетворяют.

Используя теорему о свёртке, получим аналогично (1.9):

$$\varphi(\vec{r}, z) = -2\pi \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa G_\varphi(\vec{\kappa}, z) \rho(\vec{\kappa}) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}). \quad (1.13)$$

Фурье-образ функции Грина уравнения (1.6) в пределах слоя $z_i \leq z \leq z_{i-1}$ с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}_i$, $i=1, 2, \dots, N$ (см. рис. 1.2) имеет вид

$$G_\varphi^i(\vec{\kappa}, z) = \frac{A_i}{\tilde{\varepsilon}_i \kappa} \left(\exp(\kappa(z-h)) + \Gamma_i \exp(-\kappa(z+h)) \right), \quad (1.14)$$

где $\kappa = |\vec{\kappa}| = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$. В области $z < z_N$ ($i = N+1$), где среда однородна и имеет проницаемость $\tilde{\varepsilon}_{N+1}$, нет отражения поля, поэтому $\Gamma_{N+1} = 0$, и выражение (1.14) для $G_\varphi^{N+1}(\vec{\kappa}, z)$ упрощается. В верхнем полупространстве $\tilde{\varepsilon}_0 = 1$, $A_0 = 1$ ($z > 0$, $i=0$), и решение преобразуется к виду:

$$G_\varphi^0(\vec{\kappa}, z) = \frac{1}{\kappa} \left(\exp(-\kappa|z-h|) + \Gamma_0 \exp(-\kappa(z+h)) \right). \quad (1.15)$$

Коэффициенты A_i , Γ_i в (1.14), (1.15) находим из условия непрерывности потенциалов φ_i , φ_{i+1} и вертикальных компонент электрической индукции $\varepsilon_i E_z^i$, $\varepsilon_{i+1} E_z^{i+1}$ на каждой границе $z = z_i$. В итоге выражения для A_i , Γ_i и вспомогательного параметра β_i получим в виде рекуррентных соотношений:

$$A_{i+1} = A_i \frac{1 - \Gamma_i \exp(-2\kappa z_i)}{1 - \Gamma_{i+1} \exp(-2\kappa z_i)}, \quad (1.16a)$$

$$\beta_{i+1} = \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\tilde{\varepsilon}_{i+1}} \frac{1 + \Gamma_{i+1} \exp(-2\kappa z_i)}{1 - \Gamma_{i+1} \exp(-2\kappa z_i)}, \quad (1.16б)$$

$$\Gamma_i = \frac{\beta_{i+1} - 1}{\beta_{i+1} + 1} \exp(2\kappa z_i). \quad (1.16в)$$

Вычисления по формулам (1.16) производятся в следующей последовательности:

$\beta_{N+1}(\Gamma_{N+1}=0) \longrightarrow \Gamma_N(\beta_{N+1}) \longrightarrow \beta_N(\Gamma_N) \longrightarrow \Gamma_{N-1}(\beta_N) \longrightarrow \dots \longrightarrow \beta_1(\Gamma_1) \longrightarrow \Gamma_0(\beta_1) \longrightarrow$
 $\longrightarrow A_1(A_0=1, \Gamma_0, \Gamma_1) \longrightarrow \dots \longrightarrow A_{N+1}(A_N, \Gamma_N, \Gamma_{N+1}=0)$, где выражение $\mathcal{U}(\hat{\mathcal{V}})$ означает, что величина \mathcal{U} определяется по найденным ранее величинам $\hat{\mathcal{V}}$.

Подставляя (1.13) в соотношение $\vec{E} = -\nabla\varphi$, а также используя следующее из (1.7) соотношение для фурье-образов $\rho(\vec{\kappa}) = (\kappa_x/\omega)\xi(\vec{\kappa})$, найдём связь между функцией Грина электрического поля, определённой уравнениями (1.8), (1.9), и функцией Грина потенциала:

$$\vec{G}^E(\vec{\kappa}, z) = \frac{2\pi}{\omega} \kappa_x \left(-i\kappa_x - i\kappa_y + \frac{\partial}{\partial z} \right) G_\varphi(\vec{\kappa}, z). \quad (1.17)$$

Наконец, принятое радиально-симметричное распределение тока (1.2) даёт

$$\xi(\vec{\kappa}) = \xi(\kappa) = \frac{\xi_0 D^2}{16\pi} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right). \quad (1.18)$$

Таким образом, для вычисления КС импеданса $Z_Q = R_Q + iX_Q$ необходимо подставить (1.17) и (1.18) с учётом (1.14), (1.15) в интегральное соотношение (1.11), которое затем используется в (1.5). Интегрирование по пространству волновых векторов \vec{k} упрощается за счёт перехода к полярной системе координат: $\kappa_x = \kappa \cos \alpha$, $\kappa_y = \kappa \sin \alpha$ — интегралы по угловой координате α берутся аналитически. В окончательном виде импеданс Z_Q не зависит от амплитуды тока ξ_0 и выражается через однократный интеграл по κ .

Рассмотрим в качестве примера случай трехслойной среды, когда

$$\tilde{\varepsilon}(z) = \begin{cases} \tilde{\varepsilon}_1, & -d_1 \leq z \leq 0, \\ \tilde{\varepsilon}_2, & -(d_1 + d_2) \leq z \leq -d_1, \\ \tilde{\varepsilon}_3, & z \leq -(d_1 + d_2). \end{cases} \quad (1.19)$$

Выражая результаты в единицах системы СИ и переходя к нормированной переменной интегрирования $x = \kappa/k_0$, получим:

$$R_Q = \frac{15\pi}{8} (k_0 D)^2 \int_0^{+\infty} dx \cdot x^2 \Theta(x) \left(\sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon_i''}{|\tilde{\varepsilon}_i|^2} |A_i|^2 \Omega_i(x) \right), \quad (1.20a)$$

$$X_Q = -\frac{15\pi}{8} (k_0 D)^2 \int_0^{+\infty} dx \cdot x^2 \Theta(x) \left(\Omega_a(x) + \Omega_b(x) + \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon_i'}{|\tilde{\varepsilon}_i|^2} |A_i|^2 \Omega_i(x) \right), \quad (1.20б)$$

где $\Theta(x) = \exp(-x^2(k_0 D)^2/8)$, а функции $\Omega_{a,b,1,2,3}(x)$ определены выражениями:

$$\Omega_a(x) = |1 + \Gamma_0(x) \exp(-2xk_0h)|^2, \quad (1.21a)$$

$$\Omega_b(x) = (1 + |\Gamma_0(x)|^2 \exp(-2xk_0h))(1 - \exp(-2xk_0h)), \quad (1.21б)$$

$$\Omega_1(x) = \left(1 + |\Gamma_1(x)|^2 \exp(2xk_0d_1)\right) \left(1 - \exp(-2xk_0d_1)\right) \exp(-2xk_0h), \quad (1.21в)$$

$$\Omega_2(x) = \left(1 + |\delta|^2 \exp(-2xk_0d_2)\right) \left(1 - \exp(-2xk_0d_2)\right) \exp(-2xk_0(h + d_1)), \quad (1.21г)$$

$$\Omega_3(x) = \exp(-2xk_0(h + d_1 + d_2)). \quad (1.21д)$$

Здесь параметр $\delta = (\tilde{\varepsilon}_2 - \tilde{\varepsilon}_3)/(\tilde{\varepsilon}_2 + \tilde{\varepsilon}_3)$, а коэффициенты (1.16) даются следующими выражениями, не содержащими растущих экспонент:

$$\Gamma_0(x) = \frac{\beta_1(x) - 1}{\beta_1(x) + 1}, \quad \beta_1(x) = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_1} \frac{1 + \Gamma_1(x)}{1 - \Gamma_1(x)},$$

$$\Gamma_1(x) = \frac{\beta_2(x) - 1}{\beta_2(x) + 1} \exp(-2xk_0d_1), \quad \beta_2(x) = \frac{\tilde{\varepsilon}_1}{\tilde{\varepsilon}_2} \frac{1 + \delta \exp(-2xk_0d_2)}{1 - \delta \exp(-2xk_0d_2)},$$

$$A_1(x) = \frac{1 - \Gamma_0(x)}{1 - \Gamma_1(x)}, \quad A_2(x) = \frac{2A_1(x)}{(1 + \beta_2(x))(1 - \delta \exp(-2xk_0d_2))}, \quad A_3(x) = A_2(x)(1 - \delta).$$

Используем формулы (1.20) — (1.21) для вывода условий применимости КС приближения в задачах БП зондирования.

1.2.2 Пределы применимости КС приближения

Сопоставим полученное в [43] ЭД решение для импеданса БП антенны в плоскостлой среде с результатами, которые следуют из выведенного в п. 1.2.1 КС приближения. Рассмотрим простейший частный случай, когда зондируемая среда представляет собой однородное полупространство: $\tilde{\varepsilon}(z) = \text{const}$. Тогда коэффициенты и функции, входящие в выражения (1.16), (1.20) – (1.21), с учётом равенств $\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_2 = \tilde{\varepsilon}_3 = \tilde{\varepsilon}$ принимают вид:

$$\delta = 0, \quad \beta_2 = 1, \quad \Gamma_1 = 0, \quad \beta_1 = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}}, \quad \Gamma_0 = \frac{1 - \tilde{\varepsilon}}{1 + \tilde{\varepsilon}},$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = 1 - \Gamma_0 = \frac{2\tilde{\varepsilon}}{1 + \tilde{\varepsilon}}, \quad \Omega_1(x) + \Omega_2(x) + \Omega_3(x) = \exp(-2xk_0h).$$

В результате имеем

$$R_Q = \frac{15\pi}{2}(k_0D)^2 \frac{\varepsilon''}{|1 + \tilde{\varepsilon}|^2} \int_0^{+\infty} dx \cdot x^2 \Theta(x) \exp(-2xk_0h), \quad (1.22a)$$

$$X_Q = -\frac{15\pi}{8}(k_0D)^2 \int_0^{+\infty} dx \cdot x^2 \Theta(x) \left(\Omega_a(x) + \Omega_b(x) + \frac{4\varepsilon'}{|1 + \tilde{\varepsilon}|} \exp(-2xk_0h) \right), \quad (1.22b)$$

Из (1.22a) следует, что сопротивление зонда R_Q обусловлено только диссипативными потерями в исследуемой среде, поэтому $R_Q \rightarrow 0$, если $\varepsilon'' \rightarrow 0$. При этом реактанс X_Q , как видно из (1.22b), всегда имеет конечное значение, включающее в себя вклады как от верхнего, так и от нижнего полупространств.

Рассмотрим теперь в аналогичных условиях ЭД решение для импеданса $Z_E = R_E + iX_E$. Выражение для сопротивления R_E может быть получено из теории [43] в виде $R_E = R_1 + R_2$, где¹

$$R_1 = \frac{15\pi}{8}(k_0D)^2 \int_0^1 dx \frac{x \Theta(x)}{\sqrt{1-x^2}} \left((2-x^2) + (|\Gamma_E|^2 + (1-x^2)|\Gamma_H|^2) + \right. \\ \left. + 2 \operatorname{Re} \left[\left(\Gamma_E + (1-x^2)\Gamma_H \right) \exp(-2i\sqrt{1-x^2}k_0h) \right] \right), \quad (1.23a)$$

$$R_2 = \frac{15\pi}{16}(k_0D)^2 \int_0^{+\infty} dx \frac{\varepsilon'' x \Theta(x)}{|\operatorname{Im} \sqrt{\tilde{\varepsilon} - x^2}|} \left(\frac{1}{|1-x^2|} |T_E|^2 + \frac{|\tilde{\varepsilon} - x^2| + x^2}{|\tilde{\varepsilon}|^2} |T_H|^2 \right) \times \\ \times \exp \left(2 \operatorname{Im} \sqrt{1-x^2} k_0 h \right). \quad (1.23b)$$

¹Здесь и далее в выражениях типа $\sqrt{\tilde{\alpha} - x^2}$, где $\tilde{\alpha}$ в общем случае комплексное число, мнимая часть берётся с отрицательным знаком.

Здесь $\Gamma_{E,H}(x)$, $T_{E,H}(x)$ — коэффициенты соответственно отражения и прохождения плоской электромагнитной волны, падающей на границу раздела полупространства под углом $\arccos x$, с электрическим вектором, ориентированным перпендикулярно (индекс E) и параллельно (индекс H) плоскости падения. Выражения для данных коэффициентов известны как формулы Френеля [88]:

$$\Gamma_E = \frac{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2}}{\sqrt{1-x^2} + \sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2}}, \quad \Gamma_H = \frac{\sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2} - \tilde{\varepsilon}\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2} + \tilde{\varepsilon}\sqrt{1-x^2}},$$

$$T_E = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2} + \sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2}}, \quad T_H = \frac{2\tilde{\varepsilon}\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}-x^2} + \tilde{\varepsilon}\sqrt{1-x^2}}.$$

Компонента R_1 является сопротивлением излучения антенны в верхнее прозрачное полупространство ($z > h$) — в КС теорию она не входит. Другая компонента R_2 связана с потерями в нижнем поглощающем полупространстве ($z < 0$). При $\varepsilon'' \ll \varepsilon'$ сопротивление R_2 можно разделить на составляющие, определяемые волновыми и квазистатическими полями: $R_2 = R_2^W + R_2^Q$. Граница между волновым R_2^W и квазистатическим R_2^Q сопротивлениями в (1.23б) определяется по значению $x \approx \sqrt{\varepsilon'}$ переменной интегрирования. Таким образом, имеем приближённые выражения

$$R_2^W \approx \frac{15\pi}{8} (k_0 D)^2 \int_0^{\sqrt{\varepsilon'}} dx \cdot x \Theta(x) \sqrt{\varepsilon' - x^2} \left(\frac{|T_E|^2}{|1-x^2|} + \frac{|T_H|^2}{\varepsilon'} \right) \exp\left(2 \operatorname{Im} \sqrt{1-x^2} k_0 h\right), \quad (1.24a)$$

$$R_2^Q \approx \frac{15\pi}{16} (k_0 D)^2 \int_{\sqrt{\varepsilon'}}^{+\infty} dx \frac{\varepsilon'' x^2 \Theta(x)}{\sqrt{x^2 - \varepsilon'}} \left(\frac{|T_E|^2}{x^2 - 1} + \frac{(2x^2 - \varepsilon')|T_H|^2}{\varepsilon'^2} \right) \exp\left(-2\sqrt{x^2 - 1} k_0 h\right). \quad (1.24б)$$

При выполнении условия (1.4) основной вклад в интеграл (1.24б) вносит область $x \gg \sqrt{\varepsilon'} \geq 1$. Тогда, используя соотношение $x \gg 1$ как приближение, можно упростить подынтегральное выражение в (1.24б), а также заменить нижний предел интегрирования $\sqrt{\varepsilon'}$ на 0. В итоге получим $R_2^Q \approx R_Q$, где КС сопротивление R_Q определяется формулой (1.22а). Таким образом, ЭД теория даёт волновую и квазистатическую части сопротивления:

$$R_E = R_W + R_Q, \quad (1.25)$$

где $R_W = R_1 + R_2^W$ — не зависит от омических потерь в среде, если $\varepsilon'' \ll \varepsilon'$, тогда как $R_Q \rightarrow 0$ при $\varepsilon'' \rightarrow 0$. В результате при достаточно слабом поглощении возможна ситуация, когда $R_Q \ll R_W$. Тогда сопротивление зонда будет иметь волновое происхождение и описываться только в рамках ЭД теории. Данная ситуация не регулируется соотношением (1.4), которое, таким образом, не является достаточным для применимости КС теории для расчёта сопротивления БП антенны.

Следующее из ЭД теории [43] выражение для реактанса имеет вид $X_E = X_1 + X_2 + X_0$, что представляет собой сумму вкладов соответственно от верхнего полупространства ($z > h$), зондируемой среды ($z < 0$) и промежуточной области между средой и апертурой антенны ($0 < z < h$). Ниже приведены выражения для составляющих реактанса X_E в пределе $\varepsilon'' \rightarrow 0$:

$$X_1 = \frac{15\pi}{8}(k_0 D)^2 \int_{\sqrt{\varepsilon'}}^{+\infty} dx \frac{x \Theta(x)}{\sqrt{x^2 - 1}} \left(\left(1 + \Gamma_E \exp(-2\sqrt{x^2 - 1}kh) \right)^2 - \right. \\ \left. - (x^2 - 1) \left(1 + \Gamma_H \exp(-2\sqrt{x^2 - 1}kh) \right)^2 \right), \quad (1.26a)$$

$$X_2 = \frac{15\pi}{8}(k_0 D)^2 \int_{\sqrt{\varepsilon'}}^{+\infty} dx \cdot x \sqrt{x^2 - \varepsilon'} \Theta(x) \left(\frac{T_E^2}{x^2 - 1} - \frac{T_H^2}{\varepsilon'} \right) \exp(-2\sqrt{x^2 - 1}kh), \quad (1.26б)$$

$$X_0 = X_0^W + X_0^Q = -\frac{15\pi}{4}(k_0 D)^2 \int_0^{\sqrt{\varepsilon'}} dx \frac{x \Theta(x)}{\sqrt{1 - x^2}} \left(\Gamma_E + (1 - x^2)\Gamma_H \right) \cos(\sqrt{1 - x^2}kh) + \\ + \frac{15\pi}{8}(k_0 D)^2 \int_{\sqrt{\varepsilon'}}^{+\infty} dx \frac{x \Theta(x)}{\sqrt{x^2 - 1}} \left(2 - x^2 + (\Gamma_E^2 - (x^2 - 1)\Gamma_H^2) \exp(-2\sqrt{x^2 - 1}kh) \right) \times \\ \times \left(1 - \exp(-2\sqrt{x^2 - 1}kh) \right). \quad (1.26в)$$

Нетрудно показать, что при выполнении (1.4) получим $X_E \approx X_Q$ без каких-либо дополнительных ограничений. Таким образом, условия (1.4) достаточно для применимости КС теории к вычислению реактанса БП антенны.

Вышеприведённые качественные соображения подтверждаются расчётами, представленными на рис. 1.3. Зависимость реактанса X от нормированного диаметра D/λ апертуры, расположенной над поверхностью однородного полупространства с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon} = 10(1 - 0.02i)$, показана на рис. 1.3а при разных значениях нормированной высоты h/λ . Небольшие (порядка 10%) различия между X_E и X_Q имеют место при $D/\lambda > d_Q = 0.05$. Тогда для граничного значения p_Q параметра p , определяемого в (1.4), с учётом значения для эффективной диэлектрической проницаемости среды $\varepsilon_{\text{eff}} \approx \varepsilon' = 10$ имеем:

$$p_Q = |\tilde{k}|D = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}}D = 2\pi \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}}d_Q \approx 1.$$

Таким образом, приведённые на рис. 1.3а данные для X находятся в полном соответствии с условием (1.4).

Качественно иное поведение демонстрируют кривые на рис. 1.3б, где представлена зависимость сопротивления R от D/λ при тех же условиях. Можно видеть существенную разницу между R_E и R_Q уже при $D/\lambda > d_E \approx 0.01$. Если при $D/\lambda \ll d_E$ функция $R_Q(D/\lambda)$ убывает,

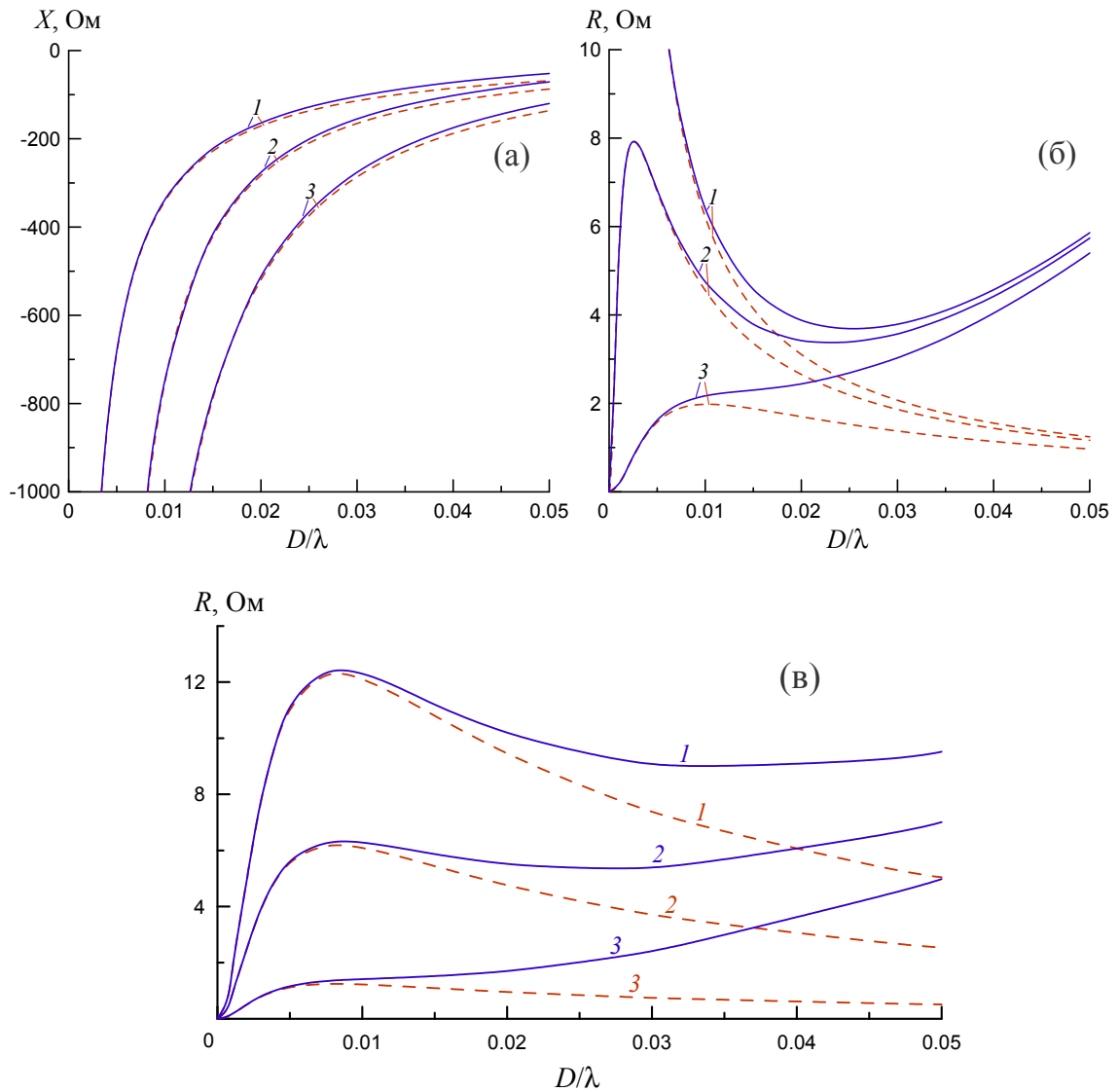


Рис. 1.3. Импеданс БП зонда как функция нормированного диаметра апертуры. Исследуемый объект — однородное полупространство. Сплошные кривые — ЭД теория, штриховые кривые — КС теория. (а) Реактанс при $\tilde{\varepsilon} = 10(1 - 0.02i)$, $h/\lambda = 0$ (1), $5 \cdot 10^{-4}$ (2), $2 \cdot 10^{-3}$ (3); (б) сопротивление при тех же параметрах; (в) сопротивление при $h/\lambda = 1.5 \cdot 10^{-3}$, $\tilde{\varepsilon} = 10(1 - i \operatorname{tg} \delta)$, $\operatorname{tg} \delta = 0.1$ (1), 0.05 (2), 0.01 (3).

то $R_E(D/\lambda)$ растёт пропорционально $(D/\lambda)^2$, что характерно для сопротивления излучения электрически малых антенн. Полученное соотношение параметров $d_E \ll d_Q$ отражает тот факт, что условие (1.4) не является достаточным для применения КС теории к расчёту сопротивления R . Зависимость параметра d_E от омических потерь в среде видна из рис. 1.3в, где показаны функции $R_{E,Q}(D/\lambda)$ при разных значениях тангенса угла потерь $\operatorname{tg} \delta = \varepsilon''/\varepsilon'$. Разница более чем в 10% между R_E и R_Q при $\operatorname{tg} \delta = 0.01, 0.05, 0.1$ наблюдается соответственно в диапазонах $D/\lambda > d_E \approx 0.008, 0.016, 0.022$. Эти случаи с различным поглощением ε'' соответствуют $p = 0.16, 0.32, 0.44$. Видно, что с уменьшением ε'' в исследуемой среде всё более

заметные различия между R_E и R_Q наблюдаются в КС области значений p , т. е. при $p \ll 1$.

1.3 Теория БП локации сферической неоднородности

Несмотря на большое многообразие современных моделей БП зондирования плоско-слоистых сред, одна из которых рассмотрена в п. 1.2, их практическое применение довольно ограничено. Они плохо подходят для исследования весьма распространённых объектов, структурированных в латеральном направлении, а также компактных неоднородностей, имеющих место, например, в дефектоскопии и медицинской диагностике. Кроме того, такие модели не пригодны для изучения важной проблемы разрешающей способности БП устройства. В этой связи большое значение имеет развитие моделей БП зондирования трёхмерно-неоднородной среды. В отличие от аналогичной ситуации с одномерной средой [43], общую теорию для сред с произвольным распределением $\tilde{\epsilon}$, скорее всего, разработать невозможно [86]. Однако теория может быть построена для частных случаев компактных объектов специальной формы, если будет найдено решение задачи дифракции поля БП зонда на этом объекте. Ниже представлен вывод теории для простейшей неоднородности — объекта сферической формы.

1.3.1 Общее решение для шара в однородной среде

Проведём расчёт импеданса БП антенны, вблизи апертуры которой расположен сферический объект произвольного диаметра d_s с комплексной диэлектрической проницаемостью $\tilde{\epsilon}_s = \epsilon'_s - i\epsilon''_s$, отличной от проницаемости однородной окружающей среды $\tilde{\epsilon}_0 = \epsilon'_0 - i\epsilon''_0$. Пусть центр симметрии антенны расположен в начале декартовой системы координат $\{x_a, y_a, z_a\}$. Наряду с декартовой будем также использовать цилиндрическую систему координат $\{r_a, \varphi_a, z_a\}$, $x_a = r_a \cos \varphi_a$, $y_a = r_a \sin \varphi_a$. Считаем, что центр шара расположен на оси антенны в точке с координатами $x_a = 0$, $y_a = 0$, $z_a = z_0 > 0$ (рис. 1.4).

Для вычисления импеданса Z по формуле (1.1) можно избавиться от объёма интегрирования V , выбрав поверхность интегрирования S в виде двух параллельных плоскостей $z_a = +0$ и $z_a = -0$, непосредственно примыкающих к обеим сторонам плоскости апертуры. Тогда в (1.1) останется только поверхностный интеграл, что приведёт к понижению кратности интегрирования до двух:

$$Z = \frac{c}{4\pi|I|^2} \left(\iint_{z_a=+0} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{z}^0 dS - \iint_{z_a=-0} (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot \vec{z}^0 dS \right). \quad (1.27)$$

Здесь \vec{z}^0 — единичный вектор оси z_a .

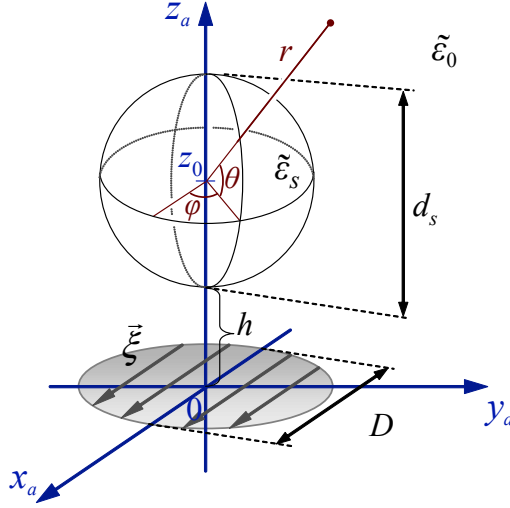


Рис. 1.4. Схема БП зондирования сферической неоднородности произвольного диаметра.

Представим электрические и магнитные поля в виде суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^d$, $\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{H}^d$, где \vec{E}^0 , \vec{H}^0 – невозмущённые поля в однородном пространстве, \vec{E}^d , \vec{H}^d – поля дифракции на шаре. Учитывая граничные условия на плоскости поверхностных электрических токов $z_a = 0$, имеем следующие соотношения для невозмущённых и дифракционных полей на этой плоскости:

$$\begin{aligned} E^0(z_a = -0) &= E^0(z_a = +0), & H^0(z_a = -0) &= -H^0(z_a = +0), \\ E^d(z_a = -0) &= E^d(z_a = +0), & H^d(z_a = -0) &= H^d(z_a = +0). \end{aligned}$$

Тогда выражение (1.27) преобразуется к виду $Z = Z_0 + \Delta Z$, где невозмущённый импеданс антенны

$$Z_0 = \frac{c}{2\pi|I|^2} \iint_{z_a=+0} E_x^0 H_y^{0*} dS, \quad (1.28a)$$

а связанное с неоднородностью приращение импеданса

$$\Delta Z = \frac{c}{2\pi|I|^2} \iint_{z_a=+0} E_x^d H_y^{d*} dS. \quad (1.28b)$$

Расчёт полей в однородном пространстве \vec{E}^0 , \vec{H}^0 , возбуждаемых поверхностным током (1.2), выполняется с помощью метода функции Грина и приведён в Приложении А. Для анализа структуры электромагнитных полей перепишем выражение для векторного потенциала (А.3) в виде

$$A(r_a, z_a) = \frac{\pi \xi_0 D^2}{4c} \int_0^{+\infty} \mathcal{A}(\kappa, r_a, z_a) d\kappa, \quad (1.29)$$

где $\kappa = |\vec{\kappa}| = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$ — поперечное волновое число. Подынтегральная функция в (1.29) вычисляется аналогично выводу в Приложении А выражений для невозмущённых полей (А.7), (А.8). С учётом (1.18), (А.4) имеем

$$\mathcal{A}(\kappa, r_a, z_a) = \frac{\kappa}{i\kappa_{\parallel}} J_0(\kappa r_a) \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z_a|), \quad (1.30)$$

где $\kappa_{\parallel} = \sqrt{\tilde{k}^2 - \kappa^2}$ — продольное волновое число, $J_0(\kappa r_a)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Выражение (1.30) отражает основные особенности пространственного спектра поля (А.7), (А.8). При слабом поглощении в среде ($\varepsilon_0'' \ll \varepsilon_0'$) разделение на квазистатические и волновые поля можно провести по границе $\kappa \approx |\tilde{k}|$. Спектральные компоненты с $\kappa > |\tilde{k}|$ характеризуются неравенством $\text{Im } \kappa_{\parallel} \gtrsim \text{Re } \kappa_{\parallel}$, поэтому, как следует из (1.30), они довольно быстро затухают при удалении от плоскости антенны и распространяются преимущественно в направлении перпендикулярно оси z_a . Таким образом, совокупность компонент с $\kappa > |\tilde{k}|$ определяет квазистатическое поле БП антенны. Волновые поля формируют составляющие с $\kappa < |\tilde{k}|$, т. к. для них $\text{Re } \kappa_{\parallel} \gtrsim \text{Im } \kappa_{\parallel}$ — затухание незначительное, распространение преимущественно вдоль оси z_a . С увеличением поглощения в среде до значений $\varepsilon_0'' \approx \varepsilon_0'$ граница между волновыми и квазистатическими полями размывается, и чёткого признака, по которому можно разделить эти поля, не существует.

На рис. 1.5 представлен модуль (1.30) как набор функций поперечного волнового числа κ при различных расстояниях z_a, r_a до БП антенны и при следующих значениях параметров: $D = 1$ см, $\lambda = 2\pi/k_0 = 30$ см, $\varepsilon_0 = 1 - i0.1$. Из рис. 1.5 видно, что на расстояниях меньше D основной вклад в (1.30) дают квазистатические компоненты ($\kappa > |\tilde{k}|$). Можно показать, что такая ситуация обеспечивается выполнением неравенства $|\tilde{k}|^2 D^2 / 16 \ll 1$ (медленным спаданием первой экспоненты в (1.30)), которое сводится к условию электрически малой антенны (1.4). Вклад квазистатических компонент в суммарное поле быстро уменьшается с удалением от антенны, так что на расстояниях, превышающих D , доминируют волновые компоненты (рис. 1.5).

Таким образом, данные рассуждения подтверждают известный факт, что поле вблизи апертуры электрически малой антенны, используемой, в частности, в технике БП локации, является преимущественно квазистатическим, или ближним.

Необходимые для расчёта невозмущённого импеданса (1.28а) компоненты поля излучения антенны на плоскости $z_a = +0$, как следует из (А.7), (А.8а), (А.8г), (1.10), представляются

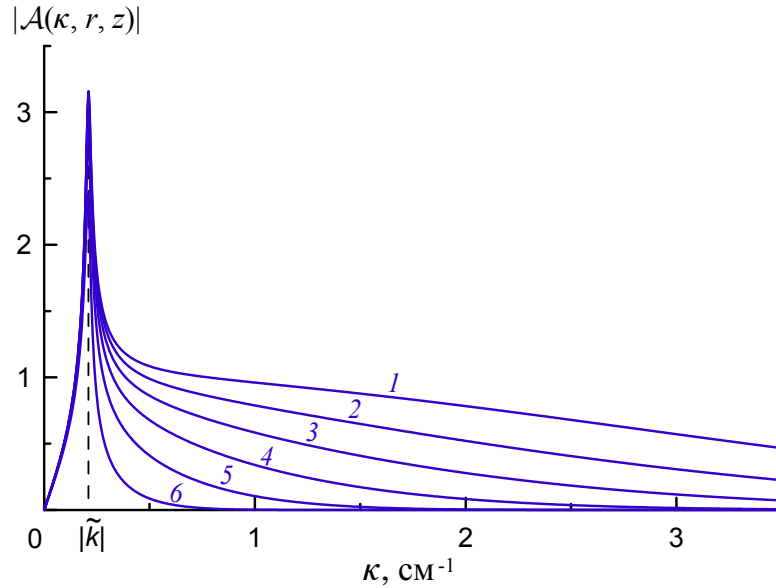


Рис. 1.5. Модуль подынтегрального выражения для векторного потенциала поля БП антенны (1.30) как функция поперечного волнового числа κ . Кривые соответствуют $D = 1$ см, $\lambda = 30$ см, $\tilde{\varepsilon} = 1 - 0.1i$ и построены при различных (z_a, r_a) (см): 1 – (0, 0), 2 – (0.2, 0.1), 3 – (0.5, 0.2), 4 – (1, 0.5), 5 – (2, 1), 6 – (5, 2).

в виде

$$E_x^0(z_a = +0) = \frac{\pi \xi_0 D^2}{4 \omega \tilde{\varepsilon}_0} \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \frac{\kappa}{\kappa_{\parallel}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \times \left(-\kappa^2 J_2(\kappa r_a) \cos^2 \varphi_a + \frac{\kappa}{r_a} J_1(\kappa r_a) - \tilde{k}^2 J_0(\kappa r_a)\right), \quad (1.31a)$$

$$H_y^0(z_a = +0) = -2\pi \frac{\xi_0}{c} \exp\left(-\frac{4r_a^2}{D^2}\right). \quad (1.31b)$$

Отметим, что компонента магнитного поля (1.31б) с точностью до коэффициента совпадает с распределением поверхностного тока (1.2). Используя связь $H_y^0(z_a = -0) = -H_y^0(z_a = +0)$ как следствие из (A.8г), получаем соотношение, известное как граничное условие для тангенциальной компоненты магнитного поля на поверхности с электрическим током:

$$\Delta H_y^0(r_a, z_a = 0) = H_y^0(r_a, z_a = +0) - H_y^0(r_a, z_a = -0) = -\frac{4\pi}{c} \xi(r_a). \quad (1.32)$$

Подставляя (1.31) и (1.3) в (1.28а) и проводя интегрирование по $dS = r_a dr_a d\varphi_a$, получим для Z_0 окончательное выражение¹:

$$Z_0 = \frac{\pi D^2}{8\omega \tilde{\varepsilon}} \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \kappa \frac{2\tilde{k}^2 - \kappa^2}{\kappa_{\parallel}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{8}\right). \quad (1.33)$$

¹Вывод (1.31б), (1.33) проведён с использованием свойства функции Бесселя [89]:

$$\int_0^{+\infty} x J_0(xr) \exp(-ax^2) dx = \frac{1}{2a} \exp\left(-\frac{r^2}{4a}\right).$$

В выражении (1.28б) для приращения импеданса ΔZ содержится одна из компонент дифракционного поля, что требует рассмотрения задачи дифракции поля БП антенны на сферическом объекте. Соответствующее решение, в принципе, может быть получено методом функции Грина на основе задачи о поле точечного диполя, расположенного вблизи поверхности шара [90,91]. Однако здесь был развит иной подход, характеризуемый более оптимальным вычислительным алгоритмом с точки зрения временных затрат, что позволило реализовать его в виде программы для расчётов на компьютере. Основой решения является теория Ми, рассматривающая дифракцию плоской однородной волны на шаре [51, 92, 93].

Перейдем в сферическую систему координат $\vec{r} = \{r, \theta, \varphi\}$ с началом в центре шара. Координаты прежней цилиндрической системы связаны с новыми координатами соотношениями: $r = \sqrt{r_a^2 + (z_a - z_0)^2}$, $\varphi = \varphi_a$, $\theta = \arccos(z_a - z_0)/r$. Представим электрические и магнитные поля в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}(r, \theta, \varphi) \\ \vec{H}(r, \theta, \varphi) \end{pmatrix} = \frac{\xi_0 D^2}{8} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{+\infty} d\kappa \frac{\kappa}{\kappa_{\parallel}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega \varepsilon} \vec{\mathcal{E}}(\kappa, \alpha, r, \theta, \varphi) \\ \frac{1}{c} \vec{\mathcal{H}}(\kappa, \alpha, r, \theta, \varphi) \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel} z_0). \quad (1.34)$$

Здесь в обозначения $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ включён пространственный спектр полей вместе с фазовыми множителями, но без общего коэффициента и множителя, зависящего от переменной κ . Далее будем также называть эти величины пространственным спектром. Приведём выражения для радиальных проекций спектра невозмущённого поля $\vec{\mathcal{E}}^0$, $\vec{\mathcal{H}}^0$, т. к. они пригодятся в дальнейшем:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_r^0 = & \left(\frac{\tilde{\kappa}^2 \cos^2 \alpha - k^2}{\kappa_{\parallel}} \cos \varphi \sin \theta + \frac{\kappa^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\kappa_{\parallel}} \sin \varphi \sin \theta + \operatorname{sgn}(z) \kappa \cos \alpha \cos \theta \right) \times \\ & \times \exp(-i\kappa r \cos \varphi' \sin \theta - i\kappa_{\parallel} r \cos \theta), \end{aligned} \quad (1.35a)$$

$$\mathcal{H}_r^0 = \left(-\operatorname{sgn}(z) \sin \varphi \sin \theta + \frac{\kappa \sin \alpha}{\kappa_{\parallel}} \cos \theta \right) \exp(-i\kappa r \cos \varphi' \sin \theta - i\kappa_{\parallel} r \cos \theta). \quad (1.35b)$$

Здесь введён «плавающий» азимутальный угол $\varphi' = \varphi - \alpha$, зависящий от текущей спектральной компоненты.

Как видно из (1.35), невозмущённое поле разлагается на плоские неоднородные волны, волновые вектора которых могут быть комплексными. Такое поле имеет довольно сложную структуру, что не позволяет в решении задачи дифракции применить теорию Ми в полной мере. Однако для расчёта импеданса БП антенны достаточно использовать только ряд положений этой теории.

Согласно теории Ми, электромагнитное поле есть совокупность электрических ($\mathcal{H}_r = 0$) и магнитных ($\mathcal{E}_r = 0$) колебаний, которые удобно выразить через скалярные потенциалы Дебая U_1 и U_2 соответственно. Для пространственного спектра электрического поля имеем:

$$\mathcal{E}_r = \frac{\partial^2(rU_1)}{\partial r^2} + \tilde{k}^2 r U_1, \quad (1.36a)$$

$$\mathcal{E}_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rU_1)}{\partial r \partial \theta} - \frac{ik_0}{r \sin \theta} \frac{\partial(rU_2)}{\partial \varphi}, \quad (1.36б)$$

$$\mathcal{E}_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2(rU_1)}{\partial r \partial \varphi} + \frac{ik_0}{r} \frac{\partial(rU_2)}{\partial \theta}. \quad (1.36в)$$

Формулы для магнитного поля $\vec{\mathcal{H}}$ аналогичны (1.36), нужно только провести замены $\vec{\mathcal{E}} \rightarrow \vec{\mathcal{H}}$, $U_1 \rightarrow U_2$, $U_2 \rightarrow -\tilde{\varepsilon} U_1$. Функции U_1 , U_2 являются решениями волнового уравнения $\Delta U_{1,2} + \tilde{k}^2 U_{1,2} = 0$. В сферической системе координат потенциалы падающего, дифрагированного и внутреннего полей шара находятся методом разделения переменных и выражаются соответственно в виде:

$$U_{1,2}^0 = \frac{1}{\tilde{k}^2 r} \sum_{n=1}^{+\infty} i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(\tilde{k}r) Y_n^{1,2}(\theta, \varphi), \quad (1.37a)$$

$$U_{1,2}^d = \frac{1}{\tilde{k}^2 r} \sum_{n=1}^{+\infty} C_{1,2}^{(n)} \zeta_n(\tilde{k}r) Y_n^{1,2}(\theta, \varphi), \quad (1.37б)$$

$$U_{1,2}^i = \frac{1}{\tilde{m} \tilde{k}^2 r} \sum_{n=1}^{+\infty} B_{1,2}^{(n)} \zeta_n(\tilde{m} \tilde{k}r) Y_n^{1,2}(\theta, \varphi), \quad (1.37в)$$

где $\tilde{m} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}/\tilde{\varepsilon}_0}$ — относительный комплексный показатель преломления, $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x)$, $\zeta_n(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(x)$ — функции Рикатти—Бесселя, выражаемые через функции Бесселя соответственно первого и второго рода, $Y_n^{1,2}(\theta, \varphi)$ — суперпозиция сферических гармоник с неизвестными вещественными коэффициентами¹:

$$Y_n^{1,2}(\theta, \varphi) = a_0^{1,2(n)} P_n(\cos \theta) + \sum_{m=1}^n (a_m^{1,2(n)} \cos m\varphi + b_m^{1,2(n)} \sin m\varphi) P_n^{(m)}(\cos \theta). \quad (1.38)$$

Здесь $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, $P_n^{(m)}(\cos \theta) = \sin^m \theta \frac{d^m P_n(\cos \theta)}{d \cos \theta^m}$ — присоединённые функции Лежандра.

Выражения для $U_{1,2}$ в представлении (1.37), (1.38) имеют нестандартный вид: зависимость от индекса n в них распределена между коэффициентами, стоящими перед радиальными функциями, и коэффициентами угловой зависимости (1.38). Это сделано для того, чтобы выражения для $U_{1,2}$ совпадали с формулами, выведенными в теории Ми, за исключением угловой составляющей (1.38): в теории Ми $a_m^{1(n)} = a_m^1 = b_m^{2(n)} = b_m^2 = 1$, а остальные коэффициенты при сферических гармониках равны нулю. Коэффициенты $C_{1,2}^{(n)}$, $B_{1,2}^{(n)}$, входящие в выражения (1.37б), (1.37в), в теории Ми найдены из граничных условий для амплитуд электрического

¹В отличие от традиционной записи сферических функций, азимутальная часть здесь представлена в вещественном виде.

и магнитного полей на поверхности шара $r = d_s/2$. Далее будем рассматривать только поле дифракции вне шара, т. к. именно оно, согласно (1.28б), необходимо для вычисления приращения ΔZ . Соответствующие этому полю коэффициенты

$$C_1^{(n)} = i^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{\psi_m(\rho)\psi'_n(\tilde{m}\rho) - \tilde{m}\psi'_n(\rho)\psi_n(\tilde{m}\rho)}{\zeta_n(\rho)\psi'_n(\tilde{m}\rho) - \tilde{m}\zeta'_n(\rho)\psi_n(\tilde{m}\rho)}, \quad (1.39a)$$

$$C_2^{(n)} = i^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{\tilde{m}\psi_m(\rho)\psi'_n(\tilde{m}\rho) - \psi'_n(\rho)\psi_n(\tilde{m}\rho)}{\tilde{m}\zeta_n(\rho)\psi'_n(\tilde{m}\rho) - \zeta'_n(\rho)\psi_n(\tilde{m}\rho)}, \quad (1.39б)$$

где $\rho = \tilde{k}d_s/2$, $\psi'_n(x) = d\psi_n(x)/dx$, $\zeta'_n(x) = d\zeta_n(x)/dx$.

Соотношения (1.36) – (1.39) представляют собой решение уравнения Максвелла, справедливое для произвольного электромагнитного поля. Индекс n нумерует порядок возбуждаемых в шаре электрических и магнитных мультиполей, являющихся источниками дифракционных полей. Специфика структуры падающего поля отражается в выражениях для коэффициентов $a_0^{1,2(n)}$, $a_m^{1,2(n)}$, $b_m^{1,2(n)}$ сферических функций (1.38), и в данной задаче они оказываются существенно более сложными, чем в теории Ми. Однако для определения приращения импеданса ΔZ не требуется вычислять все коэффициенты разложения сферической функции. Действительно, после подстановки (1.31б), (1.34), (1.36), (1.37б) и (1.38) в (1.28б) и интегрирования по угловой координате φ отличными от нуля оказываются только слагаемые, содержащие коэффициенты $a_1^{1(n)}$, $b_1^{2(n)}$. Тогда парциальные вклады в импеданс, обусловленные излучением электрического (нижний индекс 1) и магнитного (нижний индекс 2) мультиполей n -го порядка, приобретают вид:

$$\begin{aligned} \Delta Z_{1,2}^n = & -\frac{C_{1,2}^{(n)}}{2\omega\tilde{\epsilon}_0} \int_0^{+\infty} A_{1,2}^{(n)}(\kappa) \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16} - i\kappa_{\parallel} z_0\right) \frac{\kappa d\kappa}{\kappa_{\parallel}} \times \\ & \times \int_0^{+\infty} F_{1,2}^n(r(r_a), \theta(r_a)) \exp\left(-\frac{4r_a^2}{D^2}\right) r_a dr_a. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Здесь введены интегральные коэффициенты:

$$\begin{pmatrix} A_1^{(n)}(\kappa) \\ A_2^{(n)}(\kappa) \end{pmatrix} = \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} a_1^{1(n)}(\kappa, \alpha) \\ b_1^{2(n)}(\kappa, \alpha) \end{pmatrix} d\alpha, \quad (1.41)$$

а функции в координатном пространстве определены как

$$F_1^n(r, \theta) = n(n+1) \frac{\zeta_n(\tilde{k}r)}{(\tilde{k}r)^2} \sin\theta P_n^{(1)}(\cos\theta) + \frac{\zeta'_n(\tilde{k}r)}{\tilde{k}r} \left(\cos\theta \frac{\partial P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\partial\theta} + \frac{P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} \right), \quad (1.42a)$$

$$F_2^n(r, \theta) = \frac{\zeta_n(\tilde{k}r)}{\tilde{k}r} \left(\frac{\partial P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\partial\theta} + \cos\theta \frac{P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} \right), \quad (1.42б)$$

где аргументы связаны с переменной интегрирования r_a соотношениями $r = \sqrt{r_a^2 + z_0^2}$, $\theta = \pi - \arccos z_0/r$. Обратим внимание, что коэффициенты $A_{1,2}^{(n)}$ есть функции переменной κ , по

которой в (1.40) производится интегрирование. Данное обстоятельство является очевидным следствием того, что возбуждающее поле представляет собой не уединённую плоскую волну, как в теории Ми, а широкий спектр волновых и квазистатических полей, характеризуемых вектором $\vec{\kappa}$.

Искомые функции $a_1^{1(n)}(\kappa, \alpha)$, $b_1^{2(n)}(\kappa, \alpha)$ в (1.41) являются коэффициентами разложения функций $Y_n^1(\theta, \varphi)$ при $\cos \varphi$ и $Y_n^2(\theta, \varphi)$ при $\sin \varphi$ соответственно (см.(1.38)). Для вычисления этих коэффициентов необходимо связать выражения пространственного спектра невозмущённых полей $\vec{\mathcal{E}}^0$, $\vec{\mathcal{H}}^0$, определённых формулой (1.34), с их общим представлением через потенциалы Дебая (1.37а). Наиболее простую связь имеют радиальные компоненты \mathcal{E}_r^0 , \mathcal{H}_r^0 , тем более, что каждая из них обусловлена соответственно только электрическими и только магнитными колебаниями. Из (1.36а), (1.37а) получим для них выражения:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_r^0(r, \theta, \varphi') \\ \mathcal{H}_r^0(r, \theta, \varphi') \end{pmatrix} = \frac{1}{(\tilde{k}r)^2} \sum_{n=1}^{+\infty} (2n+1) \psi_n(\tilde{k}r) \begin{pmatrix} Y_n^1(\theta, \varphi') \\ Y_n^2(\theta, \varphi') \end{pmatrix}, \quad (1.43)$$

которые для дальнейших преобразований записаны в «плавающей» системе координат $\{r, \theta, \varphi'\}$. Задача заключается в приведении полей (1.35) к виду (1.43), т. е. в их разложении по сферическим функциям $Y_n^{1,2}(\theta, \varphi')$. Стандартный способ нахождения коэффициентов разложения по ортогональным системам тригонометрических функций и присоединённых функций Лежандра, через которые, согласно (1.38), определены $Y_n^{1,2}(\theta, \varphi)$, заключается в вычислении интегралов по θ, φ' от правой части (1.35) с соответствующими весовыми множителями. В результате получим выражения для коэффициентов $a_1^{1(n)}$, $b_1^{2(n)}$ в виде интегралов по θ, φ' . После подстановки найденных коэффициентов в (1.41) окончательные выражения для мультипольных компонент приращения импеданса (1.40) примут вид многократных интегралов, что ведёт к большим временным затратам при их вычислении. С учетом сказанного был разработан более рациональный алгоритм расчёта, хотя и имеющий довольно сложное формульное представление.

В классической теории дифракции используется следующая формула, представляющая экспоненту в виде разложения по полиномам Лежандра и функциям Бесселя [89]:

$$\exp(-i\tilde{k}r \cos \theta) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2n+1}{i^n} \frac{\psi_n(\tilde{k}r)}{\tilde{k}r} P_n(\cos \theta). \quad (1.44)$$

В (1.35) экспоненциальный множитель имеет более сложную структуру. Представим его в виде произведения двух экспонент и применим к каждой из них формулу (1.44). Тогда

$$\begin{aligned} \exp(-i\kappa r \cos \varphi' \sin \theta - i\kappa_{\parallel} r \cos \theta) &= \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{(2m+1)(2l+1)}{i^{m+l}} \frac{\psi_m(\kappa r) \psi_l(\kappa_{\parallel} r)}{\kappa \kappa_{\parallel} r^2} \times \\ &\times P_m(\cos \varphi' \sin \theta) P_l(\cos \theta). \end{aligned} \quad (1.45)$$

Для дальнейших преобразований разложим функции $\psi_n(x)$ в (1.45) в степенные ряды:

$$\psi_n(x) = \sum_{s=0}^{+\infty} \frac{(-1)^s x^{n+2s-1}}{2^s s! (2(n+s)+1)!!}. \quad (1.46)$$

Таким образом, формулы для радиальных компонент падающего поля (1.35) будут представлены в виде рядов с четырёхкратным суммированием. К общим выражениям (1.43) также применим разложение (1.46). В силу тождественности (1.35) и (1.43) коэффициенты при одинаковых степенях r в полученных выражениях для \mathcal{E}_r^0 и \mathcal{H}_r^0 равны, что позволяет составить из этих коэффициентов бесконечную систему уравнений. Левую и правую части каждого уравнения системы представим в виде ряда по функциям $\cos m\varphi'$ и $\sin m\varphi'$, $m=1, 2, \dots$. Объединяя слагаемые, содержащие $\cos \varphi'$ и $\sin \varphi'$ и переходя обратно к «фиксированной» системе координат по связи $\varphi = \varphi' + \alpha$, получим уравнения, позволяющие определить коэффициенты $a_1^{1(n)}$ при $\cos \varphi$ и $b_2^{2(n)}$ при $\sin \varphi$. Окончательные формулы для интегральных коэффициентов $A_{1,2}^{(n)}$ представляют собой систему уравнений треугольного вида:

$$\begin{aligned} & \sum_{s=0}^{[(n-1)/2]} (-1)^{n-2s} K_{\psi}^{n-2s,s} \begin{pmatrix} A_1^{(n-2s)} \\ A_2^{(n-2s)} \end{pmatrix} P_{n-2s}^{(1)}(\cos \theta) = \\ & = \frac{\pi}{\tilde{k}^{n-1}} \sum_{\substack{m+l+ \\ +2s_1+2s_2= \\ =n-1}} K_{\psi}^{m,s_1} K_{\psi}^{l,s_2} \kappa^{m+2s_1} \kappa_{\parallel}^{l+2s_2} P_l(\cos \theta) \sum_{t=0}^{[m/2]} (-1)^{n-2s} K_P^{m,t} \begin{pmatrix} \alpha^{(m,t)}(\kappa, \theta) \\ \beta^{(m,t)}(\kappa, \theta) \end{pmatrix} \sin^{m-2t} \theta. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Здесь введены дополнительные функции

$$\alpha^{(m,t)}(\kappa, \theta) = -\kappa_{\parallel}^2 K_1^{m-2t+1} \sin \theta + \kappa \kappa_{\parallel} K_1^{m-2t} \cos \theta - \tilde{k}^2 K_2^{m-2t} \sin \theta, \quad (1.48a)$$

$$\beta^{(m,t)}(\kappa, \theta) = i\tilde{k} (\kappa_{\parallel} K_1^{m-2t+1} \sin \theta - \kappa K_1^{m-2t} \cos \theta + \kappa_{\parallel} K_2^{m-2t} \sin \theta), \quad (1.48b)$$

у которых

$$K_{1,2}^n = \begin{cases} n! / (2^n [n/2]! [n/2 + 1]!), & \text{если } n \text{ — нечётное для } K_1^n / \text{ чётное для } K_2^n, \\ 0, & \text{если } n \text{ — чётное для } K_1^n / \text{ нечётное для } K_2^n, \end{cases} \quad (1.49)$$

и коэффициенты

$$K_{\psi}^{n,s} = \frac{(-1)^s (2n+1)}{i^{n+1} 2^s s! (2(n+s)+1)!!}, \quad (1.50a)$$

$$K_P^{m,t} = (-1)^t \frac{(2(m-t)-1)!!}{2^t t! (m-2t)!}. \quad (1.50b)$$

Квадратные скобки $[...]$ в (1.47), (1.49) означают операцию взятия целой части от числа. Индекс n в (1.47) — (1.50) принимает значения¹ $1, 2, \dots$, остальные индексы — значения

¹После преобразований члены с $n=0$ исчезают, т. к. $\frac{dP_0(\cos \theta)}{d\theta} = 0$.

0, 1, 2, Обратим внимание, что в (1.47), (1.48) входят функции, зависящие от θ . При расчётах $A_{1,2}^{(n)}$ угол θ может быть любым за исключением тех значений, которые являются нулями функций, входящих в любое из слагаемых (1.47), (1.48).

Из (1.47) следует, что при $n = 1$ и $n = 2$ коэффициенты $A_{1,2}^{(n)}$ определяются в явном виде. При $n > 2$ коэффициенты $A_{1,2}^{(n)}$ последовательно находятся из уравнений (1.47) через предварительно определенные коэффициенты низшего порядка. Напомним, что индекс n характеризует номер электрического ($A_1^{(n)}$) или магнитного ($A_2^{(n)}$) мультиполя, возбуждаемого в шаре невозмущенным полем зонда. Именно представление для коэффициентов $A_{1,2}^{(n)}$ в виде системы уравнений (1.47) позволяет избежать вычислений многократных интегралов в (1.40) и тем самым существенно сократить временные затраты в процессе расчётов.

Приращение импеданса ΔZ вычисляется как суммарный вклад от всех возбуждаемых в шаре мультиполей, т. е.

$$\Delta Z = \sum_{n=1}^{+\infty} (\Delta Z_1^n + \Delta Z_2^n), \quad (1.51)$$

где $\Delta Z_{1,2}^n$ определяются формулами (1.40) с коэффициентами $A_{1,2}^{(n)}(\kappa)$, найденными по представленному здесь алгоритму.

1.3.2 Эффекты высших мультиполей

Развитая в п. 1.3.1 теория позволяет рассчитать импеданс БП зонда Z при произвольном диаметре шара d_s и его расстоянии h до плоскости антенны. Данный пункт посвящён оценке минимального количества мультиполей $n = n^*$, которое необходимо учитывать для вычисления Z с некоторой заданной точностью. Определим также условия, при которых можно ограничиться электродипольным (рэлеевским) приближением. Из многообразия возможных параметров системы «зонд—окружающая среда—объект» выберем такие, которые соответствуют задаче локации водной капли в воздушной среде ($\tilde{\epsilon}_0 = 1$). В расчётах примем рабочую частоту зонда $f_0 = 500$ МГц, размер апертуры БП антенны $D = 1$ см. На таких частотах диэлектрическая проницаемость воды $\tilde{\epsilon}_s = 80 - i\epsilon_s''$, где поглощение изменяется в пределах $2 \leq \epsilon_s'' \leq 80$, что соответствует диапазону солёности 0—15‰ при температуре 20°C [94]. Выбранные параметры системы позволят достаточно полно охарактеризовать разнообразные физические условия, которые могут возникать в рассматриваемой проблеме. В качестве практического приложения может быть рассмотрена, например, задача обнаружения живого организма в диэлектрике либо воздействия на него СВЧ полем. Известно, что в биологических средах содержание воды достигает 80—90%.

Зависимость парциальных вкладов в импеданс $\Delta Z_{1,2}^n = \Delta R_{1,2}^n + i\Delta X_{1,2}^n$ от диаметра ша-

ра d_s и порядка n возбуждаемых в нём электрических и магнитных мультиполей показана на рис. 1.6. Полагается, что $h = 0$ — шар примыкает к плоскости апертуры. Полный вклад в импеданс от дифракционного поля $\Delta Z = \Delta R + i\Delta X$ является суммой мультипольных вкладов согласно (1.51). Показанные на рис. 1.6 зависимости для $n \leq 3$ дают представление о характере парцильных вкладов и более высоких порядков n . Как видно, функции, соответствующие возбуждению мультиполей различных типов, качественно отличаются друг от друга. Функции $\Delta R_1^n(d_s)$, $\Delta X_1^n(d_s)$ имеют максимумы в области аргументов $d_s/D < 3$ (рис. 1.6а,в). В результате при фиксированном размере d_s преобладающим является излучение одного электрического мультиполя определённого порядка n , который тем выше, чем больше d_s . Кривые зависимостей $\Delta R_2^n(d_s)$, $\Delta X_2^n(d_s)$ в рассматриваемой области значений d_s экстремумов не имеют (они существуют при больших значениях диаметров $d_s/D > 5$), поэтому здесь доминирует магнитный диполь ($n = 1$). Из рис. 1.6 следует также, что парциальные вклады $\Delta R_{1,2}^n(d_s)$ зависят от поглощения ε_s'' в шаре, в то время как функции $\Delta X_{1,2}^n(d_s)$ с изменением ε_s'' практически не меняются. Этот вывод подтверждается формулой (1.1), из которой, в частности следует, что определяющее влияние на реактанс X должно оказывать ε_s' . Других качественных различий в поведении функций $\Delta R_{1,2}^n(d_s)$ и $\Delta X_{1,2}^n(d_s)$ не наблюдается.

Из рис. 1.6 также видно, что вклады электрических мультиполей превышают вклады магнитных на 2—3 порядка. Данное соотношение имеет место только при БП зондировании объекта электрической антенной, заданной, в частности, в виде распределённого по апертуре поверхностного электрического тока (1.2). Энергия ближнего поля такой антенны сосредоточена главным образом в его электрической компоненте, что и определяет вышеуказанное распределение интенсивностей возбуждаемых мультиполей. Несмотря на то, что магнитная антенна здесь не рассматривается¹, можно ожидать, что для неё иерархия вкладов мультиполей изменится, поскольку в ближней зоне такой антенны преобладает магнитная компонента поля. Отмеченная особенность относится только к задачам, рассматривающим ближние поля, и не имеет места в теории дифракции волн, для которых энергия электрического и магнитного полей одинакова. Указанная иерархия нарушается также и для рассматриваемой электрической антенны в случае резонансного возбуждения мультиполей, что обсуждается в п. 2.2.2.

В рамках построенной теории решение (1.51) представлено в виде бесконечного ряда.

¹Замена электрического поверхностного тока на магнитный с сохранением его распределения по апертуре БП антенны (1.2) неизменным ведёт к замене векторного потенциала \vec{A} в соответствующих формулах на магнитный векторный потенциал \vec{A}^m . Далее выражения для полей рассчитываются с использованием соотношений (А.1), в которых произведены замены $\vec{A} \rightarrow \vec{A}^m$, $\vec{E} \rightleftharpoons \vec{H}$.

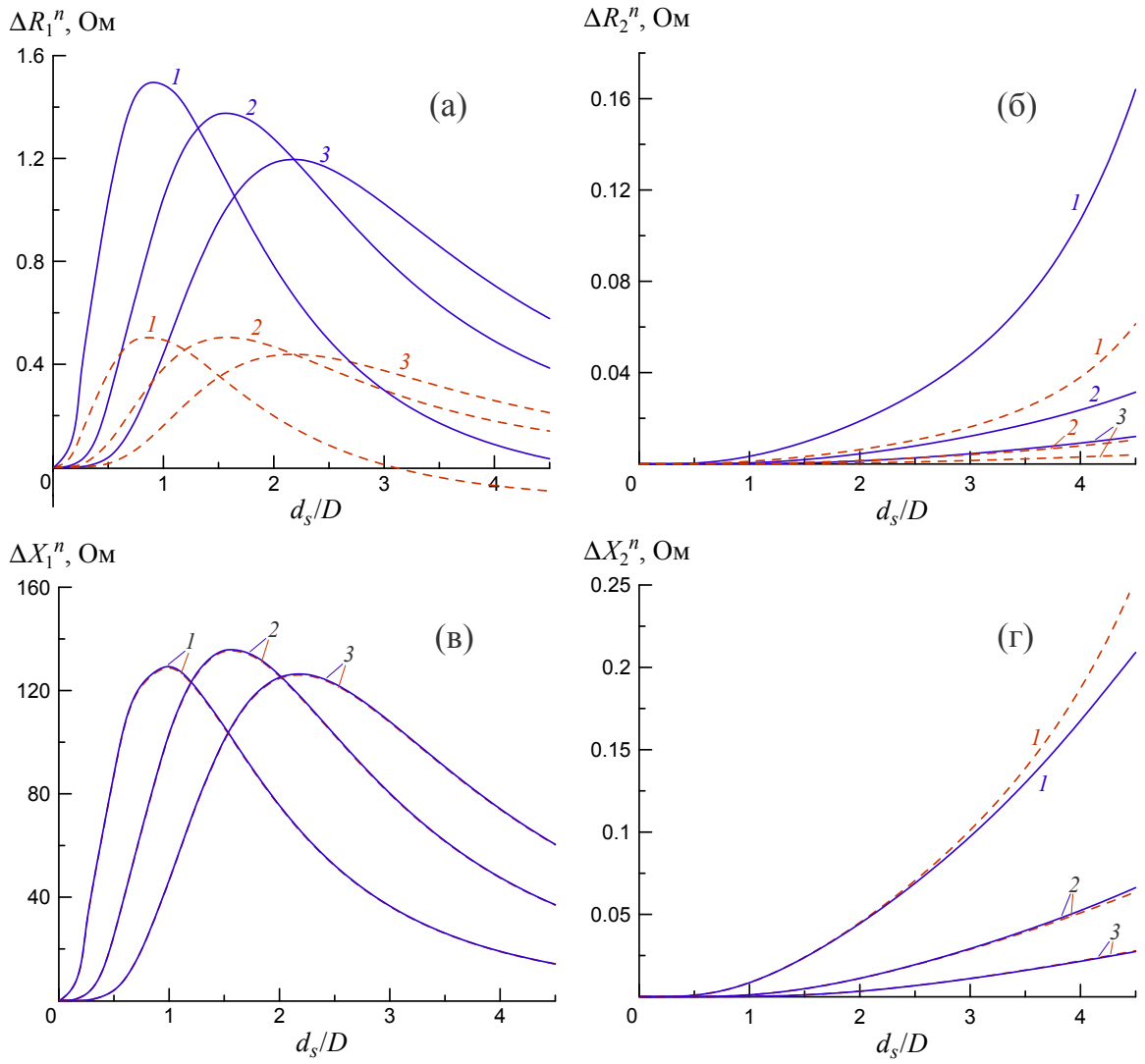


Рис. 1.6. Парциальные вклады в компоненты импеданса от электрических (а, в) и магнитных (б, г) мультиполей как функции относительного диаметра шара. Нумерация кривых 1–3 обозначает порядок возбуждающего мультиполя. Диэлектрическая проницаемость шара $\tilde{\epsilon}_1 = 80 - i\epsilon_s''$, где $\epsilon_s'' = 30$ — сплошные линии, $\epsilon_s'' = 10$ — штриховые линии.

Однако при фиксированных параметрах зонда и объекта количество подлежащих в (1.51) учёту слагаемых можно ограничить некоторой величиной n^* при расчёте Z с заданной точностью. Естественно, что определяющие значение n^* параметры в задаче дифракции ближнего поля должны быть другими по сравнению с волновой теорией Ми. В последней основным управляющим параметром является отношение диаметра шара к длине волны d_s/λ . Следует ожидать, что в рассматриваемой проблеме аналогичную роль будет выполнять параметр d_s/D , поскольку именно размер апертуры D является характерным пространственным масштабом изменения ближнего поля. Этот вывод подтверждают расчёты на рис. 1.7, где построены зависимости $R(d_s/D)$ при нескольких первых слагаемых n ряда (1.51). В данном примере $\epsilon_s'' = 30$, $h = 0$. Для того чтобы различать типы мультиполей, принято $n = n_1 + n_2$, где

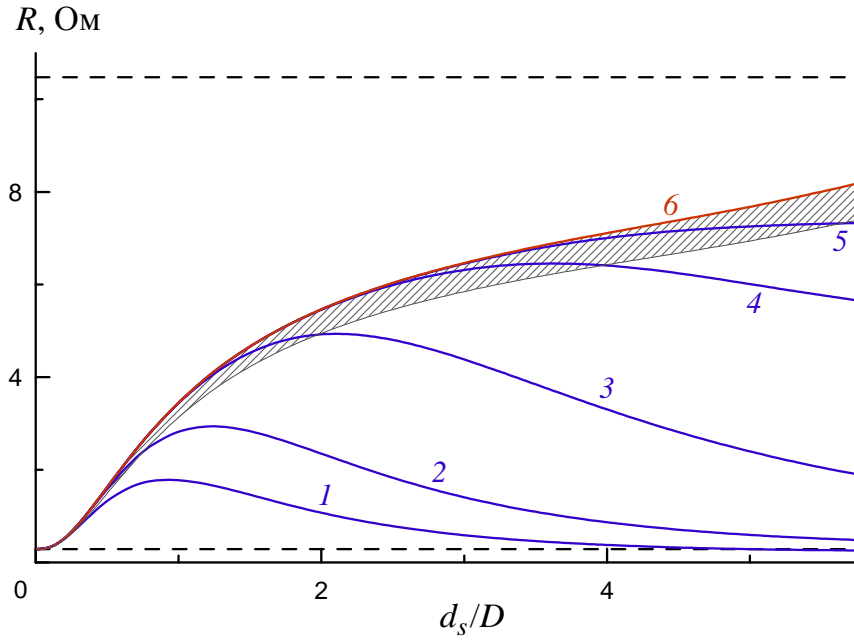


Рис. 1.7. Зависимость $R(d_s/D)$ при учёте вкладов различного количества n_1 электрических и n_2 магнитных мультиполей. Кривые 1–5 соответствуют следующим (n_1, n_2) : 1 – (1, 0), 2 – (2, 0), 3 – (5, 0), 4 – (10, 1), 5 – (15, 2). Кривая 6 – предельная зависимость $R_{\text{lim}}(d_s/D)$ ($n_1, n_2 \rightarrow \infty$). Нижняя штриховая линия — R в однородном пространстве без шара, верхняя штриховая — рассчитанное по методике [43] R антенны, расположенной на поверхности полупространства с диэлектрической проницаемостью шара $\tilde{\epsilon}_s$.

первое слагаемое обозначает учтённое количество электрических мультиполей, а второе — магнитных мультиполей. Также показана предельная функция $R_{\text{lim}}(d_s/D)$, построенная для значения n , при котором добавление слагаемых более высокого порядка уже не приводит к видимому изменению R в рассматриваемом диапазоне значений d_s . Обратим внимание, что на рис. 1.7 приведены значения полного сопротивления антенны R . Значение R в отсутствие шара соответствует нижней штриховой линии, от неё следует отсчитывать приращение сопротивления ΔR .

Из рис. 1.7 видно, что рассматриваемый сферический объект при достижении размеров, сравнимых с диаметром антенны D , существенно трансформирует импеданс зонда (похожая картина наблюдается также для реактанса X , отчего анализ для этой компоненты здесь не приводится). При фиксированном значении $d_s = d_s^0$ определим необходимое количество мультиполей как число n^* , для которого справедливы неравенства: $\Delta R(d_s^0/D) > 0.9\Delta R_{\text{lim}}(d_s^0/D)$, если $n = n^*$ и $\Delta R(d_s^0/D) \leq 0.9\Delta R_{\text{lim}}(d_s^0/D)$, если $n = n^* - 1$. Таким образом, рассматриваемая здесь погрешность расчёта Z составляет 10%. Соответствующий интервал погрешности относительно $\Delta R_{\text{lim}}(d_s/D)$ на рис. 1.7 заштрихован. Например, при $d_s/D = 0.75$ получаем $n^* = 2$, при $d_s/D = 2$ имеем $n^* = 5$ и т. д. Указанная на стр. 40 асимметрия вносимых вкладов разного

рода мультиполей приводит к тому, что в совокупном значении $n^* = n_1^* + n_2^*$ имеем $n_2^* \ll n_1^*$. Так, магнитный диполь ($n_2^* = 1$) необходимо учитывать лишь при $d_s/D > 4$, когда $n_1^* \geq 10$. Важно также, что, несмотря на наличие максимумов на кривых зависимости $\Delta R_1^n(d_s/D)$ (см. рис. 1.6а), аналогичные локальные экстремумы функции $\Delta R_{\text{lim}}(d_s/D)$ не наблюдаются. Это свидетельствует о необходимости учёта при любых d_s всех слагаемых ряда (1.51) с номерами $n \leq n^*$.

С ростом d_s сопротивление антенны R_{lim} стремится к значению, которое реализуется для примыкающего к плоскости антенны полупространства с диэлектрической проницаемостью шара $\tilde{\epsilon}_s = 80 - 30i$ (верхняя штриховая линия на рис. 1.7). Расчёт импеданса Z антенны, расположенной над границей полупространства, проведен по теории из [43]. При $d_s/D > 15$ результаты расчёта для полупространства и шара совпадают с точностью, лучшей, чем 10%. Тогда использование более быстрого алгоритма для полупространства [43] предпочтительнее, поскольку при указанном отношении d_s/D в формуле (1.51) приходится удерживать более 30 слагаемых, за счёт чего время вычислений соответствующей компьютерной программы значительно возрастает.

Другой важный вопрос заключается в оценке пределов применимости рэлеевского приближения, в рамках которого $n^* = n_1^* = 1$. В задаче дифракции на шаре плоской однородной волны приближение Рэля накладывает ограничение на размер объекта относительно длины волны в окружающей среде: $d_s \ll \lambda$, $|\tilde{m}|d_s \ll \lambda$ [51]. В данном случае шар находится в ближней зоне БП антенны, где длина волны $\lambda_2 = 2\pi/\text{Re}(\tilde{k}_2)$ уже не является характерным пространственным масштабом изменения поля. Приближение Рэля здесь может соответствовать условиям $d_s \ll D$, $|\tilde{m}_2|d_s \ll D$, где $\tilde{m}_2 = \sqrt{\tilde{\epsilon}_s/\tilde{\epsilon}_2}$, поскольку ближнее поле имеет характерный масштаб порядка эффективного диаметра антенны D . Точный критерий позволяет вывести построенная в п. 1.3.1 общая теория. В частности, из представленных на рис. 1.7 результатов следует, что при $h = 0$ условие применимости приближения Рэля при точности расчётов 10% имеет вид $d_s/D < 0.3$. Важно отметить, что понятия рэлеевского и электродипольного приближений в данной задаче тождественны, что неверно для волновой теории Ми. Действительно, в рассматриваемом случае при условии $n^* = n_1^* = 1$ всегда имеем $d_s/\lambda \ll 1$. Тогда, используя формулу (1.39а) при $n = 1$, получим следующее выражение:

$$C_1^{(1)} \approx -i \left(\frac{d_s}{2} \right)^3 \frac{\tilde{m}^2 - 1}{\tilde{m}^2 + 2}, \quad (1.52)$$

которое совпадает¹ с коэффициентом пропорциональности между дипольным моментом и электрической индукцией (см. формулу (1.55)), что и обозначает переход к приближению Рэ-

¹С точностью до $-i$, которая сокращается в процессе вывода выражения для дипольного момента.

ля. Обратим ещё раз внимание, что сказанное относится лишь к электрическим антеннам. В случае магнитной антенны из-за указанной на стр. 40 смены иерархии вкладов мультиполей вполне вероятна ситуация, когда при $d_s/D \ll 1$ получим $n^* = n_2^* = 1$ т. е. доминирующим станет излучение магнитного диполя.

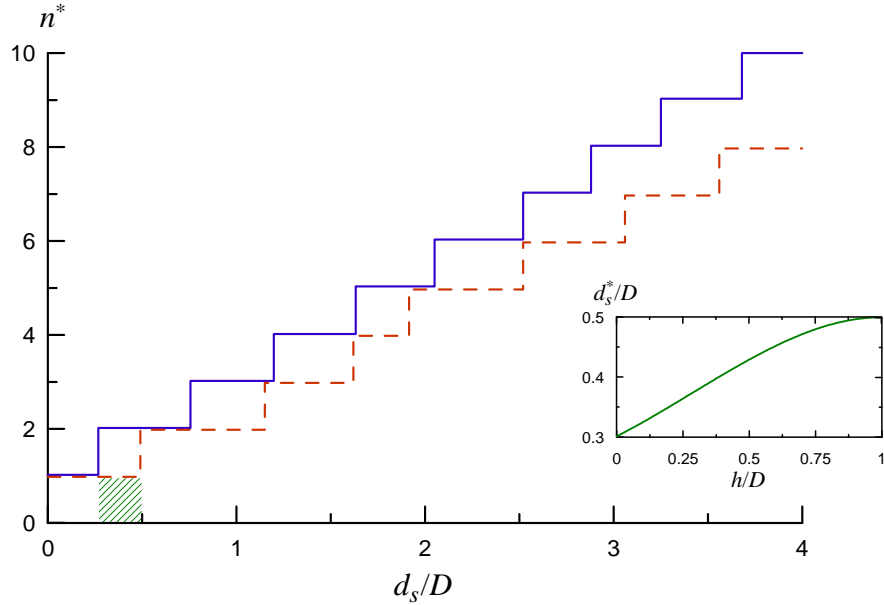


Рис. 1.8. Зависимость от относительного диаметра шара количества мультиполей n^* , необходимых для расчёта R с точностью 10%. Сплошные линии соответствуют $h/D = 0$, штриховые — $h/D = 1$. Заштрихованная область обозначает интервал максимальных значений d_s^*/D в условии выполнения приближения Рэлея. На вставке представлена зависимость d_s^*/D от относительного расстояния шара до антенны.

Особенность БП локатора состоит также и в том, что распределение относительных вкладов мультиполей зависит от расстояния h между зондом и объектом, поскольку скорость изменения (уменьшения) амплитуды ближнего дифракционного поля с ростом расстояния от объекта определяется порядком соответствующего мультиполя n , а именно бóльшим n отвечает более резкое изменение поля [51]. В результате относительный вклад мультиполей с высокими n должен уменьшаться при увеличении h . Этот вывод подтвержден результатами расчётов на рис. 1.8, где приведена зависимость $n^*(d_s/D)$ для двух значений h/D в случае $\varepsilon_s'' = 30$. Из рис. 1.8 видно, что с увеличением h при фиксированном d_s величина n^* уменьшается за счёт повышения относительного вклада низших мультиполей. Данная кривая соответствует расчёту сопротивления R антенны, зависимость для реактанса X качественных отличий не имеет.

Из рис. 1.8 выведены условия для рэлеевского приближения. Соответствующее предельное значение d_s^*/D определяется в точке перескока функции $n^*(d_s/D)$ со значения $n^* = 1$

на $n^* = 2$. В таком случае условие рэлеевского приближения будет выглядеть как $d_s/D < (d_s^*/D)(h)$, где параметр d_s^*/D растёт вместе с h , причём $0.3 < d_s^*/D < 0.5$ при $0 < h/D < 1$. Рассчитанная зависимость $(d_s^*/D)(h)$ приведена на вставке рис. 1.8.

1.3.3 Рэлеевское приближение для шара в однородном полупространстве

Рассмотрим задачу в приближении Рэлея, когда поле БП антенны на масштабе диаметра шара можно считать однородным. Пусть среда теперь разделена плоской границей на два однородных полупространства с диэлектрическими проницаемостями $\tilde{\epsilon}_1$ и $\tilde{\epsilon}_2$. В первом из них расположена БП антенна, плоскость апертуры которой параллельна границе раздела, во втором — сферический объект малого диаметра d_s (условия на d_s/D для выполнения приближения Рэлея выведены в п. 1.3.2). Введём цилиндрическую систему координат¹ $\{r, \varphi, z\}$ с началом координат на границе раздела, тогда $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}_1$ при $z < 0$ и $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}_2$ при $z > 0$. Пусть центр антенны в этой системе имеет координаты $\{0, 0, -h_1 < 0\}$. Положение шара относительно антенны, в отличие от предыдущей задачи, будем считать произвольным, координаты его центра обозначим как $\{r_0, \varphi_0, z_0 > d_s/2\}$ (рис. 1.9). Введём также обозначения для волновых чисел в соответствующих средах: $\tilde{k}_1 = k_0\sqrt{\tilde{\epsilon}_1}$, $\tilde{k}_2 = k_0\sqrt{\tilde{\epsilon}_2}$.

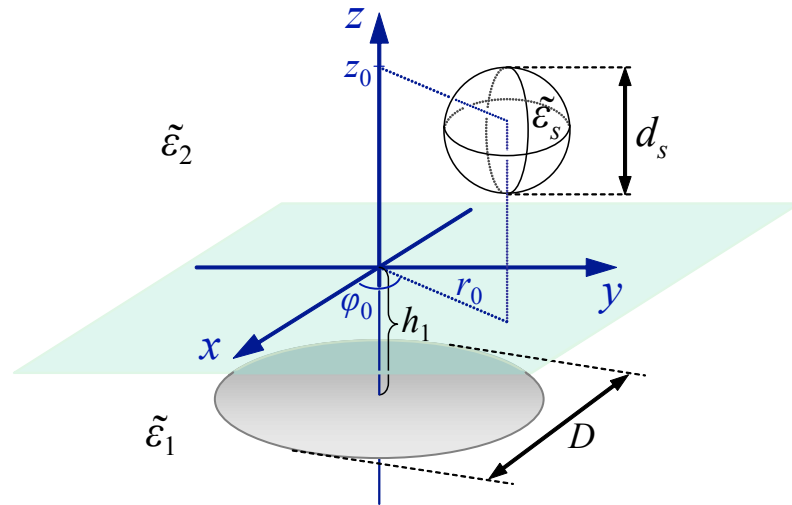


Рис. 1.9. Схема БП зондирования сферической неоднородности малого диаметра в однородном полупространстве.

Аналогично п. 1.3.1, выражение для импеданса (1.27), с учётом представления полей в виде $\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^d$, $\vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{H}^d$, разбивается на формулы для невозмущённой составляющей Z_0 и приращения ΔZ , связанного с возбуждением полей на шаре. Однако теперь они имеют

¹Как и прежде, наряду с цилиндрической будем пользоваться декартовой системой координат $\{x, y, z\}$, где $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$.

несколько отличный от (1.28) вид:

$$Z_0 = \frac{c}{4\pi|I|^2} \iint_{z=-h_1} E_x^0 \Delta H_y^{0*} dS, \quad (1.53a)$$

$$\Delta Z = \frac{c}{4\pi|I|^2} \iint_{z=-h_1} E_x^d \Delta H_y^{0*} dS, \quad (1.53б)$$

где $\Delta H_y^0 = H_y^0(-h_1+0) - H_y^0(-h_1-0)$ — скачок компоненты невозмущённого магнитного поля при переходе через плоскость антенны.

Выражения для полей БП антенны, расположенной в полупространстве, получены в Приложении Б. Вывод основан на методе функции Грина и совершенно аналогичен расчётам в случае однородного пространства (см. Приложение А). В выражении (Б.5г) для y -компоненты магнитного поля скачок на плоскости антенны испытывает лишь одно слагаемое, содержащее функцию знака sgn . Остальные слагаемые обусловлены отражением поля антенны от границы $z = 0$. Подставляя (Б.5г) в (Б.3) и интегрируя по поперечному волновому числу κ , легко убедиться, что соотношение (1.32) для ΔH_y^0 по-прежнему выполняется.

После подстановки (Б.5а), (Б.3) и (1.32) в (1.53а) и взятия интегралов по $dS = r dr d\varphi$ получим следующее выражение для невозмущённого импеданса:

$$Z_0 = \frac{\pi D^2}{8\omega\tilde{\varepsilon}_1} \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \kappa \left(\frac{2\tilde{k}_1^2 - \kappa^2}{\kappa_1} \left(1 + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \exp(-2i\kappa_1 h_1) \right) - \frac{2\kappa_1 \kappa^2 (\tilde{k}_1^2 - \tilde{k}_2^2)}{(\kappa_1 + \kappa_2)(\kappa_1 \tilde{k}_2^2 + \kappa_2 \tilde{k}_1^2)} \exp(-2i\kappa_1 h_1) \right) \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{8}\right). \quad (1.54)$$

Легко видеть, что при $\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_2$ выражение (1.54) сведётся к формуле (1.33), соответствующей случаю однородной среды.

В приближении Рэлея поле дифракции вне шара представляет собой поле точечного диполя, возбуждаемого внешним полем в центре шара. Дипольный момент \vec{p} связан с полем БП антенны формулой

$$\vec{p} = \left(\frac{d_s}{2}\right)^3 \frac{\tilde{\varepsilon}_s - \tilde{\varepsilon}_0}{\tilde{\varepsilon}_s + 2\tilde{\varepsilon}_0} \tilde{\varepsilon}_0 \vec{E}^0(r_0, \varphi_0, z_0), \quad (1.55)$$

следующей из решения электродинамической задачи о шаре, находящемся в однородном электрическом поле [51]. Соотношение для \vec{E}^0 в (1.55) получается путём подстановки выражений (Б.4а) — (Б.4в), взятых в точке (r_0, φ_0, z_0) , в однократный интеграл по волновому числу (Б.3).

В [95] выведены формулы для векторного потенциала точечного источника тока, расположенного над однородным полупространством и ориентированного как вертикально, так и в плоскости границы раздела. Часть из этих формул уже использовались в Приложении Б,

где вычислялись невозмущённые поля БП антенны в однородном полупространстве. Будем различать поля, возбуждаемые отдельными проекциями источника тока $\vec{P} = \{P_x, P_y, P_z\}$ на оси декартовой системы координат $\{x, y, z\}$, для чего в обозначениях полей и потенциалов введём соответствующие верхние индексы. Согласно [95] и с учётом связи электрического и токового диполей в виде $\vec{P} = d\vec{p}/dt = i\omega\vec{p}$ ненулевые компоненты векторного потенциала дифракционного поля будут выражаться следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A_x^x(r', z) \\ A_y^y(r', z) \\ A_z^z(r', z) \end{pmatrix} = 2k_0 \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \kappa J_0(\kappa r') \exp(i\kappa_1 z - i\kappa_2 z_0) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_x^x(\kappa) \\ \mathcal{A}_y^y(\kappa) \\ \mathcal{A}_z^z(\kappa) \end{pmatrix}, \quad (1.56a)$$

$$\begin{pmatrix} A_z^x(r', \varphi', z) \\ A_z^y(r', \varphi', z) \end{pmatrix} = 2k_0 \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \kappa^2 J_1(\kappa r') \exp(i\kappa_1 z - i\kappa_2 z_0) \begin{pmatrix} \mathcal{A}_z^x(\kappa) \cos \varphi' \\ \mathcal{A}_z^y(\kappa) \sin \varphi' \end{pmatrix}, \quad (1.56b)$$

где стоящие под интегралами функции в нижнем полупространстве $z < 0$ имеют вид

$$\mathcal{A}_{x,y}^{x,y} = \frac{p_{x,y}}{\kappa_1 + \kappa_2}, \quad (1.57a)$$

$$\mathcal{A}_z^z = \frac{\tilde{k}_1^2 p_z}{\tilde{k}_2^2 \kappa_1 + \tilde{k}_1^2 \kappa_2}, \quad (1.57b)$$

$$\mathcal{A}_z^{x,y} = \frac{i(\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2) p_{x,y}}{(\kappa_1 + \kappa_2)(\tilde{k}_1^2 \kappa_2 + \tilde{k}_2^2 \kappa_1)}. \quad (1.57b)$$

Здесь введены обозначения для радиальной r' и угловой φ' координат относительно центра шара, которые связаны с прежней системой координат соотношениями:

$$r' = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi_0)}, \quad \cos \varphi' = \frac{x'}{r'}, \quad \sin \varphi' = \frac{y'}{r'}, \quad (1.58)$$

$$x' = r \cos \varphi - r_0 \cos \varphi_0, \quad y' = r \sin \varphi - r_0 \sin \varphi_0.$$

Связь электромагнитных полей с векторным потенциалом даётся соотношениями (A.1).

Выражение для компоненты E_x^d , необходимой для расчёта по формуле (1.53б) приращения ΔZ , в области расположения антенны $z < 0$ имеет вид

$$E_x^d = \frac{c}{i\omega\tilde{\varepsilon}_1} \left(\tilde{k}_1^2 A_x^x + \frac{\partial^2 A_x^x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 A_y^y}{\partial x' \partial y'} + \frac{\partial^2 (A_z^x + A_z^y)}{\partial x' \partial z'} \right). \quad (1.59)$$

Подставляя (1.57) в (1.56) и (1.59), для данной компоненты на плоскости антенны получим следующее:

$$E_x^d(r', \varphi', z = -h_1) = \frac{2\omega^2}{ic^2} \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \kappa \exp(-i\kappa_1 h_1 - i\kappa_2 z_0) \mathcal{E}_x^d(\kappa, r', \varphi'), \quad (1.60a)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x^d = & \left(\kappa^2 J_2(\kappa r') \cos \varphi' (p_x \cos \varphi' + p_y \sin \varphi') - \frac{\kappa}{r'} J_1(\kappa r') p_x \right) \frac{\kappa_2 + (2\tilde{m}_2^2 - 1)\kappa_1}{(\kappa_1 + \kappa_2)(\tilde{k}_2^2 \kappa_1 + \tilde{k}_1^2 \kappa_2)} + \\ & + \frac{p_x}{\kappa_1 + \kappa_2} J_0(\kappa r') - \frac{i\kappa_1 \kappa}{\tilde{k}_2^2 \kappa_1 + \tilde{k}_1^2 \kappa_2} J_1(\kappa r') p_z \cos \varphi'. \end{aligned} \quad (1.60b)$$

Окончательное выражение для ΔZ получается после подстановки (1.60) и (1.32) в (1.53б). Ввиду довольно сложной связи систем координат шара и антенны (1.58) взять интеграл аналитически по какой-либо пространственной переменной не представляется возможным. Таким образом, в общем случае приращение импеданса ΔZ имеет вид трёхкратного интеграла по $dkdrd\varphi$.

В случае однородной окружающей среды $\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_2 = \tilde{\varepsilon}_0$, $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_2 = \tilde{k}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_{||}$, функция (1.60б) заметно упрощается, и интеграл в (1.60а) берётся аналитически. В итоге выражение для E_x^d будет совпадать с x -компонентой от функции

$$\vec{E}^d = \frac{\exp(-i\tilde{k}r_s)}{\tilde{\varepsilon}_0 r_s^3} \left(\left(\frac{1}{r_s^2} + \frac{i\tilde{k}}{r_s} - \tilde{k}^2 \right) ((\vec{p} \times \vec{r}_s) \times \vec{r}_s) + 2 \left(\frac{1}{r_s^2} + \frac{i\tilde{k}}{r_s} \right) ((\vec{p} \cdot \vec{r}_s) \cdot \vec{r}_s) \right), \quad (1.61)$$

являющейся известной формулой для электрической составляющей поля гармонически колеблющегося электрического диполя¹. Здесь введён радиус-вектор от центра шара до точки на плоскости антенны: $\vec{r}_s = \{r', \varphi', -z_0 - h_1\}$, $r_s = |\vec{r}_s| = \sqrt{r'^2 + (z_0 + h_1)^2}$.

Подставляя x -компоненту (1.61) и (1.32) в (1.53б) получаем, с учётом (1.3), окончательное выражение для приращения импеданса в случае произвольного положения в однородном пространстве шара малого диаметра:

$$\Delta Z = - \frac{4}{\pi \xi_0 D^2 \tilde{\varepsilon}_0} \int_0^{+\infty} dr \cdot r \exp\left(-\frac{4r^2}{D^2}\right) \times \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\exp(-i\tilde{k}r_s)}{r_s^2} \left(\frac{1}{r_s^2} + \frac{i\tilde{k}}{r_s} - \tilde{k}^2 (x'(\vec{p} \cdot \vec{r}_s) - p_x r_s^2) + 2 \left(\frac{1}{r_s^2} + \frac{i\tilde{k}}{r_s} \right) x'(\vec{p} \cdot \vec{r}_s) \right). \quad (1.62)$$

Случай расположения центра шара на оси антенны ($r_0 = 0$, $\tilde{\varepsilon}_1 \neq \tilde{\varepsilon}_2$) также требует отдельного рассмотрения. Соотношения (1.58) упрощаются до $r' = r$, $\varphi' = \varphi$, в результате после интегрирования (1.53б) по угловой координате φ большинство слагаемых в (1.60б) обращаются в нуль. Оставшиеся слагаемые, содержащие функции $J_0(\kappa r)$, легко интегрируются по dr с использованием свойства функции Бесселя². В конечном выражении для приращения импеданса остаётся только однократный интеграл по волновому числу:

$$\Delta Z = \frac{ik_0^2 p_x}{\xi_0} \int_0^{+\infty} \frac{d\kappa \cdot \kappa}{\kappa_1 + \kappa_2} \left(2 - \frac{\kappa^2(\kappa_2 + (2\tilde{m}_2^2 - 1)\kappa_1)}{\tilde{k}_2^2 \kappa_1 + \tilde{k}_1^2 \kappa_2} \right) \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_1 h - i\kappa_2 z_0). \quad (1.63)$$

¹При интегрировании в (1.60) используется интегральное представление с функцией Бесселя [89]

$$f(r, z) = \int_0^{+\infty} J_0(xr) \frac{\exp(-i\sqrt{k^2 - x^2}|z|)}{i\sqrt{k^2 - x^2}} x dx = \frac{\exp(-ik\sqrt{r^2 + z^2})}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$

и подобные формулы, получающиеся в результате дифференцирования $\frac{\partial f}{\partial r}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial r^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial r \partial z}$.

²См. сноску на стр. 33.

Решение, полученное для шара малого диаметра, использовано в гл. 2 для изучения разрешающей способности БП локатора, а учёт границы раздела между средами, где расположены зонд и объект, необходим для более точной оценки предельной глубины диагностики БП локатором опухоли молочной железы (п. 1.4.3).

1.4 Зондирование опухолевых образований в биологических средах

1.4.1 Проблемы диагностики злокачественной опухоли молочной железы

В мировой статистике рак (карцинома) молочной железы является самым распространённым видом онкологического заболевания среди женщин как в развитых, так и в развивающихся странах. В 2012 году в мире было зарегистрировано свыше 1.6 млн новых случаев заболеваемости этим недугом (25% от общего числа выявленных случаев рака), в 552 тыс. случаев он оказался причиной смертельного исхода (5-е место среди всех видов онкологии) [96]. В России в последние 12–13 лет происходит неуклонный рост заболевших раком молочной железы ежегодно на 1–3%, в 2013 г. их число превысило 60 тыс. человек. Смертность от рака молочной железы в нашей стране уже долгое время остаётся на уровне 22–23 тыс. человек (рис. 1.10) [97].

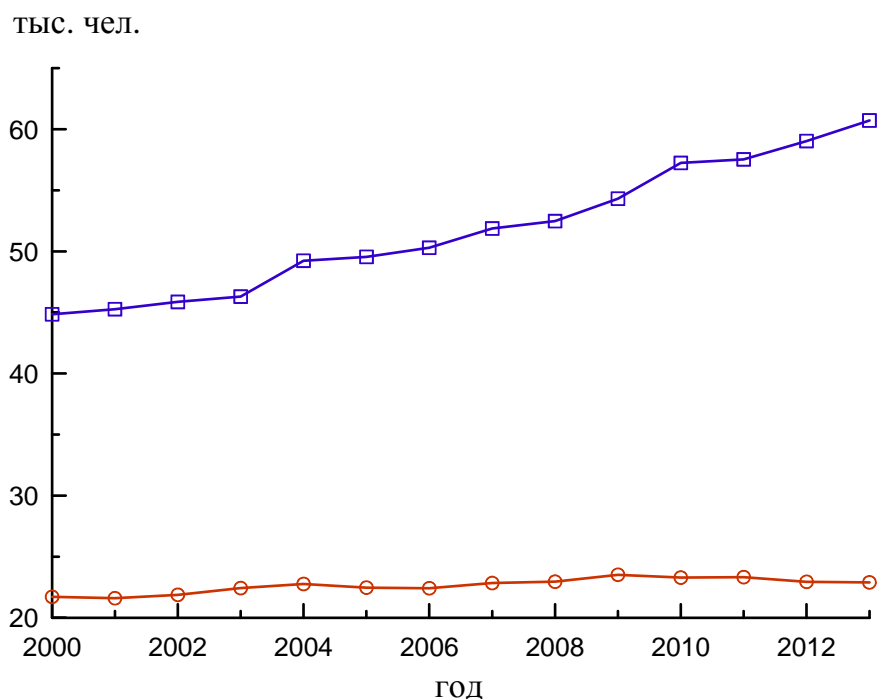


Рис. 1.10. Показатели заболеваемости (верхняя кривая) и смертности (нижняя кривая) для рака молочной железы среди женщин Российской Федерации за период 2000–2013 гг.

В развитых странах коэффициент заболеваемости раком молочной железы заметно выше, чем в развивающихся странах. Вместе с тем, в структуре выживаемости наблюдается

обратная зависимость. Страны с высоким уровнем дохода демонстрируют выживаемость от 80% и более, в то время как в странах со средним уровнем дохода показатель выживаемости составляет 60%, а в странах с низким уровнем дохода — лишь 40% [98]. Одной из главных причин высокой смертности в менее развитых странах является отсутствие программ по раннему выявлению, что приводит к значительному проценту женщин, у которых заболевание выявляется на поздних стадиях. Таким образом, краеугольным камнем в борьбе против рака молочной железы является его раннее выявление в целях улучшения результатов лечения и выживаемости.

Основным методом раннего выявления грудной карциномы является рентгеновская маммография. За 50 лет благодаря маммографии смертность от рака молочной железы среди женщин в странах с высоким уровнем дохода снизилась на 20–30% [99]. В настоящее время традиционная плёночная маммография постепенно заменяется на более перспективную цифровую, в которой рентгеновское изображение молочных желёз получается и обрабатывается на компьютере. Однако такой вид маммографии является достаточно дорогой и сложной процедурой, поэтому в менее развитых странах не получает широкого распространения. Несмотря на эффективность рентгеновской маммографии, данный метод далеко не идеален. Опухолевые изменения могут не проявиться в толще нормальной ткани железы. Доля таких ложно-отрицательных результатов в диагностической практике достигает 15%. С другой стороны, результаты маммографии являются неокончательными: всего около 10% подозрительных объектов на маммограммах впоследствии определяются как злокачественные опухоли [40]. Данные диагностические проблемы связаны с тем, что изображение в рентгеновских лучах формируется за счёт контраста плотности, что не отражает важнейшие физиологические характеристики тканей (температура, состав крови и т. п.). Здоровая и поражённая ткани молочной железы незначительно отличаются по плотности, поэтому при помощи маммографии трудно выявить аномалии на ранней стадии, а также при сканировании плотной груди, что требует применения дополнительных методов диагностики. Дополнительным недостатком является ионизирующее воздействие рентгеновского облучения на биологические ткани, что несёт риски для здоровья пациента. Также следует отметить некоторый дискомфорт, который сопутствует процедуре маммографии. Дело в том, что обычно для улучшения прозрачности тканей в рентгеновских лучах грудь необходимо сильно сжимать. Несмотря на то, что процедура сканирования обычно протекает безболезненно и длится всего несколько секунд, данное неудобство для чувствительных пациенток является весьма раздражающим фактором.

Совершенно безболезненным и безопасным с точки зрения радиации является метод

ультразвукового исследования (УЗИ). Однако в большинстве случаев УЗИ остаётся дополнительным методом выявления опухоли молочной железы, применяемым в совокупности с рентгеновской маммографией. Ограниченность метода обусловлена сильной зависимостью правил интерпретации эхограмм от возраста пациентки и типа молочной железы. В связи с этим возрастает риск неверного диагноза из-за недостаточной подготовленности специалиста или низкого технического класса аппаратуры. Ультразвук в большинстве случаев не позволяет получать изображения с высоким разрешением и не способен выявлять известковые образования (микрокальцинаты), что могло бы способствовать ранней диагностике неинвазивной протоковой карциномы. Эффективность диагностики при помощи УЗИ демонстрируется пока только в отношении женщин молодого возраста.

Одним из наиболее популярных методов современной медицинской диагностики является магнитно-резонансная томография (МРТ), в которой получение изображения внутренних органов основано на явлении ядерного магнитного резонанса. За 40 лет существования МРТ сумела зарекомендовать себя как информативная, безопасная и безболезненная процедура. Зачастую МРТ позволяет проводить детальную диагностику в случаях, когда ни один другой метод не в силах предоставить достаточное количество диагностических данных. Однако метод МРТ-маммографии на сегодня — более дорогостоящий и менее эффективный, чем классическая рентгеновская маммография. Кроме того, процедура сканирования занимает достаточно много времени — около 20 минут. Исследование молочных желёз методом МРТ должно проводиться с использованием контрастного вещества, без применения которых диагностическая ценность процедуры сводится к минимуму. Тем не менее, 10–20% неинвазивных протоковых карцином малых размеров не накапливают контрастное вещество или характер его накопления сходен с доброкачественными изменениями [100]. С другой стороны, высок риск ложно-положительного накопления контрастного препарата из-за особенностей гормонального фона или воспалительных процессов. Как следствие, в настоящее время МРТ в большинстве случаев не проводится без рентгеновской маммографии.

Таким образом, проблема разработки новых методов ранней диагностики карциномы назрела давно. В этой ситуации очевидными преимуществами обладают методы, использующие микроволновое излучение. Устройства СВЧ зондирования безопасны для здоровья, не доставляют неудобств пациентам, являются недорогими и простыми в эксплуатации.

Исследования ϵ ткани молочной железы и карциномы в СВЧ диапазоне до недавнего времени являлись ограниченными, а их результаты сильно разнились между собой [101–103]. Кроме того, некоторые области частот оставались неизученными. Обширная работа была проведена в [37, 38], где было продемонстрировано, что электрические свойства здоровой

ткани действительно имеют большой разброс и определяются относительным количеством в ней жира, практически не содержащим воду. Наиболее высокий контраст карцинома имеет на фоне ткани с высоким содержанием жира, т. е. низким содержанием воды. Ткань самой опухоли имеет свойства мышечной ткани, отличающейся высоким содержанием воды. Для экстраполяции экспериментальных данных использовалась однополярная модель Коула—Коула (англ. *Cole—Cole model*), хорошо описывающая свойства диэлектриков в СВЧ диапазоне [37]. В результате было показано, что электрические параметры карциномы и здоровой ткани в микроволновом диапазоне очень сильно различаются, достигая контрастов 10:1.

В разработке активных методов СВЧ локации карциномы в последние годы достигнут большой прогресс. Классический метод основан на восстановлении изображения среды по измерениям в дискретных точках пространства поля рассеяния излучения от нескольких источников. Революционные достижения в данной области обусловлены разработкой компьютерных алгоритмов решения этой некорректной нелинейной обратной задачи [104–107]. Относительно новым является конфокальный метод активной СВЧ локации. Для радиолокации в нём используются ультракороткие импульсы, формируемые за счёт широкой частотной полосы передаваемого излучения. В более поздней модификации конфокального метода применена многопозиционная передача сигнала [108]. В результате данная техника позволила локализовать передаваемое излучение в объёме ~ 1 см, что соответствует размеру опухоли, детектируемой по измерению сигнала обратного рассеяния. Ключевое отличие конфокального метода от классического заключается в том, что с его помощью определяют только наличие и местоположение объекта, но не его характеристики.

Серьёзные трудности, с которыми сталкивается внедрение данных методов в диагностическую практику, связаны с селективированием полезного сигнала на фоне более сильных полей рассеяния от поверхности тела и элементов прибора, а также с расплыванием импульсных сигналов из-за сильной временной дисперсии биологической среды [42]. В связи с этим поиск альтернативных возможностей СВЧ диагностики карциномы является особенно актуальным. С некоторых пор всё больше важных задач в медицинских приложениях решается с применением техники БП СВЧ локации на основе открытых коаксиальных линий. Для зондирования подповерхностных неоднородностей $\tilde{\epsilon}$, вызванных, в частности, таким заболеванием, как карцинома, БП локаторы пока не применялись.

1.4.2 БП метод в исследовании свойств биологических тканей

История практического применения БП зондов на основе открытых концов коаксиальных линий насчитывает почти 30 лет. Их используют для измерения диэлектрических свойств различных субстанций: биологических тканей, химических препаратов, почв, пищевых продуктов, жидких кристаллов, промышленных материалов и пр. [36]. К преимуществам данных устройств относят возможность работать в широкой частотной полосе, что позволяет выполнять спектроскопию свойств диэлектриков, а также неразрушающий и неинвазивный характер измерений. Эти качества являются весьма ценными для медицины, остро нуждающейся в новых методах диагностики опухолей и лечения биологических тканей. Такой БП зонд не требует предварительной обработки образцов, может компоноваться с хирургическими приборами, удобен при измерениях как на живом организме, так и на удаленных (*in vitro*) тканях [34, 35, 77].

Проблемой зондирования сред с помощью коаксиальных линий занимался Натан Маркувиц (англ. *Nathan Marcuvitz*) [109], который впервые рассчитал выражения, связывающие искомую диэлектрическую проницаемость объекта $\tilde{\epsilon}$ с измеряемым коэффициентом отражения мощности S от входа зонда. Активное практическое освоение коаксиальных зондов началось с обзорной работы [29]. Отмечая большой потенциал таких устройств для зондирования биологических тканей, авторы [29] рассмотрели всевозможные способы размещения образцов относительно линии передачи. Анализ проводился в частотном диапазоне $f = 100$ МГц — 10 ГГц. Схемы зондирования сравнивались с точки зрения способа расчёта и точности измерения $\tilde{\epsilon}$, рабочего диапазона частот, удобства и т. п. В [28] предложено использовать для регистрации отклика векторный сетевой анализатор. Это позволило регистрировать отклик S как функцию f , что значительно увеличило возможности коаксиальных зондов. Вместе с разработкой и улучшением устройств [29, 35, 110] большое внимание уделяется совершенствованию теории [111–113]. Отметим, что на практике, где исследуемые объекты являются макроскопическими, увеличение разрешающей способности коаксиальных зондов не несет ощутимой выгоды. Поэтому коаксиалы, по сравнению с БП микроскопами, обладают низким разрешением. Размер апертуры современных приборов $D = 2 - 20$ мм, т. е. в СВЧ диапазоне $D/\lambda \sim 10^{-1} - 10^{-3}$.

В [32] с помощью 50 Ом коаксиальных зондов проведено весьма обширное исследование свойств биологических тканей. Для детектирования сигнала использовались три типа широкополосных анализаторов. Устройства перекрывали широкий диапазон частот $f = 20$ Гц — 20 ГГц. Результаты измерений позволили согласовать все известные данные об электриче-

ских свойствах тканей, полученные различными исследователями и имевшие большой разброс значений [114], а также перекрыли неизученные области частотного спектра. Ещё одним важным итогом явилось определение параметров в дисперсионной модели $\tilde{\epsilon}(f)$, описываемой формулой Коула—Коула, позволяющей предсказать $\tilde{\epsilon}$ для 17 типов тканей почти во всём исследованном диапазоне частот [115].

В [37, 38] исследовали здоровую и опухолевую ткань молочной железы в диапазоне $f = 0.5 - 20$ ГГц с помощью прецизионного коаксиального зонда собственной конструкции [35]. При разработке зонда были учтены недостатки, присущие традиционным приборам, используемым в медицинской диагностике. Обычные медно-тефлоновые коаксиалы в процессе эксплуатации легко повреждаются, подвержены воздействиям тканей и не гарантируют требуемой стерильности. В конструкции нового зонда с диаметром апертуры $D = 3$ мм использованы нержавеющая сталь и боросиликатное стекло — инертные к биологическим тканям вещества. Дополнительные инженерные решения позволили повысить чувствительность устройства и расширить рабочий диапазон частот.

1.4.3 БП зондирование злокачественной опухоли молочной железы

В [42, 43] выполнен анализ перспектив БП диагностики карциномы молочной железы на основе модели плоскостройной среды, где опухоль моделируется плоским слоем с толщиной H , соответствующей характерному размеру опухоли. Исследуем, насколько сильно изменятся результаты при использовании более реалистичной модели БП зондирования сферической неоднородности. Воспользуемся моделью, предложенной в п. 1.3.3, где учтена поверхность зондируемой среды, а решение получено в рэлеевском приближении и справедливо для шара малого диаметра. Пусть центр шара находится на оси симметрии БП антенны ($r = 0$ в п. 1.3.3), когда при заданном h отклик БП зонда максимален. Сравнение расчётов по двум вышеуказанным моделям проведём при $d_s = H$, а эффективный размер апертуры антенны положим равным $D = 2$ см. В качестве резонансной частоты микрополоскового резонатора, представленного эквивалентной схемой на рис. 1.1, выберем значение $f_0 = 0.5$ ГГц. Для внешней среды, в которой расположен БП зонд, примем $\tilde{\epsilon}_1 = 1$.

Для выбора значений диэлектрических проницаемостей $\tilde{\epsilon}_2$ и $\tilde{\epsilon}_s$ соответственно здоровой ткани и карциномы воспользуемся проведённым в [38] исследованием. На основании изучения несколько сотен образцов удалённых тканей в [38] было обнаружено, что свойства поражённой ткани молочной железы отличаются друг от друга по диэлектрической проницаемости не более чем в 2—3 раза. Напротив, для диэлектрической проницаемости здоровой ткани на-

блюдается сильный разброс, и отличия здесь достигают 10 раз, в связи с чем при проведении исследований образцы были разделены по данному параметру на 3 группы. Из полученных в [38] оценок возьмём средние значения диэлектрической проницаемости поражённой ткани и той группы здоровой ткани, которая имеет наибольший контраст относительно карциномы. Тогда на выбранной частоте 0.5 ГГц имеем $\tilde{\varepsilon}_2 = 7 - 2i$ и $\tilde{\varepsilon}_s = 57 - 30i$.

Методика обнаружения состоит в регистрации обусловленного карциномой сдвига резонансной частоты зонда Δf_0 и его рассогласования $\Gamma_{\min} > 0$, если при контакте БП антенны со здоровой тканью достигнуто идеальное согласование: $\Gamma_{\min}(\Delta f_0 = 0) = 0$. Параметры отклика Δf_0 , Γ_{\min} рассчитаны для следующих параметров эквивалентной схемы (рис. 1.1): $\tilde{k}_l = \tilde{k}_p = (2\pi\sqrt{\varepsilon_p}f_0/c)(1 - 5 \cdot 10^{-3}i)$, $\varepsilon_p = 6.9$, $Z_l = Z_p = 50$ Ом. Особенностью рассматриваемой схемы зонда является наличие двух положений согласованного подключения подводящей линии. При выбранных параметрах невозмущенной среды и устройства этим положениям соответствуют следующие длины плеч резонатора: 1) $l_1 = 5.5$ см, $l_2 = 4.4$ см, 2) $l_1 = 3.2$ см, $l_2 = 7.0$ см. На практике удобнее использовать резонатор с фиксированными длинами плеч, а согласования достигать за счёт введения в устройство элементов подстройки. Простейший вариант такой подстройки был реализован в [42], где к свободному концу резонатора подключался подстроечный конденсатор. Схема подключения конденсатора ёмкостью C_l представлена на рис. 1.1, в рассматриваемом случае $C_l = 0$. Как показали расчёты, двум вышеуказанным конфигурациям согласованного резонатора отвечают разные чувствительности БП локатора к присутствию неоднородности сферической формы в биологической ткани. В первом варианте более чувствительным параметром является сдвиг частоты Δf_0 , а во втором — коэффициент отражения Γ_{\min} .

На рис. 1.11 представлены результаты расчёта зависимостей Δf_0 и Γ_{\min} от расстояния до зондируемого объекта h при оптимальной для каждого из этих параметров настройке резонатора¹. Как и следовало ожидать, регистрируемые отклики резко падают с увеличением расстояния h . Из рис. 1.11 также видно количественное и качественное различие в поведении функций $\Delta f_0(h)$, $\Gamma_{\min}(h)$, рассчитанных для моделей плоского и сферического объектов. Если для слоя $\Delta f_0(h)$ и $\Gamma_{\min}(h)$ практически не зависят от его толщины, то в случае шара наблюдается сильная зависимость этих параметров от диаметра d_s . В количественном отношении контрасты опухоли, аппроксимируемой слоем, оказываются на 1—3 порядка бóльшими по сравнению со сферической моделью.

В проблеме обнаружения контрастных образований важным параметром является пре-

¹Здесь и далее расстояние h от антенны до объекта будем отсчитывать от плоскости антенны до ближайшей точки объекта.

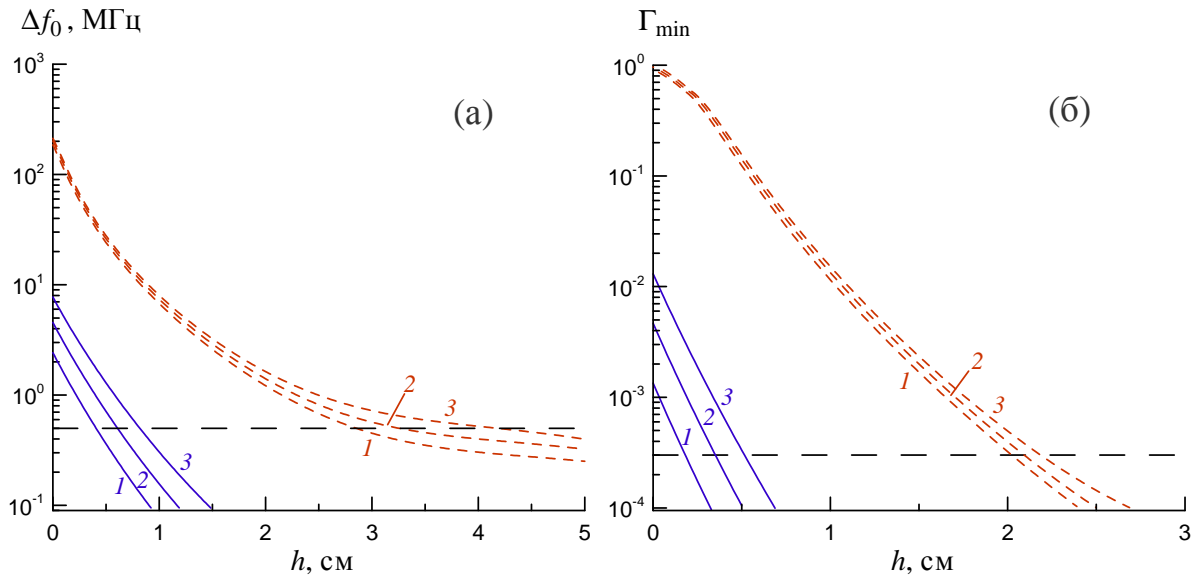


Рис. 1.11. Зависимости Δf_0 (а) и Γ_{\min} (б) от расстояния h между антенной и зондируемым объектом в форме шара с диаметром d_s (сплошные линии) и плоского слоя толщиной $H = d_s$ (штриховые линии). Нумерация кривых 1–3 соответствует диаметру/толщине объекта 0.5 см, 0.7 см, 1 см. Штриховая горизонтальная линия — уровень флуктуаций.

дельное расстояние h^* , на котором искомый объект может быть обнаружен. Определим h^* из условия $\Delta f_0(h = h_f^*) = \delta_f$, $\Gamma(h = h_\Gamma^*) = \delta_\Gamma$, где δ_f , δ_Γ — среднеквадратичные уровни фоновых флуктуаций параметров f_0 и Γ_{\min} . В работе [42] показано, что в медицинской диагностике источником фоновых флуктуаций являются неконтролируемые изменения измеряемых параметров при контактах антенны с гибкой поверхностью человеческого тела. На основании экспериментальных данных в [42] сделаны оценки пороговых контрастов: $\delta_f/f_0 \approx 10^{-3}$, $\delta_\Gamma \approx 3 \cdot 10^{-4}$. При учёте предложенного критерия оценки и приведенных на рис. 1.11 расчётов предельные глубины обнаружения опухоли молочной железы сферической формы диаметром 0.5–1 см составляют 0.4–0.8 см. Соответствующие оценки в модели плоского слоя оказываются в 3–5 раза большими. Отметим, что для использованных значений пороговых контрастов получается двукратное превышение h_f^* над h_Γ^* , поэтому для обнаружения карциномы предпочтительнее измерения Δf_0 . Напомним, что оптимальная настройка устройства при измерениях контрастов Δf_0 и Γ_{\min} оказывается различной.

Приведённые на рис. 1.11 расчёты выполнены при одном фиксированном размере апертуры БП локатора $D = 2$ см. Можно ожидать, что для заданного диаметра искомого объекта существует оптимальное значение D , при котором регистрируемые контрасты Δf_0 и Γ_{\min} , а следовательно и глубина h^* , максимальны. Действительно, при уменьшении размера апертуры до значений $D \sim d_s$ возрастает плотность энергии поля вблизи поверхности антенны, из-за чего должны повыситься контрасты Δf_0 , Γ_{\min} при $h \rightarrow 0$. Вместе с тем, повышение

концентрации поля у поверхности антенны приводит к более резкому уменьшению измеряемых эффектов с расстоянием h . При $D \ll d_s$ имеет место обратная картина — уменьшение контрастов при $h \rightarrow 0$, но более медленное их изменение с ростом h .

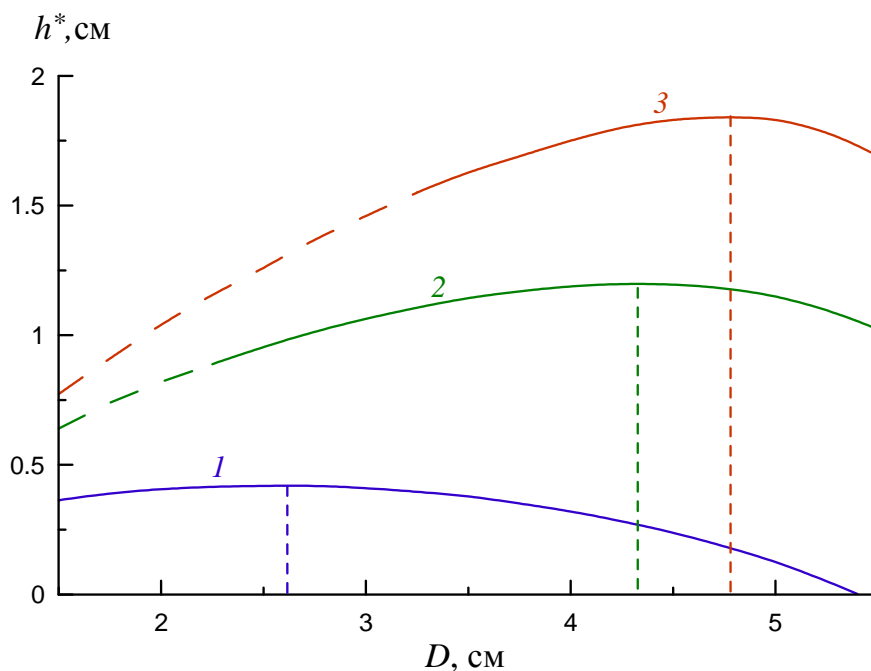


Рис. 1.12. Предельная глубина обнаружения карциномы h^* как функция диаметра антенны D . Кривые 1, 2, 3 соответствуют диаметру опухоли $d_s = 0.5, 1, 1.5$ см. Штриховые части кривых соответствуют большим значениям d_s/D , при которых нарушается условие рэлеевского приближения, выведенное в п. 1.3.2. Вертикальные пунктирные линии обозначают оптимальный размер антенны D^* .

На рис. 1.12 представлены функции $h^*(D)$ при различном диаметре d_s , соответствующем размеру опухоли на 1-ой стадии рака молочной железы (не более 2 см). Оптимальным значениям $D = D^*$ соответствуют максимумы кривых. Величина D^* при $d_s = 0.5 - 1.5$ см лежит в интервале от 2.5 до 5 см и является возрастающей функцией диаметра шара d_s , превышая его в 4–6 раз. При этом предельная глубина зондирования при $d_s = 1.5$ см достигает 2 см при условии выбора оптимального размера апертуры для антенны БП зонда.

Выводы

В данной главе выведено КС приближение для теории БП зондирования плоскостистой среды, имеющей произвольный профиль диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}(z)$. С использованием КС теории и более общего ЭД решения изучены пределы применимости КС приближения в задачах БП зондирования. Обнаружено, что в случае слабого поглощения в

среде волновое поле даёт существенный вклад в сопротивление R антенны, что требует применения ЭД анализа даже в случае выполнения принятого в электродинамике условия КС приближения. Построена также ЭД теория БП локации сферического объекта произвольного диаметра d_s , расположенного на оси симметрии БП антенны на некотором расстоянии h от плоскости её апертуры. В данной теории поле зонда представлено в виде суперпозиции волновых и квазистатических компонент пространственного спектра. Соответствующее решение дифракционной задачи для каждой компоненты обобщает теорию дифракции Ми на случай внешнего поля, имеющего вид плоской неоднородной волны. Полученное выражение для возмущения импеданса антенны Z является суммой парциальных вкладов от электрических и магнитных мультиполей, возбуждаемых в шаре. Получены оценки минимального количества мультиполей n^* , которое необходимо учитывать при расчёте Z с приемлемой точностью, причём значение n^* зависит от параметров d_s/D , h/D . Найдено условие рэлеевского приближения в виде соотношения $d_s/D \ll d_s^*/D$, где параметр d_s^*/D является возрастающей функцией h . Для относительного размера антенны $D/\lambda \approx 1.5 \cdot 10^{-2}$ показано, что $0.3 < d_s^*/D < 0.5$ при $0 < h/D < 1$. Решена также задача в приближении Рэлея для случая произвольного положения шара относительно оси симметрии антенны. В этом же приближении задача обобщена на случай наличия плоской границы раздела между средами, в которых расположены шар и БП зонд. Изучены перспективы применения БП локатора для диагностики злокачественной опухоли молочной железы, моделируемой сферическим объектом. Показано, что при оптимальном выборе размера антенны D предельная глубина обнаружения опухолей, размер которых не превышает 1.5 см, может достигать 2 см. Данные оценки учитывают влияние на отклик границы раздела между средами, в которых расположены опухоль и БП зонд.

Глава 2

Радиационные эффекты в слабопоглощающих средах

Учёт волновых полей в теории БП зондирования приводит к ряду новых эффектов, которые далее будем называть радиационными эффектами. Теоретической базой для их исследования служат физические модели, которые представлены в гл. 1. Задача следующей главы состоит в том, чтобы выяснить роль волновых полей при зондировании БП локатором конкретных объектов: однородных сред, планарных структур и компактных неоднородностей.

2.1 Радиационные эффекты в плоскостной среде

2.1.1 Дальнодействие и резонансные эффекты: теоретическое обоснование

В п. 1.2.2 показано, что импеданс БП зонда формируется как квазистатическим, так и волновым полем. Последнее влияет только на активную часть импеданса, что учитывается в (1.25). В ближней зоне апертуры БП зонда слабое волновое поле убывает медленнее, чем сильное квазистатическое. Можно ожидать, что при $R_W > R_Q$ сопротивление $R(h)$ как функция расстояния зонда до объекта h имеет существенно больший характерный масштаб, нежели $X(h)$. Простейшей геометрией, в которой может быть исследовано дальнодействие БП локатора, является расположение зонда над полупространством — однородным диэлектриком, характеризуемым некоторым значением $\tilde{\epsilon}$. Реакция компонент импеданса на изменение высоты зонда h над границей полупространства даёт информацию об области чувствительности прибора по глубине. На рис. 2.1 показаны нормированные функции реактанса и сопротивления:

$$X_n(h/\lambda) = \frac{X(h/\lambda) - X(\infty)}{X(0) - X(\infty)}, \quad (2.1a)$$

$$R_n(h/\lambda) = \frac{R(h/\lambda) - R(\infty)}{R(0) - R(\infty)}. \quad (2.1b)$$

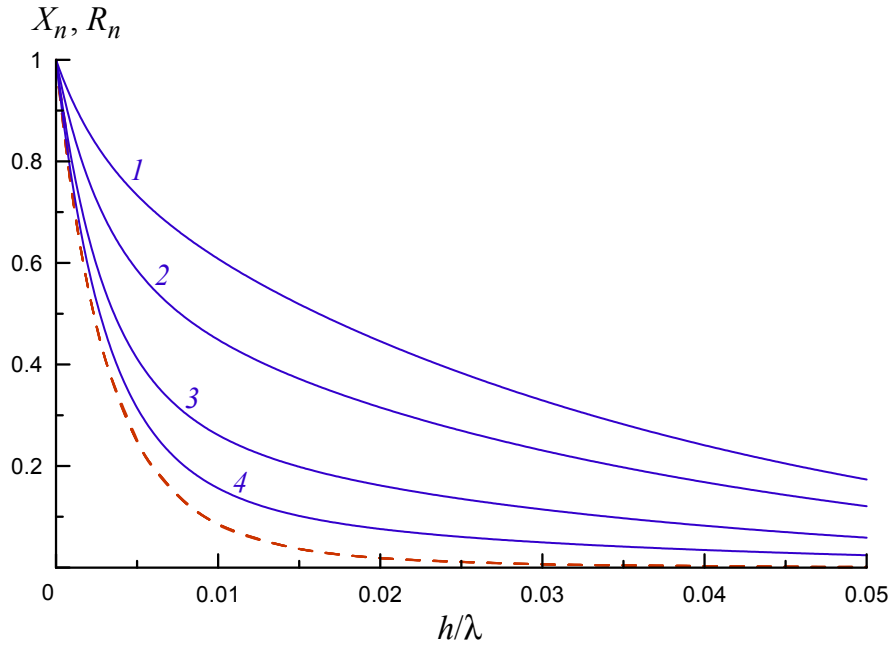


Рис. 2.1. Нормированные реактанс $X_n = X_{nQ} + X_{nE}$ и сопротивление $R_n = R_{nQ} + R_{nE}$ зонда (см. п. 1.2.2) в зависимости от нормированного на длину волны λ расстояния h между зондом и образцом. Сплошные кривые — функция $R_{nE}(h/\lambda)$ при $\text{tg } \delta = 0.001$ (1), 0.003 (2), 0.01 (3), 0.03 (4), штриховые кривые — функции $X_{nQ}(h/\lambda)$, $X_{nE}(h/\lambda)$, $R_{nQ}(h/\lambda)$, совпадающие независимо от величины $\text{tg } \delta$.

Расчёт зависимостей $X_n(h/\lambda)$, $R_n(h/\lambda)$ выполнен в рамках КС и ЭД теорий при $D/\lambda = 0.02$, $\tilde{\varepsilon} = 10(1 - i \text{tg } \delta)$ и при различном поглощении в среде $\text{tg } \delta$. Как видно из рис. 2.1, функция $X_n(h/\lambda)$ имеет единственный пространственный масштаб h_Q . Он не зависит от поглощения $\text{tg } \delta$ и определяется квазистатическим полем, т. е. h_Q прямо пропорционально размеру апертуры D . Иное поведение демонстрирует функция $R_n(h/\lambda)$: кроме квазистатического масштаба h_Q , содержащегося в компоненте R_Q , в $R_n(h/\lambda)$ присутствует также масштаб h_W , обусловленный волновым полем и соответственно волновой частью R_W полного сопротивления (1.25). Как показал анализ, выполненный в п. 1.2.2, омические потери в среде регулируют соотношение между R_W и R_Q . При достаточно малой величине $\text{tg } \delta$ имеем $R_W \gg R_Q$, вследствие чего характерным масштабом изменения R_n является h_W . С ростом $\text{tg } \delta$ соотношение между R_W и R_Q меняется в пользу R_Q , в результате в $R_n(h)$ проявляется более «быстрый» масштаб h_Q . При больших $\text{tg } \delta$ кривые функций $X_n(h)$ и $R_n(h)$ сливаются и характеризуются только h_Q . Указанный эффект дальнего действия описывается общей ЭД теорией. В рамках КС теории имеется только масштаб h_Q , что видно из рис. 2.1, где кривые $X_{nQ}(h/\lambda)$ и $R_{nQ}(h/\lambda)$ сливаются независимо от величины $\text{tg } \delta$. Важно отметить, что исследо-

вания области чувствительности БП зонда методом анализа структуры электромагнитного поля, окружающего апертуру [13, 76, 85, 116], упустили из виду волновые эффекты, т. к. в ближней зоне электрически малой антенны квазистатическое поле доминирует ($|\vec{E}| \gg |\vec{H}|$). Используемый нами более корректный подход, позволяющий учесть эти эффекты, заключается в том, чтобы анализировать реакцию зонда на некоторый объект, перемещаемый вблизи апертуры.

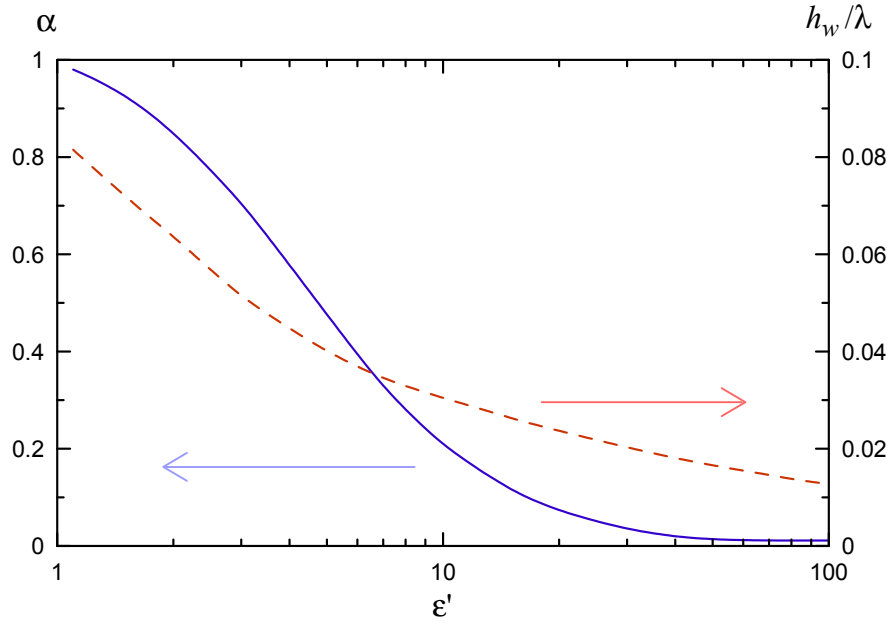


Рис. 2.2. Параметры биэкспоненциальной модели: α (сплошная линия) и h_W/λ (штриховая линия) — в зависимости от ϵ' нижнего полупространства.

Для аппроксимации рассмотренных зависимостей предложена биэкспоненциальная модель, согласно которой

$$X_n(h) = \exp(-h/h_Q), \quad (2.2a)$$

$$R_n(h) = \alpha \cdot \exp(-h/h_Q) + (1 - \alpha) \cdot \exp(-h/h_W). \quad (2.2б)$$

При заданном размере антенны D и проницаемости $\tilde{\epsilon}_0$ верхнего полупространства квазистатический масштаб h_Q фиксирован, т. е. не зависит от $\tilde{\epsilon}$ нижнего полупространства. Вместе с тем, волновой масштаб h_W существенно зависит от $\tilde{\epsilon}$ диэлектрика, также как и параметр α . Примеры зависимостей h_W и α от ϵ' при $D = 0.2$ см, $\lambda = 10$ см, $\text{tg } \delta = 10^{-3}$ показаны на рис. 2.2. Во всём диапазоне $\epsilon' = 1 - 100$ функции $X_n(h)$ совпадают и аппроксимируются экспонентой (2.2a) при $h_Q/\lambda = 4 \cdot 10^{-3}$. Путём аппроксимации $R_n(h)$ выражением (2.2б) можно чётко проследить наличие волнового масштаба h_W уже при $\epsilon' > 4$ ($\alpha < 1$), а при $\epsilon' > 10$ волновая компонента доминирует ($\alpha \ll 1$). Величина h_W также зависит от ϵ' , уменьшаясь от 0.1λ до 0.01λ с увеличением ϵ' .

Эффект дальнего действия в БП зондировании может иметь практическое значение. Повышение дальности обнаружения неоднородностей важно, например, в дефектоскопии и медицинской диагностике, а наличие двух масштабов зондирования h_Q, h_W повышает информативность БП измерений.

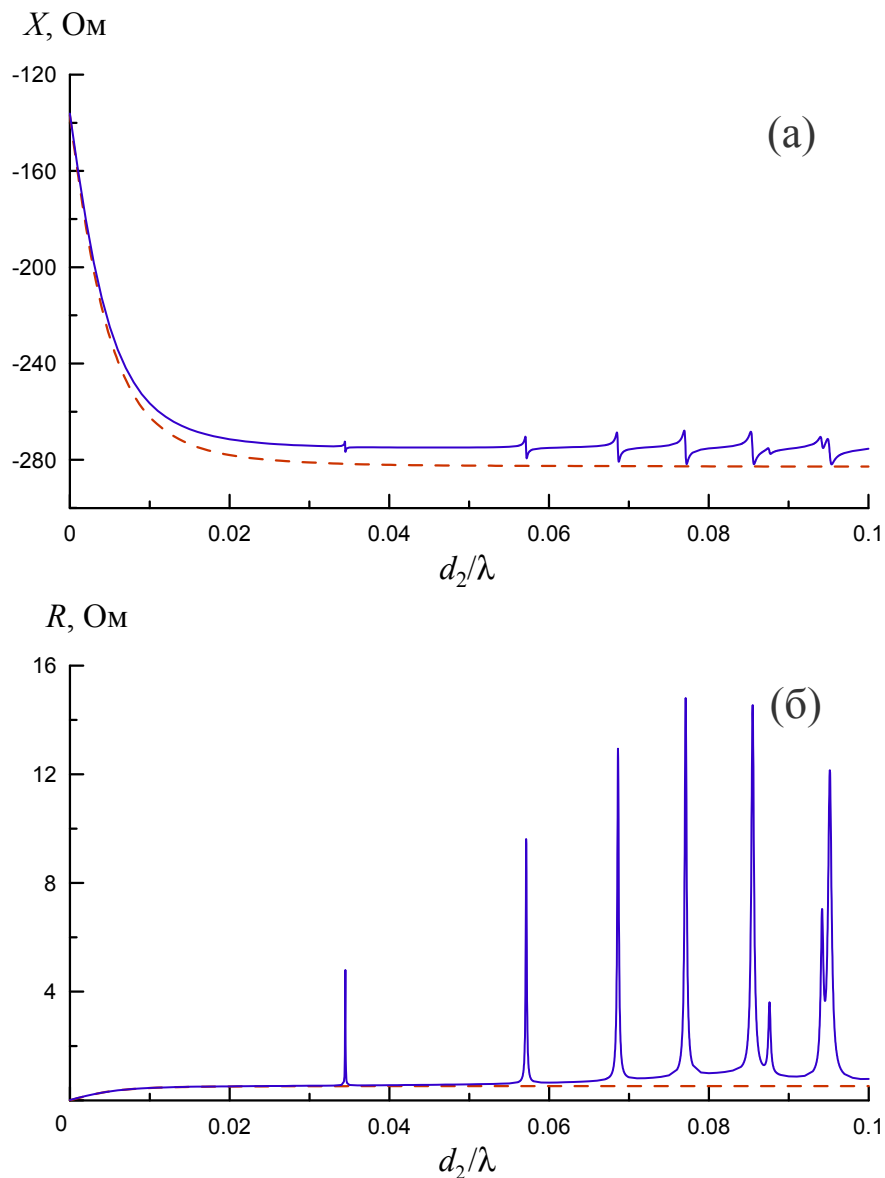


Рис. 2.3. Реактанс (а) и сопротивление (б) при зондировании резонансной структуры «полупроводник – диэлектрик – металл» в зависимости от нормированной толщины слоя диэлектрика. Сплошные кривые — ЭД теория, штриховые кривые — КС теория.

Рассмотрим теперь импеданс Z в условиях, когда исследуемый образец представляет собой резонатор. В качестве такого образца выберем трёхкомпонентную структуру, профиль $\tilde{\epsilon}(z)$ которой имеет вид (1.19). Структура состоит из тонкой полупроводниковой плёнки с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\epsilon}_1 = 10 - 60i$ и относительной толщиной $d_1/\lambda = 10^{-6}$, диэлектрической подложки, $\tilde{\epsilon}_2 = 10 - 0.03i$, и металлического основания, $\tilde{\epsilon}_3 = -3.5 \cdot 10^8 i$. Сравним

ЭД и КС компоненты импеданса антенны¹ $X_{E,Q}$, $R_{E,Q}$, установив на рабочей длине волны $\lambda = 10$ см следующие значения параметров: $D/\lambda = 0.02$, $h/\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$. Результаты расчёта зависимостей компонент импеданса от относительной толщины подложки d_2/λ представлены на рис. 2.3. Из рис. 2.3а можно видеть лишь небольшие количественные различия между $X_E(d_2/\lambda)$ и $X_Q(d_2/\lambda)$. Напротив, зависимости $R_E(d_2/\lambda)$ и $R_Q(d_2/\lambda)$, показанные на рис. 2.3б, различаются качественно. Функция $R_E(d_2/\lambda)$ имеет резонансные пики, которые связаны с возбуждением различных мод резонатора, образованного диэлектрическим слоем, расположенным между частично прозрачной полупроводниковой плёнкой и отражающим металлическим основанием. Резонансные моды формируются волновыми полями, запертыми внутри диэлектрического слоя (т. е. в z -направлении это стоячие волны). Волновые моды игнорируются КС теорией, но учитываются в рамках ЭД описания, поэтому резонансы наблюдаются только для функций $R_E(d_2/\lambda)$, но отсутствуют в $R_Q(d_2/\lambda)$. Отметим, что в резонансных пиках, как правило, $R_E \gg R_Q$.

2.1.2 Устройство и электродинамика БП зонда

Экспериментальные исследования проводились на лабораторном стенде [42], включающем перестраиваемый СВЧ генератор, резонансный БП зонд и прецизионный рефлектометр. Зонд представляет собой компактный микрополосковый резонатор, к которому подключена антенна в виде металлизированной квадратной площадки со стороной 1 см. Резонатор настраивался с помощью подстроечного конденсатора, размещённого на конце шлейфа (рис. 2.4). Настройка резонатора выполнена таким образом, что при контакте антенны с воздухом минимальный коэффициент отражения $\Gamma_{\min} = \Gamma(f_0) \approx 2 \cdot 10^{-4}$ достигался на резонансной частоте $f_0 = 611.7$ МГц. Выбор в пользу микрополоскового резонатора обусловлен прежде всего малыми габаритами устройства и удобством его настройки. С точки зрения чувствительности предпочтение следует отдать объёмным резонаторам как обладающим более высокой (на два порядка) добротностью по сравнению с микрополосковыми резонаторами. Однако для целей проводимых измерений чувствительность БП локатора около 50 кГц по частоте и порядка 10^{-4} по коэффициенту отражения оказалась вполне достаточной.

В качестве исследуемых образцов использовались плоскопараллельные пластины из фторопласта с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon} = 2.1$ и толщиной $H = 4$ см, пенопласта, $\tilde{\varepsilon} \approx 1$, $H = 6$ см и кварца, $\tilde{\varepsilon} = 3.8$, $H = 1.2$ см. Согласно выполненным расчётам и измерениям, первые две пластины для используемого зонда могут считаться полупространством в том

¹Компоненты X_Q , R_Q рассчитываются по формулам (1.20), вычисление X_E , R_E выполняется на основе теории в [43].

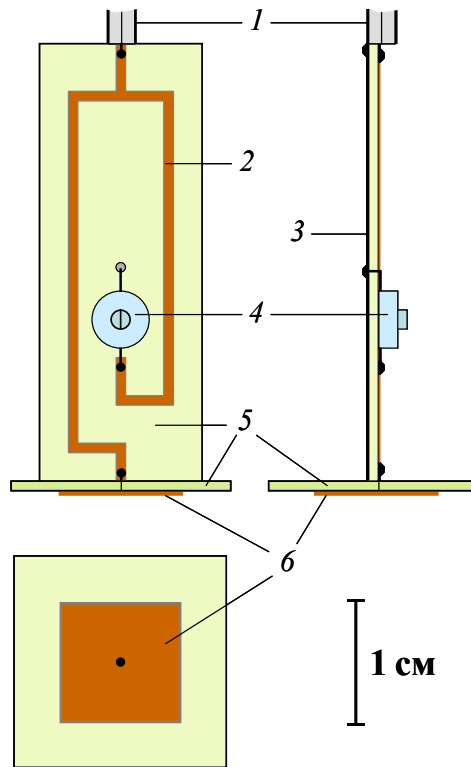


Рис. 2.4. Конструкция резонансного БП зонда: 1 — коаксиальный вход, 2 — металлическая полоска, 3 — металлический экран, 4 — подстроечный конденсатор, 5 — диэлектрическая подложка, 6 — металлическая антенна.

смысле, что произвольный диэлектрик, помещённый под пластиной, не оказывает влияния на отклик.

В соответствии с результатами выполненных теоретических исследований, радиационный эффект проявляется в разнице характерных пространственных масштабов для зависимостей $X(h)$ и $R(h)$. Таким образом, первой задачей экспериментальных исследований и моделирования было установление наиболее информативных для радиационного эффекта параметров функции $\Gamma(f)$.

Результаты расчётов и измерений спектров $\Gamma(f)$ при контакте антенны с воздухом и пластиной из фторопласта представлены на рис. 2.5. Электродинамические параметры микрополосковой линии, из которой был изготовлен резонатор зонда, были взяты из [117] с небольшой коррекцией для лучшего согласия измерений с расчётами. Использовались следующие характеристики эквивалентной схемы зонда (рис. 1.1): $\tilde{k}_l = \tilde{k}_p = (2\pi\sqrt{\varepsilon_p}f_0/c)(1 - 6.55 \cdot 10^{-3}i)$, $\varepsilon_p = 5.7$, $Z_l = 35$ Ом, $Z_p = 50$ Ом, $C_l = 1.4$ пФ, $l_1 = 48$ мм, $l_2 = 40$ мм. Хорошее соответствие расчётов и измерений, которое видно на рис. 2.5, достигается для эффективного размера апертуры $D = 2$ см в формуле (1.2), если принять для диэлектрических проницаемостей воздуха и фторопласта соответственно значения $\tilde{\varepsilon}_0 = 1$ и $\tilde{\varepsilon} = 2.1(1 - 10^{-2}i)$. В реактансе

X антенны также необходимо было учесть дополнительную ёмкость $\Delta C = 1.5$ пФ, которая, по-видимому, обусловлена не учтёнными в теории компонентами конструкции зонда. В этих условиях получаем следующие значения полной ёмкости $C = -1/\omega X - \Delta C$ и сопротивления R антенны: $C = 0.58$ пФ, $R = 0.97$ Ом для антенны, расположенной в воздухе, $C = 0.91$ пФ, $R = 3.65$ Ом для антенны, контактирующей с фторопластовой плитой.

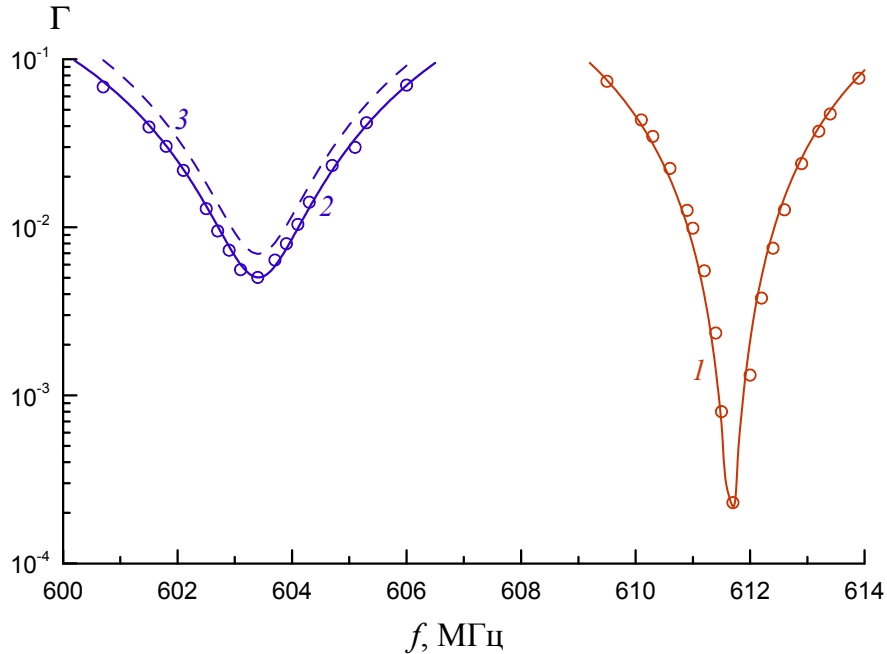


Рис. 2.5. Спектр коэффициента отражения БП зонда при расположении антенны в воздухе (1) и контакте с фторопластовой плитой (2). Линии — результаты расчёта, символы — данные измерений. Кривая 3 — расчёт для случая (2) при сопротивлении $R = 0.97$ Ом, которое соответствует расположению БП антенны в воздухе.

Из рис. 2.5 можно видеть, что взаимодействие БП антенны с оптически плотным диэлектриком приводит как к понижению резонансной частоты ($\Delta f_0 < 0$), так и к рассогласованию зонда (росту минимума коэффициента отражения Γ_{\min}). Сдвиг Δf_0 вызван только ростом C , тогда как величина Γ_{\min} обусловлена изменением как C , так и R . Для иллюстрации этого факта на рис. 2.5 штриховой линией показана функция $\Gamma(f)$, рассчитанная при $C = 0.91$ пФ и $R = 0.97$ Ом, т. е. значение R соответствует случаю расположения антенны в воздухе. Приведенный пример показывает, что параметром функции $\Gamma(f)$, которая связана с сопротивлением R антенны, является величина Γ_{\min} . Одновременное измерение параметров Δf_0 и Γ_{\min} позволяет разделить вклады от изменения R и X в регистрируемый отклик БП локатора. Такие измерения позволяют определить ϵ' , а при достаточно больших значениях $\text{tg } \delta$, по-видимому, и ϵ'' исследуемой среды. Отметим, что рост сопротивления R антенны приводит ещё и к некоторому уширению резонансной кривой, что отчетливо видно

из рис. 2.5. Однако это уширение является существенно менее чувствительным к изменениям R , поскольку ширина спектра $\Gamma(f)$ в значительной мере определяется поглощением в резонаторе БП зонда.

2.1.3 Результаты измерений

Таким образом, рассматриваемые радиационные эффекты могут проявиться в эксперименте через различие в характере изменения параметров Δf_0 и Γ_{\min} как функций высоты БП антенны h над поверхностью слабопоглощающего диэлектрика. Сделанный вывод подтвердился в выполненных экспериментах. На рис. 2.6 приведены зависимости нормированных компонент импеданса $X_n(h)$ и $R_n(h)$, определяемых формулами (2.1). Соответствующие зависимости $X(h)$, $R(h)$ были получены описанным в п. 2.1.2 способом по измерениям функций $\Delta f_0(h)$ и $\Gamma_{\min}(h)$ для плиты из фторопласта. В эксперименте значения характерных масштабов в (2.2) составили $h_Q = 4$ мм, $h_W = 13$ мм при параметре биэкспоненциальной модели $\alpha = 0.65$. На этом же рисунке приведены теоретические зависимости $X_n(h)$, $R_n(h)$, рассчитанные при помощи развитой в [43] теории. Они оказались в довольно хорошем согласии с измерениями при тех же значениях размера антенны D и проницаемости $\tilde{\epsilon}$ фторопласта, для которых выполнены расчёты, представленные на рис. 2.5.

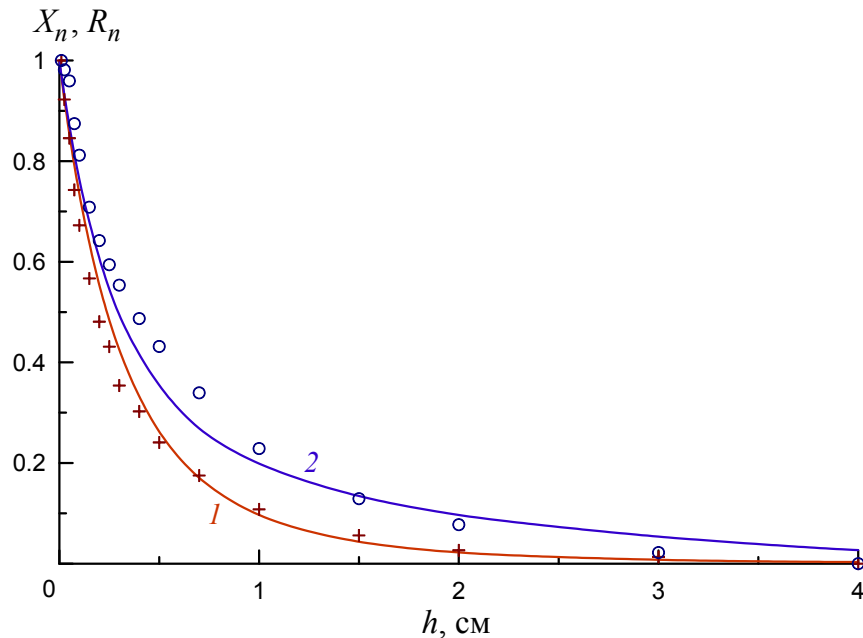


Рис. 2.6. Зависимости нормированных реактанса (1) и сопротивления (2) от высоты БП зонда над фторопластовой плитой. Сплошные линии — результаты расчёта, символы — данные измерений.

В другом эксперименте, результаты которого представлены на рис. 2.7, регистрировались зависимости $\Delta f_0(h)$ и $\Gamma_{\min}(h)$ при зондировании кварцевой пластины, расположенной

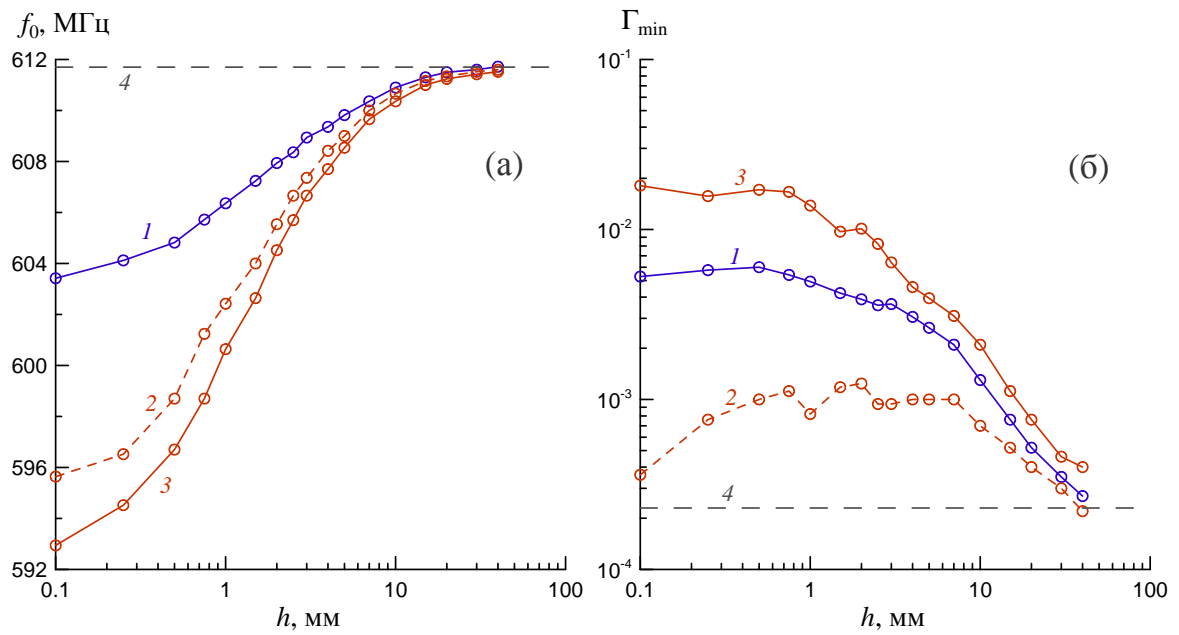


Рис. 2.7. Зависимости резонансной частоты (а) и коэффициента отражения (б) от высоты БП антенны над различными диэлектрическими структурами: фторопластовой плитой (1), кварцевой пластиной на пенопластовой подложке (2), кварцевой пластиной на фторопластовой подложке (3). Результаты измерений обозначены символами, которые для лучшего восприятия соединены линиями. Штриховые линии 4 обозначают параметры отклика при расположении антенны в воздухе.

на подложках из пенопласта и фторопласта. На этом же рисунке приведены аналогичные зависимости, полученные для плиты из фторопласта. Видно, что сдвиг частоты Δf_0 , который определяется только реактансом X антенны, мало чувствителен к вариациям $\tilde{\epsilon}$ среды под кварцевой пластиной, но является чувствительным индикатором изменений $\tilde{\epsilon}$ в непосредственной близости от антенны, т. е. при замене пластины на фторопластовую плиту. Это проявляется в том, что кривые 2, 3 на рис. 2.7а, близки между собой, но довольно далеко расположены от кривой 1. Кардинально иное поведение демонстрируют зависимости $\Gamma_{\min}(h)$, показанные на рис. 2.7б. Можно видеть, что параметр Γ_{\min} оказывается чувствительным к изменениям глубинных значений $\tilde{\epsilon}$ под кварцевой пластиной, что выражается в сильном расхождении кривых 2 и 3. Приведенные данные наглядно свидетельствуют, что рассмотренный радиационный эффект обеспечивает существенно большее дальное действие устройства, если его отклик регистрировать по параметру Γ_{\min} , нежели по Δf_0 .

2.2 Радиационные эффекты на трёхмерных объектах

2.2.1 Дальнодействие и разрешающая способность БП локатора

Исследуем радиационный эффект в модели со сферой малого диаметра d_s (п. 1.3.3). Наряду с шаром рассмотрим для сравнения плоский слой, толщина которого равна диаметру шара: $H = d_s$. Пусть оба объекта имеют одинаковую диэлектрическую проницаемость $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon'(1 - i \operatorname{tg} \delta)$ и расположены в однородном пространстве с диэлектрической проницаемостью $\tilde{\varepsilon}_0 = \varepsilon'_0(1 - i \operatorname{tg} \delta_0)$. Считаем, что центр шара находится на оси симметрии БП антенны. Условие $h = 0$ соответствует случаю, когда плоскость антенны соприкасается с поверхностью объекта. В задаче с плоской геометрией расчёт импеданса Z производится по методике, разработанной в [43].

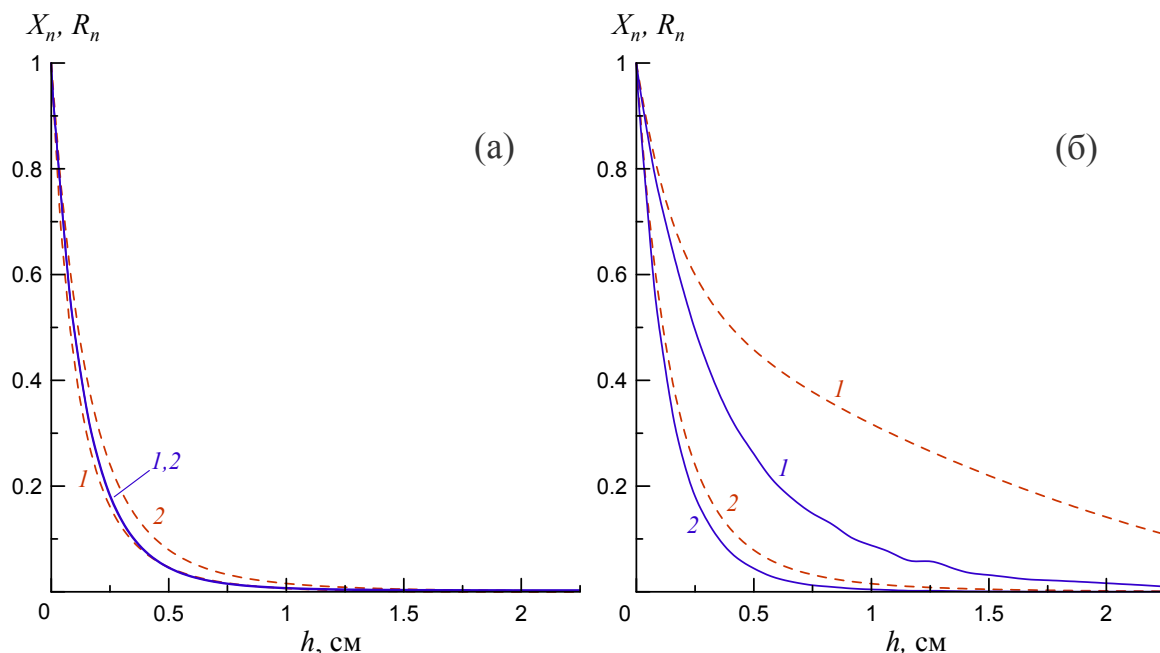


Рис. 2.8. Нормированное сопротивление (1) и реактанс (2) в зависимости от расстояния между объектом и антенной при $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-1}$ (а), $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-4}$ (б). Сплошные кривые соответствуют модели с шаром, штриховые — модели с плоским слоем.

Как и в предыдущем пункте, будем рассматривать нормированные функции реактанса $X_n(h)$ и сопротивления $R_n(h)$. Результаты расчёта $X_n(h)$, $R_n(h)$ для случаев сильно- и слабопоглощающей сред представлены соответственно на рис. 2.8а,б. Были приняты следующие параметры зонда, исследуемых объектов и окружающей среды: $f_0 = 1$ ГГц, $D = 1$ см, $\tilde{\varepsilon} = 6(1 - i10^{-3})$, $H = d_s = 0.5$ см, $\varepsilon'_0 = 1$, $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-1}$ (сильное поглощение), $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-4}$ (слабое поглощение). Из рис. 2.8 можно видеть, что зависимость $X_n(h)$ характеризуется масштабом h_Q , одинаковым для сильно- и слабопоглощающей сред и почти не зависящим от формы

исследуемого объекта. Масштаб h_Q определяется размером апертуры D и проницаемостью окружающей среды $\tilde{\varepsilon}_0$. Для сильнопоглощающей среды этот же масштаб характеризует и функции $R_n(h)$. Сделанные выводы основаны на том, что все кривые на рис. 2.8а и кривые 2 на рис. 2.8б практически совпадают. Иную картину демонстрирует поведение зависимостей $R_n(h)$ в случае слабого поглощения (кривые 1 на рис. 2.8б). Видно, что эти зависимости характеризуются масштабом h_W , существенно превышающим h_Q . Для количественной оценки пространственных масштабов h_Q, h_W используем формулы биэкспоненциальной модели (2.2). Для выбранных параметров антенны и окружающей среды имеем: $h_Q = 0.18$ см, $h_W = 1.26$ см, $\alpha = 0.34$ (плоский слой), $h_Q = 0.15$ см, $h_W = 0.45$ см, $\alpha = 0.24$ (шар).

Таким образом, представленные на рис. 2.8 результаты обобщают на случай трёхмерного компактного объекта утверждения, сделанные в п. 2.1.1, относительно того, что радиационный эффект наблюдается в слабопоглощающей среде и характеризуется наличием волнового масштаба h_W в активной части импеданса Z . Если величина h_Q не зависит от формы исследуемого объекта, то в соответствующих значениях h_W наблюдается значительная разница, однако, во всех случаях имеем $h_W > h_Q$. Вследствие вышесказанного, вывод из п. 2.1.1 о повышении дальнего действия БП локатора за счёт регистрации радиационного отклика справедлив и в случае зондирования трёхмерного объекта.

Как было отмечено во Введении (см. стр. 13), в модели БП диагностики трёхмерного объекта имеется возможность исследовать разрешающую способность БП локатора в латеральной плоскости. Поскольку регистрируемый отклик связан с импедансом антенны Z , анализ разрешающей способности может быть получен из расчётов зависимостей компонент импеданса R, X от положения сферического объекта \vec{r} относительно оси антенны в процессе сканирования, т. е. когда антенна перемещается в плоскости апертуры, а расстояние h от объекта до плоскости антенны остаётся неизменным. Соответствующие зависимости, показанные на рис. 2.9, характеризуются изолиниями

$$X_n(\vec{r}) = \frac{X(\vec{r}, h) - X(\infty, h)}{X(0, h) - X(\infty, h)} = 0.5, \quad R_n(\vec{r}) = \frac{R(\vec{r}, h) - R(\infty, h)}{R(0, h) - R(\infty, h)} = 0.5,$$

т. е. линиями 50%-го контраста X и R относительно максимального значения на оси антенны¹ $r = 0$ при заданной величине h . В расчётах параметры зонда и шара взяты теми же, что и для данных на рис. 2.8, причем рис. 2.9а отвечает сильнопоглощающей ($\text{tg } \delta_0 = 10^{-1}$), а рис. 2.9б — слабопоглощающей ($\text{tg } \delta_0 = 10^{-4}$) средам. На этих же рисунках для сравнения приведены

¹Таким образом, в рамках имеющейся модели с единственным зондируемым компактным объектом (п. 1.3.3) разрешающая способность определена как масштаб, на котором отклик БП антенны в процессе сканирования спадает в 2 раза относительно максимального значения.

изолинии $\xi(\vec{r}) = 0.5\xi_0$, соответствующие распределению поверхностного электрического тока (1.2) по апертуре зонда. Из рис. 2.9 можно видеть, что линии равной чувствительности зонда имеют эллипсоподобную форму, несмотря на изотропию распределения амплитуды источников (1.2), что связано с наличием выделенного направления ориентации вектора тока (вдоль оси x). Таким образом, наблюдается анизотропия разрешающей способности БП локатора. Ограниченные изолиниями X и R площади, которые обозначим соответственно как S_X и S_R , увеличиваются с ростом расстояния h до объекта, т. е. разрешающая способность устройства снижается с глубиной.

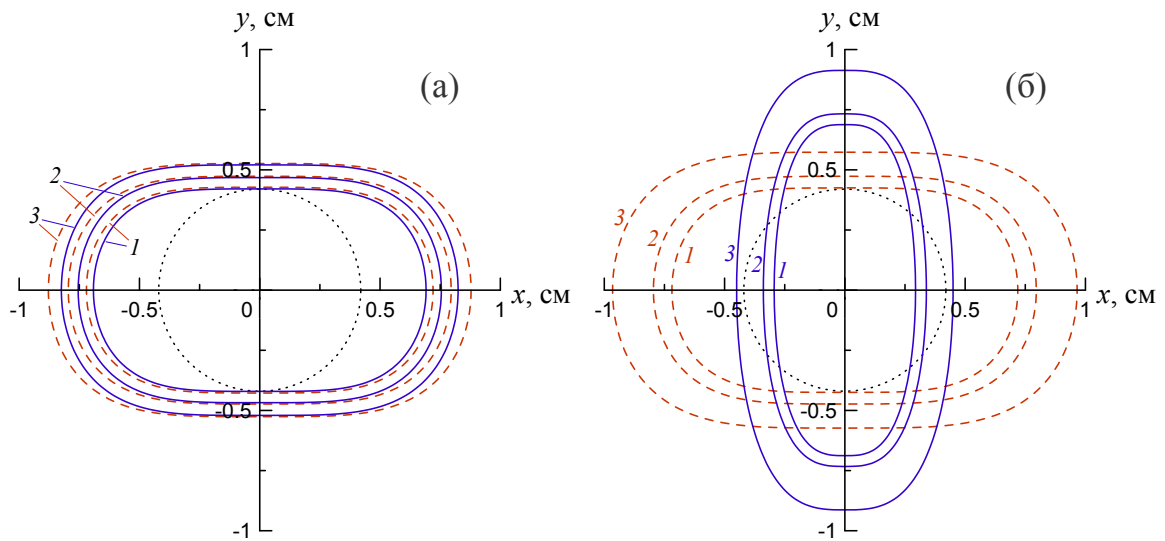


Рис. 2.9. Изолинии $R_n(x, y)$ (сплошные линии), $X_n(x, y)$ (штриховые линии) при $\text{tg } \delta_0 = 10^{-1}$ (а), $\text{tg } \delta_0 = 10^{-4}$ (б). Линии 1, 2, 3 соответствуют следующим расстояниям h между антенной и объектом: (а) 0, h_Q , $2h_Q$, (б) 0, h_Q , h_W , где $h_Q = 0.15$ см, $h_W = 0.45$ см. Мелким пунктиром показана изолиния поверхностного электрического тока (1.2).

Исследованный выше радиационный эффект весьма специфическим образом проявляется и в результатах сканирования, показанных на рис. 2.9. В сильнопоглощающей среде изолинии X и R практически совпадают (рис. 2.9а), а при слабом поглощении — отличаются (рис. 2.9б). В последнем случае линии X ориентированы вдоль направления тока (1.2), а линии R — поперёк. Площади S_X и S_R в условиях выраженного радиационного эффекта также оказываются различными, причём при одинаковых h имеем $S_X > S_R$. За счёт радиационного эффекта глубина зондирования БП локатора может быть повышена до величины порядка h_W , что сопровождается ухудшением разрешающей способности, поскольку $S_{X,R}(h = h_W) > S_{X,R}(h = h_Q)$ (см. рис. 2.9б). Отметим, что площади S_X , S_R во всех случаях определяются размером апертуры D , хотя и в несколько раз превосходят площадь поверхности антенны, равной по порядку πD^2 .

Полученные результаты являются дополнительным свидетельством того, что формирование реактанса X и сопротивления R БП антенны в общем случае происходит под действием различных полей. Реактанс определяется квазистатическим полем, сопротивление — как квазистатическим, так и волновым, причем при слабом поглощении вклад волнового поля может доминировать. В последнем случае, как показывает проведенное исследование, волновые поля сильно влияют на разрешающую способность. Данный эффект невозможно наблюдать при прямом анализе структуры ближнего поля без объекта, чему соответствует результат данного исследования реактанса X . Таким образом, использование модели с пробным телом является единственно правильным подходом для оценки разрешения БП зонда, а разработанная в п. 1.3.3 модель БП локации шара малого диаметра является инструментом для таких исследований.

Проведём аналогичный анализ для параметров, непосредственно измеряемых в БП диагностике: сдвига резонансной частоты Δf_0 и минимума коэффициента отражения Γ_{\min} . Расчёты двумерных распределений $\Delta f_0(\vec{r})$, $\Gamma_{\min}(\vec{r})$ выполнены при следующих параметрах эквивалентной схемы (рис. 1.1): $\tilde{k}_l = \tilde{k}_p = (2\pi\sqrt{\varepsilon_p}f_0/c)(1 - 5 \cdot 10^{-3}i)$ при $\varepsilon_p = 6.9$, $Z_l = Z_p = 50$ Ом. Проницаемости окружающей среды и сферического объекта, а также размер БП антенны приняты теми же, что и в расчётах, представленных на рис. 2.8, 2.9. В отсутствие контрастного объекта идеальное согласование $\Gamma_{\min} = 0$ на резонансной частоте $f_0 = 1$ ГГц достигалось при длинах плеч l_1, l_2 резонатора, зависящих от поглощения в окружающем пространстве. Для сильного поглощения имеем $l_1 = 2.97$ см, $l_2 = 2.57$ см, а в случае слабого поглощения $l_1 = 2.91$ см, $l_2 = 2.63$ см. Наличие контрастного объекта в зоне чувствительности БП локатора изменяет импеданс антенны, согласно данным, представленным на рис. 2.8, 2.9, что и формирует отклик устройства в виде сдвига резонансной частоты Δf_0 и рассогласования резонатора $\Gamma_{\min} > 0$.

Результаты расчёта изолиний $\Delta f_0(\vec{r}) = 0.5\Delta f_0(0)$, $\Gamma_{\min}(\vec{r}) = 0.5\Gamma_{\min}(0)$ для различных расстояний h до сферического объекта представлены на рис. 2.10. Видно, что линии $\Delta f_0(\vec{r})$ не зависят от поглощения в среде и повторяют форму и площадь аналогичных линий $X_n(\vec{r})$ (см. рис. 2.9), что обусловлено взаимно однозначным соответствием между Δf_0 и X . Для параметра Γ_{\min} наблюдается иная картина изолиний, которые на рис. 2.10 построены при тех же значениях h , что и линии для Δf_0 . Поскольку Γ_{\min} зависит как от R , так и от X , поведение этих линий аккумулирует свойства обоих параметров. Из результатов, представленных на рис. 2.10, можно заключить, что регистрация отклика БП локатора по параметру Γ_{\min} приводит к повышению разрешающей способности устройства в 2–3 раза относительно аналогичных измерений по параметру Δf_0 . Этот вывод справедлив как для сильно-, так и

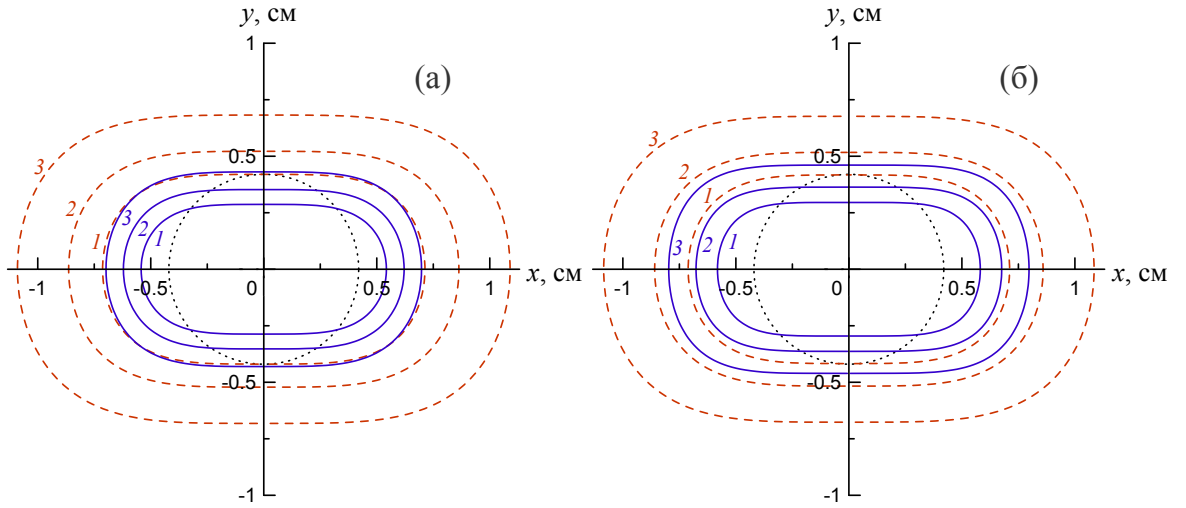


Рис. 2.10. Изолинии $\Gamma_{\min}(x, y)$ (сплошные линии), $\Delta f_0(x, y)$ (штриховые линии) при $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-1}$ (а), $\operatorname{tg} \delta_0 = 10^{-4}$ (б). Линии 1, 2, 3 соответствуют $h = 0$ см, 0.25 см, 0.5 см.

Мелким пунктиром показана изолиния стороннего тока.

для слабопоглощающей сред. Проявлением рассмотренного выше радиационного эффекта является некоторое расплывание линий $\Gamma_{\min}(\vec{r})$ в случае слабопоглощающей среды, которое видно из сравнения рис. 2.10а и 2.10б. Отметим ещё одно существенное отличие семейств кривых $\Gamma_{\min}(\vec{r})$ и $R_n(\vec{r})$ (ср. рис. 2.9б и 2.10б), которое заключается в смене ориентации большой оси эллипсоидной фигуры относительно выделенного направления \vec{x}_0 тока антенны (1.2).

2.2.2 Резонансное возбуждение мультипольных мод

Из теории дифракции Ми следует, что при некотором соотношении между длиной волны (частотой) падающего поля и диаметром шара возможно резонансное возбуждение мультиполей [51, 93]. Если $\varepsilon'' \ll \varepsilon'$, $\varepsilon_0'' \ll \varepsilon_0'$, $\tilde{m} \approx \sqrt{\varepsilon'/\varepsilon_0'} \gg 1$, $\tilde{k}d_s \ll 1$, то данное соотношение имеет вид [93]:

$$d_s = \begin{cases} \frac{\lambda}{\pi \tilde{m}} \left(1 - \frac{1}{\tilde{m}^2 n}\right) x_n & \text{— электрические колебания,} \\ \frac{\lambda}{\pi \tilde{m}} x_{n-1} & \text{— магнитные колебания,} \end{cases} \quad (2.3)$$

где n — порядок мультиполя, x_n — корень функции Рикатти—Бесселя n -го порядка $\psi_n(x)$ (см. стр. 35). Наименьшие значения корней следующие: $x_{n-1} \approx 3.14, 4.49, 5.76$ при $n = 1, 2, 3$. Как видно из (2.3), при фиксированной длине волны λ минимальное резонансное значение диаметра d_s соответствует магнитно-дипольному резонансу. Резонансы n -го электрического и $n + 1$ -го магнитного мультиполей возбуждаются практически при одинаковых d_s , поскольку в (2.3) $\tilde{m} \gg 1$.

Очевидно, что соотношение (2.3) действительно и для случая БП локации шара, поскольку резонансные условия формулируются по отношению к частоте, а не пространствен-

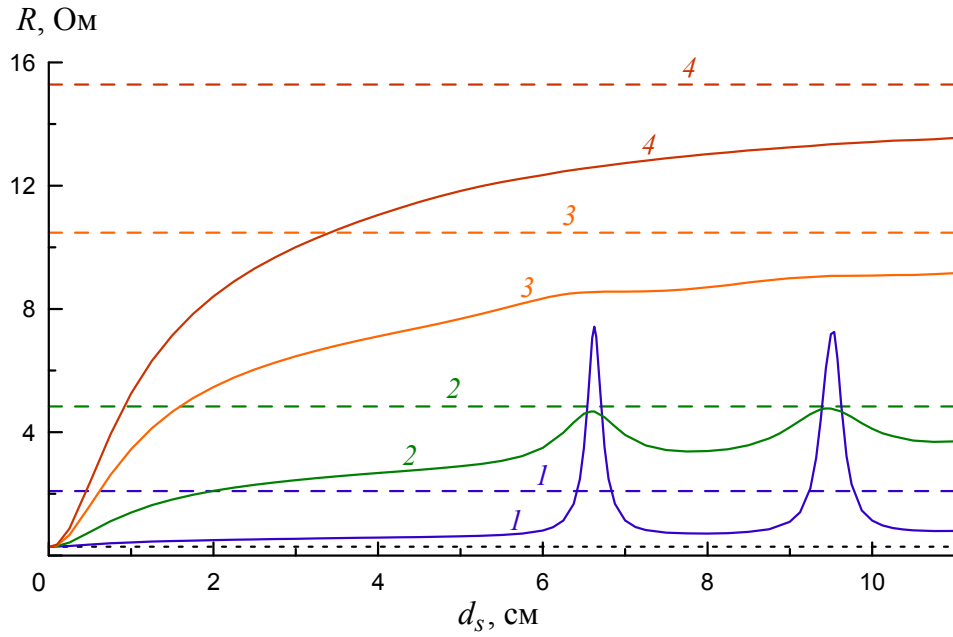


Рис. 2.11. Зависимость сопротивления R БП антенны от диаметра шара d_s . Сплошные линии — функция $R(d_s)$, штриховые линии — сопротивление антенны при зондировании полупространства с проницаемостью шара, пунктирная линия — сопротивление при отсутствии шара. Диэлектрическая проницаемость шара $\tilde{\epsilon} = 80 - i\epsilon''$. Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют $\epsilon'' = 2, 10, 30, 80$.

ной структуре действующего поля. Наличие резонансов должно отражаться на электрических характеристиках зонда. Вернёмся к задаче о БП зондировании водной капли в воздушной среде (стр. 39). На рис. 2.11 приведена зависимость $R(d_s)$ при $h = 0$ и разных потерях ϵ'' в шарообразной капле. Расчёты проведены с использованием теории БП локации шара произвольного диаметра (п. 1.3.1) для рабочей частоты зонда $f_0 = 500$ МГц и размера апертуры антенны $D = 1$ см. На рис. 2.11 также обозначены R при зондировании полупространства с соответствующей диэлектрической проницаемостью. При достаточно слабом поглощении имеются два резонансных пика. Первый пик, расположенный при $d_s = 6.63$ см, соответствует магнитно-дипольному резонансу, т. е. обусловлен слагаемым $\Delta R_2^1 = \text{Re}(\Delta Z_2^1)$ в формуле (1.51). Второй пик есть суперпозиция электродипольного и магнитно-квадрупольного резонансов, которым соответствуют компоненты ΔR_1^1 и ΔR_2^2 . Максимумы последних реализуются соответственно при $d_s = 9.44$ см и $d_s = 9.54$ см. Магнитно-квадрупольный пик более чем в два раза превышает электродипольный, чем и обусловлена близость второго резонансного значения $d_s = 9.52$ см на суммарной зависимости $R(d_s)$ к резонансу функции $\Delta R_2^2(d_s)$. Интересно, что при достаточно слабых потерях в шаре сопротивление антенны в резонансе превышает значение, реализуемое при БП локации полупространства. С ростом потерь ϵ'' добротность резонансов уменьшается, так что при $\epsilon'' > 30$ пики в функции $R(d_s)$ практически исчезают.

Важно, что резонансный характер присущ только функциям $R(d_s)$ и не наблюдается у $X(d_s)$. Расчёты показывают, что зависимости $X(d_s)$ при разных ε'' практически совпадают. Указанная особенность обусловлена тем, что резонансные моды связаны с возбуждением волновых полей в шаре, хотя в данном случае это стоячие волны. Генерация волновых полей влияет на сопротивление антенны, но не на её реактанс. Таким образом, исследованные резонансные возбуждения являются проявлением радиационного эффекта в БП зондировании.

Выводы

В данной главе на основе развитых теорий изучены радиационные эффекты, имеющие место при БП зондировании планарных структур и компактных неоднородностей. Обнаружено, что под влиянием волнового поля в слабопоглощающей среде реализуется эффект дальнего действия, заключающийся в более медленном изменении функции $R(h)$ по сравнению с $X(h)$ при увеличении расстояния h между апертурой зонда и слабопоглощающим однородным объектом. Показано, что зависимость $R(h)$ характеризуется квазистатическим h_Q и волновым h_W пространственными масштабами, причём в слабопоглощающей среде $h_W \gg h_Q$. Эффект подтверждён экспериментально в процессе БП зондирования планарных диэлектрических структур. Для параметров зонда $D = 1$ см, $\lambda = 50$ см получено $h_Q \approx 4$ мм, $h_W \approx 13$ мм. Теоретические исследования показали, что эффект дальнего действия имеет место и при зондировании компактного объекта, причём при замене плоского слоя на шар диаметром, равным толщине слоя, волновой масштаб h_W уменьшается примерно в 2 раза. Также обнаружены эффекты, связанные с резонансным возбуждением волновых мод как в планарных многослойных структурах, так и в сферической неоднородности. Данные резонансные эффекты проявляются на зависимости R от геометрических размеров объекта в виде резких пиков, где значение R может превышать обычные нерезонансные значения более чем на порядок.

На основе теории БП локации сферического объекта, развитой для малого шара с использованием приближения Рэлея, изучена разрешающая способность БП зонда. Обнаружено, что область чувствительности БП локатора в латеральной плоскости, определяемая по различным компонентам импеданса Z зонда — сопротивлению R и реактансу X , — различается как по форме, так и по характерным пространственным масштабам при слабом поглощении в окружающей среде. В результате измерение минимума коэффициента отражения даёт в 2—3 раза лучшее разрешение по сравнению с измерением резонансной частоты.

Глава 3

Обратные задачи БП микроскопии

В данной главе изучены возможные применения техники БП зондирования для решения некоторых задач, представляющих интерес для микро- и нанoeлектроники. Предлагаемые методы базируются на описанной в гл. 1 ЭД модели БП локатора, взаимодействующего с плоскостойкой структурой [43].

3.1 Определение сопротивления полупроводниковой плёнки

3.1.1 Методы измерения резистивных свойств полупроводниковых структур

Первые методы для измерения резистивных характеристик полупроводниковых структур появились почти сразу после изобретения германиевого транзистора [118, 119]. Среди них наиболее универсальным является контактный четырёхзондовый метод [120]. Его преимущество заключается главным образом в высоких метрологических показателях и простоте конструкции измерительных средств.

Четырёхзондовый метод основан на явлении растекания тока в точке контакта металлического острия с полупроводником. На поверхности образца вдоль одной линии размещаются четыре зонда, через одну пару которых (чаще всего это крайние зонды) пропускают ток I , а между двумя другими измеряют разность потенциалов U . В ряде случаев, когда необходимо проводить измерения на образцах малого размера, используют более компактную схему размещения зондов по вершинам квадрата. Ток пропускают через зонды, образующие одну из сторон квадрата, а разность потенциалов измеряют на другой паре зондов. При измерениях важно обращать внимание на положение зондов относительно границ образца: для различных конфигураций имеется соответствующий набор поправочных коэффициентов к формулам связи U и I с удельным сопротивлением образца ρ . Данный метод находит широкое применение в контроле однородности монокристаллов и пластин полупроводников.

Менее распространены двухзондовые и трёхзондовые методы. Первый применяется для тестирования однородных по глубине образцов правильной геометрической формы и с известным поперечным сечением, второй — для измерения удельного сопротивления эпитаксиальных слоёв в структурах с однотипной и сильнолегированной подложкой. В последнем случае использование трёх зондов позволяет избежать шунтирующего эффекта от подложки.

В 1958 году Лео ван дер Пау (англ. *Leo van der Pauw*) предложил новый метод измерения сопротивления, который впоследствии был назван его именем и получил широкое распространение [121]. В методе ван дер Пау четыре контакта наносятся на край плёнки или тонкой подложки, которая может иметь произвольную форму. Обозначим контакты последовательно буквами А, В, С, D, двигаясь по краю полупроводника. Введём т. н. взаимные сопротивления: $R_{AB}^{CD} = U_{CD}/I_{AB}$, $R_{BC}^{DA} = U_{DA}/I_{BC}$, где U_{CD} , U_{DA} , I_{AB} , I_{BC} — напряжения и токи, измеренные на соответствующих контактах. Тогда сопротивление образца¹ R_s определяется из соотношения:

$$\exp(-\pi R_{AB}^{CD}/R_s) + \exp(-\pi R_{BC}^{DA}/R_s) = 1. \quad (3.1)$$

Дополнительные измерения, выполненные в статическом магнитном поле, позволяют определить также концентрацию носителей заряда и подвижность в образце [122]. На сегодняшний день метод ван дер Пау является основным методом измерения характеристик полупроводниковых структур.

Необходимость приготовления омических контактов на образце является серьёзным недостатком для вышеперечисленных методов на постоянном токе. Использование зондов допустимо для полупроводников с относительно малой шириной запрещённой зоны, таких как Ge, Si, GaAs и InP. В настоящее время активно исследуются материалы с большей шириной запрещённой зоны: GaN, SiC и др. Применение контактных методов для таких образцов неизбежно приводит к повреждению их поверхности, что усложняет процесс контроля качества полупроводников в промышленности [122].

В последнее время развивается контактный метод, использующий четыре кантилеверных электрода микроскопических размеров [123]. Расстояние между зондами составляет несколько микрометров, а сила, действующая на образец, примерно в 10^6 раз меньше, чем в случае аналогичного макроскопического четырёхзондового метода. Таким образом, путём миниатюризации зондов удалось перевести контактный метод измерения сопротивления в разряд неразрушающих, увеличив вместе с тем его разрешающую способность. Тем

¹Под сопротивлением образца толщиной много меньше расстояния между контактами подразумевается т. н. сопротивление «на квадрат», которое в системе СИ эквивалентно сопротивлению данного материала с шириной и длиной, равной 1 м.

не менее, быстрый прогресс в разработке новых материалов и наноструктурированных объектов обеспечивает высокую потребность в развитии бесконтактных методов диагностики полупроводников [122].

В этой связи для тестирования высокорезистивных полупроводников предлагается использовать емкостной метод, в котором измерения проводятся с помощью коаксиального зонда, а под полупроводниковым образцом располагается массивный электрод [124]. С целью вычисления удельного сопротивления ρ образца исследуется отклик устройства на импульс напряжения, приложенного между зондом и внешним электродом. Имеющиеся к настоящему моменту коммерческие системы, реализующие этот метод, предназначены для измерений в диапазоне $10^5 < \rho < 10^{12}$ Ом·см с усреднением на площади 1–5 мм². Однако важнейшим недостатком емкостного метода является трудность измерений сопротивления тонких плёнок, расположенных на диэлектрических подложках.

Метод вихревых токов долгое время использовался для неразрушающего контроля металлов, но затем был приспособлен для измерения резистивных свойств полупроводников [125]. Основным элементом здесь является параллельный резонансный контур, возбуждаемый ВЧ-генератором. Катушка индуктивности контура намотана на ферритовый сердечник тороидальной формы, на противоположной стороне которого имеется прорезь. В неё вставляется исследуемый полупроводниковый образец, в котором за счёт колебаний в контуре возбуждаются вихревые токи. Связанное с ними поглощение электромагнитной энергии в пренебрежении рассеянием магнитного потока и скин-эффектом должно быть обратно пропорционально сопротивлению поверхностного слоя образца. Для получения абсолютных значений R_s или ρ устройство предварительно калибруется на системе эталонных образцов. Параметры, измеряемые методом вихревых токов, соответствуют низкорезистивному диапазону: $0.1 \text{ Ом} < R_s < 100 \text{ кОм}$, $10^{-3} < \rho < 10^4 \text{ Ом}\cdot\text{см}$.

Большими возможностями для изучения объёмных образцов обладают микроволновые методы [119]. Измерения проводятся внутри волновода или резонатора, где полупроводник облучается волнами СВЧ диапазона в режиме TE_{0m} или TE_{0mn} моды (m, n — целые положительные числа) в зависимости от поперечного сечения полости. Для определения удельной проводимости ρ полупроводника в волноводной системе измеряется коэффициент отражения мощности излучения, а в резонаторном методе информативными параметрами являются добротность и резонансная частота. Использование резонатора позволяет также получать температурные зависимости для ρ . В последнее время для измерений на полупроводниковых подложках увеличенного диаметра применяются внешние диэлектрические резонаторы различных конфигураций [126]. Их внедрение в микроволновый метод позволило раздвинуть

границы для ρ измеряемых образцов до диапазона $10^{-6} < \rho < 10^5$ Ом·см.

Современная микроэлектроника испытывает всё возрастающую потребность в разнообразных наноструктурированных объектах, что выдвигает на первый план проблему разрешающей способности в методах диагностики ρ и R_s полупроводниковых структур. В этой связи указанному требованию может удовлетворить техника БП СВЧ микроскопии, которая за последнее десятилетие продемонстрировала высокий потенциал для измерения проводящих свойств различных образцов [12, 62]. Однако важным недостатком БП методов до сих пор остаётся их невысокая измерительная точность. Очевидно, что дальнейшее совершенствование методики БП измерений, в том числе с применением подходящей системы эталонных материалов, позволит сделать метод БП микроскопии хорошей альтернативой для определения электрофизических параметров как традиционных материалов, как и новых всё более сложных структур.

3.1.2 Устройство и электродинамика БП микроскопа

Основной частью БП микроскопа, сконструированного собственными силами, являлся резонансный зонд в виде отрезка симметричной полосковой линии шириной $w = 3$ мм, толщиной $t = 1.5$ мм и длиной $l \approx 2.8$ см. Один из концов линии сужен до размера $D_0 \approx 1$ мм, представляя собой апертуру (рис. 3.1). Исследуемый образец закреплялся вертикально в держателе с помощью пружинного контакта. Зонд подключался к векторному анализатору цепей Agilent-E8361A через симметрирующий переход и коаксиальный кабель с волновым импедансом $Z_p = 50$ Ом, а его положение относительно образца регулировалось посредством механической системы позиционирования по трём пространственным и двум угловым координатам.

БП зонд подобной конструкции с разрешением около 10 мкм разработан в [13] и хорошо зарекомендовал себя в ряде исследований [55, 74]. В отличие от варианта в [13] здесь реализована омическая связь зонда с подводящей линией. Электродинамические параметры зонда определим на основе уже использованной ранее эквивалентной схемы (рис. 1.1). В отсутствие контакта с образцом длина l соответствует полуволновому резонансу полосковой линии на частоте $f_0 = 3.110$ ГГц ($\Gamma_{\min} = \Gamma(f_0) < -40$ дБ). С учётом диэлектрической проницаемости разделяющего диэлектрического стержня ($\tilde{\varepsilon} = 4.7$), а также ширины полосков w и толщины линии t имеем для волнового импеданса линии $Z_l \approx 30$ Ом [117]. Согласование зонда достигалось за счёт регулирования длин плеч резонатора $l_{1,2}$ (рис. 3.1). Используя фактические значения длин $l_1 = 1.58$ см, $l_2 = 1.17$ см ($l = l_1 + l_2$) с поправками менее 1 мм, обеспечивающими требу-

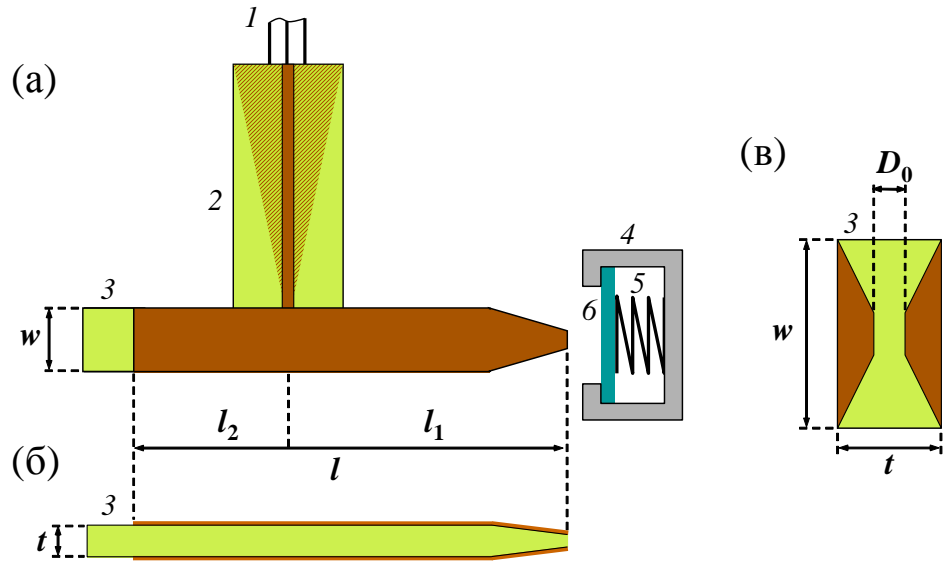


Рис. 3.1. Конструкция БП зонда: (а) система зонд—образец, вид сбоку; (б) зонд, вид снизу; (в) апертура зонда, вид спереди. Тёмные области — металл, светлые — диэлектрик, заштрихованная область — металл за диэлектриком. Цифрами обозначены: 1 — коаксиальный вход, 2 — симметрирующий переход, 3 — зонд в виде отрезка полосковой линии, 4 — держатель образца, 5 — пружина, 6 — образец.

емое согласование, получим для волнового числа линии $\tilde{k}_l = \tilde{k}_p = (2\pi\sqrt{\varepsilon_p}f_0/c)(1 - 1.05 \cdot 10^{-2}i)$ при $\varepsilon_p = 3.05$ [117].

Ближнее поле, формируемое вблизи апертуры данного БП микроскопа, локализовано в области с характерным размером порядка D_0 . Значение параметра D_0 определяет разрешающую способность, чувствительность и динамический диапазон микроскопа. Обратим внимание, что разрешающая способность устройства далека от рекордной ($D_0/\lambda \sim 10^{-2}$), но, как будет показано ниже, она является наиболее оптимальной для определения характеристик исследованных структур.

Общий характер распределения эквивалентного поверхностного тока на апертуре БП зонда описывается формулой (1.2), в которую входит эффективный размер антенны D . Таким образом, в разрабатываемой методике параметр D является главным подгоночным параметром, значение которого определяется из калибровочных измерений. Естественно, что D по порядку величины должно соответствовать геометрическому размеру апертуры D_0 . Распределение (1.2) определяет входной комплексный импеданс антенны $Z = R + iX$, вычисление которого производится на основе теории БП зондирования плоскостойкой среды [43].

Тестируемый образец, находящийся вблизи апертуры БП зонда, изменяет импеданс Z , что приводит к искажению частотной характеристики $\Gamma(f)$, непосредственно снимаемой векторным анализатором Agilent-E8361A. Резонансная частота f_0 автоматически регистри-

ровалась прибором в минимуме резонансной кривой: $\Gamma_{\min} = \Gamma(f_0)$. Параметр Γ_{\min} в процессе измерений был довольно нестабильным, в частности, из-за контактных явлений в микроволновых коннекторах (± 5 дБ при $\Gamma_{\min} < -40$ дБ), поэтому в качестве второго информативного параметра отклика была выбрана ненагруженная добротность Q_0 . Для определения Q_0 характеристика $\Gamma(f)$ в некотором интервале частот аппроксимировалась функцией

$$\Gamma(f) = \frac{((1 - \beta)/Q_0)^2 + (2\Delta f_0/f_0)^2}{((1 + \beta)/Q_0)^2 + (2\Delta f_0/f_0)^2}, \quad (3.2)$$

описывающей коэффициент отражения для резонатора-двухполюсника при $Q_0 \gg 1$. Величиной β здесь обозначен параметр связи, характеризующий степень согласования резонатора (при идеальном согласовании $\beta = 1$).

В процессе тестирования образца первоначально производилась юстировка зонда. С этой целью измерялась резонансная частота f_0 как функция расстояния от зонда до образца h . При $h < 50$ мкм наблюдалось резкое понижение частоты $f_0(h)$. В этом положении изменением угла наклона зонда в двух плоскостях достигалось максимальное значение $\Delta f(h) = f_0(h \rightarrow \infty) - f_0(h)$. Затем зонд приводился в плотный контакт с образцом. Контакт достигался в положении $h = h_{\min}$, когда частота f_0 принимала фиксированное значение, что наблюдалось как излом зависимости $f_0(h)$. За счёт пружинного контакта образца с держателем фиксированная величина f_0 сохранялась и при $h < h_{\min}$. В этом положении зонда проводилась регистрация резонансной кривой $\Gamma(f)$.

3.1.3 Характеристики плёночных структур

Объектами диагностики служили эпитаксиальные плёнки n -GaN, выращенные на сапфировой подложке ориентации (0001), диаметром 5 см и толщиной 0.5 мм. Толщина плёнок, измеренная оптическим рефлектометром, составляла $d = 0.25$ — 2.5 мкм.

Было исследовано 18 образцов различной толщины и проводимости σ , зависящей от степени легирования GaN в процессе роста. Плёночное сопротивление $R_s = 1/(\sigma d)$, подвижность μ и концентрация N свободных носителей заряда измерялись при комнатной температуре методом Ван-дер-Пау (ВДП) [121]. Сопротивление R_s определялось с учётом асимметрии расположения контактов и формы образца по описанной в [127] методике. Подвижность μ вычислялась по измерениям холловского сопротивления в магнитном поле величиной 0.6 Тл. Концентрация N определялась на основе полуклассической модели для полупроводников, которая описывает диэлектрическую проницаемость $\tilde{\epsilon}$ полупроводника в низкочастотном пре-

деле ($\omega \ll \nu$) следующей формулой¹:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon' - \frac{\omega_p^2}{\nu^2} + \frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}, \quad (3.3)$$

где $\omega_p^2 = e^2 N / (m_{\text{эфф}} \varepsilon_0)$ — плазменная частота, e — заряд электрона, $m_{\text{эфф}}$ — эффективная масса свободных носителей, $\varepsilon_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9}$ Ф/м — диэлектрическая проницаемость вакуума, ν — частота соударений, σ — проводимость, представляемая формулой Друде:

$$\sigma = \frac{e^2 N}{m_{\text{эфф}} \nu}. \quad (3.4)$$

Проводимость (3.4) может быть выражена через подвижность μ как $\sigma = Ne\mu$. Таким образом, независимые измерения параметров полупроводниковой плёнки R_s , d , μ позволили определить концентрацию N , которая в исследованных образцах составила $10^{17} - 10^{19}$ см⁻³. Параметры плёнок, промаркированных как S1—S18, приведены в табл. 3.1.

В диапазоне частот $f < 100$ ГГц в формуле (3.3) при $N > 10^{16}$ см⁻³ выполняется соотношение $\text{Im } \tilde{\varepsilon} \gg |\text{Re } \tilde{\varepsilon}|$. В результате, электродинамические свойства полупроводниковой плёнки определяются только её проводимостью σ и толщиной d . Далее будет показано, что при достаточно большом размере апертуры $D \geq 1$ мм для плёнок рассматриваемых толщин ситуация упрощается. В этом случае электромагнитный отклик БП микроскопа характеризуется сопротивлением $R_s = 1/(\sigma d)$, т. е. произведением σ и d , а не каждым из этих параметров в отдельности. Таким образом, БП тестирование полупроводниковых плёнок в рассматриваемом диапазоне параметров даёт информацию о сопротивлении R_s . Для исследованных образцов величина сопротивления изменялась в диапазоне $0.03 \text{ кОм} < R_s < 15 \text{ кОм}$. Как указано выше, этот же физический параметр определяется из ВДП-измерений на постоянном токе, что даёт возможность сравнить результаты этих измерений с данными, получаемыми в процессе БП диагностики.

Разработанный метод тестирования базируется на теоретической модели БП микроскопа [43]. Для эффективного применения модели необходимо предварительно определить её подгоночные параметры, поэтому необходимой составляющей метода являются калибровочные измерения. В этой связи эталонные образцы должны иметь известные характеристики и, желательно, максимально простую внутреннюю структуру. Другое требование — электродинамические параметры калибровочных образцов должны обеспечить перекрытие всего динамического диапазона устройства, т. е. тех пределов, в которых изменяются рабочие характеристики зонда (в данном случае f_0 и Q_0) в процессе тестирования исследуемых объектов. Для повышения точности диагностики калибровочные измерения должны давать

¹Формула (3.3) записана в системе СИ.

Таблица 3.1. Параметры плёночных GaN структур

Измерения R_s^N без тефлоновой прокладки									
Образец	d , мкм	N , см $^{-3}$	μ , см 2 /(В·с)	R_s^V , кОм (ВДП)	f_0 , ГГц	Q_0	x	y	R_s^N , кОм (БП)
ES	—	—	—	—	3.033	47	0	0	—
S1	0.50	2.2×10^{17}	78	7.2	3.033	37	0	0.29	10.8
S2	0.50	1.7×10^{17}	53	14.0	3.033	34	0	0.41	7.5
S3	1.00	8.5×10^{16}	92	7.9	3.033	28	0	0.72	4.5
S4	0.75	1.8×10^{17}	118	3.8	3.033	27	0	0.79	4.0
S5	1.15	2.4×10^{17}	73	3.1	3.025	21	0.27	1.32	2.3
S6	1.00	1.5×10^{17}	200	2.1	3.031	20	0.07	1.44	2.2
S7	0.90	2.6×10^{17}	162	1.6	3.010	16	0.77	2.06	1.15
S8	2.50	1.7×10^{17}	139	1.1	2.999	15.5	1.13	2.16	0.88
S9	0.90	4.3×10^{17}	204	0.79	2.988	15	1.50	2.27	0.70
Измерения R_s^N с тефлоновой прокладкой									
Образец	d , мкм	N , см $^{-3}$	μ , см 2 /(В·с)	R_s^V , кОм (ВДП)	f_0 , ГГц	Q_0	x	y	R_s^N , кОм (БП)
ES	—	—	—	—	3.038	47	0	0	—
S9	0.90	4.3×10^{17}	204	0.79	3.005	22	1.10	1.21	0.70
S10	0.90	5.6×10^{17}	233	0.53	2.994	22.5	1.47	1.16	0.43
S11	0.75	8.2×10^{16}	210	0.47	2.989	23.5	1.63	1.06	0.34
S12	0.25	7.3×10^{18}	73	0.45	2.986	23	1.73	1.11	0.32
S13	1.05	2.4×10^{17}	195	0.33	2.985	24.5	1.77	0.98	0.28
S14	0.90	8.3×10^{17}	313	0.27	2.976	24.5	2.07	0.98	0.21
S15	1.30	2.3×10^{18}	192	0.10	2.971	29	2.23	0.66	0.12
S16	1.05	7.5×10^{18}	79	0.11	2.970	29	2.27	0.66	0.12
S17	0.65	1.5×10^{19}	127	0.052	2.966	38	2.40	0.25	0.042
S18	1.00	1.8×10^{19}	81	0.041	2.970	41	2.23	0.15	0.033

достаточно частый набор опорных точек, в которых будут определены подгоночные параметры физической модели БП микроскопа. В качестве эталонных образцов выбраны чистая сапфировая подложка (ES), пять кремниевых пластин различной степени легирования n -либо p -типа (E1–E5) и покрытая медью пластина (EM). Толщина диэлектрических эталонов и кремниевых пластин составила 0.5–0.6 мм, а толщина покрытия металлизированной пластины — не менее 50 мкм. Этого оказалось достаточно, чтобы при указанных выше пара-

Таблица 3.2. Параметры эталонных образцов на частоте $f = 3$ ГГц

Образец	Обозначение	μ , $\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$	N , см^{-3}	σ , $(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$	$\text{Re } \tilde{\varepsilon}$	$\text{Im } \tilde{\varepsilon}$
Сапфир	ES	—	—	0	11.5	10^{-3}
<i>p</i> -Кремний	E1	400	3.0×10^{14}	0.019	11.6	11.4
<i>p</i> -Кремний	E2	350	1.2×10^{15}	0.065	11.5	38.7
<i>n</i> -Кремний	E3	1220	6.9×10^{14}	0.135	11.1	81.1
<i>n</i> -Кремний	E4	1530	1.1×10^{15}	0.278	10.7	166.7
<i>p</i> -Кремний	E5	240	4.0×10^{16}	1.67	5.9	10^3
Металлизированная медью пластина	EM	—	—	5.8×10^5	—	3.5×10^8

метрах микроскопа аппроксимировать образцы в расчётах однородным полупространством. Параметры эталонов приведены в табл. 3.2. Проводимость σ кремниевых образцов получена по данным ВДП-измерений.

3.1.4 Результаты измерений

Измерение эталонных объектов позволяет определить подгоночные параметры электродинамической модели БП микроскопа [43], с тем чтобы в дальнейшем использовать эту модель для тестирования плёночных структур. Как указано выше, одним из таких параметров служит эффективный размер апертуры D в (1.2). Однако согласование с экспериментом оказывается невозможным, если в теории [43] высота БП антенны над поверхностью образца равна нулю. Потребовалось ввести контактный импеданс, который моделировался воздушным зазором конечной толщины $h \neq 0$. Этот импеданс вполне аналогичен паразитной ёмкости, возникающей при моделировании БП микроскопа схемой с сосредоточенными элементами [3]. Природа контактного импеданса может быть связана с наличием шероховатости или окисла как на апертуре БП зонда, так и на поверхности исследуемых образцов. Варьирование параметров D и h в теории [43] позволяет вычислить оптимальное значение импеданса антенны Z , относительно которого расчёты и измерения кривой $\Gamma(f)$ согласуются. Параметры D , h и являются подгоночными для используемой модели БП микроскопа.

При плотном контакте зонда с поверхностью эталонного образца происходит рассогласование БП зонда. С увеличением $|\tilde{\varepsilon}|$ или σ эталона минимум коэффициента отражения Γ_{\min} растёт, так что при $\sigma > 0.1$ $(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ (эталонные E3—E5 и EM в табл. 3.2) резонансный характер зависимости $\Gamma(f)$ не наблюдается, т. е. определение параметров f_0 , Q_0 становится невозможным.

возможным. При таком способе измерений динамический диапазон БП микроскопа ограничен некоторой минимальной величиной R_s^{\min} полупроводниковой плёнки. Далее будет показано, что $R_s^{\min} \approx 0.5$ кОм. Тестирование эталонных образцов и плёночных структур во всём диапазоне параметров σ и R_s оказалось возможным за счёт введения тефлоновой прокладки толщиной 10 мкм между зондом и поверхностью объекта. В этом случае минимум Γ_{\min} на зависимости $\Gamma(f)$ чётко фиксировался для всех эталонов и плёночных образцов. Введение прокладки привело к расширению динамического диапазона БП микроскопа за счёт некоторого, вполне приемлемого, снижения его чувствительности.

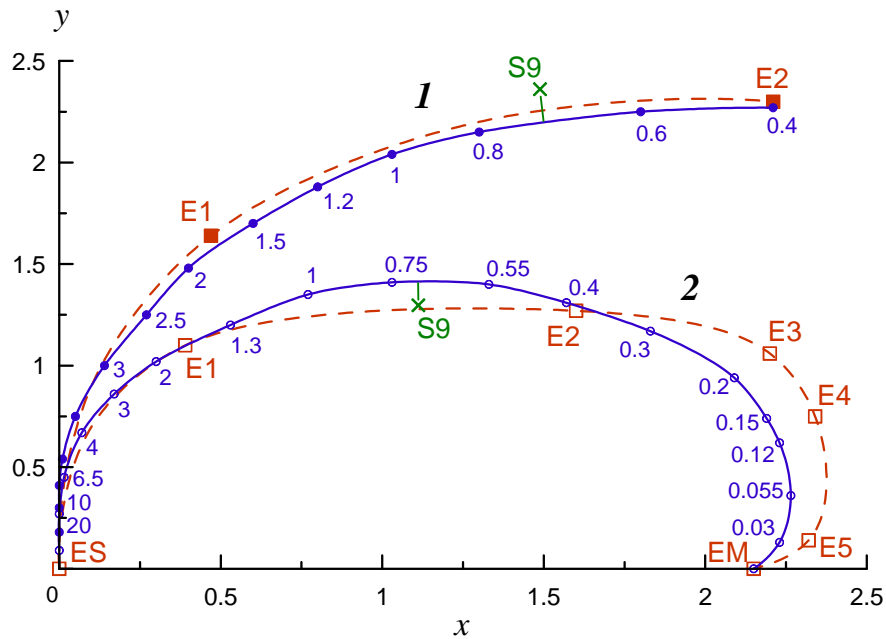


Рис. 3.2. Калибровочные кривые $y_E(x)$ (штриховые линии) и целевые функции $y_S(x)$ (сплошные линии), полученные в отсутствие (1) и при наличии (2) тефлоновой прокладки толщиной 10 мкм между апертурой БП зонда и поверхностью исследуемого материала. Квадратами обозначены опорные точки для $y_E(x)$, которые являются данными измерений на эталонах. В некоторых точках на $y_S(x)$, обозначенных кружками, приведены значения сопротивления R_s в кОм. Символ в виде крестика — измерение образца S9, на котором проиллюстрирована методика определения R_s .

Результаты зондирования эталонных образцов $y_E(x)$ представлены на рис. 3.2 штриховыми линиями. Соответствующие зависимости приведены в нормированных переменных $x = 10^2(f_0^{\text{ES}} - f_0)/f_0^{\text{ES}}$, $y = 10^2(1/2)(1/Q_0 - 1/Q_0^{\text{ES}})$ где f_0^{ES} , Q_0^{ES} — резонансная частота и добротность микроскопа в контакте с сапфировой подложкой (эталон ES в табл. 3.2). Данные измерений отмечены в опорных точках кривых $y_E(x)$ идентификаторами соответствующих эталонов. В этих точках определялись подгоночные параметры модели БП микроскопа D ,

h . Зависимости $y_E(x)$ на рис. 3.2 вычислены при плавном изменении параметров D и h в промежутках между опорными точками (интерполяция сплайнами).

Тестирование плёночных полупроводниковых структур состоит в определении сопротивления R_s по данным измерения информативных параметров микроскопа. Целевая функция $y_S(x)$, которая ставит в соответствие измеряемым параметрам f_0 , Q_0 определённые значения R_s , показана на рис. 3.2 сплошными линиями для двух вариантов тестирования — при наличии тефлоновой прокладки между зондом и образцом и в её отсутствие. В некоторых точках $y_S(x)$ приведены значения сопротивления R_s в кОм. Указанная зависимость рассчитана по теории [43] в предположении, что наиболее близким между собой точкам кривых $y_E(x)$ и $y_S(x)$ отвечают одинаковые значения параметров модели D и h . В процессе расчёта зависимостей $x(R_s)$, $y(R_s)$ предполагалось, что толщина полупроводниковой плёнки фиксирована на значении $d = 1$ мкм, соответствующем средней толщине исследованных структур, а сопротивление $R_s = 1/(\sigma d)$ варьировалось за счёт изменения σ . Такой подход оправдан, поскольку, как показали расчёты для реализованного БП микроскопа, изменение толщины d в характерных для данных образцов пределах 0.25—2.5 мкм при условии $R_s = \text{const}$ приводит к незначительному изменению компонент импеданса зонда R , X : порядка 0.1% и менее. Эти оценки согласуются с утверждением, приведённым в п. 3.1.3, о том, что результаты зондирования данным БП микроскопом определяются величиной R_s , а не параметрами σ , d в отдельности.

Кривые $y_S(x)$ имеют три характерных участка (рис. 3.2). Крайние два соответствуют низкоомным ($R_s < 0.25$ кОм) и высокоомным ($R_s > 2.5$ кОм) плёнкам. Для первых характерна резко падающая, для вторых — возрастающая зависимость $Q_0(R_s)$. При этом частота f_0 меняется незначительно. В промежуточной области ($0.25 \text{ кОм} < R_s < 2.5 \text{ кОм}$) имеет место обратная картина — с уменьшением R_s резко понижается частота f_0 , в то время как добротность Q_0 слабо меняется, оставаясь вблизи минимального значения. Указанный характер зависимостей $y_S(x)$ одинаков для обоих вариантов тестирования, т. е. в отсутствие и при наличии тефлоновой прокладки. В силу отмеченного выше ограничения динамического диапазона БП микроскопа, кривые (1) на рис. 3.2 показаны только в информативной области.

Более детально результаты расчётов иллюстрируют данные, представленные на рис. 3.3. На рис. 3.3а показаны зависимости подгоночных параметров электродинамической модели микроскопа D и h от сопротивления R_s . Как и следовало ожидать, эффективный диаметр антенны D из (1.2) по порядку величины соответствует геометрическому размеру апертуры зонда $D_0 \approx 1$ мм. Повышение проводимости σ образца приводит к уменьшению эффективного размера D примерно на 50% (в отсутствие образца $D \approx 1.2$ мм). Подобное поведение пара-

метра, характеризующее размер апертуры БП микроскопа, уже отмечалось в работах [57,74]. По-видимому, за наблюдаемый эффект ответственен реальный физический процесс, протекающий при взаимодействии БП зонда с веществом. Возможно, уменьшение D связано с наведёнными зарядами обратного знака в области локализации поля зонда в проводящем образце, создающими противоположно направленный дипольный момент. Взаимодействие диполей зонда и образца приводит к повышению концентрации зарядов на конце зонда, что может вызывать уменьшение не только эффективного размера D , но также и эффективной высоты h . Последнее явление действительно имеет место, что можно видеть из рис. 3.3а.

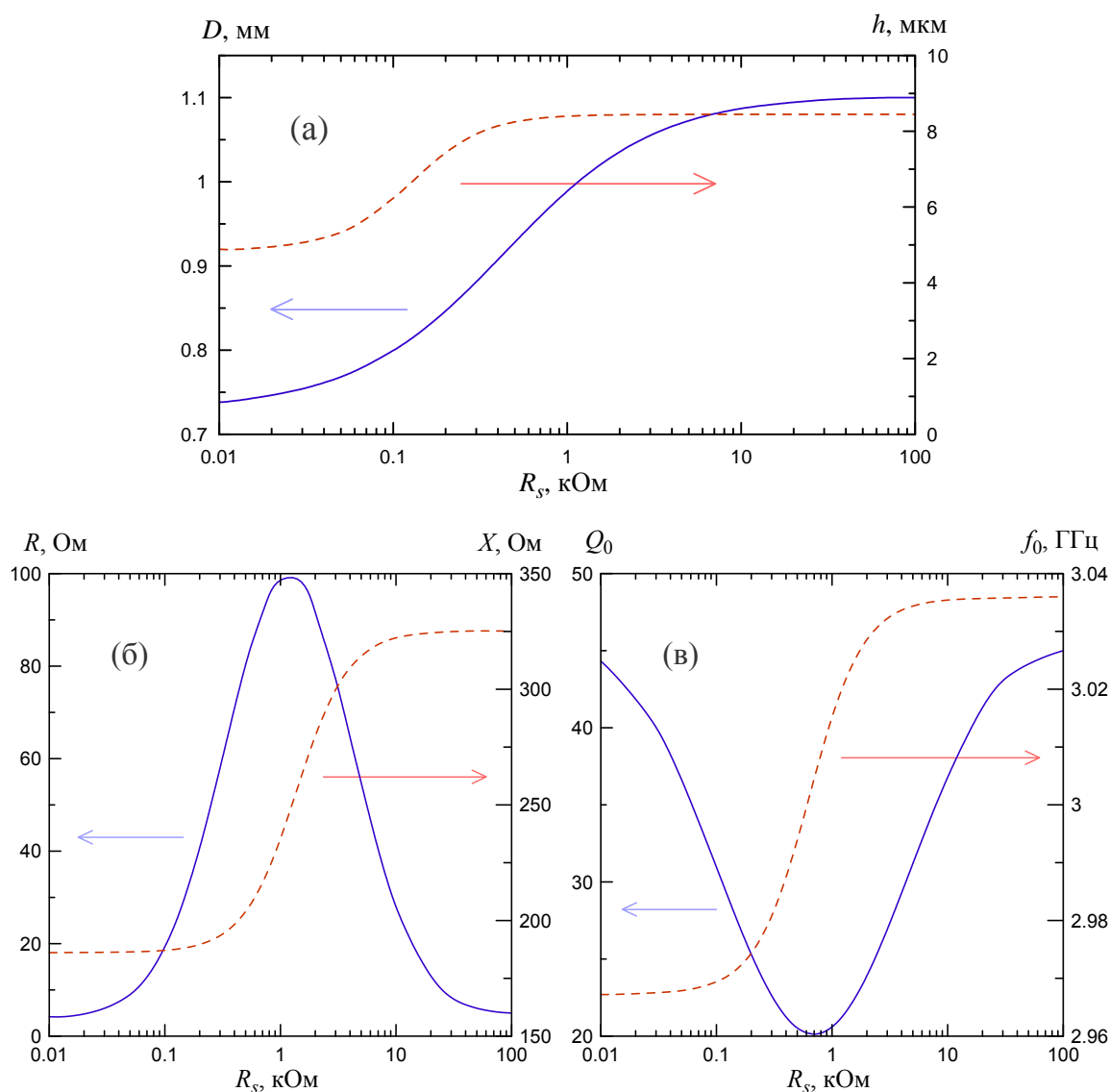


Рис. 3.3. Характеристики БП микроскопа как функции сопротивления плёнки R_s при измерении с тефлоновой прокладкой: (а) подгоночные параметры БП модели D и h , (б) компоненты импеданса антенны R и X , (в) параметры отклика зонда Q_0 и f_0 .

Особенность используемого здесь устройства по сравнению с микроскопами высокого разрешения состоит в том, что проводимость σ исследуемого образца эффективно влияет как

на резонансную частоту зонда f_0 , так и на добротность Q_0 . Такой эффект обусловлен тем, что для данного микроскопа имеет место соотношение для компонент импеданса $X \gtrsim R$, в то время как для устройств высокого разрешения обычно $X \gg R$ на всём диапазоне значений σ . Характер зависимостей $X(R_s)$, $R(R_s)$ виден из рис. 3.3б. Важно, что области максимальной крутизны этих функций не совпадают. На краях динамического диапазона БП микроскопа наибольшую изменчивость демонстрирует R , в то время как $X \approx \text{const}$. В центральной части динамического диапазона имеет место обратная картина. Указанные особенности отражаются на зависимостях $f_0(R_s)$, $Q_0(R_s)$, представленных на рис. 3.3в. Из сравнения рис. 3.3б и рис. 3.3в можно видеть, что понижение частоты f_0 , главным образом, обусловлено уменьшением X , тогда как падение добротности Q_0 связано с увеличением R . В результате, кривые $y_E(x)$ и $y_S(x)$ на рис. 3.2, разбиваются на три характерных участка, обсуждавшихся выше. Таким образом, вовлечение, по-возможности, в процесс диагностики измерений добротности Q_0 важно с точки зрения расширения динамического диапазона БП микроскопа, который в данном случае составил 0.02–30 кОм. Отмеченное обстоятельство — дополнительная причина в пользу выбора БП микроскопа пониженного разрешения (в данном случае порядка 1 мм), если это не противоречит техническим условиям решаемой практической задачи.

Измерения параметров f_0 , Q_0 позволяют определить сопротивление R_s тестируемого образца. Это выполняется с помощью целевой функции $y_S(x)$ с нанесенной на ней шкалой значений R_s (рис. 3.2), полученной посредством калибровочных измерений и в результате расчётов по модели БП микроскопа [43]. Экспериментальные значения параметров x_n , y_n , найденные для каждой исследованной структуры S1–S18 (n — номер образца), приведены в табл. 3.1. Соответствующие значения R_s^n определялись проекцией экспериментальных точек (x_n, y_n) на кривую $y_S(x)$. Высокоомные образцы S1–S9 тестировались без тефлоновой прокладки, т. е. при максимальной чувствительности микроскопа. Сопротивление R_s этих образцов находилось с использованием зависимости $y_S(x)$, отмеченной цифрой 1 (сплошная кривая) на рис. 3.2. Низкоомные образцы S9–S18 исследовались с использованием тефлоновой прокладки, и целевой функцией для них является сплошная кривая 2 на рис. 3.2. Образец S9 с промежуточным значением R_s тестировался по обоим вариантам для контроля точности. В качестве примера на рис. 3.2 продемонстрирована методика определения R_s для S9. Все полученные данные сведены в табл. 3.1, где для сравнения приведены также результаты ВДП-измерений R_s . Обратим внимание на точное совпадение результатов БП измерений R_s для образца S9, проведённых в отсутствие и при наличии тефлоновой прокладки.

Из табл. 3.1 можно видеть, что значения сопротивлений, полученных ВДП- (R_s^V) и БП (R_s^N) методами, находятся в удовлетворительном согласии для образцов S4–S18, т. е.

для большинства исследованных структур. Среднеквадратичный разброс данных для этих структур составил $\delta = \sqrt{\left(2(R_s^N - R_s^V)/(R_s^N + R_s^V)\right)^2} \approx 20\%$. Данное расхождение может объясняться неоднородным распределением сопротивления по поверхности образца. Следует подчеркнуть, что БП микроскопом R_s измеряется локально, в то время как метод ВДП даёт значения R_s , усредненные по поверхности. По данным БП измерений, выполненных в различных точках поверхности для нескольких исследованных структур, вариации R_s составили порядка 30%. Причиной неоднородности распределения R_s , по-видимому, является неоднородность толщины слоя GaN, которая по данным оптической рефлектометрии имеет такой же порядок.

Обращает на себя внимание существенное (50–100%) расхождение результатов ВДП-и БП тестирования наиболее высокоомных образцов S1–S3 (табл. 3.1). Высокая дефектность этих образцов, связанная с влиянием дислокаций в кристаллической структуре при $N \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$, может приводить к возникновению случайного потенциала и сильной неоднородности слоя GaN, о чем свидетельствовала пониженная величина измеренной подвижности $\mu \approx 100 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Для бездефектных кристаллов GaN при указанном уровне допирования $\mu \approx 500 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Возможно, что для высокоомных образцов реализуется специфическая картина растекания постоянного тока, что приводит к неточности вычисления поправочного коэффициента, связанного с учетом форм-фактора в методе ВДП [127]. Другая вероятная причина — различие путей протекания постоянного и переменного (микроволнового) тока на микроуровне. Высокочастотный ток может эффективно проникать в микродефекты, тогда как постоянный ток стремится обтекать дефекты. Вопрос о точности как БП, так и ВДП-диагностики высокоомных плёнок требует более детального изучения.

3.2 Профилометрия концентрации свободных носителей в полупроводниках

3.2.1 Проблемы профилометрии в полупроводниковых технологиях

Потребность в контроле профиля концентрации свободных носителей в полупроводниках $N(z)$ возникает в технологиях легирования низкоомных материалов, в частности, при дельта-легировании, и в процессе создания тонких проводящих слоёв методами ионной имплантации. Неоднородные распределения $N(z)$ по глубине z могут реализовываться при локальном возбуждении носителей, например, при фото-возбуждении, а при импульсном возбуждении эти распределения могут быть ещё и нестационарными. В указанных случаях

перепад концентрации N может составлять 3–5 порядков на масштабах 10 нм—1 мкм. В такой же степени изменяется проводимость σ и диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon}$ вещества.

В полупроводниковых технологиях используется ряд методов контроля профиля $N(z)$. Наиболее распространённый метод — вторичная ионная масс-спектрометрия (ВИМС) [128, 129]. Для проведения анализа при помощи ВИМС исследуемый образец помещается в высокий вакуум с давлением ниже 10^{-6} мбар и облучается пучком ионов. Образующийся в результате поток вторичных ионов исследуется масс-анализатором. На основе состава полученной пробы восстанавливается профиль распределения веществ по глубине. Метод ВИМС позволяет достичь высокого разрешения по глубине (менее 5 нм) и вдоль поверхности (порядка 1 мкм). Главными недостатками ВИМС являются его относительная дороговизна, разрушающее воздействие на образец, а также тот факт, что измеряемой характеристикой служит концентрация примеси, которая далеко не всегда совпадает с концентрацией свободных носителей.

Другой широко используемый в технологическом процессе метод профилометрии C—V (capacitance—voltage) основан на измерении зависимости ёмкости обеднённого приповерхностного слоя от приложенного напряжения [130, 131]. С ростом напряжения увеличивается ширина обеднённого слоя, за счёт чего может быть восстановлен глубинный профиль различных параметров полупроводника. Для создания обеднённого слоя на специально подготовленную поверхность наносятся омические контакты, что может приводить к порче образца. Среди других недостатков отмечаются проблемы измерения малых и средних ($N < 10^{17}$ см $^{-3}$) концентраций, а также ограничения по разрешающей способности и глубине зондирования.

Серьёзную конкуренцию вышеупомянутым методам составляет метод профилометрии распределённого (удельного) сопротивления — spreading resistance profilometry (SRP) [132–134]. Профиль $N(z)$ в этом методе рассчитывается по серии измерений сопротивления между двумя зондами, находящимися на клинообразном срезе поверхности полупроводника. Динамический диапазон измеренных таким образом значений N достигает 8–9 порядков, что значительно выше, чем в ВИМС. Ещё одним преимуществом данного метода является возможность исследования более глубоких профилей $N(z)$. Однако серьёзная проблема в SRP связана с трудностью пересчёта измеренных значений удельного сопротивления в искомый профиль $N(z)$, причём задача усложняется для профилей глубиной менее 1 мкм [132]. Применение SRP ограничено по типам исследуемых полупроводников, а процедура измерения также является разрушающей.

Ещё один разрушающий метод профилометрии заключается в последовательном измерении эффекта Холла при послойном травлении тонкого слоя с поверхности образ-

ца [135, 136]. В таком случае подвижность μ , измеренная на каждом цикле, используется для вычисления концентрации N оставшейся части образца, что впоследствии используется для восстановления профиля $N(z)$. Особенности данного метода обуславливают трудности измерения параметров профилей очень тонких плёнок [135]. Серьёзной проблемой здесь является контроль постоянной скорости стравливания.

Очевидная потребность физики и техники твердотельных микроструктур в бесконтактной неразрушающей профилометрии до середины 1980-х годов оставалась неудовлетворённой. В последние четверть века наблюдается активное развитие неинвазивных методов [137]. Использование оптического или инфракрасного излучения в отдельных случаях (например, при зондировании полимерных плёнок) позволяет достичь глубинного разрешения 100 нм и лучше. Однако в оптическом диапазоне трудно реализовать профилометрию наноструктурированных полупроводников из-за высокой глубины проникновения света (~ 100 мкм). Радиоволновые методы профилометрии, работающие на частотах не более 100 МГц [138], из-за низкой разрешающей способности чаще применяют для исследования макроскопических объектов, а в случае тонкоплёночных полупроводниковых структур способны восстанавливать только интегральное значение N [139].

Современные устройства микроэлектроники в основном функционируют в СВЧ диапазоне. В этой связи существует потребность в определении микроволновых характеристик полупроводниковых структур. По данным, полученным в оптическом диапазоне и радиоволнах, часто не удается получить требуемые характеристики с нужной точностью, поэтому разработка методов СВЧ профилометрии представляет несомненный научный и практический интерес. Один из таких методов протестирован в [84] и основан на восстановлении профиля $N(z)$ путём измерения поверхностного импеданса материала в некотором интервале длин волн λ миллиметрового диапазона. В этом случае используется зависимость толщины скин-слоя δ_s , с которой связан импеданс, от проводимости материала σ и длины волны λ . Измерение импеданса при нескольких λ позволяет получить информацию о σ на различных глубинах. Профиль $\sigma(z)$, а вместе с ним и профиль $N(z)$, восстанавливается в результате решения соответствующей обратной задачи. Точность восстановления $N(z)$ данным методом профилометрии сравнима с той, которую даёт традиционный метод ВИМС [84]. Однако латеральная разрешающая способность метода ограничена дифракционным пределом, т. е. не намного лучше 1 мм. Разрешение по глубине определяется толщиной скин-слоя и в миллиметровом диапазоне составляет порядка 1 мкм даже для высоких значений $N \sim 10^{20}$ см $^{-3}$.

Решение проблемы дифракционного предела, неизбежно возникающей в профилометрии при переходе к более длинным волнам СВЧ диапазона, возможно за счёт использования

устройств БП микроскопии. Как было отмечено во Введении, латеральная разрешающая способность порядка 1 мкм уже давно не является пределом для БП микроскопов. Аналогично, глубина зондирования с уменьшением размера апертуры D также может достигать экстремально малых значений, поэтому БП диагностика потенциально способна давать информацию о профиле $N(z)$ с нанометровым разрешением по глубине.

С учётом сказанного выше необходимо отметить хорошие исходные предпосылки для того, чтобы реализовать на основе БП СВЧ микроскопа бесконтактный неразрушающий профилометр концентрации свободных носителей N , удовлетворяющий потребностям современной полупроводниковой микро- и наноэлектроники.

3.2.2 Решение обратной задачи

Обратная задача восстановления профиля концентрации свободных носителей заряда N может быть решена на основе разработанной в [43] модели БП зондирования, позволяющей рассчитать компоненты R и X импеданса БП микроскопа при произвольно заданном профиле комплексной диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}(z)$. Действительно, на стр. 81 было показано, что в СВЧ диапазоне при $N > 10^{16}$ см⁻³ в диэлектрической проницаемости полупроводников $\tilde{\epsilon}$ доминирует мнимая часть, поэтому их электродинамические свойства, согласно (3.3), определяются проводимостью σ . В свою очередь, данные для σ можно пересчитать в N по формуле Друде (3.4) с использованием зависимости $\nu(N)$, если концентрации допирующей примеси N_d и свободных носителей N не сильно отличаются друг от друга. Таким образом, обратная задача профилометрии сводится к задаче восстановления профиля проводимости σ , а её математическая постановка базируется на теории из [43].

В схеме БП профилометрии апертура зонда располагается на высоте h над плоской поверхностью $z = 0$ объёмного полупроводника, распределение проводимости в котором описывается функцией $\sigma = \sigma(z)$. В выбранной системе координат ось z ориентирована вертикально по направлению от зонда к образцу, а начало координат расположено на поверхности образца (рис. 3.4). Предложенный в [41] метод БП томографии использует тот факт, что глубина зондирования $d_{\text{эф}}$ определяется параметрами микроскопа — рабочей частотой f и размером апертуры D . Восстановление профиля $\tilde{\epsilon}(z)$ осуществляется по данным измерений системы зондов, черпающих информацию об исследуемой среде с различных глубин $d_{\text{эф}}$. Введение понятия эффективной глубины зондирования $d_{\text{эф}}$ в [41] оказалось возможным в результате линеаризации соответствующей обратной задачи, выполнимой при условии малости возмущения $\tilde{\epsilon}(z)$. Специфика рассматриваемой здесь проблемы профилометрии состоит в том, что

решение прямой и обратной задач не может быть сведено к линейным уравнениям. В связи с этим параметр d_{eff} требует нового определения.

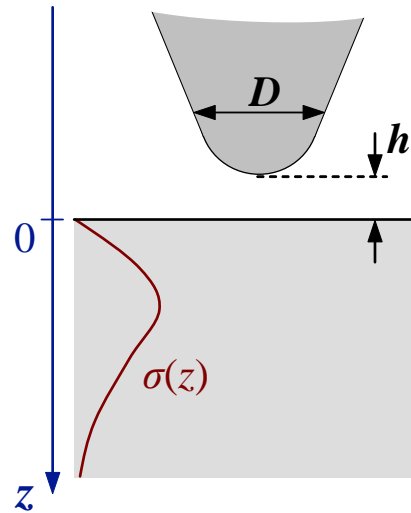


Рис. 3.4. Схема БП профилометрии проводимости полупроводника.

Аппроксимируем профиль проводимости полупроводника модельной функцией Гаусса:

$$\sigma(z) = \sigma_0 + (\sigma_m - \sigma_0) \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2}{d^2}\right). \quad (3.5)$$

Здесь σ_0 — проводимость исходного (нелегированного) материала, σ_m , d , z_0 — соответственно максимальная проводимость, эффективная толщина и глубина залегания проводящего слоя. Рассмотрим в качестве исследуемого материала n -кремний с $\varepsilon' = 11.7$, $\sigma_0 = 0.05 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$ (соответствует концентрации примеси доноров $N_d \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Максимальная концентрация электронов в легированной области такого материала может варьироваться в пределах $N \sim 10^{16} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$, что соответствует изменению проводимости σ_m от 1 до 100 $(\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$.

Положим в формуле (3.5) $z_0 = 0$, т. е. будем считать, что максимум $\sigma = \sigma_m$ расположен на поверхности полупроводника. Вычислим компоненты R и X импеданса БП зонда как функции толщины проводящего слоя d , используя метод решения прямой задачи [43]. Результаты расчётов зависимостей $X(d)$, $R(d)$ при $\sigma_m = 10 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$, $f = 40 \text{ ГГц}$, $D = 10 \text{ мкм}$, $h = 100 \text{ нм}$ представлены на рис. 3.5. Видно, что при $d > 0$ для X (рис. 3.5а) и $d > d_m$ для R (рис. 3.5б), где $R(d_m) = R_m$ — максимум функции $R(d)$, чувствительность зонда к толщине проводящего слоя монотонно падает. Именно такой характер зависимостей $X(d)$, $R(d)$ позволяет ввести параметр d_{eff} , характеризующий глубину зоны чувствительности БП микроскопа. Вычислим эту глубину методом равновеликого прямоугольника (см. рис. 3.5), высота которого $X(0) - X(\infty)$ либо $R(0) - R(\infty)$, а площадь равна соответственно площади под кривыми $X(d) - X(\infty)$, $R(d) - R(\infty)$. Тогда основание соответствующего прямоугольника есть d_X (рис. 3.5а) или d_R (рис. 3.5б).

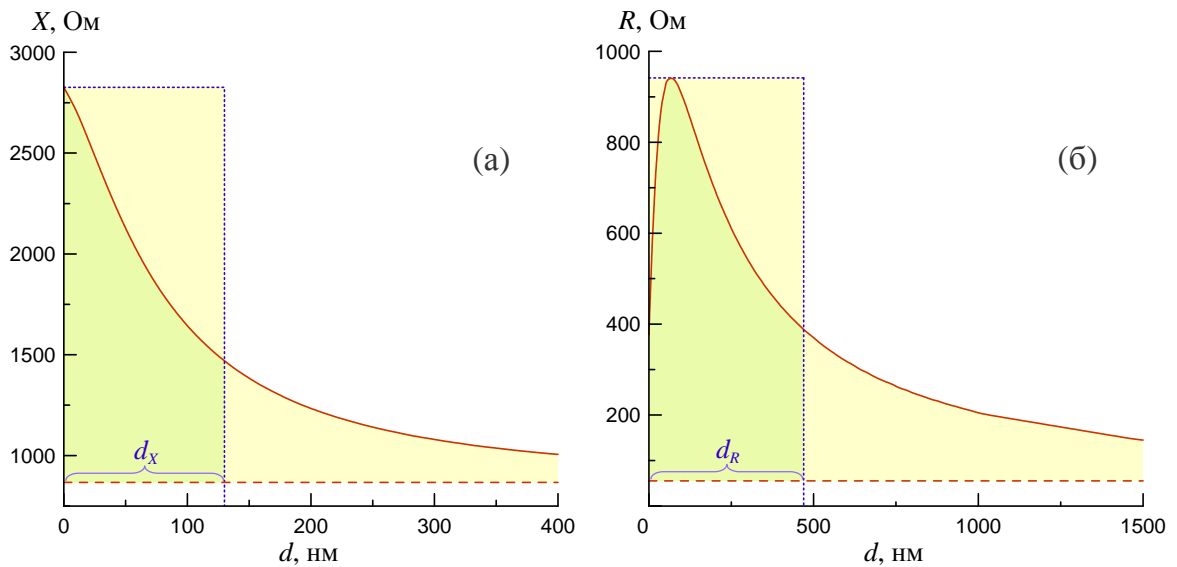


Рис. 3.5. Реактанс X (а) и сопротивление R (б) БП зонда как функции толщины проводящей плёнки d . Продемонстрировано определение эффективной глубины зондирования методом равновеликого прямоугольника.

Проиллюстрированный на рис. 3.5 пример показывает, что чувствительность БП микроскопа определяется двумя масштабами, характеризующими изменение реактанса X и сопротивления R с увеличением толщины d . Согласно данным рис. 3.5 имеем $d_X = 140$ нм, $d_R = 470$ нм, т. е. существует более чем трёхкратное различие между дальним (d_R) и ближним (d_X) масштабами. Вследствие данного эффекта информативность измерений единичным зондом может быть достаточной для восстановления сравнительно простых профилей $\sigma(z)$, характеризуемых двумя параметрами. Например, для функции (3.5) при $z_0 = 0$ такими параметрами являются σ_m и d (проводимость исходно нелегированного материала σ_0 считается известной). При $d_R \neq d_X$ компоненты R и X образуют систему двух независимых уравнений, которая может быть решена относительно вышеуказанных параметров искомого профиля.

При вариации параметров зонда f , D характерные глубины d_X , d_R изменяются в широких пределах. Для диаметра антенны D это утверждение проиллюстрировано расчётами, представленными на рис. 3.6. Параметры зонда (f , h) и материалов (ε' , ε'_0 , σ_0) оставлены неизменными с предыдущих вычислений (см. рис. 3.5). Из рис. 3.6 видно, что d_X и d_R при различных σ_m могут отличаться друг от друга более чем в 4 раза. Полученные результаты позволяют сделать предварительное заключение о возможности восстановления характеристик проводящего слоя в рассматриваемых пределах $1 < \sigma_m < 100$ (Ом·см) $^{-1}$, $10 < d < 1000$ нм.

Как было отмечено выше, трудность проблемы восстановления профиля $\sigma(z)$ заключается в невозможности привести обратную задачу к линейным уравнениям. Существенно то, что данная задача нелинейна, причём глубины d_X , d_R определяются не только параметрами

зонда, но и искомым профилем $\sigma(z)$. Как видно из результатов, представленных на рис. 3.6, d_X, d_R уменьшаются с ростом σ_m . Чтобы проанализировать связанные с этим обстоятельством проблемы, рассмотрим функционал невязки.

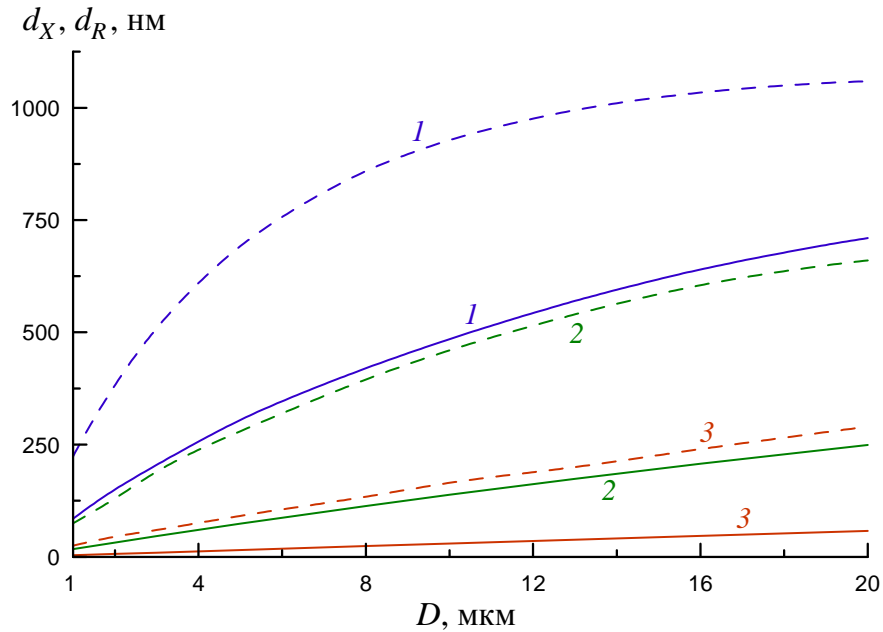


Рис. 3.6. Зависимость характерной глубины зондирования от диаметра апертуры зонда. Глубина d_X — сплошные линии, d_R — штриховые линии. Кривые 1–3 соответствуют проводимости на поверхности $\sigma_m = 2, 10, 50$ (Ом·см) $^{-1}$.

Пусть в результате измерений K зондами некоторого профиля проводимости $\sigma^0(z)$ получены значения $R_i^0 = R_i(\sigma^0(z))$ и $X_i^0 = X_i(\sigma^0(z))$, где $i = 1, 2, \dots, K$. Невязкой будем называть функционал

$$F(\sigma(z)) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K \left[\left(X_i(\sigma(z)) - X_i^0 \right)^2 + \left(R_i(\sigma(z)) - R_i^0 \right)^2 \right]}{\sum_{i=1}^K \left[\left(X_i^0 \right)^2 + \left(R_i^0 \right)^2 \right]}}, \quad (3.6)$$

где $X_i(\sigma(z)), R_i(\sigma(z))$ — значения компонент импеданса i -го зонда, рассчитанные при произвольном профиле $\sigma(z)$ с использованием теории БП зондирования плоскостлой среды [43], т. е. в результате решения прямой задачи. Восстановление профиля $\sigma^0(z)$ сводится к поиску функции $\hat{\sigma}^0(z)$, минимизирующей функционал невязки (3.6). Очевидно, что точное восстановление, когда $\hat{\sigma}^0(z) \equiv \sigma^0(z)$ и $F(\hat{\sigma}^0(z)) = 0$, невозможно из-за ненулевой погрешности измерений параметров и модельного характера теории БП зондирования [43].

Вычислим значения функционала (3.6) при $K = 1$. Считаем, что профиль проводимости описывается выражением (3.5) при $z_0 = 0$, а для искомого профиля $\sigma^0(z)$ примем $\sigma_m = \sigma_m^0 = 10$ (Ом·см) $^{-1}$, $d = d^0 = 20$ нм. Будем рассматривать функционал F как функцию двух переменных: $x = d/d^0$ и $y = \sigma_m^0/\sigma_m$. Несколько линий уровня функции $F(x, y) = \text{const}$ в

плоскости этих переменных приведены на рис. 3.7а при $f = 4$ ГГц, $D = 10$ мкм, $h = 100$ нм. Точка с координатами $x = y = 1$ отвечает точному решению обратной задачи относительно параметров σ_m^0 , d^0 профиля $\sigma^0(z)$: $F(1, 1) = 0$. Из рис. 3.7а видно, что линии $F = \text{const} \neq 0$ образуют глубокий «овраг», окружающий точку $(1, 1)$. Дно «оврага» в рассматриваемой области изменения переменных ориентировано вдоль диагонали $y = x$. Характерные масштабы l_{\parallel} , l_{\perp} изменения функции $F(x, y)$ соответственно вдоль и поперек этой линии находятся в соотношении $l_{\parallel} \gg l_{\perp}$. В примере на рис. 3.7а имеем $l_{\parallel}/l_{\perp} \sim 10^3$. «Овражная» структура функционала невязки $F(\sigma(z))$ вызывает специфические трудности его минимизации вследствие наличия погрешности в измерениях. При малых абсолютных погрешностях $\Delta R \ll R^0$, $\Delta X \ll X^0$ справедливо приближённое равенство $F(\hat{\sigma}^0(z)) \approx \sqrt{\Delta R^2 + \Delta X^2} / \sqrt{(R^0)^2 + (X^0)^2}$ в случае измерения одним зондом ($K = 1$), в результате полученное решение будет располагаться вблизи дна «оврага» функции $F(x, y)$. Из рис. 3.7а можно видеть, что приемлемая точность решения $\Delta\sigma_m/\sigma_m^0 = \Delta d/d^0 \approx 20\%$ может быть получена при погрешности измерений $\Delta R/R^0 \approx \Delta X/X^0 \approx F(\hat{\sigma}^0(z)) < 10^{-4}$.

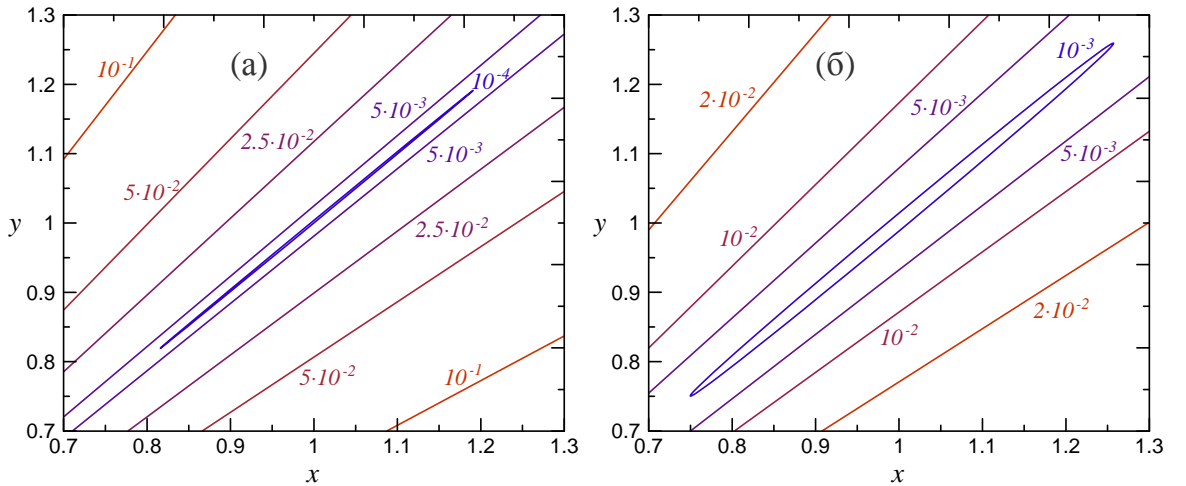


Рис. 3.7. Изолинии функции $F(x, y)$. Частота зондирования $f = 4$ ГГц (а), $f = 90$ ГГц (б).

Таким образом, решение обратной задачи даже в простейшем случае двухпараметрического искомого профиля требует экстремально высокой точности измерений при выбранных параметрах БП микроскопа. Снизить требования к точности измерений можно за счёт оптимизации параметров зонда, в частности путём повышения рабочей частоты. Соответствующий анализ может быть выполнен по данным расчётов, представленных на рис. 3.7б, которые проведены для более высокой частоты $f = 90$ ГГц. В примере на рис. 3.7б имеем $l_{\parallel}/l_{\perp} \approx 40$, при этом 20 %-я точность решения обеспечивается при $F(\hat{\sigma}^0(z)) \leq 10^{-3}$. Соответствующая таким значениям F точность измерений компонент импеданса R , X , как будет продемонстрировано ниже, может быть достигнута на практике.

Структура функционала $F(\sigma^0(z))$, продемонстрированная на рис. 3.7, имеет вполне прозрачное объяснение. В диапазоне сравнительно низких частот f действительная и мнимая части $\tilde{\varepsilon}$ проводящей плёнки находятся в соотношении $\varepsilon'' \gg \varepsilon'$. В таком случае тонкая проводящая плёнка экранирует нижележащий слой высокоомного материала, а импеданс зонда Z определяется полным сопротивлением плёнки $R_s \approx 1/(\sigma_m d)$. Изменения параметров σ_m и d при условии $R_s = \text{const}$, практически не влияют на Z . Именно с этим обстоятельством связано наличие «оврага» на карте линий уровня $F(x, y)$ на рис. 3.7. Прямая $y = x$, являющаяся уравнением дна «оврага» в нормированных переменных x, y , как раз соответствует условию $1/(\sigma_m d) = 1/(\sigma_m^0 d^0) = \text{const}$. Вдоль этой линии происходит медленное изменение функции $F(x, y)$, т. е. получаем $F \ll 1$ в широком интервале x, y при условии $x/y = 1$. Указанная особенность функционала F есть следствие специфической нелинейности рассматриваемой обратной задачи, приводящей к зависимости глубин зондирования БП микроскопа от проводимости σ_m поверхностного слоя примерно в виде соотношений: $d_X \sim 1/\sigma_m$, $d_R \sim 1/\sqrt{\sigma_m}$ (см. рис. 3.6). Повышение рабочей частоты f снижает экранирующее действие проводящей плёнки за счёт уменьшения отношения $\varepsilon''/\varepsilon'$. При этом лежащие ниже проводящей плёнки слои материала заметно влияют на Z , из-за чего понижаются требования к точности измерений, необходимой для отдельного определения параметров σ_m и d .

Известно, что задача минимизации функционала типа (3.6) некорректна, т. е. неустойчива к малым погрешностям экспериментальных данных [140]. Широко распространённым приёмом, стабилизирующим решение, является поиск минимума функционала на некотором искусственно суженном классе функций с учётом априорной информации о принадлежности искомой функции к данному классу. Таким сужением класса, в частности, является придание функции наперёд заданной формы с некоторым набором неизвестных параметров α_j , где $j = 1, 2 \dots P$, а решение обратной задачи сводится к определению этих параметров. Согласно (3.5), проводимость описывается гауссовой функцией с числом параметров $P = 4$. Таким образом, разработанный здесь алгоритм минимизации функционала (3.6) основан на указанном выше подходе.

Из-за «овражной» структуры функционала F различные варианты метода градиентного спуска уже при $l_{\parallel}/l_{\perp} > 10$ являются неэффективными даже для минимального числа параметров $P = 2$ функции (3.5). Существенно лучшие результаты достигаются при помощи метода Нелдера—Мида нахождения экстремумов многомерных функций [83]. Реализованный на его основе алгоритм решает задачу минимизации функционала при $l_{\parallel}/l_{\perp} \leq 10^4$, что с большим запасом перекрывает диапазон возможных значений этого отношения для $f > 4$ ГГц (см. рис. 3.7). В рамках решения данной обратной задачи разработана соответствующая компью-

терная программа, которая минимизирует функционал F на классе функций $\sigma(z)$, имеющих заданную форму с произвольным (конечным) числом P определяемых параметров α_j . Искомый профиль $\sigma(z)$ может быть как непрерывным, так и кусочно-однородным. В программном алгоритме исходными данными служат характеристики f_i, D_i, h_i и соответствующие «экспериментальные» данные R_i, X_i для каждого из K зондов ($i = 1, 2, \dots, K$), начальные значения искомых, а также значения известных параметров профиля $\sigma(z)$. Программа осуществляет итерационный спуск к минимальному значению функции $F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P)$.

Скорость сходимости итерационного процесса существенно зависит от типа искомого профиля. В случае кусочно-однородной функции $\sigma(z)$, состоящей из 2–3 слоев, процесс поиска решения, как правило, осуществляется за 200–250 итераций, занимая не более 20 секунд расчётов на современном персональном компьютере. При поиске на классе гладких функций искомый профиль $\sigma(z)$ аппроксимировался кусочно-однородной функцией с достаточно мелким шагом дискретизации, в результате число слоёв такой среды составляло 10–20 и больше даже при небольшом количестве искомых параметров $P \sim 2-3$. В этом случае поиск решения требует 500–700 итераций, а длительность вычислений увеличивается до 5–10 минут за счёт сильно возрастающей сложности решения прямой задачи.

3.2.3 Результаты моделирования

Цель выполненного моделирования заключалась в том, чтобы определить точность предложенного метода относительно параметров восстанавливаемых профилей различного типа. На первом этапе рассматривался профиль $\sigma(z)$, заданный функцией (3.5) при $z_0 = 0$ и фиксированном значении глубинной проводимости $\sigma_0 = 0.05 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$ — параметры σ_m и d подлежали определению. Моделирование выполнялось по следующей замкнутой схеме. Для заданных значений параметров $\alpha_1^0 = \sigma_m^0$ и $\alpha_2^0 = d^0$ вычислялись сопротивления R_i^0 и реактансы X_i^0 каждого из зондов, включенных в состав измерительной системы. «Экспериментальные» данные моделировались путём внесения в R_i^0, X_i^0 инструментальных погрешностей $\Delta R_i, \Delta X_i$, представляющих собой случайные числа с гауссовским распределением вероятности, нулевым средним и среднеквадратическим отклонением 1 Ом. Как показали оценки, выполненные для БП микроскопа по схеме [13], такое значение погрешности для компонент импеданса реализуется при точностях измерения отклика $\Delta f = 1 \text{ МГц}$ и $\Delta \Gamma = 10^{-6}$, что находится в пределах инструментальных возможностей современных БП микроскопов. На основе смоделированных таким образом «экспериментальных» данных решалась обратная задача, в результате определялись искомые параметры $\alpha_1 = \sigma_m, \alpha_2 = d$. Процесс повторялся до тех пор,

пока не выполнялось соотношение $s_{1,2}^\alpha/\Delta\alpha_{1,2} > 10$, где $s_{1,2}^\alpha$ — среднеквадратические отклонения параметров $\alpha_{1,2}$, $\Delta\alpha_{1,2} = |\bar{\alpha}_{1,2} - \alpha_{1,2}^0|$ — отклонения средних $\bar{\alpha}_{1,2}$ по рассчитанным наборам параметров от точных значений $\alpha_{1,2}^0$. При данном условии итерационный процесс повторялся не более 20—25 раз. Таким образом, оценки $\bar{\alpha}_{1,2}$ получались несмещёнными относительно $\alpha_{1,2}^0$, а величина $\delta_{1,2} = s_{1,2}^\alpha/\bar{\alpha}_{1,2}$ характеризовала относительную погрешность восстановления каждого параметра. Как было отмечено выше, значения искомых параметров располагаются вблизи дна «оврага» функции $F(x, y)$, который ориентирован вдоль линии $\sigma_m d = \text{const}$ (рис. 3.7). Вследствие этого обстоятельства $\delta_1 \approx \delta_2$, т. е. относительные погрешности восстановления проводимости и толщины слоя оказываются приблизительно одинаковыми.

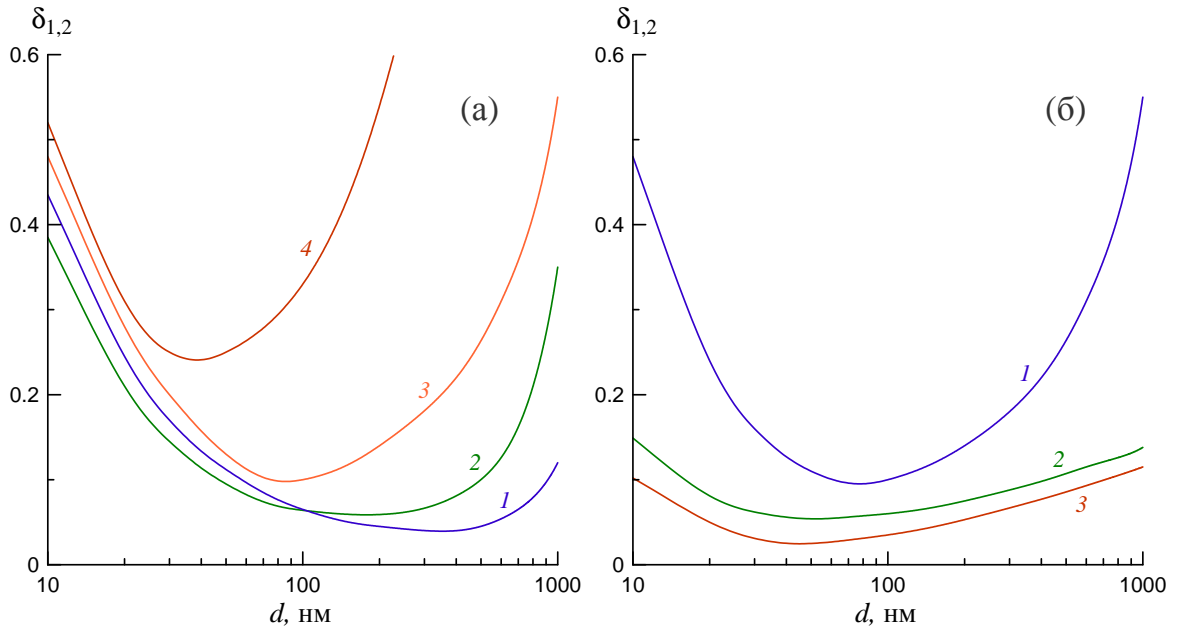


Рис. 3.8. Относительная погрешность восстановления параметров σ_m , d профиля (3.5) ($z_0 = 0$) в зависимости от толщины проводящей пленки: (а) измерения одним зондом, кривые 1—4 соответствуют $\sigma_m = 2, 10, 20, 50$ (Ом·см) $^{-1}$; (б) измерения системой зондов при $\sigma_m = 20$ (Ом·см) $^{-1}$, кривые 1, 2, 3 соответствуют одному зонду при $D = D_2$, $h = h_2$, двум зондам при $D = D_{1,3}$, $h = h_{1,3}$, трём зондам при $D = D_{1,2,3}$, $h = h_{1,2,3}$.

Пример расчёта погрешностей $\delta_{1,2}$ для измерительной системы, состоящей из одного зонда с параметрами $f = 90$ ГГц, $D = 10$ мкм, $h = 150$ нм, показан на рис. 3.8а. Можно видеть, что приемлемое качество восстановления $\delta_{1,2} < 0.1$ достигается при $\sigma_m < 10$ (Ом·см) $^{-1}$, $80 \text{ нм} < d < 500 \text{ нм}$. Расчёты показывают, что характеристики зонда могут быть оптимизированы, если интересующий диапазон изменения параметров проводящего слоя достаточно узок и известен априори. Например, уменьшение апертуры до $D \sim 5$ мкм позволяет получить ту же 10%-ю погрешность при тестировании более тонких плёнок с нижней границей толщин около 50 нм.

Другой путь расширения диагностических возможностей — применение многокомпонентных ($K > 1$) систем зондирования. Результаты, полученные при использовании одного, двух и трёх зондов, представлены на рис. 3.8б. Параметры зондов следующие: $f = 90$ ГГц, $D_1 = 5$ мкм, $D_2 = 10$ мкм, $D_3 = 15$ мкм, $h_1 = 100$ нм, $h_2 = 150$ нм, $h_3 = 200$ нм. Можно видеть, что система из двух зондов решает поставленную задачу с погрешностью $\delta_{1,2} < 0.15$ во всём интересующем диапазоне толщин $10 < d < 1000$ нм. Добавление в систему третьего зонда уменьшает погрешность до $\delta_{1,2} < 0.1$.

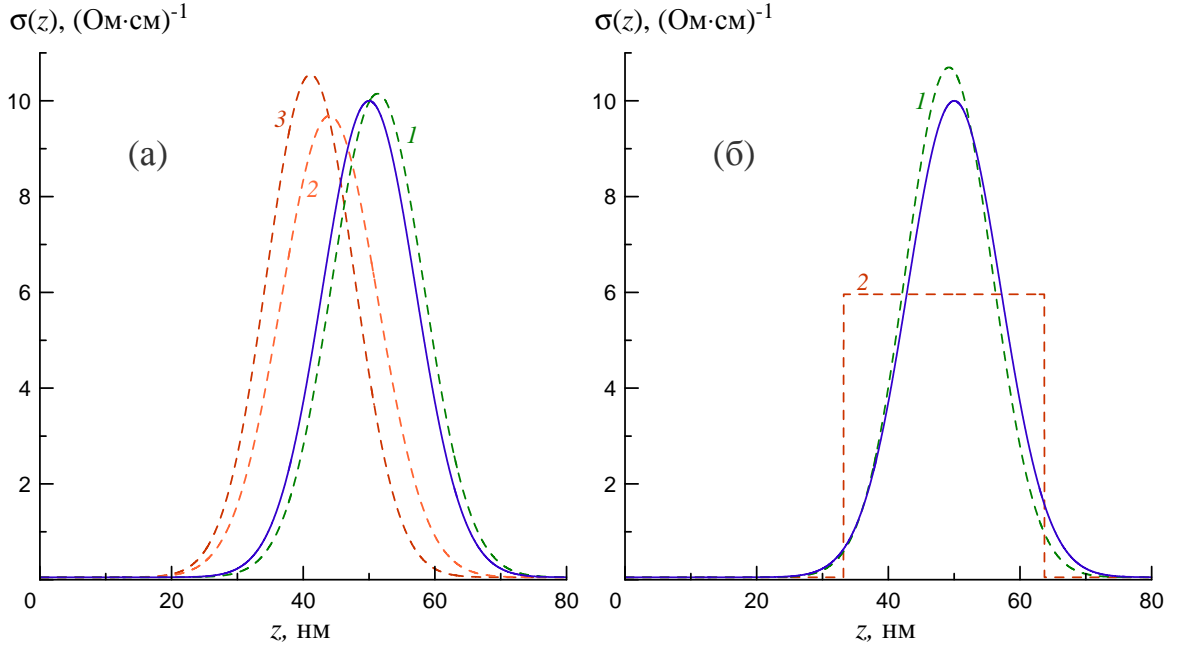


Рис. 3.9. Восстановление трёхпараметрического профиля $\sigma(z)$ (сплошная линия), описываемого функцией (3.5) при $z_0 = 50$ нм, $d = 10$ нм, $\sigma_m = 10$ (Ом·см) $^{-1}$: (а) линии 1, 2, 3 описываются функцией (3.5) и соответствуют $K = 4$, $D = D_{0,1,2,3}$, $h = h_{0,1,2,3}$ (1), $K = 3$, $D = D_{1,2,3}$, $h = h_{1,2,3}$ (2), $K = 2$, $D = D_{1,2}$, $h = h_{1,2}$ (3); (б) линия 1 описывается функцией (3.5), линия 2 — ступенчатой функцией, обе соответствуют $K = 4$, $D = D_{0,1,2,3}$, $h = h_{0,1,2,3}$.

Системы из двух и более компонент оказываются эффективными при восстановлении сложных многопараметрических профилей. Пример для трёхпараметрического профиля (3.5) при $z_0 = 50$ нм, $d = 10$ нм, $\sigma_m = 10$ (Ом·см) $^{-1}$, восстанавливаемого числом зондов $K = 2$ — 4 , показан на рис. 3.9а. Здесь к представленной выше системе из трёх зондов добавлен четвёртый, для которого $D = D_0 = 3$ мкм, $h = h_0 = 80$ нм. Массив «экспериментальных» данных формировался путём вычислений R , X для каждого зонда с добавлением к ним погрешностей «измерений», случайно выбранных из ансамбля чисел с вышеуказанными статистическими параметрами. Из приведённого примера видно возрастающее качество восстановления исходного профиля $\sigma(z)$ с увеличением количества зондов K .

В технологических процессах легирования возможны ситуации, когда по априорным данным затруднительно сделать выбор формы восстанавливаемого профиля в пользу определённой аппроксимирующей функции. Естественно, что ошибка в выборе такой функции ухудшает качество восстановления. Соответствующий пример представлен на рис. 3.9б. Здесь исходная функция $\sigma(z)$ по-прежнему описывается формулой (3.5), а решение обратной задачи ищется в виде ступенчатой функции. Измерительная система состояла из 4-х зондов с указанными выше параметрами. Несмотря на столь существенные расхождения в формах реального и модельного профилей $\sigma(z)$, толщина, глубина залегания и проводимость слоя определяются с приемлемой точностью. Вообще, существует возможность выбора оптимальной формы искомого профиля из некоторого набора стандартных функций. При этом предпочтение стоит отдать такой функции, для которой реализуется наименьшее предельное значение функционала невязки F . Так, в примерах на рис. 3.9 для случаев $K = 4$ значения минимумов $F_{\min} \approx 3 \cdot 10^{-4}$, $F_{\min} \approx 6 \cdot 10^{-4}$ функционала невязки достигаются соответственно при удачном (кривые 1 на рис. 3.9а,б) и неудачном (кривая 2 на рис. 3.9б) выборе аппроксимирующей функции.

Изучим точность БП метода в случае восстановления профиля селективного легирования, выполненного на различных глубинах. В этом случае к набору искомым параметров системы добавится глубина залегания слоя: $\alpha_3 = z_0$. С увеличением числа неизвестных параметров необходимо большее число итераций, чтобы получить несмещённую оценку погрешностей δ_i относительно точных значений α_i^0 , $i = 1, 2, \dots, P$ (см. стр. 98). При $P = 3$ для достижения указанного условия процесс минимизации при фиксированной конфигурации системы необходимо повторить 70—100 раз, что в сочетании со сложной структурой профиля (3.5) приводит к значительному увеличению продолжительности вычислений. Вследствие данного обстоятельства была рассмотрена упрощённая форма профиля в виде ступенчатой функции:

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_0, & 0 < z < z_0, \quad z > z_0 + d, \\ \sigma_m, & z_0 < z < z_0 + d, \end{cases} \quad (3.7)$$

где глубина залегания слоя z_0 теперь рассчитывается от поверхности структуры до верхней кромки слоя. Сравнение результатов БП профилометрии показывает, что оценки погрешности предлагаемого БП метода, рассчитанные для непрерывного (3.5) и кусочно-однородного (3.7) профилей, оказываются приблизительно одинаковыми.

Результаты исследования точности метода при восстановлении параметров глубинного профиля (3.7) толщиной $d = 50$ нм представлены на рис. 3.10. Использовалась многокомпо-

нентная измерительная система с $K = 4$ на рабочей частоте $f = 90$ ГГц. Как и при исследовании поверхностного профиля, погрешности восстановления проводимости σ_m и толщины d слоя приблизительно одинаковы. Для значений проводимости $\sigma_m < 20$ (Ом·см)⁻¹ имеем $\delta_{1,2} < 0.1$ в широком диапазоне глубин $10 < z_0 < 1000$ нм (рис. 3.10а). В случае большой проводимости, $\sigma_m = 50$ (Ом·см)⁻¹, точность восстановления σ_m и d несколько хуже и достигает 25% при $z_0 = 1$ мкм. Увеличение погрешности в данном случае связано с экранировкой поля БП зондов сильнопроводящим профилем, вследствие чего ухудшается чувствительность отклика к нижней границе слоя. Погрешность резко возрастает в случае более глубоких профилей, так что $\delta_{1,2} > 0.3$ при $z_0 > 3$ мкм. Указанные значения z_0 превышают размер апертуры одного из используемых БП зондов, а также близки к размеру апертуры другого зонда ($D_0 = 3$ мкм и $D_1 = 5$ мкм соответственно). Это означает, что на таких глубинах исследуемый слой для некоторых БП зондов находится на границе их области чувствительности. Сокращение числа информативных каналов вследствие неэффективности в измерительной системе одной-двух компонент приводит к заметному ухудшению качества восстановления профиля, что, в частности, продемонстрировано на рис. 3.9а (ср. кривую 1 с кривыми 2, 3).

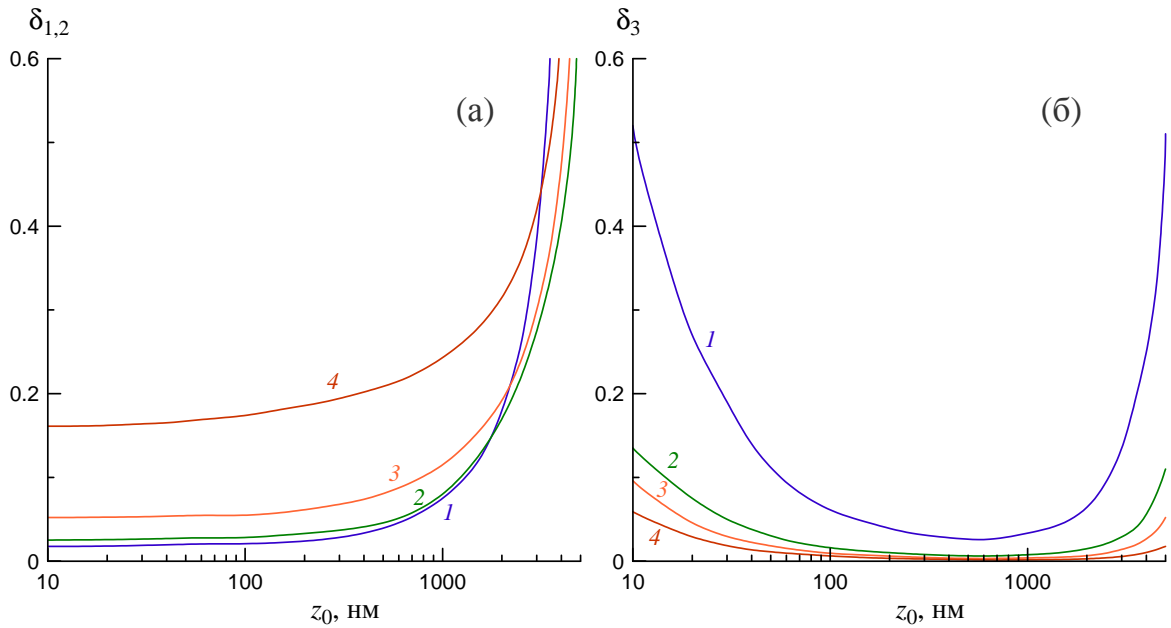


Рис. 3.10. Относительная погрешность восстановления параметров σ_m , d (а) и z_0 (б) глубинного профиля (3.7) толщиной $d = 50$ нм в зависимости от глубины его расположения в материале. Кривые 1–4 соответствуют $\sigma_m = 2, 10, 20, 50$ (Ом·см)⁻¹. Измерения проведены 4-мя зондами при $D = D_{0,1,2,3}$, $h = h_{0,1,2,3}$.

Погрешность восстановления глубины залегания слоя δ_3 также резко возрастает при $z_0 > 1$ мкм (рис. 3.9б). Однако повышение δ_3 наблюдаются также и для достаточно мелких профилей. Отклик БП зонда с используемыми апертурами оказывается недостаточно чув-

ствительным относительно тонкой прослойки нелегированного кремния, находящейся над легированным профилем. Таким образом, при значениях проводимости $\sigma_m > 10$ (Ом·см)⁻¹ глубина залегания слоя определяется с точностью $\delta_3 < 0.1$ в широком диапазоне $20 < z_0 < 4000$ нм, а на средних глубинах $100 < z_0 < 1000$ нм погрешность уменьшается до 2—3%. Повышенная погрешность восстановления z_0 имеет место для слаболегированного профиля, т. е. при $\sigma_m = 2$ (Ом·см)⁻¹ (рис. 3.10б), что объясняется пониженным контрастом проводимости между слоем и окружающим материалом. Та же 10%-я точность достигается в более узком диапазоне глубин $80 < z_0 < 3000$ нм.

Дополнительные исследования показали, что в случае слаболегированных профилей, для которых $\sigma_m < 10$ (Ом·см)⁻¹, высокая точность БП метода профилометрии сохраняется и при больших толщинах глубинных легированных слоёв, достигающих $d \sim 1$ мкм.

Важно отметить, что в процессе минимизации функционала F выбор начальных данных, достаточно далёких от истинных значений искомым параметров, часто приводит к тому, что итерационный процесс сходится к ложному решению, которому отвечает побочный локальный минимум F . Наличие нескольких локальных минимумов функционала невязки является типичным для нелинейных обратных задач [137]. Так, в расчётах, представленных на рис. 3.7б истинному решению $\sigma_m = 10$ (Ом·см)⁻¹, $d = 20$ нм соответствует минимум $F_{\min} = F(1, 1) = 0$. Имеется также побочный минимум $F_{\min} = F(46, 50) = 0$ ложного решения $\sigma_m = 0.20$ (Ом·см)⁻¹, $d = 920$ нм, который не виден в диапазоне параметров x, y данного рисунка. Поскольку значения σ_m, d полученных решений очень сильно отличаются друг от друга, на практике будет несложно отбросить ложные решения, признав их как нереалистичные. Их вероятность можно свести к минимуму, если выбирать в качестве начальных данных ожидаемые в технологическом процессе параметры профиля $\sigma(z)$. Кроме того, если число информационных каналов измерительной системы $2K$ значительно превышает количество определяемых параметров P профиля $\sigma(z)$, то ложным решениям соответствуют локальные минимумы F , превышающие погрешность измерений, т. е. $F_{\min} \gg \Delta R_i/R_i^0, F_{\min} \gg \Delta X_i/X_i^0$ ($i = 1, 2, \dots, K$). В то же время для истинного решения обычно имеем $F_{\min} \sim \Delta R_i/R_i^0, F_{\min} \sim \Delta X_i/X_i^0$. Таким образом, ложные решения могут быть отбракованы в процессе сравнения значений F_{\min} , отвечающих различным решениям.

Выводы

В данной главе изучены перспективы применения БП микроскопов для решения прикладных задач полупроводниковой электроники.

Предложен и экспериментально апробирован метод определения сопротивления R_s полупроводниковой плёнки, расположенной на диэлектрической подложке. Метод базируется на развитой теории БП зондирования плоскостной среды. Подгоночные параметры соответствующей ЭД модели определены из калибровочных измерений, выполненных на универсальной системе эталонных образцов — набора из нескольких диэлектрических, полупроводниковых и металлических пластин, проницаемости/проводимости которых известны и обеспечивают равномерное заполнение динамического диапазона БП микроскопа. Экспериментальные исследования выполнены с помощью резонансного зонда диапазона $f \sim 3$ ГГц с размером апертуры $D_0 \approx 1$ мм. Тестовые структуры представляли собой полупроводниковые плёнки n -GaN, выращенные на сапфировой подложке, с сопротивлением $R_s = 0.03$ – 15 кОм. Точность разработанного метода оценена путём сравнения данных БП тестирования с результатами измерений R_s , проведёнными на постоянном токе по методу Ван-дер-Пау. Для плёнок с сопротивлением $R_s < 4$ кОм погрешность составила $\sim 20\%$.

Продемонстрирована возможность реализации БП томографии сильно неоднородных одномерных сред. В качестве примера выбрана задача восстановления профиля проводимости $\sigma(z)$ легированного полупроводника, который впоследствии может быть пересчитан в профиль концентрации свободных носителей заряда $N(z)$. Метод предполагает решение обратной задачи восстановления параметров профиля $\sigma(z)$ по измерениям импеданса Z зондов БП микроскопа. Связь Z с функцией $\sigma(z)$ устанавливается при помощи развитой теории БП микроскопии плоскостной среды. Точность метода изучена по результатам компьютерного моделирования в условиях, когда профиль $\sigma(z)$ аппроксимирован функцией заданного вида, характеризуемой конечным числом параметров, которые подлежат определению. Обнаружено, что чувствительность БП микроскопа определяется двумя разными масштабами, за счёт чего увеличивается информативность БП измерений. Результаты моделирования показали, что применение одного БП зонда с апертурой $D = 5$ – 10 мкм достаточно для восстановления простых двухпараметрических профилей толщиной 50 – 500 нм с погрешностью менее 10% . Для восстановления профилей селективного легирования толщиной $d \sim 50$ нм с погрешностью 10 – 20% требуется система из 4-х зондов с апертурами $D = 3$ – 15 мкм. Указанная точность определения проводимости, толщины и глубины залегания легированного слоя достигается в диапазоне глубин $50 < z_0 < 1000$ нм, причём в большинстве случаев восстановление параметров может быть успешно проведено как для более мелких ($z_0 \sim 20$ нм), так и для более глубоких ($z_0 \sim 3$ мкм) профилей. При $\sigma_m < 20$ (Ом·см) $^{-1}$ данные оценки точности БП метода справедливы и для значительно более толстых слоёв легирования, достигающих 1 мкм.

Заключение

Настоящая диссертационная работа посвящена развитию теории ближнеполевой (БП) СВЧ диагностики неоднородных сред, изучению радиационных (волновых) эффектов, проявляющихся в регистрируемом отклике, а также применению устройств БП СВЧ микроскопии и локации для решения ряда практических задач полупроводниковой микроэлектроники и медицины. В качестве исследуемых объектов рассматриваются плоскостойкая структура с произвольным глубинным профилем диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(z)$ и неоднородность сферической формы. Ниже сформулированы основные результаты диссертации.

1. Развита теория БП микроволнового зонда, взаимодействующего с произвольной плоскостойкой средой, в квазистатическом (КС) приближении. В рамках КС и электродинамической (ЭД) теорий исследован импеданс $Z = R + iX$ зонда. Установлено, что в случае зондирования слабопоглощающего или резонирующего объектов существенный вклад в сопротивление R вносит волновое поле в ближней зоне апертуры зонда, которое учитывается ЭД, но игнорируется КС теорией. Связанные с этим расхождения между ЭД и КС теориями имеют место и при выполнении принятого в электродинамике условия КС приближения $|\tilde{k}|D \ll 1$ ($\tilde{k} = 2\pi\sqrt{\tilde{\varepsilon}}/\lambda$ — комплексное волновое число, λ — рабочая длина волны, D — размер антенны), что даёт основание для полного ЭД анализа задач БП диагностики. Обнаружено, что под влиянием волнового поля в слабопоглощающей среде реализуется эффект дальнего действия, заключающийся в более медленном изменении функции $R(h)$ по сравнению с $X(h)$ при увеличении расстояния h между апертурой БП зонда и плоскостойкой структурой. Показано, что зависимость $R(h)$ характеризуется квазистатическим h_Q и волновым h_W пространственными масштабами, причём в слабопоглощающей среде $h_W \gg h_Q$. Эффект подтверждён экспериментально в процессе зондирования БП локатором планарных диэлектрических структур. Для параметров БП локатора $D \sim 1$ см, $\lambda = 50$ см получено $h_Q \approx 4$ мм, $h_W \approx 13$ мм.
2. Построена теория БП локации шара произвольного диаметра d_s , находящегося на расстоянии h от плоскости апертуры зонда. Поле излучения зонда представлено как супер-

позиция волнового и квазистатического полей, описываемых при помощи разложения в пространственный спектр по компонентам волновых векторов. Полученное решение обобщает теорию дифракции Ми на случай, когда падающее на шар поле имеет структуру плоской неоднородной волны. В результате построен алгоритм вычисления импеданса Z БП антенны, возмущённая часть которого представляет собой сумму вкладов от возбуждаемых в шаре электрических и магнитных мультиполей. Проведена оценка минимального количества мультиполей n^* , необходимого для расчёта Z с заданной точностью, причём n^* определяется отношениями d_s/D , h/D . Найдено условие применимости рэлеевского приближения в виде соотношения $d_s/D < d_s^*/D$, где параметр d_s^*/D является возрастающей функцией h , причём $0.3 < d_s^*/D < 0.5$ при $0 < h/D < 1$.

3. С помощью теории БП локации шара изучены радиационные эффекты, связанные с влиянием на отклик БП зонда волновых полей.

а) Дальнодействие, обнаруженное при исследовании планарных структур ($h_W \gg h_Q$), имеет место и при зондировании сферического объекта. В зависимости от поглощения в окружающей среде различие между h_W и h_Q достигает 2—3 раз.

б) Зоны чувствительности БП локатора в латеральной плоскости, определяемые по измерениям сопротивления R и реактанса X зонда, различаются как по форме, так и по характерным пространственным масштабам при слабом поглощении в окружающей среде. В результате измерение коэффициента отражения в резонансе даёт в 2—3 раза лучшее разрешение по сравнению с измерением резонансной частоты.

в) В зависимости сопротивления зонда от диаметра шара $R(d_s)$ обнаружены пики, связанные с резонансным возбуждением мультипольных мод шара различного порядка. Пиковые значения R более чем в 10 раз превышают соответствующие нерезонансные значения при достаточно слабом поглощении в материале шара и окружающей среде (тангенс угла потерь $\text{tg } \delta < 10^{-2}$).

4. Изучены перспективы применения БП локаторов и микроскопов для решения прикладных задач.

а) Исследована возможность обнаружения злокачественной опухоли молочной железы, моделировавшейся объектом сферической формы с контрастом диэлектрической проницаемости 8:1 относительно здоровой ткани. Глубина обнаружения опу-

холи диаметром до 1.5 см достигает 2 см при оптимальном выборе диаметра апертуры зонда $D \approx 2.5 - 5$ см для диапазона частот $f \sim 0.5$ ГГц.

- б) Предложен и экспериментально апробирован метод определения сопротивления R_s полупроводниковой плёнки, расположенной на диэлектрической подложке. Метод базируется на развитой теории БП зондирования плоскостной среды. Подгоночные параметры соответствующей ЭД модели определены из калибровочных измерений, выполненных на универсальной системе эталонных образцов — набора из нескольких диэлектрических, полупроводниковых и металлических пластин, проницаемости/проводимости которых известны и которые обеспечивают равномерное заполнение динамического диапазона БП микроскопа. Экспериментальные исследования выполнены с помощью резонансного зонда диапазона $f \sim 3$ ГГц с размером апертуры $D \sim 1$ мм. Тестовые структуры представляли собой полупроводниковые плёнки n -GaN, выращенные на сапфировой подложке, с сопротивлением $R_s = 0.03 - 15$ кОм. Точность разработанного метода оценена путём сравнения данных БП тестирования с результатами измерений R_s , проведёнными на постоянном токе по методу Ван-дер-Пау. Для плёнок с сопротивлением $R_s < 4$ кОм погрешность составила около 20%.
- в) Предложен метод определения глубинного профиля проводимости $\sigma(z)$ полупроводника с нанометровым разрешением по глубине. Метод предполагает решение обратной задачи восстановления параметров профиля $\sigma(z)$ по измерениям импеданса Z зондов БП микроскопа. Связь Z с функцией $\sigma(z)$ устанавливается при помощи развитой теории БП зондирования плоскостной среды. Точность метода изучена по результатам компьютерного моделирования в условиях, когда профиль $\sigma(z)$ аппроксимирован функцией заданного вида, характеризуемой конечным числом параметров, которые подлежат определению. Профили поверхностного проводящего слоя могут быть восстановлены по измерениям одним зондом с апертурой $D = 5 - 10$ мкм при характерной толщине слоя 50–500 нм. Для восстановления профилей селективного легирования толщиной не менее 50 нм с погрешностью 10–20% требуется система из 4-х зондов с апертурами $D = 3 - 15$ мкм. Указанная точность определения параметров профиля достигается в диапазоне глубин $50 < z_0 < 1000$ нм.

Приложение А

Электромагнитные поля БП зонда в однородной среде

Электрические \vec{E} и магнитные \vec{H} поля связаны с векторным потенциалом \vec{A} следующими известными соотношениями¹:

$$\vec{E} = \frac{c}{i\omega\tilde{\epsilon}_0} \left(\nabla \operatorname{div} \vec{A} + \tilde{k}^2 \vec{A} \right), \quad (\text{A.1a})$$

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}, \quad (\text{A.1б})$$

где $\tilde{k} = (\omega/c)\sqrt{\tilde{\epsilon}_0}$ — волновое число в среде. Вследствие однородности направления поверхностного электрического тока (1.2) векторный потенциал также имеет лишь одну компоненту: $\vec{A} = \vec{x}^0 A$. Тогда волновое уравнение для векторного потенциала имеет вид:

$$\Delta A + \tilde{k}^2 A = -\frac{4\pi}{c} \xi. \quad (\text{A.2})$$

Аналогично (1.13) выразим векторный потенциал через фурье-образ функции Грина²:

$$A(r, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \xi(\kappa) G_A(\kappa, z) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}), \quad (\text{A.3})$$

где $\xi(\kappa)$ определяется соотношением (1.18), а $G_A(\kappa, z)$ выражается следующим образом³ [88]:

$$G_A(\kappa, z) = \frac{2\pi \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|)}{ic \kappa_{\parallel}}, \quad (\text{A.4})$$

где $\kappa_{\parallel} = \sqrt{\tilde{k}^2 - \kappa^2}$ — продольное волновое число. Подставляя (1.18), (A.4) и (A.3) в (A.1), получим следующие выражения для компонент пространственного спектра электромагнитного

¹Формулы записаны согласно калибровке Лоренца: $\varphi = -\frac{c}{i\omega\tilde{\epsilon}} \operatorname{div} \vec{A}$

²Для упрощения записи индексы из п. 1.3.1, обозначающие координаты и поля, опущены.

³В [88] функция Грина записана в СИ, для перевода в СГС её необходимо умножить на $\frac{4\pi}{c}$.

ПОЛЯ:

$$\begin{pmatrix} E_x(\vec{\kappa}, z) \\ E_y(\vec{\kappa}, z) \\ E_z(\vec{\kappa}, z) \end{pmatrix} = \frac{\xi_0 D^2}{8\omega\tilde{\varepsilon}_0} \begin{pmatrix} (\kappa_x^2 - \tilde{k}^2)/\kappa_{\parallel} \\ \kappa_x \kappa_y / \kappa_{\parallel} \\ \text{sgn}(z) \kappa_x \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|), \quad (\text{A.5a})$$

$$\begin{pmatrix} H_y(\vec{\kappa}, z) \\ H_z(\vec{\kappa}, z) \end{pmatrix} = \frac{\xi_0 D^2}{8c} \begin{pmatrix} -\text{sgn}(z) \\ \kappa_y / \kappa_{\parallel} \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|), \quad (\text{A.5b})$$

где $\text{sgn}(z) = d|z|/dz$ — функция знака, $H_x(\vec{\kappa}, z) = 0$. В полярной системе координат волновых векторов $\{\kappa, \alpha\}$, где $\kappa_x = \kappa \cos \alpha$, $\kappa_y = \kappa \sin \alpha$, эти формулы имеют вид

$$\begin{pmatrix} E_x(\kappa, \alpha, z) \\ E_y(\kappa, \alpha, z) \\ E_z(\kappa, \alpha, z) \end{pmatrix} = \frac{\xi_0 D^2}{8\omega\tilde{\varepsilon}_0} \begin{pmatrix} (\kappa^2 \cos^2 \alpha - \tilde{k}^2)/\kappa_{\parallel} \\ (\kappa^2/\kappa_{\parallel}) \sin \alpha \cos \alpha \\ \text{sgn}(z) \kappa \cos \alpha \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|), \quad (\text{A.6a})$$

$$\begin{pmatrix} H_y(\kappa, \alpha, z) \\ H_z(\kappa, \alpha, z) \end{pmatrix} = \frac{\xi_0 D^2}{8c} \begin{pmatrix} -\text{sgn}(z) \\ (\kappa/\kappa_{\parallel}) \sin \alpha \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|). \quad (\text{A.6b})$$

Если в координатном пространстве перейти к цилиндрической системе $\{r, \varphi, z\}$, где $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, то экспонента в преобразовании Фурье (1.10) для компонент полей \vec{E} , \vec{H} преобразуется следующим образом:

$$\exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}) = \exp(-i\kappa_x x - i\kappa_y y) = \exp(-i\kappa r \cos \varphi \cos \alpha - i\kappa r \sin \varphi \sin \alpha) = \exp(-i\kappa r \cos(\varphi - \alpha)).$$

Тогда окончательные выражения для полей примут вид¹:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}(\vec{r}, z) \\ \vec{H}(\vec{r}, z) \end{pmatrix} = \frac{\pi}{4} \xi_0 D^2 \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \frac{\kappa}{\kappa_{\parallel}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_{\parallel}|z|) \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega\tilde{\varepsilon}_0} \vec{\mathcal{E}}(\kappa, \vec{r}, z) \\ \frac{1}{c} \vec{\mathcal{H}}(\kappa, \vec{r}, z) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

где компоненты функций $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ в декартовой системе координат представляются следующими

¹Интеграл по угловой координате α берётся аналитически с использованием интегрального представления для функции Бесселя нулевого порядка [89]:

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ix \sin \alpha) d\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ix \cos \alpha) d\alpha.$$

ми выражениями¹:

$$\mathcal{E}_x = \frac{\kappa}{r} J_1(\kappa r) - \kappa^2 J_2(\kappa r) \cos^2 \varphi - \tilde{k}^2 J_0(\kappa r), \quad (\text{A.8a})$$

$$\mathcal{E}_y = -\kappa^2 J_2(\kappa r) \sin \varphi \cos \varphi, \quad (\text{A.8б})$$

$$\mathcal{E}_z = -i \operatorname{sgn}(z) \kappa_{\parallel} \kappa J_1(\kappa r) \cos \varphi, \quad (\text{A.8в})$$

$$\mathcal{H}_y = -\operatorname{sgn}(z) \kappa_{\parallel} J_0(\kappa r), \quad (\text{A.8г})$$

$$\mathcal{H}_z = -i \kappa J_1(\kappa r) \sin \varphi. \quad (\text{A.8д})$$

¹При $r = 0$ нужно считать формально $\cos \varphi = 0$, откуда $\mathcal{E}_x(r = 0) = -\tilde{k}^2$, $\mathcal{E}_y(r = 0) = 0$. При выводе (A.7), (A.8) использовались также рекуррентные соотношения для функций Бесселя [89]:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{J_n(x)}{x^n} \right) = -\frac{J_{n+1}(x)}{x^n}, \quad \frac{d}{dx} (x^n J_n(x)) = x^n J_{n-1}(x).$$

Приложение Б

Электромагнитные поля зонда в однородном полупространстве

Аналогично (А.3), представим векторный потенциал в виде¹:

$$\vec{A}(r, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \xi(\kappa) \vec{G}(\vec{\kappa}, z) \exp(-i\vec{\kappa}\vec{r}). \quad (\text{Б.1})$$

Компоненты фурье-образа функции Грина $\vec{G}(\vec{\kappa}, z)$ в рамках введённой в п. 1.3.3 системы координат описываются выражениями [95]:

$$G_x(\vec{\kappa}, z) = \frac{2\pi}{ic} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\kappa_1} \exp(-i\kappa_1|z+h|) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1(\kappa_1 + \kappa_2)} \exp(i\kappa_1(z-h)), & z \leq 0, \\ \frac{2}{\kappa_1 + \kappa_2} \exp(-i\kappa_1 h) \exp(-i\kappa_2 z), & z > 0, \end{cases} \quad (\text{Б.2a})$$

$$G_z(\vec{\kappa}, z) = \frac{2\pi}{ic} \frac{2\kappa_x(\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2)}{(\kappa_1 + \kappa_2)(\tilde{k}_2^2\kappa_1 + \tilde{k}_1^2\kappa_2)} \exp(-i\kappa_1 h) \cdot \begin{cases} \exp(i\kappa_1 z), & z \leq 0, \\ \exp(-i\kappa_2 z), & z > 0, \end{cases} \quad (\text{Б.2б})$$

где h — расстояние от плоскости антенны до границы раздела, $\kappa_{1,2} = \sqrt{\tilde{k}_{1,2}^2 - \kappa^2}$ — продольные волновые числа в соответствующих средах, $\kappa_x = \kappa \cos \alpha$, $G_y(\vec{\kappa}, z) = 0$.

Соотношения для компонент пространственного спектра $\vec{E}(\vec{\kappa}, z)$, $\vec{H}(\vec{\kappa}, z)$ выводятся с использованием формул (Б.1), (А.1). С помощью метода, предложенного в Приложении А, можно проинтегрировать полученные выражения для спектра по угловой координате α волнового пространства. Окончательные выражения для полей с учётом (1.10), (1.18) принимают аналогичный (А.7) вид:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}(\vec{r}, z) \\ \vec{H}(\vec{r}, z) \end{pmatrix} = \frac{\pi}{4} \xi_0 D^2 \int_0^{+\infty} d\kappa \cdot \frac{2\kappa}{\kappa_1 + \kappa_2} \exp\left(-\frac{\kappa^2 D^2}{16}\right) \exp(-i\kappa_1 h - i\kappa_j |z|) \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega \tilde{\epsilon}_j} \vec{\mathcal{E}}(\kappa, \vec{r}, z) \\ \frac{1}{c} \vec{\mathcal{H}}(\kappa, \vec{r}, z) \end{pmatrix}, \quad (\text{Б.3})$$

¹Для упрощения записи индексы из п. 1.3.3 для обозначений некоторых величин опущены.

где $j = 1, 2$ в зависимости от окружающей среды. Введём следующие обозначения:

$$P_j(\kappa) = \frac{\tilde{k}_j^2(\kappa_1 + \kappa_2)}{\tilde{k}_2^2\kappa_1 + \tilde{k}_1^2\kappa_2}, \quad L(\kappa) = \frac{\tilde{k}_2^2 - \tilde{k}_1^2}{\tilde{k}_2^2\kappa_1 + \tilde{k}_1^2\kappa_2}.$$

Для компонент функций $\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{H}}$ в полупространстве $z > 0$ имеем

$$\mathcal{E}_x = \left(\frac{\kappa}{r} J_1(\kappa r) - \kappa^2 J_2(\kappa r) \cos^2 \varphi \right) P_2(\kappa) - \tilde{k}_2^2 J_0(\kappa r), \quad (\text{Б.4а})$$

$$\mathcal{E}_y = -\kappa^2 J_2(\kappa r) P_2(\kappa) \sin \varphi \cos \varphi, \quad (\text{Б.4б})$$

$$\mathcal{E}_z = -i\kappa_1 \kappa J_1(\kappa r) P_2(\kappa) \cos \varphi, \quad (\text{Б.4в})$$

$$\mathcal{H}_x = \kappa^2 J_2(\kappa r) L(\kappa) \sin \varphi \cos \varphi, \quad (\text{Б.4г})$$

$$\mathcal{H}_y = \left(\frac{\kappa}{r} J_1(\kappa r) - \kappa^2 J_2(\kappa r) \cos^2 \varphi \right) L(\kappa) - \kappa_2 J_0(\kappa r), \quad (\text{Б.4д})$$

$$\mathcal{H}_z = -i\kappa J_1(\kappa r) \sin \varphi, \quad (\text{Б.4е})$$

а в полупространстве $z \leq 0$, выражения приобретают более сложный вид¹:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x = & \left(\frac{\kappa}{r} J_1(\kappa r) - \kappa^2 J_2(\kappa r) \cos^2 \varphi \right) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2\kappa_1} \left(U(\kappa, z) - \kappa_1 L(\kappa) \right) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{2\kappa_1} P_1(\kappa) \right) - \\ & - \tilde{k}_1^2 J_0(\kappa r) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2\kappa_1} U(\kappa, z) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{2\kappa_1} \right), \end{aligned} \quad (\text{Б.5а})$$

$$\mathcal{E}_y = -\kappa^2 J_2(\kappa r) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2\kappa_1} \left(U(\kappa, z) - \kappa_1 L(\kappa) \right) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{2\kappa_1} P_1(\kappa) \right) \sin \varphi \cos \varphi, \quad (\text{Б.5б})$$

$$\mathcal{E}_z = -i\kappa J_1(\kappa r) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \operatorname{sgn}(z+h) U(\kappa, z) + \frac{\kappa_1 \kappa_2 - \kappa^2}{2} L(\kappa) \right) \cos \varphi, \quad (\text{Б.5в})$$

$$\mathcal{H}_y = \left(\frac{\kappa}{r} J_1(\kappa r) - \kappa^2 J_2(\kappa r) \cos^2 \varphi \right) L(\kappa) - J_0(\kappa r) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \operatorname{sgn}(z+h) U(\kappa, z) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{2} \right), \quad (\text{Б.5г})$$

$$\mathcal{H}_z = -i\kappa J_1(\kappa r) \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2\kappa_1} U(\kappa, z) + \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{2\kappa_1} \right) \sin \varphi. \quad (\text{Б.5д})$$

Здесь ещё одна дополнительная функция обозначает следующее:

$$U(\kappa, z) = \begin{cases} \exp(-2i\kappa_1 z), & -h \leq z \leq 0, \\ \exp(2i\kappa_1 h), & z < -h. \end{cases}$$

Легко проверить, что при $\tilde{\varepsilon}_1 = \tilde{\varepsilon}_2$, выражения (Б.3), (Б.4), (Б.5) совпадают с соответствующими выражениями для полей в случае однородной среды (А.7), (А.8).

¹Функция \mathcal{H}_x по-прежнему описывается формулой (Б.4г).

Список публикаций автора по теме диссертации

Статьи в реферируемых журналах

- A1. Галин М. А., Резник А. Н. Ближнепольная сверхвысокочастотная локация объекта сферической формы // Радиотехника и электроника. — 2009. — Т. 54. — № 3. — С. 275–285.
- A2. Галин М. А., Резник А. Н. Дифракция квазистатического поля антенны на шаре в задачах ближнепольной сверхвысокочастотной локации // Радиотехника и электроника. — 2010. — Т. 55. — № 7. — С. 785–796.
- A3. Вдовичева Н. К., Галин М. А., Резник А. Н., Шерешевский И. А. Глубинная профилометрия свободных носителей в полупроводниках при помощи ближнепольной микроволновой томографии // Известия РАН. Серия физическая. — 2012. — Т. 76. — № 2. — С. 172–175.
- A4. Галин М. А., Демидов Е. В., Резник А. Н. Определение сопротивления полупроводниковой плёнки методом ближнепольной микроволновой микроскопии // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. — 2014. — № 5. — С. 74–80.
- A5. Reznik A. N., Galin M. A. Wave Effects in Near-Field Microwave Microscopy // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — 2014. — V. 78. — № 12. — P. 1367–1373.

Тезисы докладов

- A6. Резник А. Н., Шерешевский И. А., Вдовичева Н. К., Галин М. А. Радиационные эффекты в ближнепольной СВЧ диагностике // Всероссийский семинар по радиофизике миллиметровых и субмиллиметровых волн (Нижний Новгород, 12–15 марта 2007 г.): Тезисы докладов — изд. ИПФ РАН, Нижний Новгород, 2007. — С. 62–63.
- A7. Галин М. А., Резник А. Н. Ближнепольная СВЧ локация объекта сферической формы // XII Научная конференция по радиофизике, посвященная 90-летию со дня рождения

- М. М. Кобрина (Нижний Новгород, 7 мая 2008 г.): Труды. — изд. «ТАЛАМ», Нижний Новгород, 2008. — ISBN 5-93496-056-3. — С. 131–132.
- A8. Галин М. А., Резник А. Н. Ближнепольная СВЧ локация сферического объекта в проблеме обнаружения опухоли в человеческом теле // 8-я международная научно-техническая конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии», ФРЭМЭ'2008 (Суздаль, 2–4 июля 2008 г.): Доклады. Книга 2. — Владимир, 2008. — ISBN 978-5-93767-039-7. — С. 196–200.
- A9. Галин М. А., Резник А. Н. Применение ближнепольной СВЧ локации для диагностики карциномы // 18-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», КрыМиКо'2008 (Севастополь, Украина, 8–12 сентября 2008 г.): Материалы конференции. — Севастополь: Вебер, 2008. — ISBN 978-966-335-170-4. — С. 840–841.
- A10. Галин М. А., Резник А. Н. Ближнепольная СВЧ локация сферического объекта: теория и приложения // XIV нижегородская сессия молодых учёных. Естественнонаучные дисциплины (Нижний Новгород, 19–23 апреля 2009 г.). — Нижний Новгород: Гладкова О. В., 2009. — ISBN 978-5-93530-282-5. — С. 31–32.
- A11. Galin M. A., Reznik A. N. Diffraction problem of near-field microwave location of a spherical object // Days on diffraction'2009. International conference (Saint Petersburg, Russia, May 26–29, 2009): Abstracts. — Universitas Petropolitana MDCCXXIV. — P. 37–38.
- A12. Galin M. A., Reznik A. N. Near-field microwave detection of a spherical object: Theory and application // Progress In Electromagnetics Research Symposium, PIERS'2009 (Moscow, Russia, August 18–21, 2009): PIERS'2009 in Moscow Abstracts. — The Electromagnetics Academy, Cambridge, 2009. — ISBN 978-1-934142-09-7. — P. 294.
- A13. Галин М. А., Резник А. Н. Применение ближнепольной СВЧ локации для обнаружения опухолевых образований // IX международная научно-техническая конференция «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии», ФРЭМЭ'2010 (Суздаль, 29 июня–2 июля 2010 г.): Труды. — Владимир, 2010. — ISBN 978-5-904875-03-9. — С. 71–75.
- A14. Galin M. A., Reznik A. N. Near-field microwave probing of a spherical object // International Symposium on Electromagnetic Theory, EMT-S'2010 (Berlin, Germany, August 16–20, 2010): Symposium Digest. — IEEE 2010. — ISBN 978-1-4244-5154-8. — P. 1031–1034.

- A15. Галин М. А., Демидов Е. В., Резник А. Н. Определение сопротивления полупроводниковой плёнки методом ближнепольной микроволновой микроскопии // XVII Международный симпозиум «Нанозфизика и нанозлектроника» (Нижний Новгород, 11–15 марта 2013 г.): Труды. Том 1. — Нижний Новгород, 2013. — С. 231–232.
- A16. Reznik A. N., Demidov E. V., Galin M. A. The theory of near-field microwave microscopy of plain-layered media: application for semiconducting films characterization // Days on diffraction' 2013. International conference (Saint Petersburg, Russia, May 27–31, 2013): Abstracts. — Universitas Petropolitana MDCCXXIV. — P. 75.
- A17. Резник А. Н., Галин М. А. Волновые эффекты в ближнепольной микроволновой микроскопии / I Всероссийская Микроволновая Конференция (Москва, 27–29 ноября 2013 г.): Доклады. — Москва, 2013. — С. 69–73.
- A18. Резник А. Н., Галин М. А. Электродинамика и квазистатика ближнепольного микроволнового микроскопа / XVIII Международный симпозиум «Нанозфизика и нанозлектроника» (Нижний Новгород, 10–14 марта 2014 г.): Труды. Том 1. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2014. — С. 257–258.

Литература

- [1] Rosner, B. T. High-frequency near-field microscopy / B. T. Rosner and D. W. van der Weide // *Rev. Sci. Instrum.* — 2002. — V. 73. — № 7. — P. 2505–2525.
- [2] Wu, S.-F. Review of near-field optical microscopy / S.-F. Wu // *Front. Phys. China.* — 2006. — V. 1. — № 3. — P. 263–274.
- [3] Anlage, S. M. Principles of Near-Field Microwave Microscopy / S. M. Anlage, V. V. Talanov and A. R. Schwartz // *Scanning Probe Microscopy: Electrical and Electromechanical Phenomena at the Nanoscale* / S. Kalinin and A. Gruverman. — Springer Science. — New York, 2007. — Volume 1. — Chapter 7. — P. 215–253.
- [4] Adam, A. J. L. Review of Near-Field Terahertz Measurement Methods and Their Applications / A. J. L. Adam // *J. Infrared Milli. Terahz. Waves.* — 2011. — V. 32. — № 8–9. — P. 976–1019.
- [5] Imtiaz, A. Near-Field Scanning Microwave Microscopy: An Emerging Research Tool for Nanoscale Metrology / A. Imtiaz, T. M. Wallis and P. Kabos // *IEEE Microwave Mag.* — 2014. — V. 15. — № 1. — P. 52–64.
- [6] Abbe, E. Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der Mikroskopischen Wahrnehmung / E. Abbe // *Archiv für Mikroskopische Anatomie.* — 1873. — V. 9. — № 1. — P. 413–468.
- [7] Abbe, E. Note on the Proper Definition of the Amplifying Power of a Lens or a Lens-System / E. Abbe // *Journal of the Royal Microscopical Society.* — 1884. — V. 4. — № 1. — P. 348–351.
- [8] Gao, C. High spatial resolution quantitative microwave impedance microscopy by a scanning tip microwave near-field microscope / C. Gao, T. Wei, F. Duewer, Y. Lu and X.-D. Xiang // *Appl. Phys. Lett.* — 1997. — V. 71. — № 13. — P. 1872–1874.
- [9] Tabib-Azar, M. 0.4 μm spatial resolution with 1 GHz ($\lambda=30\text{ cm}$) evanescent microwave probe / M. Tabib-Azar, D.-P. Su, A. Pohar, S. R. LeClair and G. Ponchak // *Rev. Sci. Instrum.* — 1999. — V. 70. — № 3. — P. 1725–1729.

- [10] Steinhauer, D. E. Quantitative imaging of dielectric permittivity and tunability with a near-field scanning microwave microscope / D. E. Steinhauer, C. P. Vlahacos, F. C. Wellstood, S. M. Anlage, C. Canedy, R. Ramesh, A. Stanishevsky and J. Melngailis // *Rev. Sci. Instrum.* — 2000. — V. 71. — № 7. — P. 2751–2758.
- [11] Abu-Teir, M. Near-field scanning microwave probe based on a dielectric resonator / M. Abu-Teir, M. Golosovsky, D. Davidov, A. Frenkel and H. Goldberger // *Rev. Sci. Instrum.* — 2001. — V. 72. — № 4. — P. 2073–2079.
- [12] Kim, J. Near-field scanning microwave microscope using a dielectric resonator / J. Kim, K. Lee, B. Friedman and D. Cha // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — V. 83. — № 5. — P. 1032–1034.
- [13] Talanov, V. V. A near-field scanned microwave probe for spatially localized electrical metrology / V. V. Talanov, A. Scherz, R. L. Moreland and A. R. Schwartz // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — V. 88. — № 13. — P. 134106.
- [14] Merbold, H. Slit waveguide based terahertz near-field microscopy: Prospects and limitations / H. Merbold and T. Feurer // *J. Appl. Phys.* — 2010. — V. 107. — № 3. — P. 033504.
- [15] Трухин, В. Н. Диагностика полупроводниковых структур с использованием терагерцового безапертурного ближнепольного микроскопа / В. Н. Трухин, А. О. Голубок, А. В. Лютецкий, Б. А. Матвеев, Н. А. Пихтин, Л. Л. Самойлов, И. Д. Сапожников, И. С. Тарасов, М. Л. Фельштын, Д. П. Хорьков // *Изв. ВУЗ'ов. Радиофизика* — 2011. — Т. 54. — № 8–9. — С. 640–648.
- [16] Трухин, В. Н. Особенности рассеяния сфокусированного терагерцового излучения на зонде терагерцового ближнепольного микроскопа / В. Н. Трухин, Л. Л. Самойлов, Д. П. Хорьков // *Письма в ЖЭТФ* — 2012. — Т. 96. — № 11–12. — С. 899–904.
- [17] Усанов, Д. А. Ближнеполевая СВЧ-микроскопия нанометровых слоев металла на диэлектрических подложках / Д. А. Усанов, А. В. Скрипаль, А. В. Абрамов, А. С. Боголюбов, Б. Н. Коротин, В. Б. Феклистов, Д. В. Пономарев, А. П. Фролов // *Изв. ВУЗ'ов. Электроника* — 2011. — Т. 91. — № 5. — С. 83–90.
- [18] Moon, K. Quantitative coherent scattering spectra in apertureless terahertz pulse near-field microscopes / K. Moon, Y. Do, M. Lim, G. Lee, H. Kang, K.-S. Park and H. Hana // *Appl. Phys. Lett.* — 2012. — V. 101. — № 1. — P. 011109.

- [19] Tselev, A. Near-field microwave scanning probe imaging of conductivity inhomogeneities in CVD graphene / A. Tselev, N. V. Lavrik, I. Vlassiouk, D. P. Briggs, M. Rutgers, R. Proksch and S. V. Kalinin // *Nanotechnology* — 2012. — V. 23. — P. 385706.
- [20] Bek, A. Apertureless scanning near field optical microscope with sub-10 nm resolution / A. Bek, R. Vogelgasang and K. Kern // *Rev. Sci. Instrum.* — 2006. — V. 77. — P. 043703.
- [21] Synge, Edward H. A suggested method for extending the microscopic resolution into the ultramicroscopic region / E. H. Synge // *Philosophical Magazine.* — 1928. — V. 6. — № 35. — P. 356–362.
- [22] Synge, Edward H. A microscopic method / E. H. Synge // *Philosophical Magazine.* — 1931. — V. 11. — № 68. — P. 65–80.
- [23] Frait, Z. The use of high-frequency modulation in studying ferromagnetic resonance / Z. Frait // *Czechoslovak Journal of Physics.* — 1959. — V. 9. — № 3. — P. 403–404.
- [24] Soohoo, R. F. A Microwave Magnetic Microscope / R. F. Soohoo // *J. Appl. Phys.* — 1962. — V. 33. — № 3. — P. 1276–1277.
- [25] Pohl, D. Optical stethoscopy: Image recording with resolution $\lambda/20$ / D. Pohl, W. Denk, and M. Lanz // *Appl. Phys. Lett.* — 1984. — V. 44. — 44, № 7 — P. 651–653.
- [26] Dürig, U. Near-field optical-scanning microscopy / U. Dürig, D. Pohl and F. Rohner // *J. Appl. Phys.* — 1986. — V. 59. — № 10. — P. 3318–3327.
- [27] Lee, J. Atomic resolution imaging at 2.5 GHz using near-field microwave microscopy / J. Lee, C. J. Long, H. Yang, X.-D. Xiang and I. Takeuchi // *Appl. Phys. Lett.* — 2010. — V. 97. — № 18. — P. 183111.
- [28] Burdette, E. C. In Vivo Probe Measurement Technique for Determining Dielectric Properties at VHF through Microwave Frequencies / E. C. Burdette, F. L. Cain and J. Seals // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 1980. — V. MTT-28. — № 4. — P. 414–427.
- [29] Stuchly, M. A. Coaxial Line Reflection Methods for Measuring Dielectric Properties of Biological Substances at Radio and Microwave Frequencies — A Review / M. A. Stuchly and S. S. Stuchly // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* — 1980. — V. IM-29. — № 3. — P. 176–183.
- [30] Athey, T. W. Measurement of Radio Frequency Permittivity of Biological Tissues with an Open-Ended Coaxial Line: Part I / T. W. Athey, M. A. Stuchly and S. S. Stuchly // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 1982. — V. MTT-30. — № 1. — P. 82–86.

- [31] Smith, S. R. Dielectric properties of low-water-content tissues / S. R. Smith and K. R. Foster // *Phys. Med. Biol.* — 1985. — V. 30. — № 9. — P. 965–973.
- [32] Gabriel, S. The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz / S. Gabriel, R. W. Lau and C. Gabriel // *Phys. Med. Biol.* — 1996. — V. 41. — P. 2251–2269.
- [33] Olawale, K. O. The dielectric properties of the cranial skin of five young captive Steller sea lions (*Eumetopias jubatus*), and a similar number of young domestic pigs (*Sus scrofa*) and sheep (*Ovis aries*) between 0.1 and 10 GHz / K. O. Olawale, R. J. Petrell, D. G. Michelson and A. W. Trites // *Physiol. Meas.* — 2005. — V. 26. — № 5. — P. 627–637.
- [34] Kim, J.-M. Permittivity measurements up to 30 GHz using micromachined probe / J.-M. Kim, D. H. Oh, J.-H. Park, J.-W. Cho, Y. Kwon, Ch. Cheon and Y.-K. Kim // *J. Micromech. Microeng.* — 2005. — V. 15. — № 3. — P. 543–550.
- [35] Popovic, D. Precision Open-Ended Coaxial Probes for *In Vivo* and *Ex Vivo* Dielectric Spectroscopy of Biological Tissues at Microwave Frequencies / D. Popovic, L. McCartney, C. Beasley, M. Lazebnik, M. Okoniewski, S. C. Hagness and J. H. Booske // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 2005. — V. 53. — № 5. — P. 1713–1722.
- [36] McLaughlin, B. L. Miniature open-ended coaxial probes for dielectric spectroscopy applications / B. L. McLaughlin and P. A. Robertson // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2007. — V. 40. — № 1. — P. 45–53.
- [37] Lazebnik, M. A. large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal breast tissue obtained from reduction surgeries / M. Lazebnik, L. McCartney, D. Popovic, C. B. Watkins, M. J. Lindstrom, J. Harter, S. Sewall, A. Magliocco, J. H. Booske, M. Okoniewski and S. C. Hagness // *Phys. Med. Biol.* — 2007. — V. 52. — № 10. — P. 2637–2656.
- [38] Lazebnik, M. A large-scale study of the ultrawideband microwave dielectric properties of normal, benign and malignant breast tissues obtained from cancer surgeries / M. Lazebnik, D. Popovic, L. McCartney, C. B. Watkins, M. J. Lindstrom, J. Harter, S. Sewall, T. Ogilvie, A. Magliocco, T. M. Breslin, W. Temple, D. Mew, J. H. Booske, M. Okoniewski and S. C. Hagness // *Phys. Med. Biol.* — 2007. — V. 52. — № 20. — P. 6093–6115.
- [39] Kleismit, R. A. Local complex permittivity measurements of porcine skin tissue in the frequency range from 1 GHz to 15 GHz by evanescent microscopy / R. A. Kleismit, G.

- Kozłowski, B. D. Foy, B. E. Hull and M. Kazimierzczuk // *Phys. Med. Biol.* — 2009. — V. 54. — № 3. — P. 699–713.
- [40] Fear, E. C. Enhancing Breast Tumor Detection with Near-Field Imaging / E. C. Fear, S. C. Hagness, P. M. Meaney, M. Okoniewski and M. A. Stuchly // *IEEE Microwave Mag.* — 2002. — V. 3 — № 1. — P. 48–56.
- [41] Резник, А. Н. Ближнепольная СВЧ томография биологических сред / А. Н. Резник, Н. В. Юрасова // *ЖТФ.* — 2004. — Т. 74. — № 4. — С. 108–116.
- [42] Резник, А. Н. Обнаружение контрастных образований внутри биологических сред при помощи ближнепольной СВЧ диагностики / А. Н. Резник, Н. В. Юрасова // *ЖТФ.* — 2006. — Т. 76. — № 1. — С. 90–104.
- [43] Reznik, A. N. Electrodynamics of microwave near-field probing: Application to medical diagnostics / A. N. Reznik and N. V. Yurasova // *J. Appl. Phys.* — 2005. — V. 98. — № 11. — P. 114701.
- [44] Coptly, A. Localized heating of biological media using a 1-W microwave near-field probe / A. Coptly, M. Golosovsky, D. Davidov and A. Frenkel // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 2004. — V. 52. — № 8. — P. 1957–1963.
- [45] Wu, X. Near-field scanning microwave microscopy for detection of subsurface biological anomalies / X. Wu and O. M. Ramahi // *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (Monterey, USA, June 20–25, 2004): Digest.* — 2004. — V. 1. — P. 631–634.
- [46] Костров, А. В. Резонансная ближнепольная СВЧ диагностика неоднородных сред / А. В. Костров, А. И. Смирнов, Д. В. Янин, А. В. Стриковский, Г. А. Пантелеева // *Известия РАН. Серия физическая* — 2005. — Т. 69. — № 12. — С. 1716–1720.
- [47] Загайнов, В. Е. Новый метод термического разрушения опухолей печени локальным воздействием энергии СВЧ / В. Е. Загайнов, А. В. Костров, А. В. Стриковский, Д. В. Янин, С. А. Васенин, Н. В. Заречнова, Л. В. Шкалова, А. Ф. Плотников, М. Л. Бугрова, Л. Б. Снопина // *Современные технологии в медицине* — 2010. — № 3. — С. 6–13.
- [48] Bethe, H. A. Theory of Diffraction by Small Holes / H. A. Bethe // *Phys. Rev.* — 1944. — V. 66. — №№ 7–8. — P. 163–182.
- [49] Bouwkamp, C. J. On Bethe's theory of diffraction by small holes / C. J. Bouwkamp // *Philips Res. Rep.* — 1950. — V. 5. — P. 321–332.

- [50] Bouwkamp, C. J. On the diffraction of electromagnetic waves by small circular disks and holes / C. J. Bouwkamp // Philips Res. Rep. — 1950. — V. 5. — P. 401–422.
- [51] Шифрин, К. С. Рассеяние света в мутной среде / К. С. Шифрин. — М.-Л.: Гос. изд-во тех.-теор. лит., 1951. — 288 с.
- [52] Bryant, C. A. Noncontact Technique for the Local Measurement of Semiconductor Resistivity / C. A. Bryant and J. B. Gunn // Rev. Sci. Instrum. — 1965. — V. 36. — № 11. — P. 1614–1617.
- [53] Steinhauer, D. E. Surface resistance imaging with a scanning near-field microwave microscope / D. E. Steinhauer, C. P. Vlahacos, S. K. Dutta, F. C. Wellstood and S. M. Anlage // Appl. Phys. Lett. — 1997. — V. 71. — № 12. — P. 1736–1738.
- [54] Steinhauer, D. E. Quantitative imaging of sheet resistance with a scanning near-field microwave microscope / D. E. Steinhauer, C. P. Vlahacos, S. K. Dutta, B. J. Feenstra, F. C. Wellstood and S. M. Anlage // Appl. Phys. Lett. — 1998. — V. 72. — № 7. — P. 861–863.
- [55] Talanov, V. V. Noncontact dielectric constant metrology of low- k interconnect films using a near-field scanned microwave probe / V. V. Talanov, A. Scherz, R. L. Moreland and A. R. Schwartz // Appl. Phys. Lett. — 2006. — V. 88. — № 19. — P. 192906.
- [56] Imtiaz, A. Nanometer-scale material contrast imaging with a near-field microwave microscope / A. Imtiaz, S. M. Anlage, J. D. Barry and J. Melngailis // Appl. Phys. Lett. — 2007. — V. 90. — № 14. — P. 143106.
- [57] Imtiaz, A. Near-field microwave microscope measurements to characterize bulk material properties / A. Imtiaz, T. Baldwin, H. T. Nembach, T. M. Wallis and P. Kabos // Appl. Phys. Lett. — 2007. — V. 90. — № 24. — P. 243105.
- [58] Tselev A. Broadband dielectric microwave microscopy on micron length scales / A. Tselev, S. M. Anlage, Zh. Ma and J. Melngailis // Rev. Sci. Instrum. — 2007. — V. 78. — № 4. — P. 044701.
- [59] Gao, C. Quantitative microwave near-field microscopy of dielectric properties / C. Gao and X.-D. Xiang // Rev. Sci. Instrum. — 1998. — V. 69. — № 11. — P. 3846–3851.
- [60] Gao, C. Quantitative nonlinear dielectric microscopy of periodically polarized ferroelectric domains / C. Gao, F. Duewer, Y. Lu and X.-D. Xiang // Appl. Phys. Lett. — 1998. — V. 73. — № 8. — P. 1146–1148.

- [61] Gao, C. Quantitative microwave evanescent microscopy of dielectric thin films using a recursive image charge approach / C. Gao, B. Hu, P. Zhang, M. Huang, W. Liu and I. Takeuchi // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — V. 84. — № 23. — P. 4647–4649.
- [62] Wang, Zh. Quantitative measurement of sheet resistance by evanescent microwave probe / Zh. Wang, M. A. Kelly, Zh.-X. Shen, L. Shao, W.-K. Chu and H. Edwards // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — V. 86. — № 15. — P. 153118.
- [63] Takeuchi, I. Low temperature scanning-tip microwave near-field microscopy of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ films / I. Takeuchi, T. Wei, F. Duewer, Y. K. Yoo, X.-D. Xiang, V. Talyansky, S. P. Pai, G. J. Chen and T. Venkatesan // *Appl. Phys. Lett.* — 1997. — V. 71. — № 14. — P. 2026–2028.
- [64] Chang, H. Combinatorial synthesis and high throughput evaluation of ferroelectric/dielectric thin-film libraries for microwave applications / H. Chang, C. Gao, I. Takeuchi, Y. Yoo, J. Wang, P. G. Schultz, X.-D. Xiang, R. P. Sharma, M. Downes and T. Venkatesan // *Appl. Phys. Lett.* — 1998. — V. 72. — № 17. — P. 2185–2187.
- [65] Chang, H. A low-loss composition region identified from a thin-film composition spread of $(\text{Ba}_{1-x-y}\text{Sr}_x\text{Ca}_y)\text{TiO}_3$ / H. Chang, I. Takeuchi and X.-D. Xiang // *Appl. Phys. Lett.* — 1999. — V. 74. — № 8. — P. 1165–1167.
- [66] Wang, Zh. Evanescent microwave probe measurement of low- k dielectric films / Zh. Wang, M. A. Kelly, Zh.-X. Shen, G. Wang, X.-D. Xiang and J. T. Wetzel // *J. Appl. Phys.* — 2002. — V. 92. — № 2. — P. 808–811.
- [67] Gao, C. Measurement of the magnetoelectric coefficient using a scanning evanescent microwave microscope / C. Gao, B. Hu, X. Li, Ch. Liu, M. Murakami, K.-S. Chang, C. J. Long, M. Wuttig and I. Takeuchi // *Appl. Phys. Lett.* — 2005. — V. 87. — № 15. — P. 153505.
- [68] Hu, B. Quantitative microscopy of nonlinear dielectric constant using a scanning evanescent microwave microscopy / B. Hu, W. Liu, C. Gao, X. Zhu and D. Zheng // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — V. 89. — № 4. — P. 044102.
- [69] Zhao, Zh. Quantitative measurement of piezoelectric coefficient of thin film using a scanning evanescent microwave microscope / Zh. Zhao, Zh. Luo, Ch. Liu, W. Wu, C. Gao and Y. Lu // *Rev. Sci. Instrum.* — 2008. — V. 79. — № 6. — P. 064704.

- [70] Imtiaz, A. Effect of tip geometry on contrast and spatial resolution of the near-field microwave microscope / A.Imtiaz and S.M.Anlage // J. Appl. Phys. — 2006. — V.100. — №4. — P. 044304.
- [71] Baida, F. I. Body-of-revolution FDTD simulations of improved tip performance for scanning near-field optical microscopes / F.I.Baida, D.VanLabeke and Y.Pagani // Opt. Comm. — 2003. — V. 225. — №№ 4–6. — P. 241–252.
- [72] Balusek, C. A three-dimensional finite element model of near-field scanning microwave microscopy / C.Balusek, B.Friedman, D.Luna, B.Oetiker, A.Babajanyan and K.Lee // J. Appl. Phys. — 2012. — V. 112. — № 8. — P. 084318.
- [73] Lee, J. H. Quantitative analysis of scanning microwave microscopy on dielectric thin film by finite element calculation / J. H. Lee, S. Hyun and K. Char // Rev. Sci. Instrum. — 2001. — V. 72. — № 2. — P. 1425–1434.
- [74] Reznik, A. N. Quantitative model for near-field scanning microwave microscopy: Application to metrology of thin film dielectrics / A. N. Reznik and V. V. Talanov // Rev. Sci. Instrum. — 2008. — V. 79. — № 11. — P. 113708.
- [75] Резник, А. Н. Радиационные эффекты в ближнепольной сверхвысокочастотной диагностике / А. Н. Резник, И. А. Шерешевский, Н. К. Вдовичева // РЭ. — 2008. — Т. 53. — № 6. — С. 656–664.
- [76] Hoshina, Sh. A Numerical Study on the Measurement Region of an Open-Ended Coaxial Probe Used for Complex Permittivity Measurement / Sh. Hoshina, Y. Kanai and M. Miyakawa // IEEE Trans. Mag. — 2001. — V. 37. — № 5. — P. 3311–3314.
- [77] Hagl, D. M. Sensing Volume of Open-Ended Coaxial Probes for Dielectric Characterization of Breast Tissue at Microwave Frequencies / D. M. Hagl, D. Popovic, S. C. Hagness, J. H. Booske and M. Okoniewski // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. — 2003. — V. 51. — № 4. — P. 1194–1206.
- [78] Steinhauer, D. E. Imaging of microwave permittivity, tunability, and damage recovery in (Ba, Sr)TiO₃ thin films / D. E. Steinhauer, C. P. Vlahacos, F. C. Wellstood, S. M. Anlage, C. Canedy, R. Ramesh, A. Stanishevsky and J. Melngailis // Appl. Phys. Lett. — 1999. — V. 75. — № 20. — P. 3180–3182.

- [79] Tabib-Azar, M. Real-time imaging of semiconductor space-charge regions using high-spatial resolution evanescent microwave microscope / M. Tabib-Azar and D. Akinwande // *Rev. Sci. Instrum.* — 2000. — V. 71. — № 3. — P. 1460–1465.
- [80] Smoliner, J. Scanning microwave microscopy/spectroscopy on metal-oxide-semiconductor systems / J. Smoliner, H. P. Huber, M. Hochleitner, M. Moertelmaier and F. Kienberger // *J. Appl. Phys.* — 2010. — V. 108. — № 6. — P. 064315.
- [81] Huber, H. P. Calibrated nanoscale dopant profiling using a scanning microwave microscope / H. P. Huber, I. Humer, M. Hochleitner, M. Fenner, M. Moertelmaier, C. Rankl, A. Imtiaz, T. M. Wallis, H. Tanbakuchi, P. Hinterdorfer, P. Kabos, J. Smoliner, J. J. Kopanski and F. Kienberger // *J. Appl. Phys.* — 2012. — V. 111. — № 1. — P. 014301.
- [82] Янин Д. В. Диагностика подповерхностных квазиодномерных неоднородностей методом резонансного ближнепольного сверхвысокочастотного зондирования / Д. В. Янин, А. Г. Галка, А. В. Костров, А. И. Смирнов, А. В. Стриковский, И. В. Кузнецов // *Изв. ВУЗ'ов. Радиофизика.* — 2014. — Т. 57. — № 1. — С. 35–47.
- [83] Nelder, J. A. A simplex method for function minimization / J. A. Nelder and R. Mead // *Computer J.* — 1965. — V. 7. — № 4. — P. 308–313.
- [84] Ishida, E. Study of electrical measurement techniques for ultra-shallow dopant profiling / E. Ishida and S. B. Felch // *J. Vac. Sci. Technol. B.* — 1996. — V. 14. — № 1. — P. 397–403.
- [85] Xiang, X.-D. Quantitative complex electrical impedance microscopy by scanning evanescent microwave microscope / X.-D. Xiang and C. Gao // *Mat. Character.* — 2002. — V. 48. — №№ 2–3. — P. 117–125.
- [86] Gaikovich, K. P. Subsurface Near-Field Scanning Tomography / K. P. Gaikovich // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — V. 98. — № 18. — P. 183902.
- [87] Hochman, A. Interaction between a waveguide-fed narrow slot and a nearby conducting strip in millimeter-wave scanning microscopy / A. Hochman, P. Paneath and Y. Leviatan // *J. Appl. Phys.* — 2000. — V. 88. — № 10. — P. 5987–5992.
- [88] Марков, Г. Т. Электродинамика и распространение радиоволн / Г. Т. Марков, Б. М. Петров, Г. П. Грудинская. — М.: Сов. радио, 1969. — 376 с.

- [89] Ватсон, Г. Н. Теория бесселевых функций. Часть первая / Г. Н. Ватсон; пер. со 2-го англ. изд. В. С. Бермана, под ред. Г. Шилова, Т. Солнцевой. — М.: Изд-во иностр. лит., 1949. — 799 с.
- [90] Chew, H. Model for Raman and fluorescent scattering by molecules embedded in small particles / H. Chew, P. J. McNulty and M. Kerker // *Phys. Rev. A.* — 1976. — V. 13. — № 1. — P. 396–405.
- [91] Klimov, V. V. Radiative frequency shift and linewidth of an atomdipole in the vicinity of a dielectric microsphere / V. V. Klimov, M. Ducloy and V. S. Letokhov // *J. Mod. Optics.* — 1996. — V. 43. — № 11. — P. 2251–2267.
- [92] Mie, G. Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen / G. Mie // *Annalen der Physik IV.* — 1908. — V. 25. — № 3. — P. 377–445.
- [93] ван де Хюлст, Г. Рассеяние света малыми частицами / Г. ван де Хюлст.; пер. с англ. Т. В. Водопьяновой, под ред. В. В. Соболева. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 536 с.
- [94] Klein, L. A. An Improved Model for the Dielectric Constant of Sea Water at Microwave Frequencies / L. A. Klein and C. T. Swift // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* — 1977. — V. AP-25. — № 1. — P. 104–111.
- [95] Гринберг, Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений / Г. А. Гринберг; отв. ред. А. Ф. Иоффе. — М.–Л.: Изд-во академии наук СССР, 1948. — 728 с.
- [96] Ferlay, J. GLOBOCAN 2012 v1.0, Cancer Incidence and Mortality Worldwide: IARC CancerBase No. 11 (Internet) / J. Ferlay, I. Soerjomataram, M. Ervik, R. Dikshit, S. Eser, C. Mathers, M. Rebelo, D. M. Parkin, D. Forman and F. Bray. — Lyon, France: International Agency for Research on Cancer, 2013. — Доступно по ссылке <http://globocan.iarc.fr>.
- [97] Злокачественные новообразования в России в 2013 году (заболеваемость и смертность) / под ред. А. Д. Каприна, В. В. Старинского, Г. В. Петровой. — М.: ФГБУ «МНИОИ им. П. А. Герцена» Минздрава России, 2015. — 250 с.
- [98] Coleman, M. P. Cancer survival in five continents: a worldwide population-based study (CONCORD) / M. P. Coleman, M. Quaresma, F. Berrino, J.-M. Lutz, R. De Angelis, R. Capocaccia, P. Baili, B. Rachet, G. Gatta, T. Hakulinen, A. Micheli, M. Sant, H. K. Weir, J. M.

- Elwood, H. Tsukuma, S. Koifman, G. A. e Silva, S. Francisci, M. Santaquilani, A. Verdecchia, H. H. Storm and J. L. Young // *Lancet Oncol.* — 2008. — V. 9. — № 8. — P. 730–756.
- [99] World cancer report 2008 / International Agency for Research on Cancer (IARC). — Lion, 2008.
- [100] Маряшева, Ю. А. Современные аспекты магнитно-резонансной маммографии / Ю. А. Маряшева, С. П. Морозов, В. Е. Сеницын, Е. С. Бельшева, С. К. Терновой // *Медицинская визуализация.* — 2003. — № 4. — С. 83–88.
- [101] Chaudhary, S. S. Dielectric properties of normal and malignant human breast tissue at radiowave and microwave frequencies / S. S. Chaudhary, R. K. Mishra, A. Swarup and J. M. Thomas // *Indian J. Biochem. Biophys.* — 1984. — V. 21. — № 1. — P. 76–79.
- [102] Campbell, A. M. Dielectric properties of female human breast tissue measured in vitro at 3.2 GHz / A. M. Campbell and D. V. Land // *Phys. Med. Biol.* — 1992. — V. 37. — № 1. — P. 193–210.
- [103] Poplack, S. P. / S. P. Poplack, K. D. Paulsen, A. Hartov, P. M. Meaney, B. W. Pogue, T. D. Tosteson, M. R. Grove, S. K. Soho and W. A. Wells // *Radiology.* — 2004. — V. 231. — № 2. — P. 571–580.
- [104] Bulyshev, A. E. Three-dimensional vector microwave tomography: theory and computational experiments / A. E. Bulyshev, A. E. Souvorov, S. Yu. Semenov, V. G. Posukh and Y. E. Sizov // *Inverse Problems.* — 2004. — V. 20. — № 4. — P. 1239–1259.
- [105] Irishina, N. Microwave Imaging for Early Breast Cancer Detection Using a Shape-based Strategy / N. Irishina, M. Moscoso and O. Dorn // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* — 2009. — V. 56. — № 4. — P. 1143–1153.
- [106] Winters, D. W. Three-Dimensional Microwave Breast Imaging: Dispersive Dielectric Properties Estimation Using Patient-Specific Basis Functions / D. W. Winters, J. D. Shea, P. Kosmas, B. D. Van Veen and S. C. Hagness // *IEEE Trans. Med. Imaging.* — 2009. — V. 28. — № 7. — P. 969–981.
- [107] Shea, J. D. Contrast-enhanced microwave imaging of breast tumors: a computational study using 3D realistic numerical phantoms / J. D. Shea, P. Kosmas, B. D. Van Veen and S. C. Hagness // *Inverse Problems.* — 2010. — V. 26. — № 7. — P. 074009.

- [108] Bond, E. J. Microwave imaging via space-time beamforming for early detection of breast cancer / E. J. Bond, J. Essex, X. Li, S. C. Hagness and B. D. Van Veen // IEEE Trans. Antennas Propagat. — 2003. — V. 51. — № 8. — P. 1690–1705.
- [109] Marcuvitz, N. Waveguide Handbook / Ed. by N. Marcuvitz. — McGraw-Hill Book Company, Inc. — New York, 1951. — 428 p.
- [110] Gabriel, C. Use of time-domain spectroscopy for measuring dielectric properties with a coaxial probe / C. Gabriel, E. H. Grant and I. R. Young // J. Phys. E: Sci. Instrum. — 1986. — V. 19. — № 10. — P. 843–846.
- [111] Mosig, J. R. Reflection of an open-ended coaxial line and application to nondestructive measurement of materials / J. R. Mosig, J.-C. E. Besson, M. Gex-Fabry and F. E. Gardiol // IEEE Trans. Instrum. Meas. — 1981. — V. IM-30. — № 1. — P. 46–51.
- [112] Misra, D. Noninvasive electrical characterization of materials at microwave frequencies using an open-ended coaxial line: test of an improved calibration technique / D. Misra, M. Chhabra, B. R. Epstein, M. Microtznik and K. R. Foster // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. — 1990. — V. MTT-38. — № 1. — P. 8–14.
- [113] Gabriel, C. Admittance models for open ended coaxial probes and their place in dielectric spectroscopy / C. Gabriel, T. Y. A. Chan and E. H. Grant // Phys. Med. Biol. — 1994. — V. 39. — P. 2183–2200.
- [114] Gabriel, C. The dielectric properties of biological tissues: I. Literature survey / C. Gabriel, S. Gabriel and E. Corthout // Phys. Med. Biol. — 1996. — V. 41. — P. 2231–2249.
- [115] Gabriel, S. The dielectric properties of biological tissues: III. Parametric models for the dielectric spectrum of tissues / S. Gabriel, R. W. Lau and C. Gabriel // Phys. Med. Biol. — 1996. — V. 41. — P. 2271–2293.
- [116] Golosovsky, M. Near-field of a scanning aperture microwave probe: a 3-D finite element analysis / M. Golosovsky, E. Maniv, D. Davidov and A. Frenkel // IEEE Trans. Instrum. Meas. — 2002. — V. 51. — № 5. — P. 1090–1096.
- [117] Справочник по расчёту и конструированию СВЧ полосковых устройств / под ред. В. И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982. — 328 с.
- [118] Valdes, L. B. Resistivity measurements on germanium for transistors / L. B., Valdes // Proc. IRE — 1954. — V. 42. — № 2. — P. 420–427.

- [119] Hsi-Teh, H. A resonant cavity study of semiconductors / H. Hsi-Teh, J. M. Goldey and S. C. Brown // *J. Appl. Phys.* — 1954. — V. 25. — № 3. — P. 302–307.
- [120] Батавин, В. В. Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур / В. В. Батавин, Ю. А. Концевой, Ю. В. Федорович. — М.: Радио и связь, 1985. — 264 с.
- [121] van der Pauw, L. J. A Method of Measuring Specific Resistivity and Hall Effect of Discs of Arbitrary Shape / L. J. van der Pauw // *Philips Res. Rep.* — 1958. — V. 13. — № 1. — P. 1–9.
- [122] Krupka, J. Contactless methods of conductivity and sheet resistance measurement for semiconductors, conductors and superconductors / J. Krupka // *Meas. Sci. Technol.* — 2013. — V. 24. — P. 062001.
- [123] Thorsteinsson, S. Accurate micro four-point probe sheet resistance measurements on small samples / S. Thorsteinsson, F. Wang, D. H. Petersen, T. M. Hansen, D. Kjær, R. Lin, J.-Y. Kim, P. F. Nielsen and O. Hansen // *Rev. Sci. Instrum.* 2009. — V. 80. — № 5. — P. 053902.
- [124] Stibal, R. Contactless evaluation of semi-insulating GaAs wafer resistivity using the time-dependent charge measurement / R. Stibal, J. Windscheif and W. Jantz // *Semicond. Sci. Technol.* — 1991. — V. 6. — P. 995–1001.
- [125] Miller, G. L. Contactless measurement of semiconductor conductivity by radio-frequency-free-carrier power absorption / G. L. Miller, D. A. H. Robinson and J. D. Wiley // *Rev. Sci. Instrum.* — 1976. — V. 47. — № 7. — P. 799–805.
- [126] Krupka, J. Measurements of the sheet resistance and conductivity of thin epitaxial graphene and SiC / J. Krupka and W. Strupiński // *Appl. Phys. Lett.* — 2010. — V. 96. — № 8. — P. 082101.
- [127] Náhlik, J. Study of quantitative influence of sample defects on measurements of resistivity of thin films using van der Pauw method / J. Náhlik and I. Kašpárková, P. Fitl // *Measurement.* — 2011. — V. 44. — № 10. — P. 1968–1979.
- [128] Hofmann, S. Sputter-depth profiling for thin-film analysis / S. Hofmann // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* — 2004. — V. 362. — № 1814. — P. 55–75.
- [129] Tomita, M. Ultra-shallow depth profiling with secondary ion mass spectrometry / M. Tomita, C. Hongo, M. Suzuki, M. Takenaka and A. Murakoshi // *J. Vac. Sci. Technol. B* — 2004. — V. 22. — № 1. — P. 317–323.

- [130] Iniewski, K. Optimization of the capacitance–voltage profiling method based on inverse modeling / K. Iniewski and C. A. T. Salama // *J. Vac. Sci. Technol. B* — 1992. — V. 10. — № 1. — P. 480–485.
- [131] Reynolds, N. D. Capacitance-voltage profiling: Research-grade approach versus low-cost alternatives / N. D. Reynolds, C. D. Panda and J. M. Essick // *Am. J. Phys.* — 2014. — V. 82. — № 3. — P. 196–206.
- [132] Casel, A. Comparison of carrier profiles from spreading resistance analysis and from model calculations for abrupt doping structures / A. Casel and H. Jorke // *Appl. Phys. Lett.* — 1987. — V. 50. — № 15. — P. 989–991.
- [133] Pawlik, M. Spreading resistance: A quantitative tool for process control and development / M. Pawlik // *J. Vac. Sci. Technol. B* — 1992. — V. 10. — № 1. — P. 388–397.
- [134] Tan, L. S. Characterization of ultrashallow dopant profiles using spreading resistance profiling / L. S. Tan, L. C. P. Tan, M. S. Leong, R. G. Mazur and C. W. Ye // *J. Vac. Sci. Technol. B* — 2002. — V. 20. — № 1. — P. 483–488.
- [135] Alzanki, T. Differential Hall effect profiling of ultrashallow junctions in Sb implanted silicon / T. Alzanki, R. Gwilliam, N. Emerson and B. J. Sealy // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — V. 85. — № 11. — P. 1979–1980.
- [136] Bennett, N. S. Doping characterization for germanium-based microelectronics and photovoltaics using the differential Hall technique / N. S. Bennett and N. E. B. Cowern // *Appl. Phys. Lett.* — 2012. — V. 100. — № 17. — P. 172106.
- [137] Power, J. F. Inverse problem theory in the optical depth profilometry of thin films / J. F. Power // *Rev. Sci. Instrum.* — 2002. — V. 73. — № 12. — P. 4057–4141.
- [138] Griffiths, H. Magnetic induction tomography / H. Griffiths // *Meas. Sci. Technol.* — 2001. — V. 12. — № 8. — P. 1126–1131.
- [139] Saroop, S. Recombination processes in doubly capped antimonide-based quaternary thin films // S. Saroop, J. M. Borrego, R. J. Gutmann, G. W. Charache and C. A. Wang // *J. Appl. Phys.* — 1999. — V. 86. — № 3. — P. 1527–1534.
- [140] Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1979. — 285 с.