Отзыв официального оппонента на диссертацию Куликова Анатолия Николаевича «Некоторые бифуркационные задачи теории упругой устойчивости и математической физики», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа посвящена изучению локальных бифуркаций в динамических системах с бесконечномерным пространством начальных условий, порожденных нелинейными эволюционными уравнениями в гильбертовом пространстве, уравнениями с частными производными.

Интерес к бифуркационным задачам, в первую очередь, возник в связи с приложениями в теории гидродинамической устойчивости, химической кинетики. Метод Хопфа и близкие к нему подходы в большей степени связаны с дифференциальными уравнениями, имеющими определенный «параболический» тип. Приложения к теории упругой устойчивости предполагают развитие бифуркационных методов к уравнениям иного типа, которые с абстрактной точки зрения следует интерпретировать как гиперболические. Ранее в работах Ю.С. Колесова, А.Н. Куликова, Ф. Холмса, Дж. Марсдена были получены результаты по распространению теоремы Андронова-Хопфа на уравнения, описывающие колебания пластин в сверхзвуковом потоке газа – панельный флаттер, если коэффициент незатухания не мал.

С другой стороны, как неоднократно отмечалось ранее в работах специалистов в этом разделе механики сплошной среды, малость коэффициента затухания - достаточно типичная ситуация при анализе задач о нелинейном панельном флаттере. Это приводит к необходимости рассматривать иные бифуркационные задачи для гиперболических уравнений с частными производными. Три такие задачи были рассмотрены в первой главе диссертации. Их анализ предполагает развитие методов анализа динамических систем с бесконечномерным пространством начальных условий и прежде всего метода интегральных многообразий, а также метода нормальных форм.

Наиболее известный пример, где может быть реализован сценарий Ландау (Ландау – Хопфа - Селла) перехода к турбулентности, принадлежит Э. Хопфу, и был предложен в конце 40-х годов прошлого века. Число таких примеров невелико и, может быть, поэтому интерес к сценарию Ландау стал ослабевать. Построению таких примеров посвящена вторая глава диссертации, где были изучены актуальные для приложений в теории упругой устойчивости и макроэкономики краевые задачи для нелинейных эволюционных уравнений с частными производными.

Уравнения Гинзбурга-Ландау, Курамото-Сивашинского и их обобщения рассматривают в качестве модельных для изучения нелинейных явлений и процессов во многих разделах физики. Анализу ряда задач для них были посвящены работы А.С. Гапонова-Грехова, А.А. Самарского, Т. Цузуки, И. Курамото, Р. Темама, К. Фояша и многих других исследователей. В частности, для уравнения Гинзбурга-Ландау остаются актуальными задачи, в которых изучаются вопросы существования, устойчивости нелинейных волн более сложной структуры, чем плоские бегущие волны. С теоретической и практической точки зрения для уравнения Курамото-Сивашинского и его обобщений всегда вызывали интерес вопросы, связанные с существованием пространственно неоднородных диссипативных структур.

Особый интерес, конечно, представляет такой подход к анализу поведения решений этих уравнений, при использовании которого можно было бы избежать замен задач на их конечномерные аппроксимации.

Содержание диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Общий объем диссертации составляет 299с., список литературы насчитывает 178 наименований.

Во введении обоснована актуальность выбранной темы, описаны методы и цели исследования. Дана оценка теоретической и практической значимости результатов диссертационной работы. Приведены положения, вынесенные на защиту. Дан краткий обзор диссертационной работы, а также краткий обзор литературы.

В трех первых параграфах первой главы рассмотрены бифуркационные задачи для абстрактных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Эти уравнения входят в класс гиперболических уравнений, для которых в работах И. Сегала и С.Я. Якубова была изучена разрешимость задачи Коши.

В §1.1 доказаны утверждения о существовании, устойчивости и асимптотической устойчивости представлений малых по норме периодических решений из окрестности нулевого решения, в случае, когда среди точек спектра устойчивости линеаризованного уравнения есть две пары находящиеся вблизи резонанса 1:1, а остальные собственные значения остаются простыми.

В §§1.2-1.3 первой главы рассмотрены аналогичные вопросы, но в ситуации, когда среди точек спектра устойчивости есть две пары, находящиеся вблизи резонансов 1:2 и 1:3 соответственно. Доказаны теоремы о существовании, устойчивости и об асимптотическом представлении периодических решений из окрестности нулевого состояния равновесия.

В §§1.4-1.6 полученные результаты в предыдущих разделах проиллюстрированы примерами из теории упругой устойчивости. В них рассмотрены последовательно три краевые задачи, предложенные в известной монографии В.В. Болотина и дальнейших работах В.В. Болотина и его последователей. Методики из §§1.1-1.3 позволили показать возможность жесткого возбуждения незатухающих колебаний при докритических значениях основного управляющего параметра – скорости потока газа.

В последних двух разделах первой главы изучены две модельные задачи из теории аэрогидроупругости. Эти задачи была предложены В.В. Болотиным и предназначены проиллюстрировать содержательность нелинейного подхода к задачам из этого раздела механики сплошной среды. В диссертации дан достаточно детальный анализ этих двух нелинейных задач на базе применения подхода, связанного с возможностью распространения методов качественной теории динамических систем на соответствующие классы дифференциальных уравнений с частными производными.

Во второй главе диссертации рассмотрены три краевых задачи, имеющие приложения в макроэкономике и теории упругой устойчивости. При их анализе показано, что при монотонности управляющего параметра реализуется каскад бифуркаций инвариантных торов, размерность которых растет. Для решений, принадлежащих этим торам, приведены асимптотические формулы. Показано, что притягивающим всегда является тор наибольшей размерности. В §2.2, где рассмотрена краевая задача, моделирующая колебания трубы под воздействием потока жидкости, использована краевая задача из работ Паудоуссиса, Холмса, Марсдена.

В третьей главе диссертации изучению подлежат вопросы, возникающие при анализе структуры окрестности решений типа плоских бегущих волн периодической краевой задачи для некоторых версий комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау и его естественных (с точки зрения физических приложений) модификаций.

Изучен вопрос о локальных бифуркациях периодических бегущих волн при смене ими устойчивости. Показано, что в результате таких бифуркаций в окрестности бегущих волн рождаются инвариантные торы, для которых изучен вопрос об их устойчивости, получены асимптотические формулы для решений, их заполняющих.

В первом параграфе третьей главы рассмотрен слабо-диссипативный вариант комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау в случае, когда неизвестная функция зависит от времени и от произвольного числа пространственных переменных. При анализе периодической краевой задачи для такого варианта комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау было выявлено, что характер бифуркации существенным образом зависит от числа пространственных переменных. Так, например, когда число пространственных переменных не превосходит двух, реализуется только послекритические бифуркации, а в случае, когда геометрическая размерность больше двух, возможны уже докритические бифуркации.

В четвертой главе изучены бифуркационные задачи для обобщенного уравнения Курамото-Сивашинского, возникающие при анализе окрестности пространственно однородных состояний равновесия. Их анализ позволил получить достаточные условия, реализация которых приводит к появлению пространственно неоднородных решений при смене устойчивости однородными состояниями равновесия. Для таких решений дан ответ об их устойчивости, получены асимптотические формулы.

Особо можно отметить анализ бифуркаций в периодической краевой задаче для такой версии обобщенного уравнения Курамото-Сивашинского, когда неизвестная функция зависит от трех переменных: времени и двух пространственных переменных. Такой вариант обобщенного уравнения Курамото-Сивашинского особенно актуален для физики пограничных явлений.

В пятой главе получены новые результаты, обобщающие результаты работ Р. Темама с соавторами по теории инвариантных (инерциальных) многообразий для полугрупп нелинейных операторов. Соответствующие результаты получены без использования самосопряженности (симметричности) производящего оператора полугруппы линейных ограниченных операторов – «главной» части нелинейной полугруппы. Данное обобщение актуально и необходимо при анализе ряда вариантов уравнения Гинзбурга-Ландау и Курамото-Сивашинского, а также многих иных уравнений математической физики, для которых типична ситуация, когда линейные операторы, входящие в уравнение не обязаны быть симметричными.

Степень обоснованности положений, выводов диссертации

В диссертации использованы строго обоснованные методы качественной теории дифференциальных уравнений, функционального и математического анализа.

Все положения, вынесенные на защиту, доказаны. Соответствующие утверждения сформулированы в виде теорем. Примеры, рассмотренные в качестве приложений и иллюстраций основных результатов, как правило, представляют собой широко известные модели из соответствующих разделов физики.

Обоснованность научных положений основана на использовании математически обоснованных утверждений и методах анализа динамических систем с бесконечномерным фазовым пространством, строгостью математических формулировок, корректности доказательств теорем и лемм из текста диссертационной работы.

Степень новизны результатов диссертации

Все основные результаты, изложенные в диссертации, являются новыми. К таким результатам, прежде всего, следует отнести утверждения и положения, которые вынесены на защиту. Например, теоремы из трех первых параграфов первой главы, где для абстрактных нелинейных гиперболических уравнений изучены бифуркационные задачи в случаях, близких к резонансным. При их решении использован подход, который позволяет методы качественной теории распространять на новые для таких исследований классы уравнений. Методы, развитые в диссертации могут быть использованы при анализе иных задач теории бесконечномерных динамических систем (теории нелинейных колебаний, систем с распределенными параметрами).

Аналогичные заключения справедливы и для остальных глав диссертации.

Теоретическая и практическая значимость

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты представляют интерес для теории динамических систем с бесконечномерным фазовым пространством. Эти методы могут быть использованы при анализе многих других задач теории нелинейных колебаний динамических систем с распределенными параметрами.

Рассмотренные прикладные задачи не только иллюстрируют методику исследования диссертационной работы, но и могут быть использованы специалистами в области физики, теории упругой устойчивости. В частности, в четвертой главе предложен единый взгляд на природу формирования неоднородного рельефа как эффекта самоорганизации.

Общая оценка диссертационной работы

Диссертация выполнена на актуальную тему на высоком научном уровне. Совокупность полученных результатов, изложенных в диссертации, можно классифицировать как серьезное научное достижение в области теории бесконечномерных динамических систем. Содержание диссертации достаточно полно и ясно отражено в автореферате.

По теме диссертации опубликовано 37 работ в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных Минобрнауки Российской Федерации для соискателей ученой степени кандидата или доктора наук. Еще 14 статей опубликовано в других изданиях.

Результаты диссертации неоднократно докладывались на международных и всероссийских конференциях и семинарах, на трех съездах по теоретической и прикладной механике.

Замечания

1. На с. 96 при анализе нормальной формы есть неточности и опечатки. Предположение $b_{13}b_{23} \neq 0$ излишнее. Если $b_{13} = 0$ или $b_{23} = 0$, то при $g > 0$ ненулевые состояния равновесия системы дифференциальных состояний уравнений (3.1) не существуют, т.е. два последних варианта не представляют интереса для дальнейших построений. Кроме этого, в правых частях дифференциальных уравнений для «быстрой» переменной φ_1 есть опечатки. В обоих случаях присутствует множитель «i». Ясно, что его быть не должно.

2. В главе 4 рассматривается обобщенное уравнение Курамото-Сивашинского. Но в §4.2 для этого уравнения использовано другое название: «уравнение Бредли-Харпера» (см. с. 243-244), которое в математической литературе не используется. Уравнение из этого параграфа также следует трактовать как один из вариантов обобщенного уравнения Курамото-Сивашинского. Во всяком случае после замен (см. уравнение (1.5)) получаем одну из версий уравнения Курамото-Сивашинского.

3. В §4.3 четвертой главы (см. с. 261) отмечено, что при $m=1$ и $\gamma_2=5\gamma_3$ при анализе краевой задачи (3.1), (3.2) реализуется особый случай, и нормальная форма имеет иную структуру. Было бы лучше указать вид нормальной формы в этом случае. Это сделать не очень трудно, так как при таком выборе m,γ_2,γ_3 получаем задачу, близкую к задаче, рассмотренной в §1.2 из первой главы.

4. В этом же разделе на с. 268 опечатка. Написано, что расстояние между решениями принимает любые значения из отрезка $[d^2_{\min},d^2_{\max}]$. Необходимо $[d_{\min},d_{\max}]$.

В тексте диссертации есть еще некоторое количество незначительных опечаток. Например, в списке литературы в ссылке под номером 51 пропущен год издания.

В целом, отмеченные недостатки не влияют на положительную оценку работы. Все результаты диссертации снабжены строгими доказательствами, апробированы на научных российских и международных конференциях, в полной мере представлены в публикациях. Автореферат диссертации полностью отражает ее содержание и выводы.

Диссертация Куликова Анатолия Николаевича представляет законченное глубокое научное исследование, содержащее актуальные, интересные результаты, имеющие научную теоретическую и практическую значимость.

Считаю, что диссертация Куликова Анатолия Николаевича «Некоторые бифуркационные задачи теории упругой устойчивости» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в пп. 9,10,11,13,14 «Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г.» с учетом изменений, внесенных постановлением Правительства РФ «О внесении изменений в Положение о присуждении ученых степеней от 21.04.2016 г.» № 335, а ее автор, Куликов Анатолий Николаевич, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

10.01.2018

Официальный оппонент:
Васильев Владимир Борисович, доктор физико – математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление; профессор кафедры дифференциальных уравнений.
Название университета: ФГАОУ ВО «Белгородский национальный исследовательский университет»
Адрес: 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85.
Интернет – адрес университета: https://www.bsu.edu.ru/bsu/
Электронный адрес: vladimir.b.vasilyev@gmail.com

Подпись Васильева В.Б. заверяю

Начальник отдела кадров

Личную подпись удостоверяю
Документовед управления по развитию персонала и кадровой работе
Васильева В.В.
16 января 2018 г.