

«Утверждаю»
Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»

Д.Т.Н., С.Н.С.

Драгунов В.К.



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Кащенко Ильи Сергеевича «Динамика сингулярно возмущенных нелинейных систем с запаздыванием и систем параболического типа», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Представленная на отзыв диссертация изложена на 247 страницах и состоит из 5 глав, введения, заключения и списка литературы из 187 наименований.

Актуальность темы диссертации

Актуальность работы определяется важностью и широким применением сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием, а также систем уравнений с отклонением пространственной переменной при моделировании ряда процессов в физике, биологии и в других прикладных науках. В представленной диссертации развивается метод исследования поведения решений таких уравнений на бесконечном промежутке времени, а также разрабатываются алгоритмы построения их приближенных решений. Основные результаты относятся к задачам, содержащим несколько (более одного) малых параметров, находящихся в произвольных соотношениях.

Краткий обзор содержания работы

В работе разработан асимптотический метод исследования локальной динамики в окрестности состояния равновесия и построения равномерных асимптотических решений на бесконечном промежутке времени. Разработанный метод последовательно применяется к большому количеству задач, приведенных в работе.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи проводимого исследования, обоснована научная новизна и значимость работы, представлены положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассмотрены скалярные уравнения первого и второго порядков, а также системы уравнений с одним запаздыванием. Изучены уравнения, в которых время запаздывания велико, либо присутствует большой параметр — коэффициент запаздывающего управления. Эти задачи возникают в качестве математических моделей в биологии, нейродинамике, радиофизике и электронике.

В §§1.1 и 1.2 исследованы уравнения с большим запаздыванием первого и второго порядков, а в §§1.3 и 1.4 – уравнения и системы с большим коэффициентом запаздывающего управления. Они могут быть сведены к уравнениям с большим запаздыванием. Эти задачи в критических случаях устойчивости состояния равновесия сведены к так называемой *квазинормальной форме*, т.е. к некоторому семейству уравнений параболического типа, играющих роль уравнения нулевого приближения. Важно отметить, что квазинормальная форма не содержит больших и малых параметров (в отличие от исходных сингулярно возмущенных задач). В §1.5 развитые методы применены к прикладной задаче — динамике системы уравнений Лэнга-Кобаяши, описывающей работу полупроводникового лазера.

Во второй главе решены аналогичные задачи для уравнений с двумя запаздываниями в случае, когда хотя бы одно из запаздываний является большим. В §2.1 изучено уравнение, в котором одно запаздывание велико, а второе фиксировано. В §2.2 изучена ситуация, когда оба запаздывания велики и при этом пропорциональны друг другу. В §2.3 оба запаздывания велики, но при этом различны по порядку. В каждом параграфе сначала проведен анализ линейной задачи, выделяются критические случаи, в каждом из которых строится квазинормальная форма. Добавление второго запаздывания существенно усложняет вид квазинормальных форм. В некоторых случаях они имеют вид уравнений параболического типа с двумерной пространственной переменной или содержат дополнительное запаздывание.

В первых двух параграфах третьей главы развитый метод исследований применен к уравнениям с большим распределенным запаздыванием. В §3.1 изучено уравнение с экспоненциально распределенным, а в §3.2 – с линейно распределенным запаздыванием. В §3.3 исследовано уравнение с большим запаздыванием, которое зависит от неизвестной функции.

В главе 4 исследованы сингулярно возмущенные системы уравнений параболического типа. В §4.1 изучены системы с малой диффузией. Выделено и подробно исследовано несколько критических случаев, в каждом из которых задача сведена к квазинормальной форме – нелинейному параболическому уравнению без малых и больших параметров. В следующем параграфе изучено аналогичное уравнение, но с «сильной», зависящей от производной неизвестной функции, нелинейностью. В §§4.3 и 4.4 рассмотрены системы второго порядка. В §4.3 предполагается, что один коэффициент диффузии мал, а второй равен единице, а в §4.4 оба коэффициента малы, при этом матрица диффузии близка к жордановой клетке. Выделены критические случаи и детально исследованы те из них, которые имеют бесконечную размерность.

В пятой главе исследованы задачи, содержащие отклонение или распределение пространственной переменной, в которых не исключается наличие запаздывания. В §5.1 рассмотрено уравнение, содержащее отклонение пространственной переменной, используемое в качестве модели оптоэлектронного осциллятора. При различных соотношениях между малыми параметрами в критических случаях построены

квазинормальные формы, получены равномерные асимптотические по невязке приближения пространственно-неоднородных решений.

В §§5.2 и 5.3 описано поведение решений уравнения и системы уравнений с пространственно-распределенной связью.

Параграфы 5.4-5.7 посвящены пространственно-распределенному логистическому уравнению. При этом в §5.5 рассмотрено уравнение с двумерной пространственной областью определения. В §5.6 изучено логистическое уравнение с запаздыванием (уравнение Хатчинсона), а в §5.7 система из двух таких уравнений с сильной пространственно-распределенной связью.

Наконец, в §5.8 изучен вопрос о поведении решений уравнения, содержащего как пространственное распределение, так и большое запаздывание.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость проведенного исследования состоит в разработке метода анализа поведения решений нелинейных сингулярно возмущенных уравнений в бесконечномерном критическом случае. В задачах такого типа не удастся использовать в полной мере результаты теории инвариантных многообразий и нормальных форм. Дополнительная сложность обусловлена неэффективностью численных методов в силу крайне высоких требований к точности.

Представленный в диссертации подход позволяет достаточно эффективно находить равномерные на бесконечном промежутке времени асимптотические по невязке приближения решений. В работе изучено достаточно большое количество задач, для которых с помощью разработанного алгоритма, опирающегося на методы нормальных форм, в бифуркационном (критическом) случае построены так называемые квазинормальные формы. Эти формы либо не содержат малых параметров, либо зависят от них регулярно. Решения квазинормальных форм позволяют получать главную часть асимптотического решения исходной задачи. Как правило, в роли квазинормальных форм выступает уравнение или система уравнений параболического типа, дополненные соответствующими краевыми условиями. Относительно решений таких задач существует большое количество результатов, кроме того, они могут быть решены численно с помощью стандартных методов.

Практическая ценность работы состоит в том, что рассмотренные уравнения и системы уравнений возникают в качестве математических моделей лазеров и оптоэлектронных осцилляторов, моделей популяционной и нейронной динамики. Изложенная в работе методика может служить основой для исследования многих других математических моделей.

Научная новизна

В диссертации разработан новый асимптотический метод исследования локальной динамики для сингулярно возмущенных задач в бесконечномерном критическом случае. Метод применен к большому количеству сингулярно возмущенных задач, содержащих несколько (более одного) малых параметров. Метод базируется на конструировании специальных асимптотических приближений корней характеристических уравнений; для каждой задачи строятся специальные уравнения нулевого приближения – квазинормальные формы, решения которых являются главными частями равномерных на бесконечном временном интервале асимптотических по невязке приближенных решений исходных задач. Применение метода позволило получить следующие основные результаты:

- изучены бифуркации состояния равновесия широкого класса сингулярно возмущенных уравнений с одним запаздыванием и систем таких уравнений, построено асимптотическое приближение семейства решений;
- изучены уравнения с двумя запаздываниями в случае, когда хотя бы одно из них велико; впервые проведено исследование устойчивости состояний равновесия, описаны критические случаи, построены асимптотические по невязке решения;
- исследовано поведение решений сингулярно возмущенных уравнений с распределенным запаздыванием и уравнений, в которых запаздывание зависит от искомой функции (задача о локальной динамике таких систем ранее не рассматривалась);
- построены квазинормальные формы в некоторых критических случаях, для которых впервые рассмотрена задача о локальной динамике с двумя, произвольно соотносящимися друг с другом малыми параметрами;
- изучены системы двух параболических уравнений в случае, когда один коэффициент диффузии близок к нулю, а второй равен единице, а также в случае, когда матрица диффузии близка к жордановой клетке;
- проведена полная классификация критических случаев, построены квазинормальные формы, приведены формулы для асимптотических приближений решений;
- впервые изучена модель оптоэлектронного осциллятора в случае, когда присутствует сразу три, находящихся в различном соотношении, малых параметра;
- для ранее не изученных уравнений с пространственно-распределенным управлением в случае сингулярного возмущения исследуются поведение решений и строятся их приближенные решения.

Достоверность результатов

Достоверность полученных в диссертации результатов и выводов, гарантируется приводимыми в ней теоремами, математически строго обоснованными.

Общая оценка работы

Диссертация Кащенко Ильи Сергеевича «Динамика сингулярно возмущенных нелинейных систем с запаздыванием и систем параболического типа» является законченной научно-исследовательской работой, содержащей новые глубокие результаты. Диссертационная работа представляет заметный вклад в теорию сингулярно возмущенных уравнений. Автореферат диссертации правильно отражает ее содержание и основные выводы. Результаты диссертации в достаточной мере отражены в публикациях. По теме диссертации опубликовано 29 статей в изданиях, входящих в перечень ВАК и международные базы данных Scopus и Web Of Science. Результаты работы многократно докладывались на крупных международных конференциях и широко известны научной общественности.

Замечания

1. В диссертационной работе исследовано большое количество задач, в качестве основных результатов сформулированы теоремы о связи решений квазинормальных форм и исходных уравнений. Некоторые из этих теорем подробно доказаны, другие (как например, теоремы 2.5, 2.17, 2.28-2.31, 3.6, 3.10, 4.3, 4.5, 4.10-4.12, 5.2, 5.10 и др.) не доказаны, с ссылкой на то, что «доказательства их аналогично». Несмотря на аналогию, было бы лучше привести (хотя бы в краткой форме) доказательства всех теорем.
2. В §1.1 сделано замечание относительно возможности построения асимптотики с любой степенью точности. При этом остается неясным, как получить такую асимптотику, и справедливо ли это утверждение для задач из других параграфов.
3. Хотелось бы знать, применима ли разработанная в диссертации методика к исследованию других классов уравнений с частными производными (например, к уравнениям гиперболического типа или близких к ним)?
4. В работе имеется некоторое количество опечаток, которые легко исправить и которые не влияют на восприятие содержания диссертации.

Указанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на общую положительную оценку полученных в диссертации результатов.

Принимая во внимание актуальность темы, научную новизну, теоретическую и практическую значимость полученных результатов, считаем что работа соответствует всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в п. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ №842 от 24.09.2013 г. «О порядке присуждения ученых степеней», с

учетом изменений, внесенных постановлением Правительства РФ «О внесении изменений в Положение о присуждении ученых степеней» от 21.04.2016 г. №335, а ее автор Кащенко Илья Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

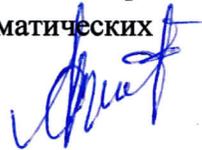
Результаты диссертационного исследования и отзыв обсуждены на заседании кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» (протокол № 5 от 31 августа 2018 г.)
Отзыв утвержден на заседании кафедры высшей математики от 31 августа 2018 г.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, специальность 01.01.02, профессором Сафоновым Валерием Федоровичем.

Профессор, доктор физико-математических наук

e-mail:safonovvf@mpei.ru

тел. 8(495)306-22-14



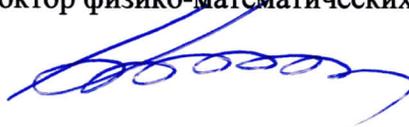
(Сафонов Валерий Федорович)

31.08. 2018 г.

Заведующий кафедрой высшей математики
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ», доктор физико-математических наук

e-mail:vm@mpei.ru

тел. 8(495)362-78-74



(Качалов Василий Иванович)

Подписи руки Сафонова Валерия Федоровича и Качалова Василия Ивановича заверяю.

Начальник управления по работе с персоналом



(Савин Н.Г.)

Адрес: ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» 111250, Россия, г. Москва, Красноказарменная улица, дом 14.

Сайт организации: <http://mpei.ac.ru/>

Электронная почта: vm@mpei.ru

Телефон: 8(495) 362-71-31