ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО» (НИИМ Нижегородского университета)

На правах рукописи

Jepond

ГОРОХОВ ВАСИЛИЙ АНДРЕЕВИЧ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ТЕРМОСИЛОВЫХ, ЦИКЛИЧЕСКИХ И ТЕРМОРАДИАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

> Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор Капустин Сергей Аркадьевич

Нижний Новгород – 2018

оглавление

ВВЕДЕНИЕ4
1. ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ТЕРМОСИЛОВЫМ, РАДИАЦИОННЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ17
1.1. Основные закономерности деформирования и разрушения конструкционных материалов, эксплуатирующихся в различных режимах квазистатических нагружений18
1.2. Моделирование процессов пластического деформирования материалов
1.3. Модели ползучести и длительной прочности
1.4. Критерии и модели усталостной долговечности материалов
1.5. Моделирование деформирования и разрушения конструкций, подвергающихся радиационному воздействию
1.6. Методики моделирования развития трещин в элементах конструкций
1.7. Выводы из обзора
2. МОДЕЛИ НЕОБРАТИМОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ЗАРОЖДЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ63
2.1. Составная иерархическая модель поврежденного материала
2.2. Общие соотношения моделей накопления повреждений
2.3. Модель упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей, учитывающая зависимость механических свойств материала от температуры и повреждающей дозы облучения
2.4. Модель многоцикловой усталости конструкционных материалов
2.5. Развитие модели пластического деформирования при малоцикловых нагружениях88
3. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЙ92
3.1. Методика решения нелинейных квазистатических задач деформирования и разрушения элементов конструкций92
3.2. Алгоритмы многоступенчатого прогнозирования процессов образования и развития повреждений в материале конструкций на основе численного моделирования мало- и многоцикловой усталости в рамках соотношений механики поврежденной среды107
3.3. Алгоритм моделирования процесса развития трещины в конструкции
4. ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННЫХ МОДЕЛЕЙ, АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ119
4.1. Исследование кинетики НДС призматического стержня из стали X16H11M3 при терморадиационном нагружении119
4.2. Оценка работоспособности и вычислительной эффективности линейного алгоритма прогнозирования накопления повреждений при малоцикловом нагружении

4.3. Численное моделирование многоциклового разрушения экспериментального образца из жаропрочного сплава ВЖ-159137
4.4. Моделирование развития трещины в образце с концентратором в условииях высокотемпературной ползучести
4.5. Оценка работоспособности модели пластичности при исследовании процессов деформирования в различных режимах малоцикловых нагружений
5. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ165
5.1. Численное исследование развития трещины в экспериментальном образце с концентратором в условиях плоского изгиба165
5.2. Моделирование малоциклового деформирования и разрушения цилиндрического образца с кольцевой выточкой, выполненного из нержавеющей стали 12X18H10T173
5.3. Численное моделирование многоцикловой усталости фрагмента сильфона180
5.4. Расчет НДС обечайки отражателя реактора БН-800. Сравнительный анализ радиационно-термического формоизменения несущих обечаек отражателей реакторов БН- 600 и БН-800
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

введение

Актуальность темы исследования.

Режимы эксплуатации ранее созданных и вновь проектируемых технических объектов различных областей машиностроения и энергетики предполагают нахождение составляющих их агрегатов под действием высоких температур, силовых нагрузок с различными степенями интенсивности и закономерностями их изменения во времени, а для ряда конструктивных элементов ядерных энергетических установок характерно нейтронное облучение, приводящее к значительным изменениям механических свойств и дополнительным эффектам поведения облучаемого материала, оказывающим существенное влияние на процессы деформирования конструкции в целом. Растущие требования к повышению надежности, снижению веса И объектов необходимость металлоемкости таких диктует постоянного совершенствования методов и средств оценки прочности И pecypca и действующих конструкций. проектируемых Такие средства должны обеспечивать возможность детального описания термомеханических процессов в материалах исследуемых конструкций с учетом их реальных свойств и условий нагружения. Указанные условия нагружения приводят к появлению в необратимых материалах конструкций деформаций пластичности И термоползучести, радиационного распухания и радиационной ползучести, накоплению повреждений и последующего разрушения элемента конструкции. При этом особые требования предъявляются к моделям, описывающим поведение конструкционных материалов в условиях силовых, тепловых и радиационных воздействий. В частности, такие модели должны описывать основные эффекты поведения материала при различных типах нагружений, описывать основные стадии развития повреждений в материалах и учитывать влияние этих повреждений на процесс деформирования.

Исследование поведения конструкций с учетом перечисленных эффектов представляет собой сложную проблему, решение которой связано с решением комплекса самостоятельных вопросов:

- разработкой моделей материалов, описывающих процессы развития необратимых деформаций и поврежденности в точке тела при заданных законах изменения внешних воздействий;

- построения математической модели исследуемого объекта, описывающей поведение конструкции с учетом выбранных моделей;

- развитием методов и алгоритмов решения нелинейных краевых задач, к которым сводится исследование поведения конструкции;

- созданием эффективной вычислительной модели, связывающей используемые для анализа конструкций частные модели материалов, алгоритмы и их сочетание в составе единого вычислительного процесса.

Таким образом, проблема развития и экспериментально-теоретического обоснования математических моделей, численных алгоритмов и компьютерных кодов для исследования деформирования и разрушения материалов и конструкций при термосиловых, различных типах циклических нагружений и терморадиационного воздействия является крайне актуальной.

Степень разработанности темы.

Анализ современного состояния исследований в рамках рассматриваемой в работе проблемы позволяет судить о том, что к настоящему времени разработан широкий набор математических моделей и вычислительных средств, позволяющих проводить компьютерное моделирование процессов механического поведения материалов И элементов конструкций ДЛЯ квазистатических термосиловых режимов нагружения. Для определенного набора вариантов термосиловых нагружений выполнены расчетноэкспериментальные исследования, результаты которых свидетельствуют об адекватности предложенных теоретических подходов и развитых на их основе моделей упруговязкопластического деформирования и разрушения материалов и выполненных из них элементов конструкций.

В части, касающейся разработки математических моделей наибольшее число публикаций посвящено изучению процессов пластического деформирования материалов в условиях пропорциональных и

непропорциональных силовых, температурных, и наиболее важных случаев малоцикловых нагружений, а также исследованию процессов ползучести при различных режимах термосиловых нагружений.

До настоящего времени значительная часть исследований, касающихся оценки прочности конструкций была ориентирована на создание моделей для описания неповрежденных материалов и моделей накопления повреждений. При этом, в большинстве исследований, использующих понятие накопления повреждений, при анализе прочности конструкций предполагалось, что развивающаяся в материале поврежденность не сказывается непосредственно на характеристиках процесса деформирования. Однако такое предположение справедливо лишь на ранних стадиях процесса разрушения, а с развитием все поврежденности она начинает сильнее влиять на механические характеристики материала. Это приводит к необходимости учета при формулировке уравнений состояния материалов взаимного влияния эффектов деформирования и поврежденности, т.е. применения соотношений механики поврежденной среды, позволяющих описать влияние развивающихся в материале дефектов на механическое поведение поврежденного материала с помощью соответствующих параметров.

Следует отметить, что к настоящему времени достаточно мало исследований деформирования посвящено моделированию процессов конструкционных материалов условиях терморадиационных воздействий. Такие свойств модели должны учитывать зависимость упругости, пластичности, термоползучести, а также эффектов радиационного распухания и радиационной ползучести от температуры и повреждающей дозы облучения.

Также следует отметить, что большинство современных моделей используемых для описания поведения материалов в условиях перечисленных выше условий и режимов нагружения ориентированы на изучение каких либо отдельных эффектов деформирования или накопления повреждений. При этом очевидно, что описать перечисленные эффекты в рамках одной модели практически невозможно. Выходом из этой ситуации может служить создание

составной модели, представляющей собой набор более простых моделей, настраиваемых на описание конкретного механического процесса в зависимости от наличия необходимых свойств исследуемого материала и условий решаемой задачи. Вариант такой модели развивается автором в рамках настоящей работы.

Наибольшее распространение из известных методов решения краевых задач механики деформируемого твердого тела в настоящее время получил метод конечных элементов (МКЭ).

Цель и задачи диссертационной работы.

Развитие В рамках ПОДХОДОВ механики поврежденной среды математических моделей и средств численного исследования процессов нелинейного деформирования И разрушения элементов конструкций, эксплуатирующихся в квазистатических режимах термосилового, циклического и радиационного воздействий. Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- развитие составной иерархической модели поврежденного материала, представляющей собой набор частных моделей пластичности, ползучести и накопления повреждений, настраиваемых на описание конкретного механического процесса в зависимости от наличия необходимых свойств исследуемого материала и условий решаемой задачи;

- разработка вариантов моделей деформирования нержавеющих сталей при терморадиационных и малоцикловых нагружениях;

- разработка варианта модели накопления усталостных повреждений в жаропрочных сплавах при высокотемпературном многоцикловом нагружении;

 создание эффективных алгоритмов, реализующих предложенные модели в рамках программных средств решения на основе МКЭ задач оценки прочности и ресурса конструкций;

- программная реализация разработанных моделей, численных схем и алгоритмов в составе программных средств вычислительного комплекса УПАКС;

- оценка работоспособности созданных моделей, численных алгоритмов и средств компьютерного решения нелинейных задач деформирования и разрушения элементов конструкций;

- решение на основе разработанных средств ряда демонстрационных и практически важных задач исследования процессов деформирования и разрушения элементов конструкций.

Научная новизна.

1. Предложен вариант составной иерархической модели поврежденного материала, позволяющий исследовать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения конструкционных материалов при различных режимах термосилового, циклического и радиационного воздействий.

2. Разработана модель упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей, учитывающая зависимость свойств упругости, пластичности и термоползучести от температуры и повреждающей дозы облучения, а также эффекты радиационного распухания и радиационной ползучести.

3. Предложен вариант модели пластичности с комбинированным упрочнением для исследования малоцикловых процессов деформирования нержавеющих сталей, позволяющий описывать закономерности поведения материалов при мягких несимметричных нагружениях.

4. На основе энергетических критериев разрушения и концепции механики поврежденной среды, разработана модель многоцикловой усталости, учитывающая зависимость числа циклов до разрушения от уровня действующей температуры, параметра асимметрии цикла, реализуемого в цикле вида НДС, накопленной поврежденности.

5. Разработаны алгоритмы и численные схемы, реализующие предложенные модели механического поведения материалов при терморадиационных и циклических воздействий в задачах расчета прочности конструкций на основе МКЭ.

6. В рамках подходов механики поврежденной среды разработаны алгоритмы прогнозирования образования и развития повреждений в материале конструкций при мало- и многоцикловом нагружениях.

7. Предложена численная схема, обеспечивающая возможность моделировать в рамках соотношений механики поврежденной среды зарождение и развитие трещины без изменения исходной топологии и схемы КЭ-дискретизации конструкции.

8. В рамках вычислительного комплекса УПАКС решения на основе МКЭ задач нелинейного деформирования и разрушения конструкций при квазистатических многофакторных воздействиях программно реализованы:

- предложенные модели деформирования и накопления повреждений;

- алгоритмы прогнозирования развития циклических повреждений;

- численная методика исследования процессов распространения трещин.

9. Выполнено решение ряда демонстрационных и прикладных задач исследования прочности элементов конструкций:

- разрушение экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба;

- развитие повреждений в цилиндрическом образце с выточкой при малоцикловом нагружении;

- оценка усталостной долговечности фрагмента сильфона в условиях высокотемпературного многоциклового нагружения;

- расчет НДС обечайки отражателя нейтронов при терморадиационном нагружении.

<u>Теоретическая значимость работы.</u>

В рамках подходов механики поврежденной среды выполнено развитие моделей механического поведения материалов и численных алгоритмов исследования процессов деформирования и разрушения конструкций в условиях квазистатических термосиловых, терморадиационных, мало- и многоцикловых нагружений, что является значительным вкладом в методы решения задач механики деформируемого твердого.

Практическая значимость работы.

НИИМ Созданные В рамках развиваемого В Нижегородского университета вычислительного комплекса УПАКС программные средства исследования нелинейного деформирования и разрушения конструкций в диапазоне квазистатических режимов широком нагружения являются эффективным инструментарием решения задач оценки прочности и ресурса конструкций технических объектов энергетики и машиностроения. Методика и программные средства исследования упруговязкопластического деформирования конструкций при терморадиационных воздействиях применялись в АО «ОКБМ Африкантов» для анализа НДС и радиационнотермического формоизменения конструктивных элементов реакторов на быстрых нейтронах БН-600 и БН-800. Методика и программные средства оценки многоцикловой прочности конструкций нашли применение в ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ».

Методология и методы диссертационного исследования.

В настоящей работе развивается вариант составной иерархической модели поврежденного материала, в которой реализована возможность сложного процесса развития представления взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными ползучести и накопления повреждений. Учет моделями пластичности, взаимодействия и взаимного влияния таких элементарных актов при описании реальных процессов осуществляется на верхнем уровне составной модели, обеспечивающем последовательную инициализацию частных моделей и коррекцию входящих в них параметров (напряжений, поврежденности, параметров, характеризующих историю упруговязкопластического деформирования материала). При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности ω , меняющейся от значения $\omega = 0$ для неповрежденного материала до $\omega = 1$ для полностью разрушенного материала.

Исследование поведения конструкций осуществляется путем пошагового интегрирования инкрементальных уравнений, записанных в метрике текущей деформированной конфигурации с использованием комбинированной шаговой схемы. Суть этой схемы заключается в оптимальном сочетании простейших схем интегрирования эволюционных уравнений пластичности, ползучести и накопления повреждений в отдельных точках материала с итерационным уточнением равновесного состояния конструкции В целом. Решение нелинейных задач на шагах верхнего уровня осуществляется в форме метода начальных напряжений. Численное решение линеаризованных задач осуществляется на основе МКЭ с использованием семейства изопараметрических квадратичных КЭ с сирендиповой аппроксимацией поля перемещений.

Положения, выносимые на защиту.

1. Развитие составной иерархической модели поврежденного материала, позволяющей исследовать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения конструкционных материалов при различных режимах термосилового, циклического и радиационного воздействий.

2. Модель упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей при терморадиационных нагружениях, учитывающая зависимость свойств упругости, пластичности, термоползучести, а также эффектов радиационного распухания и радиационной ползучести от температуры и повреждающей дозы облучения.

3. Вариант модели пластичности с комбинированным упрочнением для исследования малоцикловых процессов деформирования нержавеющих сталей, позволяющий описывать закономерности поведения материалов при мягких несимметричных нагружениях.

4. Модель многоцикловой усталости жаропрочных сплавов на основе энергетических критериев разрушения и концепции механики поврежденной среды, учитывающая зависимость числа циклов до разрушения от:

- уровня действующей температуры;

- параметра асимметрии цикла;

- реализуемого в цикле вида НДС;

- накопленной поврежденности.

5. Алгоритмы многоступенчатого прогнозирования процессов образования и развития повреждений в материале конструкций на основе численного моделирования мало- и многоцикловой усталости в рамках соотношений механики поврежденной среды.

6. Численная схема, позволяющая моделировать в рамках соотношений механики поврежденной среды зарождение и развитие трещины без изменения исходной топологии и схемы КЭ-дискретизации конструкции.

7. Методики и программное обеспечение решения МКЭ задач нелинейного деформирования и разрушения конструкций при следующих типах квазистатических внешних воздействий:

- термосиловые и терморадиационные;

- мало- и многоцикловые термосиловые нагружения.

8. Результаты оценки работоспособности, практической применимости и эффективности разработанных моделей пластичности, деформирования облучаемых материалов, накопления усталостных повреждений, алгоритмов прогнозирования, методик и программных средств конечно-элементного анализа кинетики НДС и разрушения конструкций.

9. Результаты численного решения ряда задач необратимого деформирования и разрушения элементов конструкций:

- исследование деформирования и разрушения экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба;

- анализ зарождения и развития повреждений в цилиндрическом образце с выточкой при малоцикловом нагружении;

- исследование накопления усталостных повреждений во фрагменте сильфона в условиях высокотемпературного многоциклового нагружения;

- расчет кинетики НДС обечайки отражателя нейтронов реактора БН-800 из нержавеющей стали X16H11M3 при терморадиационном нагружении.

Степень достоверности результатов.

Достоверность полученных в работе результатов подтверждается решением тестовых задач и хорошим согласованием расчетных данных с известными экспериментальными зависимостями и теоретическими положениями.

Апробация результатов.

Результаты диссертационной работы докладывались на:

- III школе-семинаре «Современные проблемы ресурса материалов и конструкций» (Москва, 2009);

- XXIII Международной конференции «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов» (Санкт-Петербург, 2009);

- Одиннадцатой и двенадцатой международной конференции «Проблемы материаловедения при проектировании, изготовлении и эксплуатации оборудования АЭС» (Санкт-Петербург; 2010, 2012),

- XVIII, XIX и XXIV Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Ярополец: 2012, 2013; Вятичи, 2018);

- IX, X и XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях NPNJ (Алушта; 2012, 2014, 2016);

- XIV Международной конференции «Супервычисления и математическое моделирование» (Саров, 2012);

- 53, 55 и 57 Международной научной конференции «Актуальные проблемы прочности» (Витебск, 2012; Харьков, 2014; Севастополь, 2016);

- XVIII, XIX и XX Международной конференции по вычислительной механики и современным прикладным программным системам ВМСППС (Алушта; 2013, 2015, 2017);

- Форуме молодых ученых (Нижний Новгород, 2013);

- Х и XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, 2011; Казань, 2015);

- Научной конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса» (Нижний Новгород, 2015);

- Научной конференции «Проблемы прочности, динамики, ресурса и оптимизации» (Нижний Новгород, 2016);

- Международной научной конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса» (Нижний Новгород, 2017).

<u>Публикации.</u>

По теме диссертации опубликовано 32 работы [1–32], в том числе: 13 статей в изданиях, входящих в Перечень ВАК Минобрнауки России [1–13] (из которых 2 статьи [10, 12] индексируются в базе WoS, 4 статьи [2, 5, 9, 11] в базе Scopus) и 1 монография [14].

Личный вклад.

Основные результаты диссертации и защищаемые положения получены ее автором. В совместных работах [7, 14, 20] автором диссертации развита составная иерархическая модель поврежденного материала. В совместных работах [3, 5, 7, 14–17, 20, 29–31] автором диссертации выполнена разработка модели упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей при терморадиацонных нагружениях. В совместных работах [8–10, 14, 22–25, 29] автором диссертации разработана модель многоцикловой усталости при высокотемпературных воздействиях. В совместных работах [4, 6, 9, 11, 14, 26, 29] автору диссертации принадлежат результаты по развитию алгоритмов прогнозирования развития повреждений при циклических нагружениях. В совместных работах [1, 2, 4, 11, 13, 14, 18, 19, 27, 29, 32] автором диссертации разработана численная схема развития трещины в конструкциях. В совместных работах [1-6, 8, 10, 12-14, 21] автору диссертации принадлежат методические и программные разработки, реализующие модели поведения материалов и конструкций. В совместных работах [3, 6, 8-14] автором диссертации выполнена оценка работоспособности разработанных методических И

программных средств. В совместных работах [1-6, 8, 10, 14] автору диссертации принадлежат результаты численного исследования деформирования и разрушения элементов конструкций.

В совместных работах Капустин С.А. консультировал при выполнении исследований, участвовал в анализе и обсуждении результатов; Чурилов Ю.А. оказывал помощь при выполнении численных расчетов; Пантелеев В.Ю. оказывал помощь при постпроцессорной обработке результатов моделирования разрушения образца с концентратором; Горохов А.Н., Казаков Д.А. проводили экспериментальные исследования деформированию И ПО разрушению материалов при термосиловых нагружениях; Гуленко А.Г., Марголин Б.З., Сорокин А.А. предоставили данные о механических свойствах материалов в условиях нейтронного облучения; Васильев Б.А., Виленский О.Ю., Зверев Д.Л., Кайдалов В.Б., Осетров Д.Л., Руин А.А. предоставили данные ПО характеристикам и условиям эксплуатации конструктивных элементов ЯЭУ; Антипов А.А. предоставил данные по условиям эксплуатации сильфона в условиях многоциклового нагружения; Миронов А.А. принимал участие в задачи и обсуждении результатов моделирования развития постановке трещины в образце в условиях ползучести.

Структура и объем диссертации.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы; содержит 73 рисунка, 19 таблиц, библиографический список из 317 источников – всего 240 страниц.

Диссертационная работа выполнена при поддержке.

Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» соглашение № 14.578.21.0246 от 26.09.2017 (уникальный идентификатор работ (проекта) RFMEFI57817X0246) (глава 1); грантов РНФ (14-19-01096, 16-19-10237 (раздел 4.4.), 17-79-20161 (раздел 4.5.)); грантов РФФИ (06-08-00360, 14-08-31084).

Благодарности.

Автор выражает благодарности: Капустину С.А. за ценные консультации при работе над диссертацией; Чурилову Ю.А. за помощь в проведении численных расчетов; Горохову А.Н., Жегалову Д.В., Казакову Д.А. за предоставленные экспериментальные данные о деформировании и разрушении материалов при термосиловых нагружениях; Гуленко А.Г., Марголину Б.З., Сорокину А.А. за предоставленные данные о механических свойствах материалов в условиях нейтронного облучения; Васильеву Б.А., Виленскому О.Ю., Звереву Д.Л., Кайдалову В.Б., Осетрову Д.Л., Руину А.А. за предоставленные данные по характеристикам и условиям эксплуатации конструктивных элементов ЯЭУ.

1. ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ТЕРМОСИЛОВЫМ, РАДИАЦИОННЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ

эксплуатации ранее созданных и Режимы вновь проектируемых технических объектов различных областей машиностроения и энергетики предполагают нахождение составляющих их агрегатов под действием высоких температур, силовых нагрузок с различными степенями интенсивности и закономерностями их изменения во времени, а для ряда конструктивных энергетических установок характерно нейтронное элементов ядерных облучение, приводящее к значительным изменениям механических свойств и дополнительным эффектам поведения облучаемого материала, оказывающим существенное влияние на процессы деформирования конструкции в целом. Указанные условия нагружения приводят к появлению в материалах конструкций необратимых деформаций (пластичности и термоползучести; деформаций радиационного распухания И радиационной ползучести), накоплению повреждений и последующего разрушения элемента конструкции. В связи с этим вопросы теоретического, экспериментального и расчетного исследования деформирования и разрушения материалов и конструкций являются уже длительное время объектом внимания многих ученых, занимающихся решением задач оценки прочности и ресурса элементов конструкций.

Отдельные разделы настоящей главы посвящены частным аспектам комплексной научной проблемы исследования поведения конструкций с учетом эффектов необратимого деформирования и разрушения материала для широко спектра квазистатических режимов термосилового нагружения (монотонные, мало- и многоцикловые, в условиях нейтронного облучения) соответствующих различным сценариям эксплуатации ответственных объектов машиностроения и энергетики:

- экспериментальные данные об основных закономерностях деформирования и разрушения материалов;
- моделирование упругопластического деформирования материалов;
- модели ползучести и длительной прочности
- модели и критерии усталостной прочности материалов;
- моделирование механического поведения материалов и конструкций в условиях нейтронного облучения;
- методики моделирования развития трещин.

1.1. Основные закономерности деформирования и разрушения конструкционных материалов, эксплуатирующихся в различных режимах квазистатических нагружений

Упруговязкопластическое деформирование и разрушение конструкционных материалов при квазистатическом термосиловом нагружении.

К настоящему времени проведены многочисленные экспериментальные исследования, результатом которых стало установление основных закономерностей упруговязкопластического деформирования и разрушения конструкционных материалов при квазистатическом термосиловом нагружении [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55].

Разрушение материалов при квазистатических режимах нагружения, в частности при растяжении, начинается с образования локальной зоны пластических деформаций в районе концентраторов напряжений [43]. Этот процесс приводит к формированию зоны пластической деформации, накоплению в ней дефектов и последующему образованию макротрещины. Развитие методик численной оценки прочности и ресурса элементов конструкций, а также необходимость наиболее полно и эффективно использовать деформационные и прочностные свойства используемых материалов приводит к проблеме построения диаграмм упругопластического деформирования при больших деформациях и на стадии закритического поведения. Экспериментально-расчетные методики получения механических свойств упругопластических материалов при больших деформациях приведены в работах [56, 57, 58, 59, 60, 61, 62]. Результаты исследований процессов упругопластического деформирования материалов в условиях сложного напряженно-деформированного состояния представлены в работах [56, 57, 58, 59, 61].

Известно [63, 64, 65], что многие поликристаллические материалы при определенных условиях проявляют вид механического поведения, который называют «сверхпластичностью». В условиях сверхпластичности материалы могут быть деформированы на сотни процентов без локализации деформаций, Условия приводящей К разрушению. достижения сверхпластического деформирования формулируются следующим образом [64, 66, 67]: средний размер зерна $d \le d^*$, где $d^* \approx 10$ мкм (ультрамелкозернистая структура); температура $T \sim (0.4 - 0.5)T_m$, где T_m – температура плавления по абсолютной шкале; скорость деформации лежит в пределах $(10^{-5} \div 10^{-2}) c^{-1}$. Некоторые результаты экспериментального изучения закономерностей деформирования различных материалов в условиях сверхпластичности можно найти в работах [67, 68, 69].

В определенных температурно-скоростных диапазонах деформирования для широкого круга пластичных материалов наблюдается прерывистая текучесть – скачкообразная деформация как проявление неустойчивости пластического деформирования [70]. Прерывистая текучесть проявляется на деформационных кривых в виде повторяющихся неоднородностей – ступенек или зубцов различного типа и имеет ряд общих закономерностей для

различных материалов и температур. Влияние скорости и температуры деформирования на поведение материалов изучены в работах [71, 72, 73, 74]. Влияние температуры и скорости деформации на отклик материала существенно зависит от режима их изменения, типа кристаллической решетки и дефектной структуры [70].

Обзорные сведения о закономерностях механического деформирования наноматериалов и материалов с памятью формы кратко изложены в работах [75, 76] и [77] соответственно.

Практически все материалы при различных температурах в той или иной степени обладают свойствами ползучести [78]. Конструкционные материалы проявляют эффект ползучести в определенном диапазоне напряжений и температуры. Для металлов учет ползучести становится необходим в условиях высоких температур. При этом понятие высоких температур для различных металлов может существенно различаться. Например, для алюминиевых сплавов учет ползучести важен уже при температуре $150-250^{\circ}C$ даже для относительно низких уровней напряжений. Традиционные конструкционные стали обладают свойствами ползучести во всем диапазоне напряжений при температурах выше $400^{\circ}C$. Для жаропрочных сплавов ползучесть начинает проявляться при температурах $700-800^{\circ}C$ [78].

Особенностям деформирования материалов в условиях ползучести посвящено большое количество книг, монографий и обзорных статей [38, 39, 40, 41, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84].

Анализ публикаций об экспериментальном изучении ползучести материалов говорит о существенном влиянии на результаты исследований таких факторов как: форма и размер поперечного сечения образцов; предварительного пластического деформирования материала; ВИД добавление напряженного состояния; к статическому напряжению вибрационного (виброползучесть); наличие В материале микронеоднородностей; воздействие агрессивных сред.

Отдельные результаты исследования процессов ползучести материалов и элементов конструкций в последние годы приведены в работах:

- [85] - получены кривые ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159 в условиях одноосного растяжения в диапазоне температур $600-850^{\circ}C$;

– [86] – выполнено экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП в условиях ползучести при температуре 800°С. Экспериментально исследовано распределение осевой компоненты тензора остаточных напряжений по толщине упрочненного слоя после упрочнения путем пневмодробеструйной обработки микрошариками и после процесса ползучести в течение 50 и 200 ч при действии растягивающей нагрузки, равной 150 и 250 МПа;

– [87] – исследуется длительная прочность растягиваемых стержней, находящихся в агрессивной окружающей среде. Проведен анализ зависимости времени до разрушения стержней от формы их поперечного сечения. Показано, что при одном и том же значении растягивающего напряжения минимальное время до разрушения имеет стержень с круговым сечением;

– [88] – приводятся результаты расчетов и экспериментов по кручению пластин из изотропных и трансверсально-изотропных сплавов ВТ-20 и 1163T с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении, перпендикулярном срединной поверхности; Установлено, что при деформировании пластины из анизотропного материала в знакопеременную седлообразную поверхность значения кривизны меньше, чем в случае пластины из изотропного материала;

– [89] – приведены результаты экспериментального исследования ползучести растягиваемых цилиндрических образцов из алюминиевого сплава при температуре 400°*C*. Использование разработанной автором статьи бесконтактной системы измерений позволило получить зависимости изменения формы образцов и напряжения в образце от времени, на основе которых

построены критерии оценки времени появления локализации деформаций в образце. Показано, что момент появления локализации по критериям, приведенным в указанной статье, занижен относительно реального момента образования шейки в образце.

Различные аспекты научных разработок, связанных с анализом развития трещин в условиях ползучести отражены в работах [90, 91, 92, 93, 94].

<u>Экспериментальные данные о деформировании и разрушении</u> материалов при малоцикловых нагружениях.

Знакопеременное циклическое упругопластическое деформирование связано с изменением сопротивления упругим и неупругим деформациям (эффект Баушингера) [42]. Нагружение в обратном направлении по отношению исходному упругопластическому деформированию характеризуется К уменьшением модуля разгрузки до 3-9%, предела пропорциональности на 5 - 80%И повышением касательных модулей в неупругой области. Последующее циклическое нагружение в зависимости от свойств металла и температуры может сопровождаться увеличением, уменьшением, ИЛИ постоянством сопротивления упругопластическим деформациям. Процессы циклического упрочнения и разупрочнения металлов связаны с их исходным структурным состоянием и его изменением под действием циклических пластических деформаций, образованием и перераспределением остаточных микронапряжений, а также возникновением и развитием микроповреждений [42, 95].

Характеристики сопротивления циклическим упругопластическим деформациям получают по данным малоцикловых испытаний образцов в условиях нагружения с заданными амплитудами напряжений (мягкое нагружение) или деформаций (жесткое нагружение) [42].

Для определения параметров материала, характеризующих процесс накопления повреждений используется кривая усталости, полученная при испытании образцов на одноосное циклическое нагружение, связывающая размах пластической или упругопластической деформации с количеством

циклов до разрушения. Такую кривую, как правило, определяют экспериментально.

В случае отсутствия экспериментальных данных существуют эмпирические соотношения, позволяющие определить кривую усталости на основании механических характеристик материала, полученных по результатам испытаний на статическое растяжение [96].

Аналитическую кривую малоцикловой усталости, связывающую количество циклов до разрушения N_f и размах упругопластической деформации $\Delta \varepsilon$ в цикле описывают уравнением [97]:

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{2} Ln \left(\frac{1}{1 - \psi} \right) \cdot N_f^{-\mu} + \frac{2 \cdot \sigma_{-1}}{E} , \qquad (1.1)$$

где ψ – относительное сужение площади поперечного сечения образца при статическом растяжении, μ – показатель наклона кривой усталости, *E* – модуль упругости материала, σ_{-1} – предел выносливости при симметричном цикле гладких образцов.

При отсутствии экспериментальных данных ориентировочно предел выносливости σ₋₁ допускается оценивать на основе соотношения

$$\sigma_{-1} = (0.55 - 0.0001 \cdot \sigma_{\rm B}) \cdot \sigma_{\rm B}, \tag{1.2}$$

где $\sigma_{\rm B}$ – предел прочности при растяжении, МПа.

Показатель µ для широкого круга конструкционных сталей и сплавов, в первом приближении равен 0.5 – 0.6 [96].

В нормах расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок [98] в диапазоне числа циклов до разрушения $N_f \leq 10^6$ для сталей используется зависимость

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = 1.15 Ln \left(\frac{1}{1-\psi}\right) \cdot \left(4 \cdot N_f\right)^{-m} + \frac{2 \cdot \sigma_{-1}}{E} \cdot \left(4 \cdot N_f\right)^{-m_e} , \qquad (1.3)$$

где *m* и *m_e* – показатели наклона кривой усталости в малоцикловой и многоцикловой области соответственно.

В программном комплексе «FE-safe» [99], предназначенном для анализа усталостной прочности конструкций с применением конечно-элементных моделей, используются следующие определяющие соотношения для расчетов усталостной прочности конструкционных материалов:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c, \qquad (1.4)$$

где $\sigma'_{f}, \varepsilon'_{f}, b, c$ – универсальные константы кривых усталости [96].

В работе [96] получены механические характеристики материалов БрХ08-Ш, 01570, 12Х18Н10Т, определенные по результатам испытаний на статическое растяжение. С помощью приведенных выше соотношений построены расчетные кривые малоцикловой усталости. Для оценки достоверности соотношений (1.1)-(1.4) в работе [96] проведен сравнительный анализ расчетных и экспериментальных кривых малоцикловой усталости. Результаты анализа показали [96], что наиболее близкое к экспериментальному значение долговечности получается ПО результатам расчета С использованием зависимостей, предложенных в [97] при показателе степени $\mu = 0.6$. При этом значение долговечности, полученное таким способом, меньше остальных, что дает наиболее высокий запас прочности.

Образование макроскопической трещины является результатом последовательного действия определенного числа сложных с физической точки зрения процессов преобразования начальной структуры конструкционного материала, включающих зарождение, рост и взаимодействие различных дефектов кристаллической решетки в поликристаллических конструкционных взаимодействие иерархических структурных сплавах И составляющих различного уровня [100, 101, 102, 103, 104]. Необратимые структурные изменения, являюшиеся неотъемлемой частью процесса разрушения, подготавливают процесс образования и развития макроскопической трещины. Моделирование процессов усталостного разрушения конструкционных сплавов требует детального рассмотрения и учета преобразования структуры материала при термоциклическом деформировании. По его неизотермическом

современным представлениям, процесс деформирования и разрушения является единым кинетическим и необратимым и не зависит от физико-химической природы материала, его структуры и условий нагружения. Процесс разрушения твердых тел с кинетической точки зрения можно разделить на два основных этапа (периода).

В первом периоде объемной (квазистатической) повреждаемости в материале зарождаются и развиваются микроповреждения различных размеров и формы. В зоне с критической (предельной) плотностью дефектов образуется макротрещина определенных геометрических размеров.

Второй этап разрушения определяется ростом образовавшейся макроскопической трещины до критического размера. Соотношение между длительностями этих периодов изменяется в широких пределах в зависимости от структуры материала и условий нагружения.

Задача изучения первого периода разрушения (оценка и описание эволюции объемной повреждаемости материала) имеет важное значение в общей проблеме прочности твердых тел.

Анализ процесса неупругого деформирования И накопления микроповреждений В конструкционных сплавов показал, что с термодинамической точки зрения все элементарные процессы можно условно разделить на две группы, отличающиеся кинетическими закономерностями. Первая группа связана зарождением И ростом различного С рода микродефектов, что обуславливает накопление в деформируемых объемах скрытой энергии и контролирует процессы деформационного упрочнения и объемной повреждаемости материала. Вторая группа контролирует процессы неупругого деформирования материала, обуславливает трансформацию необратимой энергии в тепловую, что проявляется в виде теплового эффекта пластической деформации.

Для материала в равновесном состоянии при отсутствии внешних полей различной природы энергетический барьер, препятствующий движению микродефектов, является симметричным. Приложение к элементарному объему

материала внешнего силового поля модифицирует энергетический барьер, делая его асимметричным. При этом модификацию энергетического барьера, связанную с действием на элемент внешнего силового поля можно разделить на две части. Шаровая часть тензора напряжений σ в зависимости от знака, либо увеличивает (при сжатии), либо уменьшает (при растяжении) высоту энергетического барьера, не нарушая его симметрии. Изменение высоты барьера связано с величиной энергии изменения объема элемента $\pm W_V$.

Девиаторная часть тензора напряжений σ'_{ij} приводит к асимметрии энергетического барьера. В направлении действия сил барьер уменьшается (на величину $W_f/_2$, где W_f – энергия формоизменения), а в противоположном – увеличивается на эту же величину. В результате этого в элементе деформируемого тела возникают необратимые структурные изменения, связанные с образованием и накоплением зародышевых микродефектов, а также с пластическим деформированием материала в направлении действия сил. При этом термодинамическое состояние материала изменяется и становится неравновесным. Увеличивается значение плотности скрытой энергии U_e .

Анализ эволюционных уравнений накопления повреждений в результате пластического деформирования материала показывает [101]:

– скорость процесса накопления повреждений (скорость увеличения скрытой энергии \dot{U}_e) зависит от плотности внутренней энергии U_e , энергии изменения объема и энергии изменения формы;

– необратимые процессы пластического деформирования, процессы зарождения и роста повреждений протекают только в том случае, если тензор напряжений σ_{ij} , характеризующий внешнее силовое поле в данном элементарном объеме материала, имеет отличную от нуля девиаторную часть $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ (отличную от нуля энергию формоизменения).

Экспериментальная проверка рассмотренного подхода и критериев критической плотности скрытой энергии U_e (связанной с плотностью дефектов в данном объеме материала) при усталостном разрушении в условиях одноосного растяжения-сжатия, выполненных на конструкционных сталях (сталь 45, 40X) показало качественное и количественное соответствие экспериментальным данным [101].

В работе [105] отмечается, что энергетические представления о процессах необратимого деформирования и накопления повреждений дают более обобщенные и достоверные описания этих процессов, чем деформационные и силовые подходы. В дальнейшем проводились попытки выделить из полной энергии часть энергии, затраченной на пластическое деформирование материала и часть энергии, идущей на образование микроповреждений.

На базе данного подхода предложены различные критерии разрушения, относящиеся в большинстве случаев к пропорциональному нагружению [105]. В работах [105, 106, 107, 108, 109, 110, 111] за энергию разрушения при малоцикловой усталости предложено принять работу тензора микронапряжений ρ_{ii} на пластических деформациях:

$$W_p = \int \rho_{ij} de_{ij}^p. \tag{1.5}$$

В работе [112] также показано, что значения суммарной энергии деформационного упрочнения при циклическом нагружении выше, чем значения энергии деформационного упрочнения при статическом растяжении, и ее целесообразно выделять из поглощенной материалом энергии W_n при определении энергии разрушения.

Многоцикловая усталость конструкционных материалов.

Многоцикловая усталость является одним из возможных деградационных механизмов в материалах конструкций, работающих в условиях нестационарного термосилового нагружения.

В обзорной монографии [104] представлены и обобщены, полученные к началу 80-х годов прошлого столетия сведения об усталости конструкционных

материалов, В частности приведены экспериментальные данные о влиянии конструктивных (размеры образца, концентрация напряжений), эксплуатационных (асимметрия цикла, вид напряженного состояния, режим нагружения, температура, коррозионные среды, фреттинг-коррозия) и технологических факторов (состояние поверхности, структура и термическая обработка, сварка) на величину предела выносливости.

На основе анализа литературных источников автор работы [113] сделал выводы о существенной зависимости сопротивления усталостному разрушению материалов от неоднородности напряженного состояния.

В работе [114] выполнено экспериментальное исследование влияния дополнительного касательного напряжения на усталостную долговечность алюминиевого сплава Д16Т. При одноосном циклическом нагружении прикладывалось дополнительное касательное напряжение различной величины. Установлено, что влияние касательного напряжения снижается при увеличении амплитуды осевого напряжения.

Авторами работы [115] выполнены исследования многоциклового разрушения стали 08Х18Н10Т при электростимулировании. Показано, что электростимулирование стали приводит к множественным изменениям структурно-фазового состояния образца, увеличивая его ресурс работоспособности в 1.5 раза.

Результаты экспериментального исследования высокоциклового усталостного разрушения малоуглеродистой стали после ее естественного старения в течение 15 лет приведены в работе [116]. Установлено значительное снижение циклической прочности во всем интервале изменения долговечности, включая снижение предела усталости при долговечности 10⁶ – 10⁷ циклов.

В последнее время становится актуальным обеспечение безопасного ресурса эксплуатации конструктивных элементов технологических объектов вплоть до 10¹⁰ циклов нагружения. Качественным отличием гигацикловой усталости является инициирование усталостной трещины в объеме материала [117, 118].

Экспериментальные исследования механического поведения армкожелеза при испытаниях в режиме гигацикловой усталости выполнены в работе [119]. Построена кривая усталости для данного материала на базе 10¹⁰ циклов. Предел усталости материала определен на уровне 160 *МПа*.

Работа [120] посвящена систематизации закономерностей развития усталостных трещин в области мало-, много- и сверхмногоцикловой усталости в образцах из титанового сплава BT3-1, вырезанных из дисков компрессора авиационных двигателей. Показано, что закономерности разрушения на микроскопическом макроскопических масштабных И уровнях имеют Трещины зарождаются в слоях с одинаковую природу. пониженной пластичностью, а процессы разрушения развиваются в зависимости от ориентации трещины по отношению к волокнам материала.

Влияние структурного состояния поверхностных слоев образцов титана на на усталостную долговечность и механизмы разрушения установлено в работе [121]. Наноструктурирование поверхностных слоев обуславливает повышение их нанотвердости и модуля упругости, что сильно затрудняет процесс зарождения и раскрытия магистральной трещины. Разрушение происходит путем развития трещины нормального отрыва. Усталостная долговечность образцов увеличивается в 4 раза. Сделан вывод 0 целесообразности наноструктурирования поверхностных слоев конструкционных материалов и их сварных соединений для повышения усталостной долговечности.

<u>Характерные особенности деформирования и разрушения</u> материалов, эксплуатирующихся в условиях нейтронного облучения и других физико-механических воздействий

Нейтронное облучение сталей и сплавов, как правило, вызывает существенное увеличение условного предела текучести $\sigma_{0.2}$ сталей, изменение предела прочности σ_b и уменьшение характеристик пластичности при практически неизменном модуле упругости [122, 123, 124, 125]. В зависимости от температуры испытания диаграммы растяжения существенно изменяют

свою форму. При этом диаграммы, соответствующие растяжению облученных образцов, всегда лежат выше диаграмм в исходном состоянии, а их площадь, характеризующая работу деформирования и разрушения значительно меньше. Сокращение работы деформирования и разрушения, несмотря на повышение пределов текучести и прочности, обусловлено значительным сокращением способности к пластическому деформированию и изменению степени деформационного упрочнения.

Анализ экспериментальных данных также позволяет отметить, что нейтронное облучение обуславливает разную степень изменения предела прочности σ_b и предела текучести $\sigma_{0.2}$ в различных температурных условиях. Как правило, степень увеличения $\sigma_{0.2}$ в результате нейтронного облучения значительно выше, чем σ_b .

Радиационное облучение наряду с изменением пределов прочности и текучести вызывает существенное уменьшение пластичности нержавеющих аустенитных сталей и никелевых сплавов. Однако, основным достоинством указанных материалов является то обстоятельство, что даже при значительных дозах облучения (до 10^{22} н/см²) в большинстве случаев они все же сохраняют определенный запас пластичности в зоне нормальных и умеренно повышенных температур [122].

эффекта ползучести Для обозначения облучаемых металлов при обусловленная относительно низких температурах, когда ползучесть, термической активацией, практически отсутствует, введен термин [122]. Результаты «радиационная ползучесть» экспериментальных исследований радиационной ползучести и их анализ приводится в работах [126, 127, 128, 129].

На основании многочисленных экспериментальных данных установлены следующие основные закономерности радиационной ползучести [130]. Показано, что установившаяся скорость радиационной ползучести \dot{e}^r является

линейной функцией напряжений σ в материале и скорости радиационных повреждений *k* и имеет вид:

$$\dot{e}^r = B(T, kt)k\sigma, \tag{1.6}$$

где B(T,kt) – модуль ползучести, зависящий от температуры T и уровня радиационных повреждений kt. В ряде работ отмечается незначительное влияние температуры и дозы облучения на скорость ползучести, и поэтому модуль B представляют не зависящим от этих параметров. В других работах замечено влияние температуры и дозы облучения, при этом зависимость модуля B от дозы облучения при заданной температуре носит линейный характер. Также отмечается корреляция между радиационной ползучестью и радиационным распуханием стали. В [129] приводится эмпирическая зависимость для деформации радиационной ползучести стали 304 в виде:

$$e^{r} = B(T,kt)\sigma + DS(T,kt)\sigma, \qquad (1.7)$$

где S(T, kt) – распухание стали; B, D – эмпирические коэффициенты.

Еще одним из основных факторов, влияющих на процесс деформирования нержавеющих сталей в условиях облучения, является объемное изменение, обусловленное радиационным распуханием [126, 129, 130]. Распухание наблюдается при облучении большими флюенсами быстрых нейтронов ($q > 10^{22}$ н/см², E > 0.1 МэВ) в интервале температур ($0.3 \div 0.5$) $T_{пл}$ и обусловлено в основном образованием и ростом пор [130].

В [129] для описания радиационного распухания предлагается зависимость следующего вида:

$$\frac{\Delta V}{V} = A(kt)^{n(T)} f(T), \qquad (1.8)$$

где n(T), f(T) - функции температуры; <math>kt – уровень радиационных повреждений (или флюенс нейтронов).

Результаты исследований влияния нейтронного облучения на механические свойства материалов, используемых в реакторах типа ВВЭР приведены в работе [131].

Анализ влияния вида напряженного состояния на радиационное распухание и радиационную ползучесть аустенитных сталей проведен в работе [132]. Одним из выводов указанной статьи является утверждение о том, что влияние напряжений на радиационное распухание можно описать одним параметром σ_{eff} :

$$\sigma_{eff} = (1 - \eta)\sigma_m + \eta\sigma_{eq}, \qquad (1.9)$$

где η – константа материала, σ_m – гидростатическое напряжение, σ_{eq} – интенсивность напряжений.

Связь между радиационным воздействием и охрупчиванием конструкционных материалов изучена в работах [133, 134].

Исследования влияния радиационного распухания на закономерности деформирования и разрушения облученных аустенитных сталей проведены в работах [135, 136]. Статья [135] посвящена особенностям разрушения облученных сталей при статическом нагружении и влиянию на пластичность и трещиностойкость материала радиационного распухания, температуры испытаний и предварительного циклического деформирования. Зависимости особенностей разрушения облученных аустенитных сталей при циклических нагружениях и скорости роста усталостной трещины от радиационного распухания рассмотрены в работе [136].

Экспериментальные исследования влияние нейтронного облучения на вязкость разрушения стали 08Х18Н10Т и ее сварных соединений установили снижение вязкости разрушения в зависимости от возрастающей дозы облучения [137]. Для графита РСЕА выявлено повышение вязкости разрушения облученных образцов по сравнению с необлученными [138].

Одним из факторов, влияющих на физико-механические характеристики конструкционных материалов, является рабочая среда, в которой находятся исследуемые конструкции или их отдельные элементы. Окружающая материал жидкая или газовая среда может воздействовать на его поверхностный слой, и вступая с ним в физическое или химическое взаимодействие существенно повлиять на деформационные и прочностные свойства. Отдельные результаты экспериментальных исследований физико-механических свойств материалов в условиях воздействия агрессивных сред приведены в работах [139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146]. Некоторые модельные представления, расчетные алгоритмы и результаты численного моделирования деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций в условиях коррозии содержатся в статьях [147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159].

Из литературных источников [160, 161, 162] известно, что воздействие кратковременным интенсивным электромагнитным полем на проводящий материал приводит к изменению его механических свойств: упругие свойства остаются практически неизменными; пластические свойства существенно улучшаются – предел текучести уменьшается, а пластические деформации при разрушении значительно увеличиваются. Данное явление называется электропластическим эффектом. Данный эффект используется В промышленности, В частности при технологической обработке труднодеформируемых материалов [160, 161]. Вопросам моделирования материалов процессов механического поведения с учетом электропластического эффекта посвящены публикации [160, 163, 164, 165, 166, 167].

1.2. Моделирование процессов пластического деформирования материалов

Численное решение задач квазистатического упругопластического деформирования элементов конструкций в настоящее время преимущественно осуществляется с использованием различных вариантов моделей теории Отличия течения. моделей заключаются В способе и определяющих описывающих смещение центра соотношениях, поверхности текучести (кинематическое упрочнение, характеризуемое компонентами тензора остаточных микронапряжений) и изменение радиуса поверхности текучести

(изотропное упрочнение). Различные реализации моделей пластичности распространенные внедрены как В широко компьютерные средства инженерного анализа, так и в программные средства решения задач оценки конструкций, разрабатываемые прочности отдельными научными И проектными организациями.

Подробный обзор развития математических моделей пластичности приведен в работе [168].

Одним из вариантов определяющих соотношений, описывающих процессы пластического деформирования материалов при квазистатических термосиловых нагружениях является модель Ю.Г. Коротких [42, 95, 169]. В данной модели уравнение поверхности текучести имеет вид

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \ S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^p,$$
(1.10)

где C_p – радиус поверхности текучести, σ'_{ij} – девиаторные составляющие тензора напряжений, ρ^p_{ij} – компоненты тензора остаточных микронапряжений, характеризующие смещение центра поверхности текучести в пространстве девиаторов напряжений.

Уравнение поверхности «памяти», отделяющей процессы монотонного деформирования от циклических имеет вид

$$F_{\rho} = \rho_{ij}^{p} \rho_{ij}^{p} - \rho_{max}^{2} = 0, \qquad (1.11)$$

где ρ_{max} – максимальная длина в процессе нагружения вектора компонент тензора остаточных микронапряжений ρ_{ij}^{p} .

Эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести имеет следующий вид [63]:

$$\dot{C}_p = \left[q_{\chi} H(F_{\rho}) + a \left(Q_s - C_p \right) \Gamma(F_{\rho}) \right] \dot{\chi} + q_3 \dot{T} , \qquad (1.12)$$

$$C_{p} = C_{p}^{0} + \int_{0}^{t} \dot{C}_{p} dt, \ \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}_{ij}^{p}\dot{e}_{ij}^{p}\right)^{1/2}, \ \chi_{m} = \int_{0}^{t} \dot{\chi}H(F_{\rho})dt, \ \chi = \int_{0}^{t} \dot{\chi}dt,$$
(1.13)

$$q_{\chi} = \frac{q_2 A \psi_1 + (1 - A) q_1}{A \psi_1 + (1 - A)}, \ Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1 - A) Q_1}{A \psi_2 + (1 - A)}, \ 0 \le \psi_i \le 1 \ (i = 1, 2),$$
(1.14)

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \ \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \ n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{\left(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij}\right)^{1/2}}, \ n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{\left(S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}},$$
(1.15)

$$H(F_{\rho}) = \begin{cases} 1, F_{\rho} = 0 \text{ и } \rho_{ij}^{p} \dot{\rho}_{ij}^{p} > 0\\ 0, F_{\rho} < 0 \text{ или } \rho_{ij}^{p} \dot{\rho}_{ij}^{p} \le 0 \end{cases}, \Gamma(F_{\rho}) = 1 - H(F_{\rho}), \qquad (1.16)$$

где q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения, соответствующим монотонным лучевым нагружениям (q_1) , излому траектории деформирования на 90° (q_2) , температурному изменению радиуса поверхности текучести (q_3) ; *а* – константа, определяющая скорость стабилизации петли пластического гистерезиса при циклическом деформировании материала; $Q_s = Q_s(\rho_{\text{max}}, T)$ – стационарное значение радиуса поверхности текучести; χ_m – длина траектории пластического деформирования при монотонном нагружении; C_p^0 – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Уравнение (1.11) описывает анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра A, характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы $H(F_{\rho})$ и $\Gamma(F_{\rho})$ позволяют отделить процессы монотонного от процессов циклического деформирования [95].

Эволюционное уравнение для компонент тензора остаточных микронапряжений ρ_{ij}^p имеет вид [95]:

$$\dot{\rho}_{ij}^{p} = g_{1}^{p} \dot{e}_{ij}^{p} - g_{2}^{p} \rho_{ij}^{p} \dot{\chi} - g_{3}^{p} \rho_{ij}^{p} \langle \dot{T} \rangle, \ \rho_{ij}^{p} = \int_{0}^{t} \dot{\rho}_{ij}^{p} dt , \qquad (1.17)$$

где $g_1^p > 0, g_2^p > 0$ и $g_3^p > 0$ – модули анизотропного упрочнения.

Эволюционное уравнение для радиуса поверхности «памяти» представляется в виде [42, 95]:

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij}^{p} \dot{\rho}_{ij}^{p}) H(F_{\rho})}{(\rho_{mn}^{p} \rho_{mn}^{p})^{1/2}} - g_{2}^{p} \rho_{\max} - g_{3}^{p} \rho_{\max} \left\langle \dot{T} \right\rangle,$$
(1.18)

где $\langle \dot{T} \rangle = \dot{T}$ при $\dot{T} > 0$; $\langle \dot{T} \rangle = 0$ при $\dot{T} \le 0$.

Вектор, состоящий из компонент тензора скоростей пластических деформаций градиентален к поверхности текучести в точке нагружения [169]:

$$\dot{e}_{ij}^{p} = \lambda S_{ij} \,, \tag{1.19}$$

где λ – коэффициент, определяемый из условия прохождения текущей поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений.

Материальные константы и функции, входящие в соотношения (1.12)– (1.18), определяются на основе проведения соответствующих экспериментов [95, 169, 170].

Экспериментально-теоретическое обоснование применимости соотношений модели термопластичности, предложенной Ю.Г. Коротких для анализа процессов деформирования при сложном термомеханическом нагружении (включая циклическое) проведено в работах [42, 95, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179].

Другим из возможных вариантов определяющих соотношений для описания пластического деформирования материалов является модель В.С. Бондаря [180, 181, 182, 183, 184, 185].

Уравнение поверхности текучести, с точностью до обозначений фактически не отличается от варианта модели Ю.Г. Коротких и записывается в виде [180]:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} \left(S_{ij} - a_{ij} \right) \left(S_{ij} - a_{ij} \right) - \left[C_p(\varepsilon_{u^*}^p) \right]^2 = 0, \qquad (1.20)$$

$$S_{ij}^{*} = S_{ij} - a_{ij}, \sigma_{u}^{*} = \left(\frac{3}{2}S_{ij}^{*}S_{ij}^{*}\right)^{\frac{1}{2}}, \dot{e}_{u^{*}}^{p} = \left(\frac{3}{2}\dot{e}_{ij}^{p}\dot{e}_{ij}^{p}\right)^{\frac{1}{2}},$$
(1.21)

где S_{ij}, S_{ij}^*, a_{ij} – девиаторы напряжений, активных напряжений, остаточных микронапряжений; $e_{u^*}^p$ – длина траектории пластической деформации (параметр
Одквиста). Тензор a_{ij} характеризует смещение поверхности текучести, а скаляр C_p – радиус поверхности текучести (характеризует изотропное упрочнение).

Смещение поверхности текучести описывается на основе соотношений модели Новожилова-Шабоши [186, 187], в которой полное смещение есть сумма смещений, для каждого из которых справедливо свое эволюционное уравнение

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^{M} a_{ij}^{(m)} \,. \tag{1.22}$$

В качестве уравнения для микронапряжений первого типа принимается уравнение Ишлинского-Прагера [188, 189]

$$\dot{a}_{ij}^{(1)} = \frac{2}{3} g^{(1)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \,. \tag{1.23}$$

Для микронапряжений второго типа используется уравнение Армстронга-Фредерика-Кадашевича [190, 191]

$$\dot{a}_{ij}^{(2)} = \frac{2}{3}g^{(2)}\dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a^{(2)}a_{ij}^{(2)}\dot{\varepsilon}_{u^*}^p.$$
(1.24)

Последующие микронапряжения третьего типа описываются уравнениями Оно-Ванга [192]

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p}, (m = 3, ..., M).$$
(1.25)

Определяющие функции в уравнениях (1.23)–(1.25), выражаются через материальные следующим образом [180]:

$$g^{(1)} = E_a, g^{(2)} = \beta \cdot \sigma_a, g_a^{(2)} = -\beta,$$
 (1.26)

$$g^{(m)} = \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)} \\ 0, если \, a_u^{(m)} \ge \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} S_{ij}^* > 0 \end{cases},$$
(1.27)

$$a_{u}^{(m)} = \left(\frac{3}{2}a_{ij}^{(m)}a_{ij}^{(m)}\right)^{\frac{1}{2}}, m = 3,..M,$$

где $E_a, \sigma_a, \beta, \sigma_a^{(m)}, \beta^{(m)}$ – материальные параметры.

Для описания эффекта вышагивания (ratcheting) параметр *E_a*, входящий в первое эволюционное уравнение для микронапряжений первого типа, считается зависящим от накопленной пластической деформации [180]

$$E_{a} = \frac{E_{a0}}{1 + K_{E} \left(\varepsilon_{u*}^{p}\right)^{n_{E}+1}},$$
(1.28)

где E_{a0}, K_E, n_E – материальные параметры.

Результаты моделирования процессов упругопластического деформирования для различных вариантов циклического нагружения с помощью модели В.С. Бондаря хорошо согласуются с экспериментальными данными [181, 182, 183, 184, 185].

В широко используемом в расчетной практике программном комплексе ANSYS реализована модель Шабоша [168, 193] с тремя эволюционными уравнениями типа Армстронга-Фредерика-Кадашевича:

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3}g^{(m)}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + g_{a}^{(m)}a_{ij}^{(m)}\dot{\varepsilon}_{u*}^{p}, (m=1,2,3),$$
(1.29)

где определяющие функции выражаются через материальные следующим образом [184]:

$$g^{(m)} = \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, g_a^{(m)} = -\beta^{(m)} (m = 1, 2, 3).$$
(1.30)

Модифицированный вариант модели Шабоша с дополнительным четвертым эволюционным уравнением имеет вид [168]:

$$\dot{a}_{ij}^{(4)} = \frac{2}{3}g^{(4)}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + g_{a}^{(4)}a_{ij}^{(4)} \left\langle 1 - \frac{\sigma_{a}^{(4)}}{a_{u}^{(4)}} \right\rangle \dot{\varepsilon}_{u*}^{p}.$$
(1.31)

В работе [184] проведен сравнительный анализ наиболее применяемых в настоящее время вариантов теорий пластичности с комбинированном упрочнением. На основе сравнения результатов расчетов и экспериментов показано, что описание процесса вышагивания (ratcheting) циклической петли при мягком несимметричном нагружении возможно только в рамках моделей Бондаря и Шабоша.

В работах В.Г. Зубчанинова [194, 195, 196, 197, 198, 199] развивается и расчетно-экспериментально обосновывается теория процессов сложного нагружения связывающая векторы напряжений $\overline{\sigma}$ и деформаций $\overline{\Im}$ в пятимерном векторном пространстве А.А. Ильюшина E_5 [200].

Проблеме моделирования процессов сверхпластического деформирования материалов посвящены работы Р.А. Васина [201, 202] и В.Г. Баженова [203].

1.3. Модели ползучести и длительной прочности

В пятидесятых годах прошлого века Л.М. Качанов и Ю.Н. Работнов заложили основы подхода механики поврежденной среды к описанию процессов ползучести и разрушения, в котором вводится параметр поврежденности ω , описывающий состояние материала от первоначально неповрежденного ($\omega = 0$) до полностью разрушенного ($\omega = 1$) [38, 39].

В работах [204, 205, 206] проведен аналитический обзор результатов, полученных с помощью подходов Ю.Н. Работнова и Л.М. Качанова о процессах разрушения в условиях ползучести с помощью скалярной и тензорной мер поврежденности.

Авторы работ [207, 208] рассматривают процессы ползучести и разрушения как два взаимно влияющих друг на друга процесса. В качестве меры интенсивности процесса ползучести принимается величина удельной мощности рассеяния

$$W = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{C}, \qquad (1.32)$$

где σ_{*ij*} – компоненты тензора напряжений, έ^{*c*}_{*ij*} – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести. Мера поврежденности материала определяется величиной удельной работы рассеяния

$$A = \int_{0}^{t} W dt . \tag{1.33}$$

При формулировке энергетического варианта теории ползучести авторами были использованы следующие гипотезы:

1) материал считается несжимаемым вплоть до разрушения;

2) закон течения

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{c} = \lambda \frac{\partial \sigma_{e}}{\partial \sigma_{ij}} \tag{1.34}$$

считается справедливым вплоть до разрушения. В соотношении (1.34) σ_e – эквивалентное напряжение, являющееся функцией инвариантов тензора напряжений;

3) предполагается существование уравнения состояния, связывающего процессы ползучести и разрушения в виде

$$W = W(T, \sigma_{\rho}, A). \tag{1.35}$$

В работе [207] также выполнено экспериментальное обоснование предложенного энергетического варианта теории ползучести.

Для описания деформаций ползучести в монографии [42] в пространстве напряжений введены эквипотенциальные поверхности Φ_{ci} , имеющие общий центр и различные радиусы C_c , определяемые текущим напряженным состоянием

$$\Phi_{ci} \equiv S_{ij}^{c} S_{ij}^{c} - C_{c}^{2} = 0, \quad S_{ij}^{c} = \sigma_{ij}' - \rho_{ij}^{c}, \quad \dot{e}_{ij}^{c} = \lambda_{c} \frac{\partial \Phi_{ci}}{\partial S_{ij}^{c}}.$$
(1.36)

Модуль скорости деформации ползучести тем больше, чем больше радиус Φ_{ci} [42].

Среди этих эквипотенциальных поверхностей можно выделить поверхность с радиусом C_{c0} , соответствующую нулевой скорости ползучести:

$$\Phi_{c0} = \overline{S}_{ij}^{c} \overline{S}_{ij}^{c} - C_{c0}^{2} = 0, \quad \overline{S}_{ij}^{c} = \overline{\sigma}_{ij}' - \overline{\rho}_{ij}^{c}, \quad (1.37)$$

где $\overline{S}_{ij}^{c}, \overline{\sigma}_{ij}^{c}$ – совокупность напряженных состояний, отвечающих нулевой скорости ползучести (с определенным допуском).

Принимается, что C_{c0} является функцией температуры T и длины траектории ползучести k_c :

$$C_{c0} = C_{c0}(k_c, T), \quad \dot{e}_{ij}^c = \lambda_c S_{ij}^c,$$
(1.38)
$$\dot{k}_c = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c\right)^{\frac{1}{2}}, \quad k_c = \int_{0}^{t} \dot{k}_c dt,$$

где λ_c соответствует текущей поверхности Φ_{ci} , определяемой текущим напряженным состоянием σ'_{ij} :

$$\lambda_{c} = \lambda_{c}(\psi, T), \quad \psi = \frac{\left(S_{ij}^{c}S_{ij}^{c}\right)^{\frac{1}{2}} - C_{c0}}{C_{c0}}, \quad (1.39)$$
$$\lambda_{c} = \lambda_{c} = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \psi \le 0\\ \lambda_{c} & \text{при} \quad \psi > 0. \end{cases}$$

Для ρ_{ij}^{c} формулируется уравнение [42]

$$\dot{\rho}_{ij}^{c} = g_{1}^{c} \dot{e}_{ij}^{c} - g_{2}^{c} \rho_{ij}^{c} k_{c} - g_{T}^{c} \rho_{ij}^{c} \left\langle \dot{T} \right\rangle.$$
(1.40)

В приведенных выше соотношениях C_{c0} , λ_c , g_1^c , g_2^c – экспериментально определяемые материальные параметры.

Уравнения (1.36)–(1.40) описывают установившиеся и неустановившиеся участки кривой ползучести при различных уровнях напряжений и температуры (за исключением третьего участка, предшествующего разрушению) [42]. Для описания третьего участка ползучести в [42] дополнительно сформулированы соотношения для энергии, ответственной за разрушение при ползучести и кинетические уравнения, описывающие изменение меры поврежденности ω в процессе деформирования и накопления повреждений.

Различные варианты модификаций модели (и их апробации на экспериментальных данных) ползучести, сформулированной в [42] представлены в работах [14, 85, 209, 210, 211].

Развитие модели ползучести [42] для исследования процессов ползучести нержавеющих сталей в условиях терморадиационных воздействий выполнено в работах [212, 213].

Энергетический подход широко применяется при моделировании процессов ползучести и вызванного ей разрушения материалов и элементов конструкций [80, 214, 215, 216].

В настоящее время имеется большое количество публикаций, посвященных различным аспектам моделирования ползучести, в частности:

взаимное влияние процессов ползучести пластического деформирования
 [217, 218, 219];

- ползучесть при силовом циклическом нагружении [220, 221, 222];

- ползучесть в условиях термоциклирования [223];

- особенности расчета длительной прочности [79, 82, 84, 224];

- стохастический подход к моделированию ползучести [214, 225];

- ползучесть при наличии в материале микронеоднородностей [226];

- ползучесть в присутствии агрессивных сред [157, 159];

- ползучесть материалов разносопротивляющихся растяжению и сжатию [215, 227].

В статье [82] на основе анализа экспериментальных данных и различных теоретических подходов, характеризующих длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии сделан вывод о том, что в качестве критерия длительной прочности следует использовать степенную или дробностепенную зависимость времени до разрушения от эквивалентного напряжения σ_e . Для вычисления эквивалентного напряжения σ_e по главным напряжениям приведены соотношения, которые следует использовать при различных видах сложного напряженного состояния.

По результатам лабораторных испытаний на длительное разрушение нержавеющей стали 304 в условиях одноосного, двухосного и трехосного напряженного состояний в работе [228] предложено новое соотношений для определения эквивалентного напряжения:

$$\sigma_e = \sigma_1 \left(1 + \alpha \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_1} \right)^{\beta} \right), \tag{1.41}$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; α, β – константы материала. Для стали 304 приведенные константы по результатам обработки экспериментальных данных определены следующим образом: $\alpha = 0.037, \beta = 3.0$.

Автор работ [84, 229] предлагает вариант теории ползучести и длительной прочности, основанной на концепции разрыхления. Сформулирована система определяющих соотношений для скорости ползучести и поврежденности, основанной на параметре сплошности ψ :

$$\psi = \frac{\rho}{\rho_0},\tag{1.42}$$

где ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность образца. В начальном состоянии $\rho = \rho_0$, $\omega = 0$, $\psi = 1$; в момент разрушения $\rho = 0$, $\omega = 1$, $\psi = 0$. Для выбранного автором работы [229] варианта определяющих соотношений для скорости ползучести и поврежденности получено точное решение для функции поврежденности $\psi(\varepsilon)$ (ε – деформация ползучести). Предложенный в работе параметр поврежденности ψ обоснован результатами опытов по изменению плотности в процессе ползучести нескольких металлов и сплавов.

Феноменологические теории ползучести, применяемые в задачах оценки прочности И pecypca элементов конструкций обычно имеют детерминированный характер и не учитывают разброс характеристик ползучести и длительной прочности [214]. В расчетной практике вероятные ошибки детерминированного расчета можно компенсировать коэффициентом запаса, выбор которого может быть осуществлен без достаточных обоснований, что в свою очередь может привести к появлению неиспользованного резерва прочности либо преждевременного разрушения конструкции. В связи с этим появляется необходимость разработки стохастических моделей ползучести и длительной прочности [214].

В работе [214] построена стохастическая модель неизотермической ползучести и длительной прочности. При построения стохастической модели ползучести использована базовая детерминированная модель энергетического типа [80], в которой одни функции полагаются детерминированными, а другие случайными. Для идентификации параметров стохастической модели необходимы стационарные экспериментальные кривые ползучести, полученные при нескольких фиксированных значениях температуры и различных значениях постоянного напряжения (по несколько реализаций при каждом номинальном напряжении), до точки, соответствующей моменту разрушения [214]. Авторами работы [214] проведена проверка адекватности разработанной стохастической модели экспериментальными данными о ползучести сплава ЖС6КП при нестационарном нагружения. Показано стационарном И режимах удовлетворительное согласование между расчетными и экспериментальными данными.

В работе [230] с применением физико-математической теории необратимых деформаций металлов построена и экспериментально проверена в условиях одноосного растяжения модель длительной прочности, содержащая физические структурные параметры (скалярные плотности дислокаций и микротрещин).

1.4. Критерии и модели усталостной долговечности материалов

Оценку усталостной долговечности элементов конструкций можно проводить по трем классическим типам критериев и моделей разрушения: силовые, деформационные и энергетические. Работа [231] содержит описание основных моделей многоосного усталостного разрушения. Приведенные в статье [231] модели усталости были использованы авторами указанной работы для решения задачи усталостного разрушения диска компрессора газотурбинного двигателя в полетных циклах нагружения. Ниже приведены

основные соотношения примененных в работе [231] критериев и моделей усталостного разрушения.

В качестве моделей оценки усталостного разрушения по напряженному состоянию рассмотрены: модель Сайнса [232] и модель Кроссланда [233].

Модель Сайнса в случае многоосного напряженного состояния имеет вид [232]

$$\frac{\Delta \tau}{2} + \alpha_s \sigma_{\text{mean}} = S_0 + A N^{\beta}, \ \sigma_{\text{mean}} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_2)_{\text{mean}}, \tag{1.43}$$
$$\Delta \tau = \frac{\sqrt{(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2)^2 + (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)^2 + (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3)^2}}{3},$$

где σ_{mean} – сумма главных напряжений, осредненная за цикл нагружения; $\Delta \tau$ – изменение октаэдрического касательного напряжения за цикл; α_s, S_0, A, β – параметры, определяемые по данным эксперимента.

Модель Кроссланда для многоосного напряженного состояния согласно [233] имеет вид

$$\frac{\Delta \tau}{2} + \alpha_c \left(\overline{\sigma}_{\max} - \frac{\Delta \tau}{2}\right) = S_0 + AN^{\beta}, \ \overline{\sigma}_{\max} = \left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_2\right)_{\max}, \qquad (1.44)$$

где $\overline{\sigma}_{max}$ – сумма главных напряжений, осредненная за цикл нагружения; α_c, S_0, A, β – параметры, определяемые по результатам эксперимента.

В качестве деформационных моделей усталостного разрушения рассмотрены несколько вариантов, обобщающих классическое соотношение Коффина-Мэнсона [34] на случай многоосного усталостного разрушения: модель Брауна-Миллера [234], модель Фатеми-Соси [235] и модель Смита-Ватсона-Топера [236].

Механизм разрушения, соответствующий модели Брауна-Миллера [234] проиллюстрирован на рис. 1.1, *а* [231].



Рис. 1.1

В данной модели учитывается влияние деформаций, нормальных к площадке сдвиговых деформаций

$$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} + \alpha_{bm} \Delta \varepsilon_{\perp} = \beta_1 \frac{\sigma_c - 2\sigma_{\perp mean}}{E} (2N)^b + \beta_2 \varepsilon_c (2N)^b, \qquad (1.45)$$

где $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$; ε_{ij} – компоненты тензора деформаций; $\frac{\Delta \gamma_{\text{max}}}{2}$ – размах максимальных сдвиговых деформаций, достигаемых на некоторой площадке; $\Delta \varepsilon_{\perp}$ – размах нормальных деформаций на этой площадке; $\sigma_{\perp \text{mean}}$ – среднее за цикл нормальное напряжение на этой площадке.

Для модели Фатеми-Соси [235] механизм разрушения проиллюстрирован на рис. 1.1, *b* [231]. В данной модели учитывается влияние напряжений, нормальных к площадке максимальных сдвиговых деформаций

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{\perp\max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau_c}{G} (2N)^{b_0} + \gamma_c (2N)^{c_0}, \qquad (1.46)$$

где $\sigma_{\perp max}$ – максимальное за цикл нормальное напряжение, где достигается γ_{max} ; σ_y – предел текучести материала; τ_c – коэффициент усталостной прочности (сдвиговой); γ_c – коэффициент усталостной пластичности (сдвиговой); b_0 и c_0 – соответствующие показатели усталостной прочности и пластичности; приближенное значение коэффициента k равно k = 0.5 [237].

Механизм усталостного разрушения модели Смита-Ватсона-Топера [236] проиллюстрирован на рис. 1.1, *с* [231]. В данной модели учитывается влияние напряжений, нормальных к площадке максимальных растягивающих деформаций

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{2} \sigma_{\text{ll max}} = \frac{\sigma_c^2}{E} (2N)^{2b} + \sigma_c \varepsilon_c (2N)^{b+c}, \qquad (1.47)$$

где Δε₁ – изменение максимальной главной деформации в цикле; σ_{ll max} – максимальное нормальное напряжение на этой площадке.

В работе [231] отмечено, что иллюстрация механизмов усталостного разрушения для рассмотренных моделей заимствована из публикации [238].

В качестве моделей усталостного разрушения с поврежденностью рассмотрены модели Лемэтра-Шабоша [239, 240, 241] и Университета Льежа [242].

В модели Лемэтра-Шабоши [239, 240, 241] для описания накапливаемой поврежденности *D* при многоосном циклическом нагружении предложено следующее уравнение:

$$\frac{dD}{dN} = \left(1 - (1 - D)^{\beta + 1}\right)^{\alpha} \left(\frac{A_{IIa}}{M_0(1 - 3b_1\overline{\sigma})(1 - D)}\right)^{\beta},\tag{1.48}$$

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{(A_{IIa} - A^*)}{\sigma_u - \sigma_{VM}} \right\rangle, \ 0 \le D \le 1.$$

После интегрирования, можно получить:

A_{IIa}

$$N = \frac{1}{(1+\beta)a_{M}} \left(\frac{(1-3b_{2}\overline{\sigma})}{A_{IIa}} \right)^{\beta} \left\langle \frac{(\sigma_{u} - \sigma_{VM})}{(A_{IIa} - A^{*})} \right\rangle, \qquad (1.49)$$
$$= 0.5\sqrt{1.5(S_{ij,\max} - S_{ij,\min})(S_{ij,\max} - S_{ij,\min})}, \ \sigma_{VM} = \sqrt{0.5S_{ij,\max}S_{ij,\max}},$$
$$\overline{\sigma} = \frac{(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3})_{\text{mean}}}{3}, \ A^{*} = \sigma_{10}(1-3b_{1}\overline{\sigma}), \ a_{M} = \frac{a}{M_{0}^{\beta}},$$

где *S_{ij,max}* и *S_{ij,max}* – максимальное и минимальное значение девиатора напряжений в цикле нагружения.

Для модели Университета Льежа [242] проинтегрированное дифференциальное уравнение для поврежденности имеет вид:

$$N = \frac{\gamma + 1}{C} \left\langle \frac{\sigma_u - \theta \sigma_{VM}}{A_{IIa} - A^*} \right\rangle f_{cr}^{-(\gamma + 1)}, \qquad (1.50)$$
$$f_{cr} = \frac{1}{b} (A_{IIa} + \sigma_H - b), \ f_{cr} > 0, \ A^* = \sigma_{-1} (1 - 3s\sigma_H),$$
$$\sigma_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}.$$

Рассмотренные критерии дали сходное расположение зон усталостного разрушения диска компрессора газотурбинного двигателя в полетных циклах нагружения [231].

Обобщение модели Лемэтра-Шабоша на материалы с анизотропными усталостными свойствами предложено в работах [241, 242] путем замены второго инварианта девиатора напряжений на функцию Хилла [243], описывающую анизотропную пластичность металлов:

$$\Sigma_{\text{Hill}} = \sqrt{\frac{H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + }{+2N\sigma_{12}^2 + 2L\sigma_{13}^2 + 2M\sigma_{23}^2}},$$
(1.51)

где *F*, *G*, *H*, *L*, *N*, *N* – параметры функции Хилла.

В работах [244, 245] предложено обобщение критериев Сайнса и Кроссланда на случай анизотропии усталостных свойств материала.

Обобщение критерия Сайнса, учитывающее анизотропию усталостных свойств примет вид [244, 245]:

$$\frac{\Delta \tau_{\text{Hill}}}{2} + \alpha_s \sigma_{\text{mean}} = S_0 + AN^{\beta}, \qquad (1.52)$$

$$\Delta \tau_{\text{Hill}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(\Delta \sigma_{11} - \Delta \sigma_{22})^2 + \tilde{G}(\Delta \sigma_{11} - \Delta \sigma_{33})^2 + \tilde{F}(\Delta \sigma_{22} - \Delta \sigma_{33})^2 + }{\sqrt{+2\tilde{N}\Delta\sigma_{12}^2 + 2\tilde{L}\Delta\sigma_{13}^2 + 2\tilde{M}\Delta\sigma_{23}^2}}, \qquad \tilde{G} = \frac{G}{H}, \tilde{F} = \frac{F}{H}, \tilde{N} = \frac{N}{H}, \tilde{M} = \frac{M}{H}, \tilde{L} = \frac{L}{H}.$$

Обобщение модели Кроссланда, учитывающее анизотропию усталостных свойств примет вид [244]:

$$\frac{\Delta \tau_{\text{Hill}}}{2} + \alpha_c \left(\overline{\sigma}_{\text{max}} - \frac{\Delta \tau_{\text{Hill}}}{2}\right) = S_0 + AN^{\beta} \quad . \tag{1.53}$$

Одним из наиболее эффективных походов к исследованию усталостной долговечности является энергетический. Ниже приведено описание нескольких вариантов моделей энергетического типа, подтвердивших свою адекватность при описании процессов накопления усталостных повреждений в материалах и элементах конструкций.

В работе [95] эволюционное уравнение, описывающее накопление усталостных повреждений записывается в виде:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle, \qquad (1.54)$$

где функции f_i ($i=1\div4$) учитывают влияние: $f_1(\theta)$ – кривизны траектории деформирования; $f_2(\beta)$ – вид (объемность) напряженного состояния; $f_3(\omega)$ – уровень накопленной поврежденности; $f_4(Z)$ – накопленной относительной энергии, затраченной на образование дефектов.

Для малоцикловой усталости эволюционное уравнение накопления повреждений принимает вид [95]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) Z^{\alpha} (1 - \omega)^{-r} \left\langle \dot{Z} \right\rangle, \qquad (1.55)$$

$$Z = \frac{W - W_a}{(W_f - W_a)}, \left\langle \dot{Z} \right\rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0\\ 0 & \text{при } \dot{Z} \le 0 \end{cases}, \qquad (1.55)$$

$$\left\langle \dot{Z} \right\rangle = \frac{\left\langle \dot{W} \right\rangle}{(W_f - W_a)}, \quad \dot{W} = \rho_{ij}^{p} \dot{e}_{ij}^{p}, \quad W = \int_{0}^{t} \dot{W} dt, \qquad f(\beta) = \exp(-k\beta),$$

где W_f – значение энергии соответствующей образованию макроскопической трещины (параметр материала); α , r, k – материальные параметры, зависящие от температуры T, $f(\beta)$ – функция параметра объемности напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; W – энергия, идущая на образование рассеянных

усталостных повреждений при малоцикловой усталости; W_a – значение W в конце фазы зарождения микродефектов при малоцикловой усталости.

Результаты решения широко набора тестовых и практически важных задача оценки циклической прочности элементов конструкций, подтверждающие адекватность и работоспособность модели малоцикловой усталости [95] приведены в работах [95, 172, 173, 178, 179, 246, 247].

В работах [248, 249, 250] в качестве «опасной» энергии, используемой для описания процесса накопления повреждений в материалах, в условиях пластического деформирования принимается часть энергии диссипации (энергия пластического разрыхления *W*), определяемая работой тензора остаточных микронапряжений ρ_{ii} на пластических деформациях

$$W = \int_{0}^{e^{p}} \rho_{ij} de_{ij}^{p} .$$
 (1.56)

Принимается, что разрушение материала (т.е. $\omega = 1$) происходит при достижении энергией пластического разрыхления *W* некоторой фиксированной величины W^f , зависящей от температуры *T* и реализуемого вида напряженнодеформированного состояния (НДС):

$$W^{f} = f(\Pi) \cdot W_{0}^{f}(T) . \qquad (1.57)$$

где $W_0^f(T)$ – предельная энергия пластического разрыхления при одноосном растяжении, $f(\Pi)$ – функция вида НДС ($0 \le f_1(\Pi) < \infty$), определяемая на основе аппроксимации полученной из экспериментов зависимости W^f от вида НДС.

При учете двух стадий накопления повреждений, изменение активной части функции поврежденности при малоцикловых нагружениях $\Delta \psi^0$ принимается в виде [249, 250]:

$$\Delta \psi^{0} = \begin{cases} \Delta \psi /(1 - \psi^{a}) & \text{при } \psi \geq \psi^{a} & \text{или } \overline{\omega} > 0, \\ 0 & \text{при } \psi < \psi^{a} & \text{и } \overline{\omega} = 0; \\ \Delta \psi = \frac{\Delta W}{W^{f}}, \end{cases}$$
(1.58)

где $W^a = W^a(T, \rho_c)$ – амплитудное значение энергии пластического разрыхления к концу первой фазы накопления повреждений.

 $\psi^a = \psi^a(T, \rho_c) = \frac{W}{W^f},$

Изменение меры поврежденности Δω и определение полного значения ω осуществляется на основе соотношений [249, 250]:

$$\Delta \omega = q \cdot \overline{\omega}^{\frac{q-1}{q}} \cdot \Delta \psi^{0}; \ \omega = \overline{\omega} + \Delta \omega, \tag{1.59}$$

где $\overline{\omega}$ – накопленное значение функции ω , q = q(T) - функция материала.

Эффективность приведенной выше модели для численного моделирования процессов накопления повреждений при малоцикловых нагружениях показана в публикациях [248, 249, 250].

В работах [180, 182] предложен вариант кинетического уравнения накопления повреждений, в котором в качестве энергии расходуемой на повреждений материале создание при циклических нагружениях, В принимается энергия, равная работе микронапряжений второго типа на пластических деформациях [180]. Уравнение, описывающее процессы накопления повреждений при таком подходе принимает следующий вид [180, 182]:

$$\dot{\omega}_2 = \alpha \dot{\omega}_2^{\alpha} \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_a}, \qquad (1.60)$$

$$\alpha = \left(\frac{\sigma_a}{a_u^{(2)}}\right)^{n_\alpha},$$

где ω_2 – мера повреждения; W_a – энергия разрушения; α и n_{α} – функция и параметр нелинейности процесса накопления повреждений; $a_u^{(2)}$ – интенсивность микронапряжений второго типа.

Сравнение расчетных данных на основе приведенного кинетического уравнения для меры повреждений с результатами экспериментальных исследований разрушения материалов при циклических нагружениях, подтверждающее работоспособность предлагаемой модели приведено в работах [180, 182].

В работе [251] введен параметр поврежденности, характеризующий изменений скрытой энергии деформации, зависимость которого от деформации задается логистической функцией. С использованием введенного параметра сформулирован критерий усталостной прочности. Проведено сравнение расчетных данных с экспериментальными для одноосного циклического растяжения алюминиевого сплава.

Понятие об эквивалентном напряжении как энергетической характеристике способности материала сопротивляться деформированию и росту усталостных трещин введено в работе [252]. Показано, что диаграммы растяжения материала, долговечности и кинетики роста усталостных трещин, могут быть использованы как универсальные мастер-диаграммы, описывающее поведение материала при многопараметрическом нагружении.

Применяя деформационные и энергетические критерии разрушения при циклическом деформировании в работе [253] рассмотрены закономерности накопления повреждений в условиях одночастотных и двухчастотных режимов нагружения. Показано, что изменение долговечности при наложении на основной процесс малоциклового нагружения высокочастотной составляющей напряжений (деформаций) может быть установлено путем суммирования составляющих усталостного повреждения от основной и наложенной деформаций или экспериментального определения коэффициента снижения разрушающего числа циклов, зависящего от отношений частот и амплитуд взаимодействующих циклических процессов.

Сравнительный анализ использования коэффициента интенсивности напряжений и плотности энергии деформации для оценки усталостной прочности сварных соединений проведен в работе [254].

Авторами работы [255] сформулирована обобщенная вероятностная модель усталости и показано, что некоторые другие модели усталостного разрушения являются частным случаем предлагаемой.

1.5. Моделирование деформирования и разрушения конструкций, подвергающихся радиационному воздействию

Как отмечалось выше, деформационные и прочностные свойства материалов конструкционных существенно зависят ОТ параметров характеризующих уровень нейтронного облучения. В цикле работ [212, 213, 256, 257, 258] разработаны и программно реализованы математические модели упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей [212, 213, 256] и искусственного конструкционного графита [213, 257, 258] при квазистатических терморадиационных и силовых нагружениях. Созданные модели [213], описывают основные закономерности поведения нержавеющих сталей и графитовых материалов в условиях термосиловых и радиационных воздействий с учетом зависимости их механических и теплофизических характеристик от уровней действующих температур и нейтронного облучения, эффектов радиационного формоизменения и терморадиационной ползучести. Развитые модели и разработанные на их основе программные средства позволили решить ряд актуальных задач исследования НДС элементов конструкций ядерных энергетических установок из нержавеющих сталей и конструкционных графитов, эксплуатирующихся в условиях термосиловых и радиационных воздействий [213].

Работа [259] посвящена конечно-элементному расчету кинетики НДС графитового блока кладки газо-охлаждаемого реактора и численному исследованию влияния вариантов определяющих соотношений радиационной ползучести (линейное и нелинейное) на напряженное и деформированное состояние рассматриваемого элемента конструкции. Показано, что при относительно небольших дозах облучения результаты расчетов по линейной и нелинейной моделям радиационной ползучести практически совпадают, однако при увеличении дозы облучения линейная модель не способна описать адекватно закономерности деформирования материала и для получения более достоверных данных о закономерностях деформирования графитовой кладки необходимо использовать нелинейную модель радиационной ползучести.

Авторами работы [260] предложена физико-механическая модель, которая описывает разрушение материалов, подвергающихся нейтронному облучению в условиях ползучести. Модель основана на представлении материала как совокупности элементарных ячеек, включающих границу зерна. Определяющие уравнения модели описывают вязкопластическое деформирование материала с учетом развития зернограничных пор. В качестве критерия разрушения принимается условие потери пластической устойчивости элементарной ячейки, представляющей собой конгломерат матрицы материала и пор [260].

Физико-механическая модель разрушения [260] в работе [261] применена для прогнозирования длительной прочности и пластичности стали 1X18H10T в исходном и облучаемом состоянии. Показано, что нейтронное облучение приводит к уменьшению длительной прочности и пластичности материала. Отмечено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных о снижении долговечности облучаемого материала по сравнению с материалом в исходном состоянии.

Инженерный подход прогнозирования скорости роста трещины в условиях нейтронного облучения и ползучести на основе модели разрушения [260] предложен в работе [262]. Сформулированное уравнение для

распространения трещины базируется на соотношении по прогнозированию скорости роста трещины в необлученном материале, дополненном параметрами, учитывающими увеличение скорости развития трещины от флакса и флюенса нейтронов.

В работе [263] предложен метод прогнозирования сопротивления усталостному разрушению, учитывающий влияние нейтронного облучения скорость деформирования в цикле нагружения. Предложенный метод менее консервативен по сравнению с нормативным [98]. Метод основан на уравнении Коффина-Мэнсона и развивает подходы, заложенные в нормативном документе [98]. С помощью предложенного метода получены расчетные данные, которые сопоставлены с экспериментальными. Установлено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных [263].

Развитая в [264] модель позволяет определять статическую трещиностойкость аустенитных материалов как функцию температуры и дозы нейтронного облучения отдельно для основного материала и материала сварочного шва в широком диапазоне температур. Входными данными для предлагаемой модели являются предел текучести и предел прочности материала в зависимости от температуры и дозы облучения.

В работе [265] сформулированы определяющие соотношения физикомеханической модели вязкого разрушения аустенитных сталей. Модель позволяет учитывать влияние многоосности напряженного состояния, нейтронного облучения и радиационного распухания на важнейшие параметры, характеризующие разрушение материала: деформация при разрушении ε_f и критическое значение *J*-интеграла J_c . Расчетные данные по предлагаемой модели хорошо согласуются с известными экспериментальными.

Подход, позволяющий оценивать скорость роста трещины В аустенитеных сталях в условиях радиационной ползучести предложен в работе [266]. С использованием сформулированного подхода определены параметры, позволяющие вычислить скорость роста трещины при радиационной

ползучести в стали X18H10T. Дана оценка максимальной скорости роста трещины в условиях радиационной ползучести.

1.6. Методики моделирования развития трещин в элементах конструкций

Эксплуатация широко круга конструкций в различных режимах нагружения может приводить к зарождению и распространению макродефектов в виде трещин. Однако, появление трещины в материале конструкций не означает исчерпания ее несущей способности и возможности дальнейшей безаварийной работы технического изделия. В связи с этим проблема моделирования процессов развития трещин в элементах конструкций в течение многих десятилетий является одной из самых актуальных при оценке прочности и ресурса эксплуатируемых и проектируемых технических объектов энергетики и различных отраслей промышленности. Значительная часть публикаций по проблеме критериев и моделей зарождения и распространения трещин посвящена описанию процессов развития трещин усталости. Обзорная часть работы [267] содержит подробное описание моделей усталостного разрушения при распространении трещин и накоплении повреждений.

В упомянутой работе [267] проведен анализ развития подходов к моделированию распространения сквозных и плоских трещин усталости.

Широкое применение для оценки скорости роста трещины получило правило Пэриса-Эрдогана [268]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \qquad (1.61)$$
$$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a},$$

где a – длина трещины, $\Delta K = K_{\text{max}} - K_{\text{min}}$ – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в цикле, C, m – параметры, зависящие от условий испытаний и свойств материала, Y – функция, характеризующая геометрию тела с трещиной; для сквозной трещины в пластине Y = 1.

Согласно экспериментальным данным зависимость (1.61) справедлива лишь для устойчивой стадии роста трещины.

В стадии зарождения макротрещины при низких КИН скорость распространения трещины стремится к нулю. Р Донахью в работе [269] предложил соотношение для описания начальной стадии роста трещины:

$$\frac{da}{dN} = C \left(\Delta K - \Delta K_{th} \right)^m, \tag{1.62}$$

где ΔK_{th} – пороговое значение размаха КИН в цикле.

Перед разрушением, в заключительной стадии роста трещины, скорость ее распространения резко возрастает. Соотношение для стадии ускоренного роста трещины предложил Р. Формен [270]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K},$$
(1.63)

где *K_c* – критическое значение КИН, *R* – параметр асимметрии цикла.

Один из вариантов соотношений для описания скорости подрастания трещины для всех стадий предложен А. Макивли [271]:

$$\frac{da}{dN} = A \left(\Delta K - \Delta K_{th} \right)^m \left(1 + \frac{\Delta K}{K_c - K_{\text{max}}} \right).$$
(1.64)

Отмечено влияние на закономерности подрастания трещин неполного раскрытия трещин, для учета которых В. Элбер ввел параметр раскрытия трещины (ПРТ) [272]. Согласно Элберу ПРТ учитывает часть цикла от момента открытия трещины до достижения максимальной нагрузки.

М. Курихара в [273] предложил оценивать ПРТ для стали в зависимости от параметра асимметрии нагрузки.

В работе [274] приведен ряд экспериментально полученных значений ПРТ от коэффициента асимметрии цикла нагружения для различных материалов.

Наряду с КИН, в качестве параметров механики разрушения, связанных с ростом трещин, используются скорость высвобождения энергии и *J* - интеграл.

В

линейной постановке последние два параметра тождественны и связаны с КИН простыми зависимостями, поэтому КИН обычно используют для описания роста трещин [267].

Контурный *J*-интеграл был предложен Черепановым [275] и Райсом [276] в качестве параметра разрушения для нелинейно упругого тела с трещиной при плоской деформации. В рамках деформационной теории пластичности, т.е. при отсутствии разгрузки материала, концепция *J*-интеграла оказывается справедливой для упругопластического поведения твердого тела [277].

Критерий разрушения при использовании *J*-интеграла формулируется следующим образом:

$$J = J_{IC}, \tag{1.65}$$

т.е. трещина начинает распространяться, когда J-интеграл достигает предельного значения $J = J_{Ic}$ [277].

В общем случае асимптотическое поле упругих напряжений у вершины трещины вне малой зоны пластической деформации может быть представлено в виде суперпозиции сингулярной и несингулярной составляющих упругих напряжений [278]:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + T\delta_{1i}\delta_{1j}.$$
(1.66)

Несингулярная составляющая *T* представляет собой растягивающее или сжимающее напряжение [277]. В случае тел конечных размеров и различных схем нагружения для оценки *T*-напряжений вводится безразмерный параметр "параметр двухосности" β. Параметр β является константой для заданной геометрии тела и схемы нагружения [277].

Исследованию трещин с помощью моделей, учитывающих *Т*-напряжения посвящено большое количество публикаций, например [279, 280, 281].

Двухкритериальный подход в механике разрушения впервые был предложен Е.М. Морозовым [282, 283]. Данный подход основан на двух критериях – критерии хрупкого (линейная механика разрушения) и пластического (предельный анализ по теории пластичности) разрушения с интерполяцией между ними в области упругопластического разрушения. В обобщенном виде такой двухпараметрический критерий разрушения может быть записан следующим образом:

$$K = I_c, \tag{1.67}$$

где I_c называется обобщенной характеристикой трещиностойкости материала, устанавливаемой в рамках той или иной модели твердого тела и модельных представлений о деформировании и разрушении материала в зоне предразрушения у вершины трещины либо экспериментальным путем [277].

Модель трещины с тонкой пластической зоной перед ее вершиной предложена Леоновым-Панасюком-Дагдейлом [284, 285].

Применение модели Леонова-Панасюка-Дагдейла и ее модификаций в современных исследованиях закономерностей развития трещин можно найти в публикациях [286, 287, 288].

В работах [289, 290] предложена модель скорости роста трещины и долговечности при смешанных формах двухосного нагружения. На базе этой модели и критерия Лебедева-Писаренко в [291] выполнены исследования распространения трещин при сложном напряженном состоянии для условий статического и малоциклового деформирования.

Анализу напряженного состояния в окрестности вершины трещины посвящены публикации [292, 293, 294]

Наибольшее распространение среди численных методов решения задач моделирования распространения трещин получил МКЭ [295]. Исследователями предложено большое количество специальных конечных элементов, которые учитывают сингулярность поля напряжений в окрестности вершины трещины. Недостатками этих элементов является либо несовместимость с обычными элементами, либо неспособность отображать перемещение тела как жесткого целого [295].

Находит распространение и так называемый расширенный метод конечных элементов (X-FEM) [296, 297, 298]. X-FEM можно использовать в

задачах, связанных с проблемой сингулярности в вершине трещины, где локальные особенности адекватно описываются соответствующей комбинацией базисных функций [295]. К преимуществам Х-FEM также можно отнести отсутствие необходимости перестраивать сетку.

Возможно моделирование распространения трещины с частичным перестроением сетки, когда в конечно-элементной модели выделяется блок элементов, в пределах которого происходит развитие трещины и, соответственно, изменение сетки [299].

Проблеме исследования развития трещины в материале с применением методики накопления повреждений в материале посвящены публикации [267, 301, 302, 303, 304, 305, 306].

1.7. Выводы из обзора

Аналитический обзор современной научнй литературы по проблеме разработки вычислительных моделей, их экспериментального оснащения и создания программных средств оценки прочности и ресурса материалов и элементов конструкций, предполагающих широкий спектр квазистатических режимов нагружения, позволяет сделать следующие выводы о достигнутых результатах в соответствующей области исследований:

- накоплен значительный экспериментальный массив информации по закономерностям деформирования и разрушения отдельных конструкционных материалов при квазистатических и циклических термосиловых нагружениях;

количество публикаций и соответственно результатов исследований посвященных определению деформационных свойств параметров, И характеризующих прочность и долговечность материалов при действии физических полей различной природы (нейтронное облучение, окружающая материал газообразная или жидкая среда, электрический ток и т.п.) значительно экспериментальных механических свойствах меньше, чем данных 0 определенных только при наличии термосиловых воздействий;

разработан широкий набор математических моделей И вычислительных средств, компьютерное моделирование процессов механического поведения материалов И элементов конструкций ДЛЯ рассматриваемых квазистатических режимов нагружения;

- для определенного набора вариантов термосиловых нагружений выполнены расчетно-экспериментальные исследования, результаты которых свидетельствуют об адекватности предложенных теоретических подходов и развитых на их основе моделей упруговязкопластического деформирования и разрушения материалов и выполненных из них элементов конструкций;

набор достаточно узкий моделей И средств численного исследования поведения конструкций, эксплуатирующихся в условиях агрессивного воздействия полей различной физической природы можно объяснить ограниченностью экспериментальной информации ПО закономерностям деформирования и разрушения материалов в указанных условиях нагружения;

- адекватность моделей оценки деформационных, прочностных и ресурсных характеристик элементов конструкций при сложных режимах нагружения, особенно сочетающихся с агрессивными воздействиями полей различной физической природы подтверждена в достаточно узком диапазоне изменения параметров внешних воздействий.

Учитывая современный уровень научно-технических разработок в области решения задач оценки прочности и ресурса при квазистатических режимах нагружения наиболее актуальными направлениями исследований являются:

- экспериментально-расчетное обоснования существующих определяющих соотношений моделей пластичности, ползучести, накопления усталостных повреждений и разрушения конструкционных материалов для режимов нагружения наиболее приближенных к проектным и запроектным сценариям эксплуатации ответственных объектов машиностроения и энергетики;

- развитие математических моделей и создаваемых на их основе вычислительных алгоритмов решения задач оценки прочности и ресурса при получении новых данных о закономерностях деформирования и разрушения материалов (особенно при исследовании сложных режимов нагружения, сочетающихся с агрессивными воздействиями полей различной физической природы);

- реализация наиболее адекватных и экспериментально обоснованных математических моделей, описывающих механическое поведение материала в рамках программных средств компьютерного исследования процессов деформирования и разрушения конструкций;

верификация разработанных математических моделей И кодов компьютерных программ задачах прочности pecypca на оценки И существующих конструктивных элементов ответственных объектов машиностроения и энергетики.

2. МОДЕЛИ НЕОБРАТИМОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ, ЗАРОЖДЕНИЯ И РАЗВИТИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

2.1. Составная иерархическая модель поврежденного материала

Возможности численного моделирования процессов деформирования и разрушения конструкций при квазистатических термосиловых И терморадиационных нагружениях в значительной мере определяются наличием моделей, позволяющих адекватно описать основные эффекты необратимого такие деформирования материалов, пластичность, как ползучесть, развивающаяся в процессе необратимого деформирования поврежденность, их влияние на процесс деформирования.

При построении математических моделей, описывающих поведение материалов исследуемых конструкций, все эффекты, связанные с возникновением и развитием обратимых и необратимых деформаций, а также различных видов поврежденности, рассматриваются в рамках соотношений механики поврежденной среды как отдельные проявления единого процесса деградации свойств материала. ЭВОЛЮЦИОННОГО Сам процесс представляется в виде последовательности элементарных актов изменения внешних воздействий, сопровождающихся соответствующими изменениями пластических деформаций. деформаций ползучести и поврежденности материала. Для его описания предлагается вариант составной иерархической модели поврежденного материала, устанавливающий связь между изменениями напряжений и деформаций на интервале изменения внешних воздействий с учетом текущего состояния материала и взаимного влияния эффектов пластичности, ползучести И развивающейся Модель поврежденности. устанавливает функциональные связи между переменными, определяющими развитие названных эффектов как формально независимых элементарных

соответствующими процессов, описываемых частными моделями пластичности, ползучести и накопления повреждений. Учет взаимодействия и влияния таких элементарных актов при описании реальных взаимного осуществляется составной модели, обеспечивающей процессов В последовательную инициализацию частных моделей и коррекцию входящих в них параметров (напряжений, поврежденности, параметров, характеризующих историю упруговязкопластического деформирования материала).

В общем случае частные модели могут быть определены в составной модели достаточно формально, без детального описания способов реализации выполняемых функций и конкретных величин, используемых внутри частных моделей. Такой подход позволяет, с одной стороны, представить сложный процесс развития взаимосвязанных эффектов необратимого деформирования и поврежденности в виде совокупности более простых и формально независимых элементарных процессов, а с другой – использовать для их описания широкий набор имеющихся и разрабатываемых альтернативных моделей без изменения общей модели поврежденного материала.

В предлагаемом варианте модели поврежденного материала [7, 14] предполагается справедливость аддитивности упругой Δe_{ij}^{e} и необратимой составляющих Δe_{ij}^{H} изменения тензора деформаций (пластичности Δe_{ij}^{P} , термической ползучести Δe_{ij}^{c} и радиационной ползучести Δe_{ij}^{r}) и несжимаемость материала в условиях пластичности и ползучести

$$\Delta e_{ij} = \Delta e_{ij}^{e} + \Delta e_{ij}^{H} = \Delta e_{ij}^{e} + \Delta e_{ij}^{p} + \Delta e_{ij}^{c} + \Delta e_{ij}^{r};$$

$$\Delta e_{ij}^{e} = \Delta e_{ij}^{\prime e} + \delta_{ij} \Delta e; \quad \Delta e = \frac{1}{3} \Delta e_{ii}; \quad \Delta e_{ii}^{p} = \Delta e_{ii}^{c} = \Delta e_{ii}^{r} = 0. \quad (2.1)$$

Также предполагается, что влияние различных видов поврежденности на процесс деформирования осуществляется с помощью введенной Качановым и Работновым скалярной функции ω (меры поврежденности), представляющей собой меру уменьшения эффективных площадок действия напряжений по

отношению к их начальному неповрежденному значению. Величина ω меняется от значения $\omega = 0$ для неповрежденного материала до $\omega = 1$ для полностью разрушенного материала.

Непосредственное влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается в уравнениях равновесия путем введения зависимости упругих характеристик материала от текущего значения функции ω . В связи с этим при формулировке составной модели поврежденного материала в рассмотрение введены две характеристики напряжений: эффективные σ_{ij} , действующие на поврежденных площадках, и приведенные σ_{ij}^* , статически эквивалентные первым, но отнесенные к неповрежденным площадкам. Первые фигурируют во всех частных моделях, определяющих состояние материала в точке тела, вторые используются на уровне описания конструкции при формулировке уравнений равновесия и статических граничных условий.

С учетом сделанных замечаний конкретные уравнения составной модели поврежденного материала, устанавливающие связь между изменениями приведенных напряжений $\Delta \sigma_{ij}^*$ и деформаций Δe_{ij} на элементарном шаге изменения внешних воздействий, а также параметрами, характеризующими текущее состояние материала, могут быть записаны в виде:

$$\Delta \sigma_{ij}^{*} = 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij}(K - \frac{2}{3}G)(\Delta e_{ii} - \Delta d_{ii}),$$

$$\Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}^{*} + \omega(\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^{*}),$$

$$\Delta e_{ij}^{*} = \Delta e_{ij}^{p} + \Delta e_{ij}^{c} + \Delta e_{ij}^{r} - \frac{\Delta G^{*}\overline{\sigma}_{ij}}{2G^{*}\overline{G}^{*}} + \delta_{ij}[\Delta(\alpha T) + \Delta\beta - \frac{\Delta K^{*}\overline{\sigma}}{3K^{*}\overline{K}^{*}}],$$

$$\Delta G^{*} = G^{*} - \overline{G}^{*}; G^{*} = (1 - \omega)G; \overline{G}^{*} = (1 - \overline{\omega})\overline{G}, \qquad (2.2)$$

$$\Delta K^{*} = K^{*} - \overline{K}^{*}; K^{*} = (1 - \omega)K; \overline{K}^{*} = (1 - \overline{\omega})\overline{K},$$

$$\Delta(\alpha T) = \alpha T - \overline{\alpha}\overline{T}; \quad \Delta\beta = \beta - \overline{\beta},$$

где $\overline{K} = K(\overline{T}), K = K(T), \overline{G} = G(\overline{T}), G = G(T)$ – модули объемной и сдвиговой деформации неповрежденного материала, отнесенные к уровню температур в исходном (в начале шага) и текущем (в конце шага) состояниях; $\overline{\alpha} = \alpha(\overline{T}, \overline{D}), \alpha = \alpha(T, D)$ – значения коэффициентов температурного расширения; $\overline{\beta}, \beta$ – значения деформации радиационного распухания; $\overline{\sigma}'_{ij}, \overline{\sigma}$ – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора напряжений в исходном состоянии.

Фигурирующие в (2.2) величины изменения пластических деформаций Δe_{ij}^{p} , деформаций термической Δe_{ij}^{c} и радиационной Δe_{ij}^{r} ползучести, описываемые соответствующими частными моделями, однозначно определяются уровнями эффективных напряжений σ_{ij} , температур *T*, повреждающей дозой облучения *D* в исходном и текущем состояниях, а также наборами скалярных и тензорных параметров $b_{q}^{p}(q=1,2..,l), b_{t}^{c}(t=1,2..,m)$, являющихся функционалами процесса и характеризующих истории упругопластического деформирования и ползучести соответственно

$$\Delta e_{ij}^{p} = \Delta e_{ij}^{p} (\sigma_{ij}, T, D, b_{q}^{p})$$

$$\Delta e_{ij}^{c} = \Delta e_{ij}^{c} (\sigma_{ij}, T, \dot{D}, b_{t}^{c}, \Delta t). \qquad (2.3)$$

Здесь $\dot{D} = \frac{dD}{dt}$ – скорость набора повреждающей дозы, Δt – временная протяженность текущего шага нагружения.

Определяющие соотношения в этих моделях записываются для неповрежденного материала и формально не включают в себя какой-либо зависимости от текущей поврежденности. Влияние последней проявляется лишь через уровень зависящих от ω эффективных напряжений σ_{ij} и параметров b_q^p и b_t^c , являющихся функционалами исследуемого процесса.

При описании накопления повреждений в материале конструкций предполагается, что в процессе его деформирования могут независимо развиваться несколько различных видов поврежденности, характеризуемых соответствующими функциями поврежденности Ψ_k (k = 1, 2, ..., J). Предполагается также, что изменение поврежденности $\Delta \Psi_k$ каждого вида определяется уровнем действующих напряжений σ_{ij} , температуры T, повреждающей дозой D, изменением необратимых деформаций $\Delta e_{ij}^{\rm H}$, значением некоторых параметров $b_{ks}^r(s = 1, 2, ..., p)$ (в случае пластичности $\Delta e_{ij}^{\rm H} = \Delta e_{ij}^{\rm C}, b_{1s}^{\rm C} \subset b_{q}^{\rm P}$, в случае ползучести $\Delta e_{ij}^{\rm H} = \Delta e_{ij}^{\rm C}, b_{2s}^{\rm C} \subset b_{t}^{\rm C}$), характеризующих историю упруговязкопластического деформирования, а также значением накопленной поврежденности Ψ_k данного вида и константами материала W_k^{R} :

$$\Delta \Psi_k = \Delta \Psi_k(\sigma_{ij}, T, D, \Delta e^{\mathrm{H}}_{ij}, b^r_{ks}, \Psi_k, W^R_k).$$
(2.4)

Вклад поврежденности каждого вида в изменение меры поврежденности $\Delta \omega_k$ представляется в виде

$$\Delta \omega_k = \Delta \omega_k (\Delta \psi_k, \overline{\omega}, q_k^{\beta}), \qquad (2.5)$$

где $\overline{\omega}$ – накопленное значение функции ω ; q_k^{β} – некоторые константы материала.

Вычисление изменений функций поврежденности $\Delta \psi_k$ и вклада их в изменение меры поврежденности $\Delta \omega_k$ осуществляется в соответствующих частных моделях поврежденности. Полное значение меры ω , соответствующее текущему состоянию, вычисляется в составной модели на основе принятого алгоритма суммирования повреждений.

Необходимо отметить, что при выборе конкретных частных моделей они должны быть функционально совместимы между собой в рамках используемой

составной модели. Иначе говоря, входящие в модели накопления повреждений параметры b_{ks}^r должны содержаться в числе параметров b_q^p и b_t^c конкретных моделей пластичности и ползучести.

2.2. Общие соотношения моделей накопления повреждений

В основу соотношений, используемых для описания процессов накопления повреждений в рамках используемой модели поврежденного материала, положено предположение, что разрушение в точке материала происходит при достижении в этой точке некоторой энергией W критического [14]. Конкретный вид этой энергии определяется $W = W^R$ значения механизмом рассматриваемого разрушения и представляет собой работу некоторой части тензора напряжений на необратимых деформациях. При этом предполагается, что для каждого конкретного материала величина W^{R} , соответствующая выбранному механизму разрушения, зависит от реализуемого вида напряженно-деформированного состояния (вида НДС) и температуры Т. Таким образом, разрушение представляется как процесс, характеризуемый изменением энергии разрушения W от значения W = 0 для неповрежденного материала до $W = W^{R}$ – полного разрушения материала в рассматриваемой точке.

Поскольку величина W^R зависит от материала, вида НДС и температуры, для описания текущего состояния поврежденности вместо энергии W удобнее ввести в рассмотрение функцию ψ (функцию поврежденности) [42, 110], представляющую собой нормированный аналог энергии W. Для неповрежденного материала $\psi = 0$, в процессе разрушения значение ψ увеличивается до предельного значения $\psi = 1$.

Изменение функции поврежденности $\Delta \psi$ связано с изменением энергии ΔW при фиксированном виде НДС, характеризуемом значением параметра П (параметра вида НДС), соотношением

$$\Delta \psi = \frac{\Delta W}{W^R(\Pi)}.$$
(2.6)

В качестве параметра, определяющего вид НДС, используется величина П, определяемая через главные напряжения σ₁, σ₂ и σ₃ в точке тела с помощью зависимости [42, 110]:

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}}.$$
(2.7)

Величина П монотонно меняется от значения $\Pi = -1$ при всестороннем сжатии до $\Pi = +1$ при всестороннем растяжении. При чистом сдвиге $\Pi = 0$, при одностороннем растяжении $\Pi = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

При развитии в материале одновременно нескольких видов повреждений для описания каждого вида используется своя функция ψ_k , причем для каждой функции принимается справедливым условие линейного суммирования по шагам ($i = 1 \div n$):

$$\psi_{k} = \sum_{i=1}^{n} \Delta \psi_{ki} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta W_{ki}}{W_{k}^{R}(\Pi)},$$
(2.8)

где ΔW_{ki} – изменение энергии *k*-го вида на элементарном шаге изменения нагрузки, W_k^R – критическое значение энергии *k*-го вида.

Как указывалось выше, для описания влияния текущего уровня поврежденности на процесс деформирования в рассматриваемой модели поврежденного материала вводится скалярная мера поврежденности ω . Величина ω рассматривается как величина, инвариантная по отношению к виду поврежденности, виду НДС и траекториям нагружения, причем изменение ее $\Delta \omega$ складывается из изменений меры поврежденности каждого вида $\Delta \omega_k$, т.е.

$$\Delta \omega = \sum \Delta \omega_k. \tag{2.9}$$

Изменение меры поврежденности каждого вида $\Delta \omega_k$ в свою очередь связано с накопленным значением $\overline{\omega}$, а также с изменением функции поврежденности соответствующего вида $\Delta \psi_k$. Для установления такой связи прежде всего необходимо установить особенности развития накопления повреждений в реальных материалах.

70

Современные теоретические и экспериментальные исследования явлений разрушения позволяют рассматривать разрушение как многостадийный процесс возникновения и развития необратимых дефектов в материале, определяемый всей кинетикой напряженно-деформированного состояния конструкций в процессе их нагружения [42]. Согласно этому представлению в процессе разрушения материала происходит последовательное развитие трех основных стадий.

В пределах первой стадии происходит зарождение рассеянных по объему материала повреждений в виде микропор и микродефектов, не приводящее к заметному влиянию этих повреждений на физико-механические характеристики материала. Применительно к рассмотренной выше модели поврежденного материала для этой фазы можно считать $\Delta \omega = 0$.

Вторая стадия характеризуется дальнейшим развитием и взаимодействием возникающих дефектов до критического значения, соответствующего нарушению сплошности материала в рассматриваемой точке, и сопровождается нарастающим влиянием повреждений на физико-механические характеристики материала (в частности, дестабилизацией процесса циклического деформирования при циклических нагружениях). С наступлением этой фазы начинается интенсивное взаимодействие повреждений, определяемых различными механизмами разрушения. Конец фазы соответствует появлению в материале макроскопической трещины.

В пределах третьей стадии происходит слияние образовавшихся макродефектов в одну или несколько магистральных трещин, приводящих к разделению на части (фрагментации) рассматриваемого элемента конструкции.

Относительные длительности каждой из стадий зависят от свойства материалов, характера напряженного состояния и условий нагружения. Однако при проведении прочностных расчетов на стадии проектирования конструкций обычно исходят из предположений, что появление магистральной трещины (начало третьей стадии) равносильно полному разрушению, и при оценке предельных нагрузок учитывают лишь две первые стадии разрушения, доля которых может составлять более 90% ресурса безопасности работы конструкции.

Учет наличия названных фаз при описании накопления повреждений в используемой модели осуществляется по аналогии с моделями, описанными в [42], путем введения переменной, определяющей завершение первой фазы. В качестве такой переменной используется величина ψ_k^a , определяемая для каждого *k*-го вида поврежденности значением упомянутой выше функции поврежденности к концу первой фазы. При этом зависимость изменения меры поврежденности $\Delta \omega_k$ от изменения функции поврежденности $\Delta \psi_k$ принимается в виде [249]:

$$\Delta \omega_{k} = q \overline{\omega}^{\frac{q-1}{q}} \Delta \psi_{k}^{0},$$

$$\Delta \psi_{k}^{0} = \frac{\Delta \psi_{k}}{1 - \psi_{k}^{a}} \quad \text{при} \quad \psi_{k} > \psi_{k}^{a},$$

$$\Delta \psi_{k}^{0} = 0 \quad \text{при} \quad \psi_{k} \le \psi_{k}^{a},$$
(2.10)

где q = q(T) - функция материала.

Иначе говоря, мера поврежденности в точке тела становится отличной от нуля лишь тогда, когда функция поврежденности ψ_k какого-либо вида k достигает некоторого амплитудного значения ψ_k^a . При этом принимается, что дальнейшее изменение функции поврежденности $\Delta \psi_s$ любого другого вида s будет приводить к необратимому изменению меры поврежденности $\Delta \omega_s$

$$\Delta \omega_s = q \overline{\omega}^{\frac{q-1}{q}} \Delta \psi_s^0, \quad \Delta \psi_s^0 = \frac{\Delta \psi_s}{1 - \psi_s^a}, \quad (2.11)$$

где ψ_s^a – амплитудное значение рассматриваемого вида поврежденности к концу первой фазы.

При таком алгоритме вычисления меры повреждений изменения величин Δω можно считать инвариантными по отношению к механизмам развивающихся повреждений и непосредственно суммировать их для вычисления текущего значения меры ω.

Для каждого вида поврежденности соответствующее значение ψ_k^a является функцией температуры и характерного параметра p_k , определяющего рассматриваемый процесс деформирования: $\psi_k^a = \psi_k^a(T, p_k)$.

Конкретные соотношения, определяющие вид функций поврежденности ψ_k , устанавливаются для каждого вида разрушения на основе соответствующих частных моделей.

В качестве «опасной» энергии, используемой для описания процесса накопления повреждений В материалах, В условиях пластического (энергия деформирования принимается часть энергии диссипации пластического разрыхления W_1), определяемая работой тензора остаточных микронапряжений ρ_{ij} на пластических деформациях [14]

$$W_1 = \int_{0}^{e^p} \rho_{ij} de_{ij}^p \,. \tag{2.12}$$

Величина изменения этой энергии ΔW_1 на элементарном шаге изменения внешних воздействий определяется изменением пластических деформаций Δe_{ij}^p и текущим значением тензора остаточных напряжений ρ_{ii}

$$\Delta W_{1} = \left\langle \Delta W \right\rangle = \left\langle \rho_{ij} \cdot \Delta e^{p}_{ij} \right\rangle, \qquad (2.13)$$
где $\langle \Delta W \rangle = \begin{cases} \Delta W & \text{при } \Delta W > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta W \le 0 \end{cases}$.

Разрушение материала (т.е. $\omega = 1$) происходит при достижении энергией пластического разрыхления W_1 некоторой фиксированной величины W_1^R , зависящей от температуры *T* и реализуемого вида НДС [14, 42]:

$$W_1^R = f_1(\Pi) \cdot W_0^R(T), \qquad (2.14)$$

где $W_0^R(T)$ – предельная энергия пластического разрыхления при одноосном растяжении, $f_1(\Pi)$ – функция вида НДС ($0 \le f_1(\Pi) < \infty$), определяемая на основе аппроксимации полученной из экспериментов зависимости W_1^R от вида НДС.

Описание процессов пластического деформирования при этом возможно с помощью моделей с комбинированным упрочнением: модели пластичности Ю.Г. Коротких [42] или модели [14], в которой радиус поверхности текучести является функцией температуры и параметра Одквиста, а не функционалом процесса деформирования.

В качестве переменной, определяющей процесс накопления повреждений при ползучести, принимается соответствующая доля энергии диссипации, изменение которой на шаге нагружения может быть записано в виде [14, 85]:

$$\Delta W_2 = \sigma'_{ij} \cdot \Delta e^c_{ij} \,, \tag{2.15}$$

Соответствующее изменение функции поврежденности

$$\Delta \psi_2 = \frac{\Delta W_2}{W_2^R},\tag{2.16}$$

где $W_2^R = W_2^R(T, \Pi)$ – предельное значение энергии диссипации при ползучести, отвечающее текущему виду НДС и действующей температуре. Зависимость функции W_2^R от вида НДС и температуры может приниматься по аналогии с пластичностью на основе соотношения

$$W_2^R = f_2(\Pi) \cdot W_{02}^R(T), \qquad (2.17)$$

где $W_{02}^R(T)$ – предельное значение энергии диссипации ползучести при одноосном растяжении, $f(\Pi)$ – функция вида НДС ($0 \le f(\Pi) < \infty$), определяемая на основе аппроксимации полученной из экспериментов зависимости W_2^R от вида НДС.

Описание процессов ползучести при этом возможно с помощью модели [14, 85].

Описание эффектов хрупкого разрушения строится на основе кинетического уравнения для изменения меры поврежденности Δω₃ [14, 42, 156], позволяющего представить развитие эффектов хрупкого разрушения как квазистационарный процесс, определяемый соотношениями

$$\Delta \omega_{3} = C \frac{\widetilde{\sigma}_{1} - \sigma_{0}^{R}}{\widetilde{\sigma}_{1}} \quad \text{при} \quad \widetilde{\sigma}_{1} > \sigma_{0}^{R},$$
$$\Delta \omega_{3} = 0 \quad \text{при} \quad \widetilde{\sigma}_{1} \le \sigma_{0}^{R} \quad , \qquad (2.18)$$

где $\tilde{\sigma}_1$ – прогнозируемые значения главных растягивающих напряжений (эффективных напряжений); σ_0^R – разрушающие значения эффективных нормальных напряжений при одноосном растяжении; *C* – регуляризационный параметр, выбираемый на основе применения схемы «релаксации состояния», используемой для реализации вычислительного процесса при моделировании хрупких повреждений.

Необходимость введения схемы релаксации состояния вызвана тем, что в используемых моделях момент хрупкого разрушения определяется моментом превышения главным растягивающим напряжением σ_1 в точке тела некоторого заданного значения σ_0^R . При этом в процессе численного решения задачи прогнозируемое значение $\tilde{\sigma}_1$ в некоторой точке ранее неповрежденного материала ($\bar{\omega} = 0$) может значительно превышать значение σ_0^R , что должно приводить к полному разрушению начально неповрежденного материала в этой точке или прогнозу изменения меры поврежденности на этом шаге $\Delta \bar{\omega}_3 = 1.0$.

Если материал в рассматриваемой точке был уже поврежден, то прогнозируемое значение изменения поврежденности на шаге будет равным $\Delta \overline{\omega}_3 = 1.0 - \overline{\omega}$, где $\overline{\omega}$ – накопленное к исходному состоянию значение меры поврежденности. Однако действительное значение σ_1 связано сложными нелинейными зависимостями со значением параметров, характеризующих распределение НДС в окрестности рассматриваемого узла, и текущим уровнем меры поврежденности $\tilde{\omega}$, меняющихся в пределах шага. При этом если допустить возможность изменений OT исходного состояния меры поврежденности на величину $\Delta \tilde{\omega}_3$, меньшую прогнозируемой ($\Delta \tilde{\omega}_3 < \Delta \overline{\omega}_3$), то текущие напряжения σ₁ могут существенно уменьшиться и оказаться меньше σ_0^R , за счет перераспределения напряжений в окрестности рассматриваемой точки. Таким образом, истинные значения напряжения $\tilde{\sigma}_1$ и изменения меры поврежденности $\Delta\omega_3$ должны располагаться промежутке В $\tilde{\sigma}_1 \leq \sigma_0^R; \quad 0 < \Delta \tilde{\omega}_3 \leq \Delta \overline{\omega}_3.$

В связи с этим для определения текущих значений $\tilde{\sigma}_1$ и $\Delta \tilde{\omega}_3$ в стандартный процесс решения краевой задачи расчета конструкции на шаге нагружения встраивается дополнительная процедура, согласно которой:

– для всех точек материала, в которых выполняется условие $\tilde{\sigma}_1 \ge \sigma_0^R$, изменение поврежденности $\Delta \tilde{\omega}$ на шаге представляется в виде: $\Delta \tilde{\omega}_3 = \sum_{i=1}^n \delta \omega_i$, где $\delta \omega_i$ – некоторое дозированное значение изменения меры поврежденности;

– решение задачи на текущем шаге представляется в виде последовательности *n* подшагов;

– для каждого *i*-го подшага решается нелинейная краевая задача, с учетом текущих значений мер поврежденности в точках материала $\tilde{\omega} = \overline{\omega} + \Delta \tilde{\omega}_3$ при неизменном уровне внешних воздействий.

На каждой итерации такой задачи вычисляются новые значения параметров НДС и изменений меры поврежденности δω_i в точках материала с

учетом перераспределения текущих напряжений. Итерационный процесс заканчивается, если текущее значение $\tilde{\sigma}_1$ становится равным $\tilde{\sigma}_1 \leq \sigma_0^R$ или если значение меры поврежденности достигнет предельного значения $\tilde{\omega} = 1$.

Текущие значения величин δω_i выбираются при этом с учетом соображений сходимости итерационных процессов и минимальной трудоемкости процедуры в целом.

Число подшагов *n* определяется выполнением приведенных выше условий во всех точках исследуемой конструкции.

2.3. Модель упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей, учитывающая зависимость механических свойств материала от температуры и повреждающей дозы облучения

При описании процессов деформирования нержавеющих сталей. находящихся в условиях терморадиационных воздействий, предполагается, что упругие характеристики материала G (модуль сдвиговой деформации) и K объемной деформации), коэффициент (модуль также линейного а расширения функциями температурного α являются действующей температуры T и не зависят от накопленной повреждающей дозы облучения D

$$G = G(T), K = K(T), \alpha = \alpha(T).$$
(2.19)

Изменение деформации радиационного формоизменения Δβ для нержавеющих сталей можно представить в виде

$$\Delta \beta = \frac{\partial \beta}{\partial D} \Delta D = \beta_D(T, k_p, \sigma) \Delta D, \qquad (2.20)$$

где $\beta_D(T, k_p, \sigma)$ – скорость (по повреждающей дозе облучения) радиационного формоизменения, является функцией материала и зависит от температуры T, накопленной пластической деформации k_p , шаровой составляющей тензора напряжений σ .

Модель пластичности облученного материала строится на основе варианта модели термопластичности с комбинированным упрочнением [42], с учетом влияния накопленной повреждающей дозы облучения на функции, определяющие пластическое поведение материала, аналогично определяющим соотношениям [256].

В модели предполагается, что в процессе развития пластических деформаций поверхность текучести меняет свои размеры (изотропное упрочнение, описываемое изменениями радиуса поверхности текучести C_p) и пространстве девиаторов напряжений смещается В (кинематическое упрочнение, характеризуемое изменением тензора остаточных микронапряжений ρ_{ii}).

В предлагаемом варианте модели радиус поверхности текучести C_p представляется в виде функции, зависящей от температуры T, повреждающей дозы облучения D и накопленной пластической деформации, характеризуемой параметром k_p (параметром Одквиста):

$$C_{p} = C_{p}(T, D, k_{p});$$

$$k_{p} = \int \left(\frac{2}{3} de_{ij}^{p} de_{ij}^{p}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
(2.21)

В соответствии с [256] функция $C_p(T, D, k_p)$ представляется в виде:

$$C_p(T, D, k_p) = C_p^0(T, D) + \Delta C_p(T, k_p), \qquad (2.22)$$

где $C_p^0(T,D)$ – радиус начальной поверхности текучести, $\Delta C_p(T,k_p)$ – изменение радиуса за счет изменения температуры T и параметра пластической деформации k_p . Компоненты тензора ρ_{ij} являются функционалами процесса пластического деформирования, их изменение связано с изменением пластических деформаций Δe_{ij}^{p} соотношением

$$\Delta \rho_{ij} = g_1 \Delta e_{ij}^p + g_2 \rho_{ij} \Delta k_p \,, \tag{2.23}$$

где $g_1 = g_1(T,D)$, $g_2 = g_2(T,D)$ – материальные функции, определяемые по диаграммам пластического деформирования.

Для описания скорости деформации термической ползучести \dot{e}_{ij}^{c} используется модель упрочнения, применяемая для описания ползучести материалов при термосиловых нагружениях [42], дополненная учетом влияния на процесс ползучести скорости набора повреждающей дозы облучения (интенсивность повреждающей дозы) $\dot{D} = \frac{dD}{dt}$:

$$\dot{e}_{ij}^c = \sigma_{ij}' B_c(T, k_c, \theta, \dot{D}); \qquad (2.24)$$
$$(T, k_c, \theta, \dot{D}) = L_0(T, \theta) H(T, k_c) F_c(T, \dot{D}),$$

где $L_0(T, \theta)$ – функция, характеризующая начальную скорость деформации термической ползучести материала, отнесенную к единичному напряжению, при уровне напряжений, определяемых параметром θ :

 B_c

$$\theta = \frac{\sqrt{\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}} - C_0}{C_0}, \qquad (2.25)$$

где $C_0 = C_0(T)$ – радиус начальной поверхности ползучести; $H(T,k_c)$ – функция упрочнения, характеризующая изменение начальной скорости деформации ползучести от параметра упрочнения k_c ; $F_c(T, \dot{D})$ – функция, учитывающая влияние скорости набора повреждающей дозы обучения \dot{D} на скорость деформации термической ползучести \dot{e}_{ij}^c при заданном уровне температуры T.

Скорость деформации радиационной ползучести по аналогии с данными [256] принята в виде:

$$\dot{e}_{ij}^r = \sigma_{ij}^\prime B_r(T, D) \dot{D}, \qquad (2.26)$$

где $B_r(T, D) - функция материала.$

Таким образом, для реализации модели упруговязкопластического деформирования нержавеющих сталей при терморадиационном нагружении необходим следующий набор материальных функций:

$$G(T), K(T), \alpha(T), \beta_D(T), C_p^0(T, D), \Delta C_p(T, k_p), g_1(T, D),$$

$$g_2(T, D), L_0(T, \theta), H(T, k_c), F_c(T, \dot{D}), C_0(T), B_r(T, D).$$
(2.27)

Определение модулей упругости G и K, а также коэффициента линейного температурного расширения α проводится на основе стандартных экспериментов, выполняемых при различных значениях температур T_j (j = 1, ..., n).

функций $C_p^0, \Delta C_p, g_1$ и g_2 модели пластичности Значения ДЛЯ нержавеющих сталей получаются основе диаграмм одноосного на деформирования $\sigma_{11} \sim k_p$, построенных с использованием экспериментальных данных в рабочем диапазоне изменения температуры Т и повреждающей дозы облучения *D*. Из таких диаграмм определяются функции $C_p^0(T,D) = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{11}$ при $k_p = 0$ и модуль анизотропного упрочнения $g_1(T, D)$ (его полагают равным начальному модулю упрочнения материала). Далее определяются значения g_2 и строятся зависимости $\rho_{11} \sim k_p$, на основе которых вычисляются функции $\Delta C_p(T,k_p).$

В частности, материальные функции для нержавеющей стали X16H11M3 могут быть получены на основе экспериментальных зависимостей, приведенных в [3].

На основе этих зависимостей скорость деформации радиационного формоизменения $\beta_D(T, k_p, \sigma)$ для нержавеющей стали X16H11M3 представляется в виде

$$\beta_D = A_1(T) D^{n-1} (1 + P\sigma) \exp(-\eta k_p), \qquad (2.28)$$

где *P*, *n*, η – константы материала, а функция $A_1(T)$ может быть получена на основе соотношения

$$A_{1}(T) = \frac{\dot{S}_{0}}{3D^{n-1}\dot{D}},$$
(2.29)

в котором

$$S_{0} = \begin{cases} c_{D1} \left(\frac{D}{D_{0}} \right)^{n} \exp[-r_{1}(T - T_{\max 1})^{2}] & \text{при } T \leq T_{diff} \\ c_{D2} \left(\frac{D}{D_{0}} \right)^{n} \exp[-r_{2}(T - T_{\max 2})^{2}] & \text{при } T > T_{diff} . \end{cases}$$
(2.30)

В соотношении (2.23) c_{D1} , r_1 , $T_{\max 1}$, c_{D2} , r_2 , $T_{\max 2}$, D_0 , T_{diff} – константы материала.

Материальная функция радиационной ползучести $B_r(T,D)$ для стали X16H11M3 может быть представлена в виде [3]

$$B_1(T,D) = C_1 + K_1(T) \cdot D^{n-1}, \qquad (2.31)$$

где C₁ – константа материала, K₁(T) – функция материала, значения которой получено на основе уравнения для скорости радиационной ползучести стали X16H11M3.

Функции $L_0(T,\theta)$, $H(T,k_c)$ и $F_c(T,\dot{D})$ можно получить на основе одномерных уравнений для скорости термической ползучести стали X16H11M3:

$$\dot{e}^{c} = a_{c} \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{0}}\right)^{n_{c}} (k_{c})^{m_{c}} \left[1 + \frac{D}{D_{\xi}} \exp\left(\frac{Q_{D}}{R_{g}T_{a}}\right)\right], \text{ если } k_{c} < k_{tr};$$
(2.32)

$$\dot{e}^{c} = a_{c} \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{0}}\right)^{n_{c}} (k_{tr})^{m_{c}} \left[1 + \frac{D}{D_{\xi}} \exp\left(\frac{Q_{D}}{R_{g}T_{a}}\right)\right], \text{ если } k_{c} \ge k_{tr},$$
 (2.33)

где a_c , n_c , m_c , k_{tr} – параметры материала, зависящие от температуры; R_g , D_{ξ} , Q_D , σ_0 – константы материала; T_a – абсолютная температура; σ_{eq} – интенсивность напряжений.

Таким образом, могут быть вычислены значения для полного перечня материальных функций модели, описывающей процессы упруговязкопластического деформирования при терморадиационном воздействии нержавеющей стали X16H11M3.

2.4. Модель многоцикловой усталости конструкционных материалов

Многоцикловая усталость (в дальнейшем – МНЦУ) является одним из доминирующих деградационных процессов в материалах конструкций, работающих в условиях нестационарных термосиловых нагружений. В связи с этим прогнозирование поведения конструкций в условиях МНЦУ представляет собой весьма актуальную задачу, успешное решение которой требует проведения целого комплекса экспериментально-теоретических исследований, связанных с экспериментальным изучением особенностей поведения материала в условиях МНЦУ, созданием соответствующих математических моделей, а также численных схем и алгоритмов, позволяющих моделировать поведение реальных конструкций [14].

В области многоцикловой усталости уровень действующих напряжений не превышает предела текучести материала, поэтому макроскопические пластические деформации в пределах цикла достаточно малы и ими обычно пренебрегают.

Тем не менее, как показывают исследования, при напряжениях, меньших предела текучести, при циклическом деформировании в координатах «напряжение – деформация» наблюдается петля гистерезиса, соответствующая рассеянию энергии и связанная с микропластическими деформациями в локальных объемах материала. При этом в области многоцикловой усталости форма петли гистерезиса не имеет большого значения, важно лишь значение

рассеянной энергии, которая связана с энергией формоизменения за цикл нагружения [104, 307].

В основу энергетических критериев многоцикловой усталости положен выбор вида энергии, которая считается ответственной за разрушение материала [104].

В простейших случаях в качестве такой энергии принимается полная энергия упругой деформации за цикл или энергия формоизменения. При таком определении «опасной» энергии ее критическое значение будет зависеть от параметров процесса циклического нагружения (уровня напряжений, параметра асимметрии *r*). Поэтому в большинстве современных работ предлагается выделить в качестве «опасной» энергии, ответственной за разрушение, некоторую долю рассеянной энергии, которая бы в наименьшей степени зависела от параметров циклического нагружения.

Для аналитического описания зависимости суммарной рассеянной энергии от числа циклов предложены различные варианты соотношений [104], связывающие между собой различные доли рассеянной энергии за цикл, непосредственно влияющей на процесс разрушения. Однако эти соотношения, сформулированные для симметричных циклов, не позволяют непосредственно учесть влияние асимметрии цикла и ряд других параметров процесса, что ограничивает возможность их практического использования для расчетов МНЦУ конструкций.

В предлагаемой методике [8, 10, 14] в качестве критериальных условий предлагается использовать достаточно универсальное соотношение

$$F(W_c, N_f) = C.$$
 (2.34)

Конкретный вид этой зависимости может быть получен на основе некоторых предположений о характере экспериментальной зависимости напряжений σ от числа циклов N_f и зависимости энергии формоизменения W_c ($W_c = \int \sigma'_{ij} de'_{ij}, \delta W_c = \langle \sigma'_{ij} \delta e'_{ij} \rangle$) за цикл от амплитудного значения напряжений σ .

частности, если на экспериментальной кривой многоцикловой усталости можно выделить участок линейной зависимости между напряжением

σ и десятичным логарифмом предельного числа циклов N_f

$$\sigma = -a \lg N_f + b, \qquad (2.35)$$

то соотношению (2.37) можно придать вид

B

$$N_f 10^{\frac{\sigma}{a}} = 10^{\frac{b}{a}}.$$
(2.36)

Полагая далее, что энергия упругого формоизменения за цикл нагружения $W_c \sim \sigma^2$, и введя константы k и C, можно получить вариант определяющего соотношения для модели многоцикловой усталости в вид

$$N_f 10^{k\sqrt{W_c}} = C. (2.37)$$

Константу *k* в (2.37) можно определить ПО ДВУМ точкам на экспериментальной кривой многоцикловой усталости на основе следующего соотношения

$$k = \frac{\lg\left(\frac{N_{f2}}{N_{f1}}\right)}{\sqrt{W_{c1}} - \sqrt{W_{c2}}}.$$
(2.38)

Поскольку величины k Cопределяются на основе кривой И полученной при фиксированных многоцикловой усталости, значениях температуры, параметра асимметрии цикла r и параметра вида НДС П, в общем случае многоциклового нагружения названные величины должны являться функциями этих параметров:

$$k = k(T, r, \Pi), \ C = C(T, r, \Pi).$$
 (2.39)

Приведенные соотношения позволяют получить выражение ДЛЯ изменения функции поврежденности $\Delta \psi$ за один цикл (в пределах одноблочной схемы нагружения) при фиксированных параметрах цикла. При этом суммарная энергия формоизменения W_R , затрачиваемая на разрушение

материала в данной точке, и изменение функции поврежденности Δψ за цикл могут быть записаны в виде

$$W_R = \sum W_c = W_c \cdot N_f,$$

$$\Delta \psi = \frac{W_c}{W_R} = \frac{1}{N_f} = \frac{10^{k\sqrt{W_c}}}{C},$$
 (2.40)

где W_c – изменение энергии формоизменения за цикл, N_f – число циклов до разрушения при фиксированных значениях параметров цикла T, r и Π .

При построении адекватной модели многоцикловой усталости, наряду с полученными соотношениями для определения «опасной» энергии W_c за цикл нагружения, должны быть сформулированы кинетические уравнения накопления повреждений текущей поврежденности И влияния на характеристики процесса деформирования.

Для описания развития повреждений в материалах при многоцикловых нагружениях, вводится функция повреждений ψ, представляющая собой нормированный аналог «опасной» энергии, и скалярная мера поврежденности ω, используемая для описания влияния текущей поврежденности на характеристики процесса деформирования после завершения первой стадии накопления повреждений.

В случаях многоцикловых нагружений в качестве переменной, определяющей завершение первой стадии, используется величина ψ_a ($\psi_a = \psi_a(\sigma_a)$, где σ_a – амплитуда напряжений цикла ($\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$)). При этом зависимость изменения меры поврежденности $\Delta \omega$ от изменения функции поврежденности за цикл нагружения $\Delta \psi$ согласно (2.10) принимается в виде

$$\Delta \omega = p \overline{\omega}^{\frac{p-1}{p}} \Delta \psi^0, \qquad (2.41)$$

$$\Delta \psi^0 = \frac{\Delta \psi}{1 - \psi_a} \quad \text{при} \quad \psi > \psi_a,$$

 $\Delta \psi^0 = 0$ при $\psi \leq \psi_a$,

где *р* – функция материала.

Таким образом, учет влияния текущей меры поврежденности на характеристики процесса деформирования при вычислении действующих напряжений и деформаций в точках материала конструкций осуществляется после завершения первой стадии накопления повреждений.

Реализация предложенной модели требует наличия набора функций, которые должны быть получены на основе проведения соответствующих экспериментов по многоцикловой усталости. Полный перечень таких функций и зависимость этих функций от параметров процесса циклического деформирования включает в себя:

$$k(r,T,\Pi), C(r,T,\Pi), \psi_a(\sigma_a,T,r), p(T).$$
 (2.42)

Функции $k(r,T,\Pi)$, $C(r,T,\Pi)$ необходимы для определения изменения функции поврежденности $\Delta \psi_n$ за цикл нагружения и зависят от параметра r, характеризующего асимметрию цикла, температуры T и параметра Π , характеризующего вид напряженно-деформированного состояния.

В качестве параметра асимметрии цикла *г* в условиях одноосного растяжения-сжатия используется величина:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}},$$
 (2.43)

где σ_{min} и σ_{max} – минимальное и максимальное значение напряжений в цикле.

В общем случае многоосного НДС при вычислении *r* в качестве σ_{max} и σ_{min} используются максимальное и минимальное значения в цикле главных напряжений:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1, \ \sigma_{\min} = \sigma_3. \tag{2.44}$$

В качестве и параметра П, характеризующего обобщенный вид напряженно-деформированного состояния, по аналогии с (2.7) выбирается величина:

$$\Pi = \left| \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}} \right|.$$
(2.45)

Величина П монотонно меняется от значения $\Pi = 0$ при чистом сдвиге до $\Pi = +1$ при всестороннем растяжении-сжатии.

В общем случае для построения функций $k(r,T,\Pi)$ и $C(r,T,\Pi)$ необходимо иметь набор экспериментальных кривых многоцикловой усталости $\sigma \sim N$ для ряда фиксированных значений параметров r, T, Π .

Для этого на имеющейся кривой выбираются две точки, соответствующие двум различным уровням напряжений σ_1 и σ_2 . Далее для этих уровней напряжений вычисляются соответствующие значения энергии формоизменения за цикл W_{c1} и W_{c2} и с кривой многоцикловой усталости снимаются значения чисел циклов до разрушения N_f^1 и N_f^2 . После этого вычисляются значения коэффициентов k и C на основе соотношений:

$$k = \frac{\lg\left(\frac{N_f^2}{N_f^1}\right)}{\sqrt{W_{c1}} - \sqrt{W_{c2}}},$$

$$C = N_f^1 10^{k\sqrt{W_{c1}}} = N_f^2 10^{k\sqrt{W_{c2}}}.$$
(2.46)

Для построения зависимости k(r) и C(r) при фиксированных значениях параметров T и Π аналогичные вычисления необходимо провести для ряда кривых $\sigma \sim N$, соответствующих другим фиксированным значениям параметра r. Таким же образом может быть получен полный набор значений функций $k(r,T,\Pi)$ и $C(r,T,\Pi)$.

Ввиду того, что получить набор необходимых полный кривых многоцикловой усталости при различных значениях параметров *г*, *Т*, Ппрактически невозможно, для приближенных оценок могут быть эмпирические использованы имеющиеся зависимости многоцикловой усталости от перечисленных выше параметров. В частности, в [34] предложено

несколько вариантов учета влияния отличного от нуля среднего напряжения цикла на долговечность материала при многоцикловом нагружении (линейная зависимость Смита, параболическая зависимость Гербера и др.). В [308, 309] также можно найти зависимости влияния вида напряженного состояния на характеристики долговечности материалов при многоцикловом нагружении.

При отсутствии данных о зависимости функции *k* и *C* от параметра П в первом приближении можно принять, что эти функции зависят только от параметров *r*, *T* и определяются при фиксированном значении параметра П (например, при $\Pi = \frac{1}{\sqrt{3}}$, соответствующем условиям одностороннего растяжения-сжатия), а для учета $\Delta \psi(\Pi)$ ввести функцию вида НДС *FR*(П).

Функция $FR(\Pi)$ характеризует отношение предельного числа циклов N_R^0 при заданном уровне напряжений в условиях одноосного растяжения-сжатия к аналогичному значению N_f для любого другого вида НДС, определяемого параметром П. Тогда зависимость $\Delta \psi(\Pi)$ может быть представлена в виде

$$\Delta \psi(\Pi) = \Delta \psi^0 FR(\Pi), \ \Delta \psi^0 = \frac{1}{N_f^0}, \ \text{причем } FR\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1.$$

При этом вместо двух материальных функций $k(r,T,\Pi)$ и $C(r,T,\Pi)$, зависящих от трех параметров, вводятся три функции: k(r,T), C(r,T) и $FR(\Pi)$.

Функция $\psi_a(\sigma_a, T, r)$ используется в модели для определения момента завершения первой фазы накопления усталостных повреждений в материале. Значения этой функции зависят от амплитуды изменения напряжений в цикле σ_a , средней температуры цикла T и от параметра асимметрии цикла r.

Ввиду трудности получения данных о зависимости названной функции от *r* в дальнейшем принимается, что $\psi_a = \psi_a(\sigma_a, T)$. Значение этой функции при фиксированных значениях параметров σ_a и *T* определяется числом циклов, начиная с которого дальнейшее циклическое нагружение приводит к изменению параметров цикла (параметров петли циклического деформирования), т.е. поврежденность начинает сказываться на изменении упругих характеристик материала.

При отсутствии необходимых для построения этой функции экспериментальных данных для конкретного материала здесь также можно воспользоваться имеющимися данными по влиянию накопления усталостных повреждений на последующее усталостное поведение какого-либо другого материала.

2.5. Развитие модели пластического деформирования при малоцикловых нагружениях

В настоящее время известен целый ряд математических моделей, предложенных для описания процессов пластического деформирования при малоцикловых нагружениях [14, 42, 168, 310], эффективность применения которых установлена при исследовании жестких циклических нагружений. Однако для исследования процессов при мягких несимметричных нагружениях возможности применения этих моделей либо существенно ограничены, либо изучены недостаточно досконально.

В частности, установлено, что варианты моделей предложенных в [14, 42] не позволяет правильно описать количественные зависимости смещения и изменения ширины петли от числа циклов в условиях мягких циклических нагружений. В работе [184] показано, что при таких видах нагружений модели [168, 180, 310] удовлетворительно описывают закономерности смещения петли пластического деформирования, однако информация о возможности описания в рамках этих моделей кинетики ширины петли пластического гистерезиса, которые фактически определяют циклическую составляющую энергии разрушения практически отсутствует.

В связи с этим, предлагается вариант модели пластичности с комбинированным упрочнением, позволяющей описать основные эффекты

пластического деформирования при мягких, жестких, симметричных и несимметричных малоцикловых нагружениях.

Предлагаемый вариант модели представляет собой развитие варианта модели [14] с упрощенными зависимостями для описания кинетики изотропного упрочнения, дополненный уточненными соотношениям для описания кинематического упрочнения, обоснованными в [180, 184, 310].

В предлагаемом варианте модели, по аналогии с [14, 42], предполагается, что в процессе развития пластических деформаций поверхность текучести меняет свои размеры (изотропное упрочнение, описываемое изменениями радиуса поверхности текучести C_p) и смещается в пространстве девиаторов напряжений (кинематическое упрочнение, характеризуемое изменением тензора остаточных микронапряжений ρ_{ij}). Поверхность текучести *F* представляется в виде гиперсферы в пространстве девиаторов напряжений σ'_{ij} , координаты центра которой определяются компонентами тензора остаточных микронапряжений ρ_{ii} :

$$F = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, (2.47)$$

где S_{ij} – тензор активных напряжений:

$$S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij} \,. \tag{2.48}$$

Радиус поверхности текучести C_p , представляется в виде функции, зависящей от температуры T и накопленной пластической деформации, характеризуемой параметром Одквиста k_p :

$$C_{p} = C_{p}(T, k_{p}), \qquad (2.49)$$

$$k_{p} = \overline{k}_{p} + \Delta k_{p}, \ \Delta k_{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \left(\Delta e_{ij}^{p} \Delta e_{ij}^{p} \right)}.$$

Компоненты тензора ρ_{ij} являются функционалом процесса пластического деформирования:

$$\rho_{ij} = \overline{\rho}_{ij} + \Delta \rho_{ij} \,, \tag{2.50}$$

где $\Delta \rho_{ij}$ – изменение ρ_{ij} на элементарном шаге изменения внешних воздействий, представляющее собой сумму микронапряжений двух типов, описываемых эволюционными уравнениями типа Армстронга-Фредерика-Кадашевича [190, 191]:

$$\Delta \rho_{ij} = \sum_{m=1}^{2} \Delta \rho_{ij}^{m} , \qquad (2.51)$$

$$\Delta \rho_{ij}^{1} = G_{1}^{1} \cdot \Delta e_{ij}^{p} - G_{2}^{1} \cdot \rho_{ij}^{1} \cdot \Delta k_{p} + g_{T}^{p} \cdot \rho_{ij}^{1} \langle \Delta T \rangle ,$$

$$\Delta \rho_{ij}^{2} = G_{1}^{2} \cdot \Delta e_{ij}^{p} - G_{2}^{2} \cdot \rho_{ij}^{2} \cdot \Delta k_{p} + g_{T}^{p} \cdot \rho_{ij}^{2} \langle \Delta T \rangle ,$$

 $\Delta \rho_{ij}^1$

$$\begin{split} \left\langle \Delta T \right\rangle &= \Delta T \quad \text{при} \quad \Delta T \geq 0, \quad \left\langle \Delta T \right\rangle &= 0 \quad \text{при} \quad \Delta T < 0, \end{split} \tag{2.52} \\ G_1^1 &= G_1^0 \cdot (1 - n_1(T, k_p)), \\ G_2^1 &= G_2^0 \cdot (1 - n_2(T, e_u^p)). \end{split}$$

приведенных выше соотношениях (2.51) и В (2.52): $G_1^0(T), G_2^0(T), G_1^2(T), G_2^2(T), g_T^p(T)$ – зависящие от температуры Т материальные функции; $n_1(T,k_p), n_2(T,e_u^p)$ – корректирующие материальные функции (e_u^p – интенсивность пластических деформаций).

В свою очередь функции $G_1^0(T), G_2^0(T), G_1^2(T), G_2^2(T)$ связаны с используемыми в [310] материальными параметрами $\beta^1, \sigma^1_a, \beta^2, \sigma^2_a$, алгоритм получения которых описан в [180, 310]:

$$G_1^0 = \frac{2}{3}\beta^1 \sigma_a^1, \ G_2^0 = \beta^1, \ G_1^2 = \frac{2}{3}\beta^2 \sigma_a^2, \ G_2^2 = \beta^2.$$
(2.53)

При определенных значениях корректирующих функций $n_1(T,k_p), n_2(T,e_u^p)$ из соотношений (2.51) и (2.52) можно получить вариант соотношений модели Бондаря [180] без учета микронапряжений третьего типа (при $n_2(T, e_u^p) = 1$) и вариант модели Шабоша [168], использующей первые два уравнения типа Армстронга-Фредерика-Кадашевича (при $n_1(T,k_p)=0$ и $n_2(T,e_u^p)=0$).

Введение функций $n_1(T,k_p)$ и $n_2(T,e_u^p)$ позволяет корректировать исходные значения параметров эволюционных уравнений, описывающих изменение остаточных микронапряжений в процессе жестких и мягких несимметричных циклических нагружений, для адекватного моделирования смещения и кинетики изменения ширины петли пластического деформирования.

Изменения пластических деформаций в модели определяются на основе ассоциированного закона течения:

$$\Delta e_{ij}^{p} = \lambda \left(\sigma_{ij}^{\prime} - \rho_{ij} \right), \qquad (2.54)$$

где λ – параметр, определяемый из условия прохождения текущей поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений.

3. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЙ

3.1. Методика решения нелинейных квазистатических задач деформирования и разрушения элементов конструкций

Исследование поведения конструкций на основе рассмотренных выше физических соотношений приводит к сложным нелинейным системам разрешающих уравнений. Значительная часть величин, входящих в эти уравнения, является функционалами, зависящими от предшествующей истории процесса деформирования, и может быть определена путем интегрирования для конкретных траекторий нагружения. Поэтому решение таких нелинейных задач строится обычно на основе инкрементальной формулировки исходных уравнений и применения современных шаговых методов [14].

При численном решении задач упруговязкопластического деформирования на основе шаговых схем происходит накопление ряда ошибок, определяемых различными этапами огрубления реального физического процесса [311]. Все эти ошибки можно разбить на три группы.

ошибок связана Первая группа С погрешностью аппроксимации траекторий нагружения при квазистатическом характере изменения внешних воздействий, так как траектория нагружения представляется в виде кусочноломаной линии В пространстве параметров нагружения линейной С интерполяцией значений полей в пределах отдельных шагов. В этом случае повысить точность решения задачи несложно, так как в реальных процессах кусочно-ломаных наиболее нагружения траектории В виде являются распространенными, а погрешности аппроксимации криволинейных участков могут быть снижены измельчением шага нагружения.

Вторая группа погрешностей связана с возможным нарушением равновесного состояния системы за счет несоответствия найденных полей

напряжений и деформаций, полученных в текущем приближении, полям необратимых деформаций.

Третья группа погрешностей связана с неточностью вычисления величин изменения необратимых деформаций при определении и интегрировании скоростей их изменения. Обычно принимаемое предположение о постоянстве скоростей необратимых деформаций на шаге нагружения может привести к значительным ошибкам даже при исследовании лучевых процессов за счет нелинейности функций, характеризующих упрочнение материала.

Самым простым способом снижения перечисленных погрешностей является разбиение исследуемых процессов на возможно большее число шагов нагружений и более точное выполнение условий равновесия на каждом из них. В этом случае величина шага нагружения выбирается из условия точности вычисления деформаций на шаге и является достаточно малой даже при исследовании монотонных нагружений, поэтому трудоемкость решения задачи на основе подобных схем чрезвычайно высока.

Для повышения эффективности применения шаговых методов в настоящей работе используется комбинированная шаговая схема [311, 312], в которой шаги каждого уровня несут различную функциональную нагрузку, при этом их размеры определяются из различных соображений.

Ha шагах верхнего уровня, называемых этапами нагружения, Реальная осуществляется внешняя линеаризация задачи. траектория нагружения представляется в виде кусочно-линейной кривой в пространстве параметров нагружения и аппроксимируется совокупностью прямолинейных условий участков, величина которых определяется только ИЗ удовлетворительной аппроксимации реальных траекторий нагружения.

Решение нелинейных задач на этапах осуществляется в форме метода начальных напряжений путем итерационного уточнения равновесного состояния для текущей деформированной конфигурации конструкции.

Для вычисления изменений необратимых деформаций в пределах этапа последний разбивается на ряд шагов нижнего уровня. На внутренних ша-

93

гах все вычисления строятся независимо для отдельных точек конструкции без коррекции уравнений равновесия.

Протяженность шагов нижнего уровня $\delta \tau_r (\sum \delta \tau_r = 1)$ выбирается из условий, обеспечивающих заданную точность вычисления скоростей изменения необратимых деформаций и поврежденности для внутренних точек траектории нагружения и интегрирования их в пределах рассматриваемого этапа. При вычислении текущей протяженности шага $\delta \tau$ в текущей точке траектории деформирования сначала производится независимое вычисление протяженности из условий пластичности $\delta \tau^p$, термической ползучести $\delta \tau^c$ и радиационной ползучести $\delta \tau^{rc}$ а затем выбирается наименьшая из протяженностей

$$\delta \tau = \min(\delta \tau^p, \delta \tau^c, \delta \tau^{rc}). \tag{3.1}$$

Процесс нагружения на шаге представляется в виде двух актов: мгновенного изменения деформаций δe_{ij} и температуры δT и релаксации напряжений за промежуток времени $\delta t = \Delta t \delta \tau$. Для текущего шага на основе соответствующих частных моделей последовательно вычисляются изменения пластических деформаций δe_{ij}^{p} , поврежденности $\delta \omega_{1}$, деформаций ползучести δe_{ij}^{c} и повреждений от ползучести $\delta \omega_{2}$. Далее производится коррекция текущего уровня напряжений σ_{ij} , поврежденности ω_{r} и параметров, характеризующих историю необратимого деформирования.

При вычислении мгновенных составляющих деформаций протяженность $\delta \tau^p$ выбирается из условий, чтобы весь участок упругого деформирования (если таковой имеет место) полностью укладывался в один первый шаг $\delta \tau_1^p$, а последующие шаги не приводили к превышению прогнозируемыми величинами изменения напряжений $\Delta \sigma'_{ij}$ на этапе некоторой заданной доли текущего радиуса поверхности текучести C_p

$$\delta \tau_r^p = \frac{C_p}{M(1 - \delta \tau_1^p) \left| \Delta \sigma_{ij}' \right|}; \quad M \approx 15 \div 20.$$
(3.2)

После вычисления для текущего шага $\delta \tau_r^p$ величин изменения пластических деформаций δe_{ij}^p корректируется текущий уровень напряжений и значения параметров b_q^p .

При вычислении деформаций ползучести размер шага $\delta \tau_r^c$, по аналогии с шагом пластичности, выбирается из условия, чтобы величина прогнозируемого изменения напряжений за текущий шаг не превышала заданной доли радиуса поверхности ползучести. Изменение деформации ползучести на шаге вычисляется на основе схемы «предиктор – корректор», после чего корректируется текущий уровень напряжений и значений параметров b_t^c .

Оценка поврежденности материала конструкций осуществляется на текущем шаге сразу же после вычисления изменений необратимых деформаций соответствующего вида. В частности, вычисление приращений поврежденности за счет пластического разрыхления и соответствующих текущих ее значений производится на основе данных, полученных в результате вычисления приращений пластических деформаций. Для текущих значений напряжений вычисляются значения главных напряжений, а затем значение функции вида НДС $f(\Pi)$ и соответствующее значение функции ($\delta\psi$)_r. Далее вычисляются элементарное и текущее изменения меры поврежденности

$$(\Delta \omega)_r = (\Delta \omega)_{r-1} + (\delta \omega)_r. \tag{3.3}$$

Ввиду того, что во всех соотношениях, определяющих модели материала, используются истинные напряжения, коррекция их за счет изменения поврежденности на шагах нижнего уровня не производится. Корректируются лишь приведенные напряжения на шаге верхнего уровня в общей модели поврежденного материала, определяемой соотношениями (2.2).

Непосредственное влияние текущей поврежденности на внутренние параметры состояния сказывается за счет изменения полных деформаций, получаемых в результате решения на текущей итерации линеаризованной краевой задачи. В случае учета эффектов хрупкого разрушения изменение поврежденности этого вида осуществляется параллельно с анализом поврежденности за счет пластичности и ползучести.

Таким образом, в результате последовательного вычисления величин, входящих в уравнения пластичности, ползучести и накопления повреждений, на каждом шаге низшего уровня и суммирования их в пределах этапа нагружения могут быть определены все значения функций, необходимые для получения текущего приближения решения нелинейной задачи.

При решении нелинейных задач механики деформируемого тела, нелинейность которых обусловлена учётом меняющейся метрики исследуемых объектов, возможны различные, эквивалентные с теоретической точки зрения, подходы [313], отличающиеся, в основном, выбором базовых конфигураций, к которым относятся все переменные задачи: Лагранжев подход, использующий в качестве базовой начальную недеформируемую конфигурацию, Эйлеров подход, использующий конечную конфигурацию, и различные варианты инкрементальных формулировок, использующие некоторые промежуточные конфигурации. Для рассматриваемых задач исследования поведения конструкций с учётом и физической и геометрической нелинейности наиболее удобной является инкрементальная формулировка с использованием в качестве базовой сопутствующей деформированной конфигурации конструкции [313]. Такая формулировка позволяет использовать при исследовании процесса нагружения конструкций современные физические модели, описывающие поведение материала с учётом влияния истории предшествующего деформирования, необратимого И, кроме того, приводит весьма к технологичной и физически наглядной схеме линеаризации задачи.

Для характеристики поведения исследуемой деформируемой системы в процессе её нагружения в рассмотрение вводятся три отсчётных состояния системы: начальное (ненагружённое), исходное и текущее, характеризуемые соответствующими моментами времени *t* и координатами точек *x_i*, определяющих конфигурацию конструкции:

96

- начальное
$$t = t^0$$
; $x_i^0 = x_i(t^0)$;
- исходное $t = \bar{t}$; $\bar{x}_i = x_i(\bar{t})$;
- текущее $t = \bar{t} + \Delta t$; $x_i = x_i(t)$.

В процессе пошагового решения задачи конфигурация системы \bar{x}_i в исходном состоянии используется в качестве начальной лагранжевой системы на шаге нагружения для определения текущего состояния и текущей конфигурации системы x_i в конце шага. Связь между конфигурациями системы в исходном и текущем состояниях определяется с учетом смещений точек конструкции Δu_i за текущий шаг нагружения:

$$x_i = \overline{x}_i + \Delta u_i \,. \tag{3.4}$$

В качестве меры деформации системы на шаге нагружения используется модифицированный тензор приращений деформации Грина [313], определенный в метрике исходной конфигурации:

$$\Delta e_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij} + \Delta \eta_{ij};$$

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{i,j});$$

$$\Delta \eta_{ij} = \frac{1}{2} \Delta u_{k,i} \Delta u_{k,j}.$$
(3.5)

Для характеристики напряженного состояния конфигураций используется модифицированный тензор напряжений Кирхгофа [313]

$$\sigma_{ij} = \overline{\sigma}_{ij} + \Delta \sigma_{ij} \,, \tag{3.6}$$

где $\overline{\sigma}_{ij}$ – тензор напряжений Эйлера в исходном состоянии \overline{x}_i перед приложением очередного шага нагрузки, $\Delta \sigma_{ij}$ – приращение тензора напряжений Пиолы – Кирхгофа второго рода на шаге нагружения, отнесенного к исходному состоянию.

В конце каждого шага тензор σ_{ij} преобразуется в тензор напряжений Эйлера, который используется в качестве тензора начальных напряжений для следующего шага

$$\overline{\sigma}_{ij} = \frac{1}{DETJ} J_{ik} \sigma_{kl} J_{jl}, \qquad (3.7)$$

где $J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \bar{x}_j}$.

Пусть состояние деформируемой системы в исходной конфигурации \bar{x}_i характеризуется значением температуры \bar{T} , повреждающей дозы облучения \bar{D} и объёмных сил \bar{F}_i $(i = \overline{1, 3})$, заданных в объёме конструкции V, поверхностных сил \bar{P}_i $(i = \overline{1, 3})$, заданных на части поверхности Σ_1 , а также значением начальных напряжения $\bar{\sigma}_{ij}$ и параметров, характеризующих текущую историю необратимого деформирования и повреждённость материала в исходном состоянии. В процессе изменения внешних воздействий на шаге нагружения перечисленные выше поля получат приращения ΔF_i , ΔP_i , соответственно. Кроме этого, на части граничных поверхностей Σ_2 может произойти изменение заданных граничных перемещений:

$$\Delta u_i^G = u_i^G - \overline{u}_i^G \ (i = \overline{1, 3}) \,. \tag{3.8}$$

Тогда уравнения равновесия деформируемой системы на шаге нагружения (глобальные и для приращения воздействий) могут быть получены из принципа возможной работы, записанного для текущего состояния:

$$\int_{V} (\sigma_{ij}\delta(\Delta e_{ij}) - F_{i}\delta(\Delta u_{i}))dV - \int_{\Sigma_{1}} P_{i}\delta(\Delta u_{i})d\Sigma =$$

$$= \int_{V} ((\overline{\sigma}_{ij} + \Delta \sigma_{ij})\delta(\Delta e_{ij}) - (\overline{F_{i}} + \Delta F_{i})\delta(\Delta u_{i}))dV -$$

$$- \int_{\Sigma_{1}} (\overline{P_{i}} + \Delta P_{i})\delta(\Delta u_{i})\delta\Sigma = 0.$$
(3.9)

В (3.9) интегрирование осуществляется по площадям и объёмам текущей конфигурации системы.

Полагая изменения деформаций на шаге нагружения достаточно малыми и принимая допущение о справедливости суммирования на шаге приращений упругих Δe_{ij}^{e} и необратимых Δe_{ij}^{H} деформаций $\Delta e_{ij} = \Delta e_{ij}^{e} + \Delta e_{ij}^{H}$, можно записать

соотношения (2.2), связывающие приращения напряжений $\Delta \sigma_{ij}$ и деформаций Δe_{ij} , в виде

$$\Delta \sigma_{ij} = c_{ijkl} \Big(\Delta e_{kl} - \Delta d_{kl} \Big), \tag{3.10}$$

где c_{ijkl} – тензор упругих характеристик материала.

При этом материальные функции моделей упругости, пластичности, ползучести и накопления повреждений должны быть построены на основе истинных диаграмм деформирования материала.

Преобразуя (3.9) с учётом соотношений (3.5), (3.10) и пренебрегая членами высшего порядка малости, можно получить линеаризованную (по геометрической нелинейности) форму записи принципа возможной работы для шага нагружения:

$$\int_{V} (c_{ijkl} (\Delta \varepsilon_{kl} - \Delta d_{kl}) - \overline{\sigma}_{ij}) \delta(\Delta \varepsilon_{ij}) dV - \int_{V} \overline{\sigma}_{ij} \delta(\Delta \eta_{ij}) dV - \int_{V} (\overline{F_i} + \Delta F_i) \delta(\Delta u_i)) dV - \int_{\Sigma_1} (\overline{P_i} + \Delta P_i) \delta(\Delta u_i) \delta\Sigma = 0.$$
(3.11)

При фиксированных на текущем шаге значениях коэффициентов Δd_{ij} линеаризованная система (3.11) эквивалентна условию стационарности функционала:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\overline{V}} \Delta \varepsilon_{ij} c_{ijkl} (\Delta \varepsilon_{kl} - \Delta d_{kl}) dV + \int_{\overline{V}} \Delta \eta_{ij} \overline{\sigma}_{ij} dV - \int_{\overline{V}} \Delta u_i (F_i + \Delta F_i) dV - \int_{\overline{\Sigma}_1} \Delta u_i (P_i + \Delta P_i) d\Sigma + \int_{\overline{V}} \Delta \varepsilon_{ij} \overline{\sigma}_{ij} dV.$$

$$(3.12)$$

Из условия стационарности функционала (3.12) следуют дифференциальные уравнения равновесия системы в исходном состоянии, а также инкрементальные уравнения равновесия на шаге для напряжений, связанных с изменениями деформаций и перемещений соотношениями (3.5).

Условие стационарности функционала (3.12)

$$\delta \Pi = 0 \tag{3.13}$$

вместе с уравнениями (3.4), (3.5), (3.10) и кинетическими условиями (3.8) на части поверхности Σ_2 составляют полную систему линеаризованных уравнений, описывающих поведение конструкции на шаге нагружения.

В соответствии со схемой физической линеаризации задачи в рамках метода начальных напряжений, условие стационарности функционала (3.13) можно представить в виде следующего операторного уравнения:

$$\Phi = HU + R = 0, \qquad (3.14)$$
$$H = H_0(\bar{t}) + H_{\sigma}(\bar{t}),$$

где H = H(t) – линейный оператор, состоящий из двух операторов: $H_0(\bar{t})$, зависящего от конфигурации деформированной системы \bar{x}_i в исходном состоянии и характеристик упругости материалов, определенных при температуре Tтекущего состояния, и $H_{\sigma}(\bar{t})$, зависящего от конфигурации \bar{x}_i и уровня начальных напряжений $\bar{\sigma}_{ij}$ в исходном состоянии (при решении задач в геометрически линейной постановке $H_{\sigma} = 0$ и $H = H_0(\bar{t})$); U – изменения перемещений точек конструкции для текущего шага нагружения; R – вектор нагрузки, включающий в себя постоянную R^0 и переменную r:

$$R = R^0 + r \,. \tag{3.15}$$

Постоянная составляющая вектора $R^0 = R^0(\bar{t})$ определяется совокупностью внешних воздействий на конструкцию в виде изменений на шаге нагружения объемных и поверхностных сил, температуры, граничных перемещений, а также величиной возможной невязки уравнений равновесия в исходном состоянии. Переменная часть вектора r = r(U,t) включает в себя нелинейные члены, зависящие от решения задачи, и определяется текущими значениями дополнительных деформаций Δd_{ii} .

При решении задач на шаге нагружения оператор *H* и вектор *R*⁰ формируются в начале шага и не меняются в процессе последовательных приближений. При этом решение задачи (3.14) представляется в виде

$$U = U^0 + u, (3.16)$$

где $U^0 = H^{-1}R^0$ соответствует решению задачи (3.14) в линейном приближении, *и* – нелинейная часть вектора решения, зависящая от вектора *r*.

Таким образом, в соответствии с рассмотренной выше схемой физической линеаризации, решение нелинейной задачи (3.14) на шаге нагружения может быть сведено к однократному нахождению вектора линейной части решения U^0 и последовательному уточнению нелинейного вектора *и* в процессе последовательных приближений из уравнения

$$u = H^{-1}r(U). (3.17)$$

В дискретной формулировке задачи на основе МКЭ операторному уравнению (3.14) соответствует система алгебраических уравнений, в которой роль операторов H_0 и H_{σ} играют матрицы жесткости конструкции $[H_0]$ и $[H_G]$ соответственно, а роль векторов U, R^0 и r – векторы узловых перемещений и узловых сил дискретной модели конструкции $\{U\}$, $\{R^0\}$ и $\{r\}$:

$$([H_0] + [H_G]) \{U\} = \{R^0\} + \{r\},$$
(3.18)

где $[H_0]$, $[H_G]$, $\{U\}$, $\{R^0\}$, $\{r\}$ – начальная матрица жёсткости, инкрементальная геометрическая матрица жёсткости, вектор приращений узловых перемещений, постоянная составляющая вектора узловых сил и составляющая вектора узловых сил, определяемых эффектами необратимого деформирования.

Таким образом, согласно принятой схеме геометрической линеаризации, необходимо на каждом шаге среднего уровня (подэтапе) пересчитывать матрицу жёсткости системы и корректировать вектор узловых сил с учетом невязки уравнений равновесия в исходном состоянии в соответствии с последними слагаемыми функционала (3.12):

$$\int_{\overline{V}} \Delta u_i F_i dV + \int_{\overline{\Sigma}_1} \Delta u_i P_i d\Sigma - \int_{\overline{V}} \Delta \varepsilon_{ij} \overline{\sigma}_{ij} dV .$$
(3.19)

Как уже отмечалось выше, исследование процессов деформирования и разрушения конструкций при термосиловых квазистатических нагружениях на основе рассмотренных выше моделей и алгоритмов может быть сведено к

пошаговому интегрированию разрешающих уравнений, записанных для текущей конфигурации конструкции в рамках комбинированной шаговой схемы [311, 312].

В соответствии с этой схемой процесс нагружения конструкции для каждой из ее точек представляется в виде набора траекторий нагружения. Каждая из траекторий представляет собой кривую в пространстве параметров нагружения, независимыми координатами которого являются время, температура, а также компоненты разложения по пространственным осям векторов объемных сил, поверхностных сил и граничных перемещений. При дискретизации процесса нагружения величина приращений внешних воздействий (этапов нагружения) определяется условиями удовлетворительной совокупностью истинной траектории нагружения аппроксимации прямолинейных участков (т.е. линейным изменением в функций них нагружения).

В отличие от большинства традиционно используемых шаговых схем, в используемой методике [14] размер шага может быть значительно большим, так как благодаря применению внутренней шаговой схемы, о которой говорилось в предыдущем разделе, размер шага здесь значительно меньше влияет на точность вычисления внутренних характеристик процесса деформирования. В частности, при монотонных процессах нагружения в один шаг можно включать полное изменение внешних воздействий, как это делается при решении задач на основе деформационной теории пластичности. При увеличении кривизны траектории нагружения, а также при исследовании стадий процесса, при которых накопленная поврежденность начинает заметно влиять на характеристики процесса деформирования, размер шага приходится уменьшать. Кроме того, при наличии изломов траектории нагружения дискретизация процесса по шагам должна обеспечивать совмещение узлов дискретизации с точками излома траектории.

Дополнительные ограничения на размер шага верхнего уровня накладываются также при решении задач с учетом геометрической

102

нелинейности из-за допускаемой на каждом шаге погрешности в уравнениях определении равновесия при начального состояния исследуемой деформируемой системы. Величина этой погрешности зависит от размера используемого В значительной степени шага И погашается учетом корректирующих членов на каждом последующем шаге. При этом для решения задачи, без сохранения точности введения дополнительного итерационного процесса по уточнению начального состояния деформируемой введен дополнительный уровень дискретизации процесса по системы, параметру нагружения в виде подэтапов нагружения.

Подэтап представляет собой отдельный шаг нагружения, эквивалентный функциям верхнего по своим шагу уровня (этапу регламентацией размера, определяемого максимальной нагружения) с величиной возникающих на этом шаге приращений деформаций. Размер подэтапа либо задается в виде числа разбиений текущего этапа на подэтапы, либо вычисляется автоматически путем задания допускаемой величины приращений деформаций. Для определения изменения необратимых деформаций в пределах этапов (подэтапов) нагружения используется рассмотренная выше внутренняя шаговая схема.

На каждом этапе нагружения решается нелинейная краевая задача для соответствующего изменения внешних воздействий с учетом всей предшествующей истории необратимого деформирования и накопленной поврежденности материала. Ее линеаризация осуществляется на основе выбранной схемы физической линеаризации и схемы самокоррекции, используемой при решении задач в геометрически нелинейной постановке.

Численное решение линеаризованных задач осуществляется на основе МКЭ с использованием изопараметрических квадратичных КЭ с сирендиповой аппроксимацией поля перемещений [14, 42, 249, 314].

При использовании для физической линеаризации нелинейных задач метода начальных напряжений решение задачи на каждом подэтапе сводится к

103

однократному нахождению вектора линейной части решения $\{Q_0\}$ и последовательному уточнению нелинейного вектора $\{q^n\}$ из уравнений:

$$\{Q_0\} = [H]^{-1} \{R^0\};$$

$$[H] \{q^n\} - \{r(\{Q^{n-1}\})\} = 0;$$

$$\{Q^n\} = \{Q_0\} + \{q^n\};$$

(3.20)

где $\{R^0\} = \{R^0(\bar{t})\}$ – постоянная составляющая вектора нагрузки, определяемая совокупностью внешних воздействий на конструкцию в виде изменений на шаге нагружения объемных и поверхностных сил, температуры, граничных перемещений; $\{r\} = \{r(Q)\}$ – переменная часть вектора, которая включает в себя нелинейные члены, зависящие от решения задачи, и определяется текущими значениями необратимых деформаций.

С целью ускорения сходимости итерационных процессов используется схема промежуточных экстраполяций [315, 316].

В итоге для решения физически нелинейных задач рассмотренной выше схемы метода начальных напряжений исследование поведения конструкций на этапе (подэтапе) нагружения сводится к выполнению последовательности следующих типовых операций [14].

1. Формирование полей, характеризующих нагружение конструкций на текущем этапе (подэтапе) (формирование полей внешних воздействий и времени, соответствующих началу и концу текущего этапа нагружения).

2. Вычисление матриц жесткости и векторов узловых сил, обусловленных изменением внешних воздействий для конечных элементов, входящих в состав исследуемой конструкции. В случае применения схемы самокоррекции при вычислении вектора узловых сил следует учитывать дополнительные силы, обусловленные невязкой уравнений равновесия, определяемых соотношением (3.19). Здесь же производится построение матрицы [H] и вектора узловых сил $\{R^0\}$ результирующей системы. Все эти вычисления, так же как и последующее обращение матрицы [H], производится лишь для тех этапов, на которых

характеристики конструкции (при меняются жесткостные учете геометрической нелинейности _ для каждого подэтапа, без учета геометрической нелинейности – для первого этапа, а также всех последующих, на которых произошло изменение температуры).

4. Решение системы алгебраических уравнений для текущего вектора узловых сил ($[H]{U^0} - {R^0} = 0$ – на первой итерации и $[H]{u} - {r} = 0$ – на последующих) с учетом результатов приведения матрицы [H] к диагональному виду при первом ее обращении.

5. Проведение анализа поведения решения в процессе последовательных приближений на основе полученных в текущих приближениях значений векторов узловых перемещений $\{u\}$ (проверка условий монотонности изменения компонент решения u_i , оценка изменения длины вектора $L = |\{u\}|$ в процессе приближений). Экстраполяция решения согласно схеме промежуточных экстраполяций [315] при выполнении необходимых условий монотонности процесса приближений.

6. Вычисление в физических узлах конструкции величины изменения деформаций Δe_{ij} для текущего значения вектора узловых перемещений $\{U\} = \{U^0\} + \{u\}.$

7. Вычисление в физических узлах конструкции величин изменения необратимых деформаций Δe_{ij}^{p} , Δe_{ij}^{c} , Δe_{ij}^{r} , меры поврежденности ω , дополнительных деформаций Δd_{ij} , а также параметров, характеризующих текущую историю необратимого деформирования.

напряженно-деформированного При исследовании состояния конструкций без оценки предельных значений параметров внешних воздействий, соответствующих их разрушению или исчерпанию их несущей способности, полное решение задачи сводится К последовательному выполнению описанных выше операций для намеченных этапов нагружения. Для задач, связанных с оценкой прочности конструкций, алгоритм решения

дополняется рядом процедур, обеспечивающих анализ выполнения соответствующих критериальных условий [14, 42].

При этом для получения возможно более полной картины текущего состояния конструкции одновременно используются несколько различных критериев разрушения (предельного состояния), оценка значимости и приоритет которых устанавливается либо заранее, либо оперативно в процессе решения конкретной задачи. Среди них наиболее важными являются два основных критерия. Первый, связанный с локальным нарушением прочности, определяется условием достижения в одном или нескольких смежных физических узлах допустимого значения меры поврежденности ω^{max}

$$\omega \ge \omega^{\max} \,. \tag{3.21}$$

Второй критерий определяет условие исчерпания конструкцией ее несущей способности (глобальное нарушение прочности) [14]. При этом малое изменение внешних воздействий заданного вида приводит к большим изменениям перемещений и деформаций, интенсивно возрастающим по мере увеличения параметра нагрузки, т.е. наступает потеря устойчивости необратимого деформирования. Проверка такого состояния конструкции осуществляется изменению определителя системы алгебраических по уравнений на этапах нагружения, а также на основе анализа изменения вектора узловых перемещений {*u*}_{*n*} нелинейной части решения задачи на текущем этапе в процессе последовательных приближений. Длина этого вектора $L_n = |\{u\}_n|$ является функцией номера приближения *n* и обладает рядом особенностей, позволяющих использовать ее для установления момента начала потери устойчивости. В частности, при достаточной гладкости функций, определяющих процесс необратимого деформирования материала, L_n является гладкой, монотонно возрастающей функцией, имеющей положительную первую производную $\frac{dL}{dn} > 0$.

Для сходящихся процессов $\frac{dL}{dn} < 0$ и при возрастании *n* функция и ее производные стремятся к своим предельным значениям

$$L_n \to L^*; \frac{dL}{dn} \to 0; \frac{d^2L}{dn^2} \to 0.$$
 (3.22)

На участке расходящегося процесса при возрастании *n* функция беспредельно растет, а ее вторая производная становится положительной.

Перечисленные особенности поведения функции L_n позволили использовать ее для оценки несущей способности конструкций в процессе необратимого деформирования. При этом признаком исчерпания несущей способности служит условие [14]

$$\frac{dL}{dn} > 0; \quad \frac{d^2L}{dn^2} > 0.$$
 (3.23)

Проверка такого условия осуществляется в процессе последовательных приближений в составе операций п. 5 рассмотренного выше алгоритма. При выполнении этого условия производится еще несколько приближений, используемых для подтверждения факта исчерпания конструкцией несущей способности, после чего решение задачи может быть прекращено [14].

3.2. Алгоритмы многоступенчатого прогнозирования процессов образования и развития повреждений в материале конструкций на основе численного моделирования мало- и многоцикловой усталости в рамках соотношений механики поврежденной среды

В настоящем алгоритмы разделе рассмотрены прогнозирования процессов зарождения и развития усталостных трещин при мало-И многоцикловых термосиловых нагружениях на основе численного моделирования этих процессов в рамках соотношений МПС и их реализации в составе программных средств ВК «УПАКС».

В соответствии с рассмотренными в главах 2 и разделе 3.1. методическими положениями, моделирование процессов упругопластического деформирования конструкций в условиях малоцикловых нагружений в рамках ВК «УПАКС» предполагает дискретизацию процесса нагружения конструкций в виде последовательности участков с линейным изменением внешних воздействий (этапов нагружения). Протяженность этапов определяется удовлетворительной аппроксимации исследуемой условиями траектории нагружения, причем при необходимости каждый этап может подразделяться на ряд регулярных шагов среднего уровня (подэтапов).

При исследовании циклических нагружений в ВК «УПАКС» вводятся еще два уровня дискретизации процесса нагружения: «цикл», содержащий типовой набор повторяющихся этапов, и «блок» нагружения, объединяющий определенный набор одинаковых циклов. Иначе говоря, в пределах каждого блока осуществляется циклическое нагружение с фиксированными параметрами типового цикла.

Непосредственное применение рассмотренных в разделе 3.1. алгоритмов для исследования поведения конструкций при циклических нагружениях, путем последовательного интегрирования уравнений для большого числа циклов, представляется весьма затруднительным.

Действительно, для того чтобы проследить процесс малоциклового нагружения конструкции в рамках рассмотренных алгоритмов, на каждом цикле приходится решать целый ряд нелинейных краевых задач, число которых определяется используемой схемой дискретизации цикла на этапы и подэтапы, а если учесть, что число циклов при малоцикловом нагружении может достигать нескольких тысяч, становится очевидным огромный объем вычислений, необходимый для достижения момента разрушения конструкции. Кроме этого, за счет большого объема вычислений в процессе решения могут накапливаться значительные численные погрешности.

Для устранения перечисленных трудностей в [6] предложен алгоритм прогнозирования процессов зарождения и развития усталостных повреждений

108
при малоцикловых нагружениях на основе численного моделирования этих процессов в ВК «УПАКС» на основе соотношений МПС.

Отправной точкой создания названных алгоритмов послужило рассмотренное выше предположение о многостадийном характере развития повреждений в материале в процессе его деформирования.

Согласно этому предположению, в пределах первой стадии процесса разрушения происходит преобразование структуры материала, приводящее к возникновению эффектов упрочнения и разупрочнения, описываемых пластичности, соответствующими уравнениями а также зарождению рассеянных по объему материала повреждений в виде микропор, микротрещин, характеризуемых рассмотренной в главе 2 функцией поврежденности материала ψ (нормированной энергии повреждения). Влияние накопленных повреждений на упругие характеристики материала на этой стадии, до $\Psi = \Psi^a$, достижения величиной Ψ некоторого амплитудного значения незначительно, и мера повреждения о в пределах этой стадии принимается равной нулю.

На участках регулярных циклических нагружений в пределах этой стадии может происходить стабилизация процесса циклического деформирования, проявляющаяся стабилизации амплитудных значений В напряжений, деформаций, пластических деформаций. На участке процесса от начала первой стабилизации конца стадии накопления повреждений, ДО соответствующего значению $\psi = \psi^a$, параметры процесса пластического деформирования практически постоянны (амплитудные значения напряжений, деформаций, пластических деформаций, компонент тензора ρ_{ij}), а значения меры пластических деформаций k_p и функции ψ , характеризующие накопление повреждений, меняются по закону, близкому к линейному. Поэтому на этом участке можно, с достаточной степенью достоверности, прогнозировать значения перечисленных выше параметров путем их линейной экстраполяции на определенное число циклов вперед, исключив

соответствующую часть трудоемкого процесса пошагового интегрирования уравнений исходной задачи.

Стабилизация процесса деформирования при малоцикловых нагружениях обычно наступает по истечении первых 10–20 циклов либо не наступает вообще. В последнем случае применение каких-либо процедур прогнозирования процесса теряет смысл.

Завершение периода стабилизации процесса циклического деформирования соответствует началу заметного влияния развивающейся поврежденности на характеристики процесса деформирования, т.е. началу второй фазы развития повреждений. При этом в отдельных точках конструкции будет происходить перераспределение действующих напряжений И деформаций, и прогноз дальнейшего протекания процесса циклического деформирования может привести к неверным результатам. В связи с этим в качестве конечной точки, характеризующей состояние материала, до которого целесообразно осуществлять линейную экстраполяцию решения, можно выбрать значение функции поврежденности $\psi = \psi^a$, соответствующее концу первой стадии накопления повреждений.

На второй стадии разрушения при $\psi \ge \psi^a$ в материале происходит коллективное взаимодействие развивающихся микропор и микротрещин, завершающееся образованием макродефекта и приводящее к значительному влиянию накопленной поврежденности на макроскопические характеристики материала (модуль упругости, скорость звука и т. д.) и соответственному росту меры повреждения ω . На этой стадии также возможно прогнозирование параметров процесса циклического деформирования, но на основе более сложных алгоритмов нелинейной экстраполяции.

Перечисленные соображения послужили методической основой создания алгоритмов прогнозирования процессов зарождения и развития усталостных трещин в элементах конструкций при малоцикловых нагружениях [6]. Практическая реализация таких алгоритмов предполагает наличие модели

110

пластичности, позволяющей адекватно описывать процессы пластического деформирования материалов при малоцикловых нагружениях с учетом возможной стабилизации параметров процесса на участках регулярного циклического нагружения, модели накопления повреждений, описывающей основные стадии развития повреждений, а также алгоритма выбора параметров, определяющих начальную и конечную точки экстраполяции.

Приведенные выше соображения позволили сформулировать следующий алгоритм прогнозирования процессов накопления повреждений в элементах конструкций при малоцикловых термосиловых нагружениях [6, 14].

1. В процессе пошагового решения задачи контролируются состояния конструкции, соответствующие концу текущего цикла нагружения с номером *n*.

2. Для текущего цикла строится цикл обхода физических узлов конструкции.

2.1. Для каждого текущего узла выбираются параметры, характеризующие:

значение функции поврежденности ψ_{n-1} и параметра (k_p)_{n-1}
 предыдущего цикла;

– значение функции поврежденности ψ_n и параметра $(k_p)_n$ текущего цикла;

– изменение функции поврежденности $\Delta \psi_{n-1}$ за предыдущий цикл.

2.2. Определяется амплитудное значение функции поврежденности ψ^{a} , соответствующее текущему значению параметра ρ_{c} .

2.3. Вычисляется изменение функции поврежденности $\Delta \psi_n$ и параметра Δk_p за текущий цикл $\Delta \psi_n = \psi_n - \psi_{n-1}$, $\Delta k_p = (k_p)_n - (k_p)_{n-1}$.

2.4. Производится сравнение $\Delta \psi_n$ и $\Delta \psi_{n-1}$. Если $|\Delta \psi_n - |\Delta \psi_n - \Delta \psi_{n-1}| \le \delta$ (δ – заданная погрешность), то вычисляется шаг экстраполяции *CE*: $CE = \frac{(\psi^a - \psi_n)}{\Delta \psi_n}$; в противном случае *CE* = 0.

2.5. Запоминаются текущие значения $\psi_{n-1} = \psi_n$; $\Delta \psi_{n-1} = \Delta \psi_n$.

3. Строится цикл обхода физических узлов, в процессе которого выбирается минимальное значение шага экстраполяции $KC = \min(CE)$.

4. Производится сравнение номера текущего цикла *n* с числом *KCL*, определяющим заданное в условиях задачи минимальное число циклов, начиная с которого допускается экстраполяция.

5. Если $n \ge KCL$, то производится линейная экстраполяция параметров k_p и ψ для всех физических узлов области на *KC* циклов вперед

$$k_p = (k_p)_n + \Delta k_p \cdot KC, \quad \psi = \psi_n + \Delta \psi_n \cdot KC.$$

Далее корректируется номер следующего цикла и управление передается на продолжение вычислений для следующего цикла.

6. Если KC < KCL, то экстраполяция параметров k_p и ψ не производится и управление передается на продолжение вычислений в обычном режиме для n+1 цикла.

В основу алгоритма прогнозирования при многоцикловой усталости положена возможность экстраполяции по циклам нагружения параметров поврежденности материала ψ и ω в узлах конструкции на определенное число циклов [9, 10].

На первом уровне прогнозирования по результатам численного моделирования процесса деформирования конструкции для первого цикла нагружения вычисляются приращения функции поврежденности $\Delta \psi_i$ ($i = 1 \div CF$, CF – количество физических узлов конструкции). Под физическим узлом конструкции понимается точка, в которой вычисляются все физикомеханические параметры процесса деформирования и разрушения (компоненты тензоров деформаций и напряжений, а также значения функции и меры поврежденности). Далее осуществляется экстраполяция на *EXT*1 циклов нагружения, что соответствует моменту завершения первой фазы накопления повреждений в наиболее нагруженном физическом узле конструкции:

$$EXT1_{i} = \frac{\psi_{i}^{a} - \overline{\psi}_{i}}{\Delta \psi_{i}}; EXT1 = \min(EXT1_{i}); \qquad (3.24)$$

$$\psi_i = \overline{\psi}_i + EXT1 \cdot \Delta \psi_i \,. \tag{3.25}$$

В соотношениях (3.24) и (3.25) все величины с индексом *i* соответствуют узлу конструкции с номером *i*, $\overline{\psi}_i$ – накопленное значение функции поврежденности. Экстраполяция первого уровня в процессе численного решения задачи многоцикловой прочности конструкции проводится один раз.

В пределах второй стадии накопления повреждений развивающаяся поврежденность начинает приводить к деградации исходных свойств материала нарушению условий стационарности процесса циклического И деформирования, поэтому моделирования процессов ДЛЯ мало-И многоцикловой усталости предлагается алгоритм (схема) прогнозирования на основе нелинейных алгоритмов [10].

На втором уровне прогнозирования производится экстраполяции параметров поврежденности материала ψ и ω на число циклов *EXT*2, определяемое заданным изменением меры поврежденности $\Delta \omega^{\text{max}}$ в наиболее нагруженном узле конструкции, с последующим уточнением ее равновесного состояния. Значения параметров *EXT*2_{*i*} для *i*-ого узла конструкции можно получить из (2.10) или (2.50):

$$EXT2_{i} = \frac{\Delta \psi_{i}^{\max}}{\Delta \psi_{i}}; \qquad (3.26)$$

$$\Delta \psi_{i}^{\max} = \Delta \psi_{i}^{0\max} \cdot \left(1 - \psi_{i}^{a}\right); \qquad \Delta \psi_{i}^{0\max} = \frac{\Delta \omega^{\max}}{\frac{p - 1}{p \overline{\omega}_{i}}}.$$

В (3.26) $\Delta \psi_i$ – приращение функции поврежденности последнего просчитанного цикла. Число циклов экстраполяции *EXT2* определяется как минимальное из *EXT2*_i в узлах конструкции

$$114$$

$$EXT2 = \min(EXT2_i). \tag{3.27}$$

После вычисления величины *EXT*2 осуществляется экстраполяция параметров поврежденности в физических узлах конструкции

$$\psi_{i} = \overline{\psi}_{i} + EXT2 \cdot \Delta \psi_{i};$$

$$\Delta \psi_{i}^{0} = \frac{\Delta \psi_{i} \cdot EXT2}{1 - \psi_{i}^{a}};$$

$$\omega_{i} = \overline{\omega}_{i} + \Delta \omega_{i};$$

$$\Delta \omega_{i} = p \overline{\omega}_{i} \stackrel{p}{\longrightarrow} \Delta \psi_{i}^{0}.$$
(3.28)

Экстраполяция второго уровня может производиться неоднократно, пока в некотором физическом узле конструкции мера поврежденности ω не достигнет критического значения, что будет свидетельствовать о появлении макроскопической трещины. При этом для грубой оценки предельного состояния вместо этого алгоритма, можно принять $\psi = 1$ и сразу получить приближенную оценку предельного числа циклов.

3.3. Алгоритм моделирования процесса развития трещины в конструкции

В настоящее время наряду с традиционными методами линейной и нелинейной механики разрушения, применяемыми для теоретического исследования процессов разрушения конструкций, все более широкое распространение получают подходы, основанные на использовании в качестве определяющих уравнений соотношений механики поврежденной среды (МПС) [14].

Согласно основным положениям МПС, в процессе деформирования конструкций в их материале зарождаются повреждения, приводящие к деградации свойств исходного материала, проявляющейся в изменении его деформационных характеристик (упругих характеристик, характеристик пластичности, ползучести и т.д.). При этом применение соотношений МПС для

исследования прочности конструкций позволяет представить разрушение как кинетически необратимый процесс изменения материала от начального неповрежденного состояния до полностью деградированного состояния, неспособного сопротивляться процессу деформирования.

В большинстве работ, посвященных применению методов МПС для анализа разрушения конструкций, изучение процесса заканчивается моментом появления одного или нескольких макродефектов. Однако появление таких макродефектов в отдельных точках материала не может служить признаком нарушения прочности конструкции, которое обычно происходит в пределах третьей стадии разрушения, в результате последующего слияния таких макродефектов в магистральную трещину и развития этой трещины до некоторого предельного размера.

Третья стадия разрушения традиционно рассматривается на основе линейной и нелинейной механики разрушения, в предположении наличия в конструкции начального дефекта в виде начала трещины. Однако трещина зарождается и развивается в объемах материала, подготовленных к разрушению в пределах первых двух стадий, а методы механики разрушения предполагают наличие в материале некоторого начального дефекта и не учитывают начальных свойств материала в районе очага развивающейся трещины. Как упоминалось выше, в этом плане более перспективными могут оказаться подходы, основанные на применении для анализа процессов разрушения соотношений МПС, позволяющие прогнозировать весь процесс развития дефектов в материале от момента их зарождения до предельного раскрытия магистральной трещины. Однако непосредственная реализация такого подхода наталкивается на ряд трудностей чисто вычислительного характера. В частности, для моделирования процесса продвижения трещины, для каждого случая локального нарушения прочности в точке материала необходимо перестраивать сетку КЭ-разбиения исследуемой области (а следовательно, менять топологию и структуру информационных массивов), осуществлять переинтерполяцию физических величин на новую сеточную область, не

115

нарушая при этом условий равновесного состояния в локальной зоне повреждения и конструкции в целом. Поэтому практическая реализация предлагаемого подхода требует создания целого комплекса методических и программно-алгоритмических средств, включающих:

 модели, описывающие процессы необратимого деформирования и накопления повреждений материалов на основе различных механизмов разрушения;

эффективные методики решения нелинейных краевых задач,
 сформулированных на основе соотношений МПС;

 специальные алгоритмы, позволяющие моделировать процесс развития повреждений от исходного неповрежденного состояния до предельного раскрытия магистральной трещины без изменения исходной схемы КЭдискретизации исследуемой конструкции;

программное обеспечение, реализующее на ЭВМ перечисленные модели, методики и алгоритмы.

Ниже представлено описание реализации перечисленных выше средств в рамках ВК «УПАКС» для численного моделирования процессов упруговязкопластического деформирования, зарождения и развития трещин в элементах конструкций на основе соотношений МПС [14].

В случаях исследования изотермических упругопластических процессов нагружения рассмотренные в главе 2 конкретные уравнения, устанавливающие связь между изменениями приведенных напряжений $\Delta \sigma_{ij}^*$ и деформаций Δe_{ij} , на элементарном шаге изменения внешних воздействий могут быть получены из общих соотношений (2.2) в виде

$$\Delta \sigma_{ij}^{*} = 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij} \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\Delta e_{ii} - \Delta d_{ii});$$

$$\Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}^{*} + \omega (\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^{*});$$

$$\Delta e_{ij}^{*} = \Delta e_{ij}^{p} + \frac{\omega - \overline{\omega}}{(1 - \omega)(1 - \overline{\omega})} \left[\frac{\overline{\sigma}_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{\overline{\sigma}}{3K} \right],$$
(3.29)

где *K*, *G* – модули объемной и сдвиговой деформации неповрежденного материала, Δe_{ij}^{p} – изменения пластических деформаций на шаге нагружения, $\overline{\omega}, \omega$ – значения мер поврежденности в исходном (начале шага) и текущем (в конце шага) состояниях, $\overline{\sigma}'_{ij}, \overline{\sigma}$ – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора эффективных напряжений в исходном состоянии.

Общий алгоритм исследования процессов накопления повреждений в материале конструкций на основе рассмотренных методических положений до момента развития магистральной трещины описан в разделе 3.1. Однако применение его для моделирования траекторий развития трещин потребовало внесения в вычислительный процесс ряда изменений, суть которых заключается в следующем.

Согласно рассмотренным выше модельным представлениям, в процессе пошагового решения задачи в отдельных зонах материала конструкции могут зарождаться и развиваться зоны повреждений, интенсивность которых характеризуется мерой поврежденности ω . Увеличение меры ω в физическом узле конструкции приводит к снижению упругих характеристик материала (модулей *G* и *K*) и, тем самым, к снижению сопротивления деформированию и перераспределению напряжений по объему материала.

К моменту достижения в узле предельного значения $\omega = \omega_R$ (в расчетах предельное значение меры поврежденности принимается равным $\omega_R = 0.99$) материал в районе такого узла перестает сопротивляться дальнейшему деформированию, перераспределяя воспринимаемую ранее нагрузку на ближайшие соседние узлы. Для дальнейшего моделирования процесса следовало бы вводить в районе разрушенного узла элементарную трещину и продолжить вычислительный процесс с измененной расчетной схемой. Однако реализация такого подхода сопряжена с необходимостью для каждого случая локального нарушения прочности перестраивать сетку КЭ-разбиения исследуемой области, а следовательно, менять топологию и структуру информационных массивов, осуществлять переинтерполяцию физических

величин на новую сеточную область, не нарушая при этом условий равновесного состояния в локальной зоне повреждения и конструкции в целом.

В таких ситуациях более эффективным средством может служить способ «выключения» узлов при достижении в них значения меры $\omega = \omega_R$.

Изменения пластических деформаций Δe_{ij}^{p} , меры повреждения $\Delta \omega$ и напряжения $\overline{\sigma}_{ij}$ в таком узле принимаются равными нулю, а влияние раскрытия трещины на окружающую зону материала компенсируется дополнительными силами, определяемыми параметрами Δd_{ij} , величина которых оказывается равной изменению полных деформаций в узле Δe_{ij} .

Действительно, положив в (3.29) $\Delta e_{ij}^* = 0$ и $\omega = 1$, можно получить $\Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}$, $\Delta \sigma_{ij} = 0$.

Таким образом, нарушения равновесного состояния в узле не происходит, а эффекты раскрытия трещины моделируются изменением полных деформаций.

При этом процесс последовательного «выключения» соседних поврежденных узлов в процессе нагружения можно рассматривать как процесс развития магистральной трещины, определяемой совокупностью разрушенных узлов, и продолжать вычисления не меняя исходной схемы дискретизации и начальной топологии исследуемой области.

Рассмотренный алгоритм «выключения» поврежденных узлов может быть обобщен на случаи неизотермических нагружений, сопровождающихся развитием любых видов необратимых деформаций.

4. ВЕРИФИКАЦИЯ РАЗРАБОТАННЫХ МОДЕЛЕЙ, АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

4.1. Исследование кинетики НДС призматического стержня из стали X16H11M3 при терморадиационном нагружении

В тестовых задачах осуществляется исследование кинетики напряженнодеформированного состояния (НДС) призматического стержня, находящегося под действием равномерно распределенных по объему температурных и нейтронных полей [3, 14]. На один из торцов стержня накладываются кинематические граничные условия, исключающие перемещения стержня в осевом направлении, а другой торец находится под действием равномерно распределенных растягивающих нагрузок интенсивностью q (МПа). Материал – сталь X16H11M3. Ввиду однородности НДС дискретизация стержня

В первой задаче процесс нагружения моделировался двумя этапами. На первом этапе осуществлялся мгновенный нагрев стержня до температуры T, и растяжение поверхностной нагрузкой интенсивностью q. На втором этапе осуществлялось облучение стержня потоками нейтронов до значения повреждающей дозы D. Принималось D=45 сна, q=275 МПа с тремя вариантами температур: T_1 = 455°C, T_2 =473°C, T_3 =500°C.

На первом этапе нагружения за счет приложения растягивающей нагрузки в материале появляются пластические деформации. В результате моделирования следующие численного получены значения параметра пластичности: k_{p1} =0.04065; k_{p2} =0.04153; k_{p3} =0.04371. На рисунках 4.1-4.3 графики продольных деформаций (деформация с приведены первого этапа+радиационное формоизменение (c учетом всех множителей)+радиационная ползучесть) стержня в зависимости от уровня облучения для соответствующих значений температур. Значению D=0 соответствует деформация, полученная в конце первого этапа нагружения.

Аналитическое решение (с учетом указанных выше значений пластических деформаций) показано сплошной линией, а численное отмечено точками. Результаты решения вариантов задачи также представлены в таблицах 4.1 – 4.3.

Максимальная относительная погрешность при вычислении деформаций радиационного формоизменения составила 0.5%, радиационной ползучести – 1.7%.



Таблица	4.	1
---------	----	---

	β ₁₁ - радиационное		е ^г ₁₁ – радиационная		е ₁₁ – продольная	
<i>D</i> , сна	формоизме	енение	ползучесть		деформация	
	аналитическое	численное	аналитическое	численное	аналитическое	численное
0	0	0	0	0	0,05016	0,05016
2,25	0,000068371	0,0000687	0,000972168	0,0009658	0,051200539	0,05119
4,5	0,000231572	0,0002322	0,002434519	0,002416	0,052826091	0,0528
6,75	0,000472722	0,0004737	0,004299803	0,004262	0,054932525	0,05489
9	0,000784329	0,0007858	0,006529281	0,006468	0,05747361	0,05741
11,25	0,001161609	0,001164	0,009098231	0,009008	0,06041984	0,06033
13,5	0,001601101	0,001604	0,011988767	0,01186	0,063749868	0,06363
15,75	0,002100125	0,002104	0,015187025	0,01503	0,06744715	0,06729
18	0,002656507	0,002661	0,018681775	0,01848	0,071498282	0,0713
20,25	0,003268432	0,003274	0,02246363	0,02221	0,075892062	0,07564
22,5	0,003934346	0,003941	0,026524566	0,02622	0,080618912	0,08032
24,75	0,0046529	0,00466	0,030857598	0,0305	0,085670498	0,08532
27	0,0054229	0,005431	0,035456561	0,03504	0,091039461	0,09063
29,25	0,006243281	0,006253	0,040315952	0,03984	0,096719233	0,09625
31,5	0,007113084	0,007124	0,045430807	0,04488	0,102703891	0,1022
33,75	0,008031436	0,008044	0,05079662	0,05018	0,108988056	0,1084
36	0,008997539	0,009012	0,056409264	0,05571	0,115566803	0,1149
38,25	0,010010659	0,01003	0,062264942	0,06149	0,122435601	0,1217
40,5	0,011070116	0,01109	0,068360142	0,0675	0,129590258	0,1287
42,75	0,012175279	0,01219	0,074691597	0,07374	0,137026876	0,1361
45	0,013325557	0,01335	0,081256261	0,08021	0,144741818	0,1437



Таблица	4.2
---------	-----

	β ₁₁ - радиаь	β ₁₁ - радиационное е ^г 11 – радиационная		е ₁₁ – продольная		
<i>D</i> , сна	формоизм	енение	ползучесть		деформация	
	аналитическое	численное	аналитическое	численное	аналитическое	численное
0	0	0	0	0	0,05142	0,05142
2,25	0,000061688	0,0000616	0,000940087	0,0009324	0,052421776	0,05242
4,5	0,000208937	0,0002083	0,002325864	0,002302	0,0539548	0,05393
6,75	0,000426516	0,0004249	0,004077998	0,004032	0,055924513	0,05588
9	0,000707664	0,0007049	0,006161268	0,006086	0,058288932	0,05821
11,25	0,001048066	0,001044	0,008553196	0,008443	0,061021262	0,06091
13,5	0,001444601	0,001439	0,011237518	0,01109	0,064102119	0,06395
15,75	0,001894847	0,001887	0,014201631	0,014	0,067516478	0,06731
18	0,002396845	0,002387	0,017435322	0,01719	0,071252166	0,07099
20,25	0,002948957	0,002937	0,020930057	0,02062	0,075299014	0,07498
22,5	0,003549781	0,003535	0,024678541	0,02431	0,079648322	0,07927
24,75	0,004198099	0,00418	0,028674422	0,02824	0,084292521	0,08384
27	0,004892835	0,004872	0,032912096	0,03241	0,08922493	0,0887
29,25	0,005633027	0,005609	0,037386557	0,03681	0,094439584	0,09384
31,5	0,006417811	0,00639	0,042093294	0,04143	0,099931105	0,09925
33,75	0,007246398	0,007215	0,047028209	0,04628	0,105694607	0,1049
36	0,008118069	0,008083	0,05218755	0,05135	0,111725619	0,1109
38,25	0,009032161	0,008994	0,057567865	0,05664	0,118020026	0,1171
40,5	0,009988061	0,009945	0,063165959	0,06214	0,12457402	0,1235
42,75	0,010985198	0,01094	0,068978864	0,06785	0,131384062	0,1302
45	0,012023042	0,01197	0,075003808	0,07377	0,13844685	0,1372



Таблица	4.3
---------	-----

_	β ₁₁ - радиаь	ционное	е ^г ₁₁ – радиа	ционная	е ₁₁ – продо	ольная
<i>D</i> , сна	формоизмо	енение	ползуче	СТЬ	деформа	ация
	аналитическое	численное	аналитическое	численное	аналитическое	численное
0	0	0	0	0	0,05415	0,05415
2,25	0,000079096	0,0000792	0,001038702	0,001033	0,055258	0,05526
4,5	0,000267897	0,000268	0,002659869	0,002641	0,057068	0,05706
6,75	0,000546876	0,0005467	0,004759823	0,004723	0,059447	0,05942
9	0,000907363	0,000907	0,007292536	0,007232	0,06234	0,06229
11,25	0,001343825	0,001343	0,010228629	0,01014	0,065712	0,06563
13,5	0,001852259	0,001851	0,013546849	0,01342	0,069539	0,06942
15,75	0,002429562	0,002428	0,017230723	0,01707	0,0738	0,07364
18	0,003073221	0,003071	0,021266905	0,02106	0,07848	0,07828
20,25	0,003781136	0,003778	0,025644244	0,02539	0,083565	0,08332
22,5	0,00455151	0,004548	0,030353202	0,03005	0,089045	0,08875
24,75	0,00538278	0,005379	0,035385481	0,03503	0,094908	0,09455
27	0,006273566	0,006269	0,040733756	0,04031	0,101147	0,1007
29,25	0,007222637	0,007217	0,046391485	0,0459	0,107754	0,1073
31,5	0,008228881	0,008222	0,052352773	0,05179	0,114722	0,1142
33,75	0,009291291	0,009284	0,058612263	0,05798	0,122044	0,1214
36	0,010408943	0,0104	0,065165052	0,06445	0,129714	0,129
38,25	0,011580987	0,01157	0,07200663	0,0712	0,137728	0,1369
40,5	0,012806636	0,0128	0,07913282	0,07824	0,146079	0,1452
42,75	0,014085161	0,01407	0,086539744	0,08555	0,154765	0,1538
45	0,015415878	0,0154	0,094223779	0,09313	0,16378	0,1627

Верификация модели пластичности осуществлялась путем сравнения диаграммы деформирования материала, построенной по экспериментальным данным, с диаграммой деформирования, полученной расчетным путем по разработанной модели. Процесс нагружения моделировался двумя этапами. На первом этапе осуществлялся одновременный нагрев стержня до температуры T, облучение потоком нейтронов до значения повреждающей дозы D и растяжение поверхностной нагрузкой интенсивностью q_1 . На втором этапе осуществлялось растяжение поверхностной нагрузкой интенсивностью q_2 . Рассмотрено четыре варианта данной задачи:

1) *Т*=400°С, *D*=5 сна, *q*₁=460 МПа, *q*₂=580 МПа;

2) *Т*=400°С, *D*=45 сна, *q*₁=635 МПа, *q*₂=715 МПа;

3) *Т*=500°С, *D*=5 сна, *q*₁=340 МПа, *q*₂=460 МПа;

4) *Т*=500°С, *D*=45 сна, *q*₁=445 МПа, *q*₂=545 МПа.

Результаты решения вариантов задачи:

1) Рис. 4.4, табл. 4.4 – аналитическое, табл. 4.5 – численное;

2) Рис. 4.5, табл. 4.6 – аналитическое, табл. 4.7 – численное;

3) Рис. 4.6, табл. 4.8 – аналитическое, табл. 4.9 – численное;

4) Рис. 4.7, табл. 4.10 – аналитическое, табл. 4.11 – численное;

На рисунках: сплошная линия – аналитическое решение; точки – численное решение.



Таблица 4.4

k_p	σ ₁₁ , МПа
0	475,3228
0,0025	496,7196
0,005	505,7379
0,0075	512,6854
0,01	518,5572
0,0125	523,7402
0,015	528,4329
0,0175	532,7537
0,02	536,7797
0,0225	540,5644
0,025	544,1471
0,0275	547,5572
0,03	550,8177
0,0325	553,9469
0,035	556,9596
0,0375	559,868
0,04	562,6824
0,0425	565,4114
0,045	568,0624
0,0475	570,6418
0,05	573,1551

Таблица 4.5

k_p	σ ₁₁ , ΜΠα
0,0003698	478
0,00121	484
0,002126	490
0,003136	496
0,004258	502
0,005607	508
0,007354	514
0,009633	520
0,0122	526
0,01558	532
0,01926	538
0,02328	544
0,02781	550
0,0321	556
0,03624	562
0,04074	568
0,0456	574



Таблица 4.6

k_p	σ ₁₁ , ΜΠα
0	648,9757
0,0025	670,5344
0,005	676,3421
0,0075	680,44
0,01	683,7145
0,0125	686,4873
0,015	688,9164
0,0175	691,0924
0,02	693,073
0,0225	694,8972
0,025	696,5928
0,0275	698,1805
0,03	699,6762
0,0325	701,0922
0,035	702,4385
0,0375	703,7231
0,04	704,9526
0,0425	706,1328
0,045	707,2682
0,0475	708,363
0,05	709,4206

Таблица 4.7

k_p	σ ₁₁ , ΜΠα
0,0002478	651
0,000807	655
0,001422	659
0,002108	663
0,002878	667
0,003763	671
0,004802	675
0,006402	679
0,009295	683
0,01567	687
0,02336	691
0,02973	695
0,0334	699
0,03706	703
0,0408	707
0,04459	711
0,0484	715



Таблица 4.8

k_p	σ ₁₁ , ΜΠa
0	349,5515
0,0025	370,472
0,005	379,6936
0,0075	386,8721
0,01	392,9798
0,0125	398,3977
0,015	403,3225
0,0175	407,8718
0,02	412,1226
0,0225	416,1284
0,025	419,9286
0,0275	423,5528
0,03	427,0242
0,0325	430,3612
0,035	433,5788
0,0375	436,6893
0,04	439,7032
0,0425	442,6291
0,045	445,4747
0,0475	448,2465
0,05	450,95

Таблица 4.9

k_p	σ ₁₁ , ΜΠα
0,0004109	352
0,001299	358
0,00227	364
0,003346	370
0,004547	376
0,006063	382
0,008033	388
0,01053	394
0,01331	400
0,0166	406
0,0203	412
0,02405	418
0,02832	424
0,03235	430
0,0353	436
0,04066	442
0,04539	448



Таблица 4.10

k_p	σ ₁₁ , ΜΠa
0	455,8385
0,0025	478,2418
0,005	486,3268
0,0075	492,3487
0,01	497,3297
0,0125	501,6566
0,015	505,5248
0,0175	509,049
0,02	512,3033
0,0225	515,3386
0,025	518,1917
0,0275	520,8904
0,03	523,4559
0,0325	525,9053
0,035	528,252
0,0375	530,5074
0,04	532,6807
0,0425	534,7798
0,045	536,8114
0,0475	538,7812
0,05	540,6942

Таблица 4.11

k_p	σ ₁₁ , ΜΠα
0,0005755	460
0,001283	465
0,002058	470
0,002917	475
0,003879	480
0,004976	485
0,006507	490
0,0086	495
0,01137	500
0,01532	505
0,01953	510
0,02414	515
0,0292	520
0,0332	525
0,03726	530
0,04155	535
0,04603	540

Максимальная относительная погрешность в данной задаче не превышает 1.8%.

В третьей тестовой задаче процесс нагружения также моделировался двумя этапами. На первом этапе осуществлялся мгновенный нагрев стержня до температуры $T=500^{\circ}$ С, и растяжение поверхностной нагрузкой интенсивностью *q*=150 МПа. На втором этапе осуществлялось облучение стержня потоками нейтронов до значения повреждающей дозы D=4.563085 сна за время t=40000 часов (такие условия нагружения выбраны из условия окончания к концу второго этапа нагружения первой стадии неустановившейся термической ползучести). На рис. 4.8 приведены графики деформаций термической ползучести в осевом направлении (в относительных единицах) стержня в зависимости от времени. Аналитическое решение задачи показано сплошной линией, а численное отмечено точками. Результаты решения задачи представлены в таблице 4.12.

Максимальная относительная погрешность вычислений деформаций термической ползучести в данной задаче не превышает 2.7%.



Таблица 4.12

	e^{c}_{11}		
t, часы	аналитическое	численное	
	решение	решение	
0	0	0	
4000	0,011494	0,01119	
8000	0,015166	0,01515	
12000	0,017837	0,01797	
16000	0,020012	0,02016	
20000	0,02188	0,02201	
24000	0,023536	0,02367	
28000	0,025033	0,02518	
32000	0,026406	0,02656	
36000	0,02768	0,02784	
40000	0,028871	0,02902	

В верифицируется четвертой задаче адекватность разработанной методики для описания совместных процессов пластического деформирования и термической ползучести. На первом этапе нагружения стержень нагревается температуры *T*=500°C растягивается И поверхностной нагрузкой до интенсивностью q=166 МПа. На втором этапе растягивающая нагрузка монотонно увеличивается до величины q=236 МПа за время t=210000 часов. Если второй этап нагружения разбить на 35 шагов, то приращение нагрузки будет равно 2 МПа, а длительность шага 6000 часов.

Диаграмма пластического деформирования в данных условиях нагружения описывается уравнением вида $\sigma_{11} = 168 + 782 \cdot (e_{11}^p)^{0,63443}$. В соответствии с этим, в координатах общие деформации – напряжения нелинейный участок описывается зависимостью

$$\sigma_{11} = \sigma_{0,2} + 782 \left(e_{11}^p + \frac{782 \cdot (e_{11}^p)^{0,63443}}{165000} \right)^{0,034}$$

На каждом шаге (стадия неустановившейся ползучести) деформацию термической ползучести можно вычислить по следующему соотношению

$$(\mathbf{e}_{11}^{c})_{i} = \left[((\mathbf{e}_{11}^{c})_{i-1})^{1-m_{c}} + a_{c} \cdot (1-m_{c}) \cdot \left(\frac{(\sigma_{11})_{i-0,5}}{\sigma_{0}} \right)^{n_{c}} \cdot \left(1 + \frac{\dot{D}}{D_{\xi}} e^{\frac{Q}{R \cdot T}} \right) \cdot \Delta t_{i} \right]^{\frac{1}{1-m_{c}}}, \quad (4.1)$$

где $(e_{11}^c)_i$ - деформация ползучести на *i*-ом шаге; $(\sigma_{11})_{i-0,5} = \frac{(\sigma_{11})_{i-1} + (\sigma_{11})_i}{2}$ -

среднее на шаге значение напряжения; Δt_i - приращение времени на *i*-ом шаге; остальные параметры, входящие в уравнение описаны в разделе 2.3 данной работы. На стадии установившейся ползучести вычисления производятся по следующей формуле

$$(\mathbf{e}_{11}^{c})_{i} = (\mathbf{e}_{11}^{c})_{i-1} + a_{c} \cdot \left(\frac{(\sigma_{11})_{i-0,5}}{\sigma_{0}}\right)^{n_{c}} \cdot \left(0,029\right)^{m_{c}} \cdot \left(1 + \frac{\dot{D}}{D_{\xi}}e^{\frac{Q}{R \cdot T}}\right) \cdot \Delta t_{i}.$$
(4.2)

Пластическая деформация $(e_{11}^p)_i$ находится из решения уравнения

$$(\Delta\sigma_{11})_i = 782 \left(e_{11}^p + \frac{782 \cdot (e_{11}^p)^{0,63443}}{165000} \right)^{0,63443}, \tag{4.3}$$

где $(\Delta \sigma_{11})_i$ - эквивалентные напряжения за вычетом величины предела текучести на *i*-ом шаге.

Результаты решения задачи представлены в таблице 4.13 и на рис. 4.9 (аналитическое решение по соотношениям (4.1)–(4.3) – сплошные линии,

численное решение - точки). Максимальная относительная погрешность в данной задаче не превышает 4.8%.

Таблица 4.13

<i>t</i> , часы σ_{11} , МПа		$e_{11}^p + e_{11}^c$		
		аналитическое	численное	
42000	180	0,013250991	0,01388	
84000	194	0,025116015	0,025665	
126000	208	0,041183648	0,041858	
168000	222	0,071590647	0,07205	
210000	236	0,137278293	0,1362	



Рис. 4.9

4.2. Оценка работоспособности и вычислительной эффективности линейного алгоритма прогнозирования накопления повреждений при малоцикловом нагружении

С целью оценки работоспособности и вычислительной эффективности предложенного алгоритма проведено численное моделирование процесса развития повреждений в трубчатом цилиндрическом образце, выполненном из нержавеющей стали 12X18H10T, в условиях однородного напряженного состояния при симметричном циклическом нагружении с амплитудными значениями перемещений по торцам рабочей части $u_x = \pm 0.022$ мм [6, 14]. Длина рабочей части образца L = 60 мм, толщина стенки h = 2 мм, радиус срединной поверхности $R_0 = 10$ мм. Необходимые материальные функции моделей пластичности и накопления повреждений для материала 12X18H10T построены на основе экспериментальной информации, приведенной в [42].

Численное решение задач осуществлялось в осесимметричной постановке с использованием ВК «УПАКС». Процесс нагружения представлялся в виде последовательности одинаковых циклов, причем каждый цикл разделялся на три этапа: нагрузка до амплитудного значения (осуществлялся за 10 подэтапов), разгрузка с последующим нагружением до отрицательных амплитудных значений (за 20 подэтапов), разгрузка (за 10 подэтапов).

Рассмотрены четыре варианта расчета (i=1-4), в которых менялось значение параметра *KCL*, определяющего минимальное число циклов, начиная с которого допускается экстраполяция.

В первом варианте принималось *KCL* = 5000 – число циклов, заведомо превышающее число циклов до разрушения образца, благодаря чему моделирование процесса осуществлялось без промежуточной экстраполяции параметров.

Во втором, третьем и четвертом вариантах число *KCL* принималось равным 5, 10 и 20, соответственно. Иначе говоря, согласно второму варианту экстраполяция процесса возможна не ранее чем после 5 циклов (при

выполнении условий стабилизации процесса циклического деформирования), а в третьем – после 10 циклов. При этом параметр δ , определяющий точность стабилизации процесса, принимался таким, чтобы стабилизация процесса наступала при числе циклов n > 5.

Результаты расчетов представлены в табл. 4.14 [6, 14], содержащей наиболее интересные для анализа задачи параметры: N_0^i – номер цикла, начиная с которого произведена экстраполяция; $N_E^i = KC$ – число циклов экстраполяции; N_1^i – номер цикла завершения первой стадии накопления повреждений (появление меры повреждений $\omega > 0$); N_r^i – общее число циклов до разрушения; $\psi^i(n)$ – значение функции поврежденности для цикла с номером n; $k_p^i(n)$ – значение параметра k_p для цикла с номером n; $\omega^i(n)$ – значение параметра k_p для цикла с номером n; E_f^i – мера эффективности процедуры экстраполяции, $E_f^i = \frac{KC}{N_r^1}$, E_r^i – мера погрешности прогнозирования момента разрушения (при достижении мерой поврежденности значения $\omega = 0.99$), $E_r^i = \left| \frac{(N_r^1 - N_r^i)}{N_r^1} \right| \cdot 100\%$; $E_1^i = \left| \frac{(N_1^1 - N_1^i)}{N_1^1} \right| \cdot 100\%$ – мера погрешности определения момента завершения первой стадии накопления

повреждений.

Таб	лица	4.1	14

i	1	2	3	4
N_0	_	7	10	20
N_E	_	775	796	794
N_1	825	782	807	815
N_r	1749	1706	1730	1739
ψ(1500)	0.853	0.867	0.861	0.856
ω(1500)	0.524	0.592	0.552	0.539
$k_{p}(1500)$	32.44	32.72	32.69	32.50
E_{f}	-	0.443	0.455	0.454
E_r	_	2.46	1.1	0.6
E_1	_	5.2	2.2	1.2

Приведенные В таблице показывают, результаты что ДЛЯ рассматриваемой задачи при выбранном значении параметра б стабилизация процесса наступает уже при $N_0^2 = 7$ циклов. Экстраполяция при этом происходит на $N_E^2 = 775$ циклов, а погрешность прогнозирования момента разрушения составляет $E_r^2 \approx 2.5\%$. При снижении допуска δ , что эквивалентно N_1^i , контролируемые все увеличению числа параметры (k_p, ψ, ω, N_r) равномерно приближаются к эталонным значениям варианта 1, однако наивысшая эффективность процедуры экстраполяции достигается при некотором оптимальном значении N_1^i , так как с ростом N_1^i точность прогнозирования процесса растет, но увеличивается число циклов ДО экстраполяции.

Очевидно, что эффективность процедуры экстраполяции зависит от скорости стабилизации процесса и от продолжительности первой стадии накопления повреждений. Причем при одинаковых условиях нагружения и различных амплитудах пластических деформаций в цикле мера эффективности процедуры экстраполяции будет составлять вполне определенную долю от относительной продолжительности первой стадии. Представленные выше результаты подтверждают высокую точность и эффективность прогнозирования на основе предложенного алгоритма процессов накопления повреждений при жестких симметричных нагружениях в условиях однородного напряженного состояния.

4.3. Численное моделирование многоциклового разрушения экспериментального образца из жаропрочного сплава ВЖ-159

Рассмотрены процессы многоциклового разрушения образца, который использовался для экспериментального изучения многоцикловой усталости и получения необходимых материальных функций сплава ВЖ-159 [8, 10, 14].

Образец находился в условиях растяжения-сжатия осевыми силами, интенсивность которых меняется в цикле от минимальных q_i^{\min} до максимальных q_i^{\max} значений. Схема КЭ-дискретизации фрагмента образца изображена на рис. 4.10.





Рассмотренные варианты нагрузок, соответствующие различным значениям амплитуд напряжений и параметров асимметрии цикла в рабочей части образца, приведены в табл. 4.15.

На рис. 4.11 показана картина распределения интенсивности напряжений (в кГ/мм²) в продольном сечении фрагмента образца, построенная для варианта нагрузки $r_1 = -1.0$; $q^{\text{max}} = 7.639 \text{ кГ/мм}^2$ в конце первого полуцикла.

	q_i , к $\Gamma/{ m Mm}^2$			
r_j		<i>i</i> = 1	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3
$r_1 = -1$	$q^{ m max}$	8.282	7.639	6.996
	$q^{ m min}$	-8.282	-7.639	-6.996
$r_2 = -0.7$	q^{\max}	9.182	8.590	7.973
	$q^{ m min}$	-6.430	-6.018	-5.581
$r_3 = -0.5$	$q^{ m max}$	10.082	9.439	8.779
	$q^{ m min}$	-5.041	-4.720	-4.385



Для этого же варианта нагрузки на рис. 4.12 показана картина прогнозируемого распределения функции поврежденности в продольном сечении фрагмента образца к моменту разрушения материала в наиболее нагруженной его точке, соответствующего числу циклов $N = N_f = 990694$.



Результаты расчета всех вариантов нагружений и сравнение их с соответствующими результатами эксперимента приведены в табл. 4.16, а также

Таблица 4.15

в графическом виде на рис. 4.13. Сплошными линиями на рисунке изображены экспериментальные зависимости предельного числа циклов N_f от амплитуд напряжений σ_a при различных значениях параметра асимметрии r, результаты численного решения – точками.

Таблица 4.	.16
------------	-----

	$N_{\!f}$ циклов			
r_j		<i>i</i> = 1	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3
$r_1 = -1$	Эксперимент	10^{5}	10^{6}	10 ⁷
1	Расчет	99077	990694	9908417
$r_{2} = -$	Эксперимент	10^{5}	10^{6}	10 ⁷
0.7	Расчет	99541	947691	9910801
$r_3 = -0.5$	Эксперимент	10^{5}	10^{6}	107
5	Расчет	99096	954981	10100924



Представленные результаты численных расчетов [8, 10, 14], получены в предположении, что разрушение наступает при достижении функции поврежденности ψ амплитудного значения $\psi_a = 0.99$. Учет накопленной поврежденности на процесс деформирования и разрушения образца (при $\psi_a = 0.99$ и p = 2.0) приводит к тому, что для варианта нагрузки $q^{\text{max}} = 7.639 \text{ кг/мм}^2$; $q^{\text{min}} = -7.639 \text{ кг/мм}^2$ предельное число циклов до разрушения составило $N_R = 996752$. График зависимости меры

поврежденности ω в наиболее нагруженной точке образца от числа циклов *N* на завершающей стадии многоциклового нагружения приведен на рис. 4.14.



Рис. 4.14

Приведенные материалы показывают хорошее согласование результатов численных решений с экспериментальными данными (максимальная разница в прогнозе N_f составляет $\delta \approx 5\%$), что позволяет судить о высокой эффективности предложенной методики и работоспособности созданных программных средств.

4.4. Моделирование развития трещины в образце с концентратором в условииях высокотемпературной ползучести

Проведено численное исследование закономерностей развития трещин в образце с концентратором, в условиях осевого растяжения при температуре $T=850^0 C$ [13].

Форма концентратора в образце выбрана в виде острого надреза, не имеющего какого либо скругления. Согласно теории коэффициент концентрации напряжений (ККН) в таком надрезе должен стремиться к бесконечности. Однако, согласно Нейберу [317] ККН в остром надрезе конечен и соответствует значению такого коэффициента в надрезе со скруглением, радиус *r* которого определяется структурой материала и для сталей составляет

величину $r \approx 0.5$ мм. Причем, значение такого ККН можно получить при использовании надреза с острым углом при использовании достаточно грубой сетки КЭ.

Поскольку в настоящем исследовании основной интерес представлял не сам концентратор, а вызванное им локальное возмущение напряжений, учет концентрации напряжений осуществлялся на основе представления концентратора в виде надреза с острым углом с использованием простейших схем дискретизации, позволяющих получать значения ККН в пределах $K_{\sigma} = 3.8 - 7.2$.

Разрушение образца рассматривается как вязкое, за счет развития деформаций ползучести, без учета возможных эффектов хрупких повреждений.

Образец выполнен из жаропрочного сплава ВЖ-159, для которого в [85] получены и верифицированы материальные функции, используемые для реализации рассмотренных в [14] моделей. В качестве информации на рис. 4.15 приведены расчетная (линия точками) и экспериментальная (сплошная линия) кривые ползучести исследуемого материала, полученные при $T=850^{\circ}$ С и уровне напряжений $\sigma = 96$ МПа в условиях одноосного деформирования, подтверждающие хорошее качество полученных материальных функций при описании всех трех участков ползучести.



Рис. 4.15

Расчетная область и схема нагружения рассматриваемого симметричного фрагмента рабочей части образца с концентратором приведены в виде углового разреза изображены на рис. 4.16. На рисунке показаны: ось x – ось симметрии, ось y – плоскость симметрии, длина образца ED = 7 мм, радиус образца CD = 5 мм, глубина надреза BF = 1 мм, ширина надреза AF = 0,5 мм.

Процесс нагружения образца производился за три этапа: этап 1 – прогрев до температуры $T = 850^{\circ}C$; этап 2 – растяжение осевыми силами интенсивностью *p*, распределенными по торцам образца; этап 3 – выдержка нагруженного образца в течение 40 часов.





Численные исследования проводились ряда вариантов расчета, отличающихся значением растягивающих усилий *p*, параметрами КЭ дискретизации при неизменных размерах и формы образца и значениями коэффициентов концентрации напряжении в районе выреза, обусловленных используемой схемой дискретизации.

В первой части исследований рассмотрено влияние параметров, определяющих густоту сетки КЭ в районе предполагаемой траектории трещины

на характеристики ее развития (время возникновения, время и предельная длина устойчивого роста).

Для уровня растягивающих напряжений $p = 100 M\Pi a$ выполнен расчет нескольких вариантов задач с различными схемами конечно-элементной дискретизации расчетной области. Схема дискретизации с наиболее густой из рассмотренных вариантов сеткой КЭ изображена на рис. 4.17.





Для этого варианта число КЭ вдоль поперечного сечения образца AE составило n = 32, коэффициент концентрации напряжений в упругой стадии $K_{\sigma} = 6.075$, после завершения пластического деформирования на втором этапе нагружения $K_{\sigma} = 4.912$.

Другие варианты отличались иными схемами разбиения подобласти сеткой КЭ вдоль линии AB, обеспечивающими подбор желаемого коэффициент концентрации напряжений K_{σ} , иной схемой и числом разбиений *n* сечения вдоль линии AE.

В результате расчетов было установлено, что для всех рассмотренных вариантов трещина развивалась по сечению образца от концентратора к его оси вдоль линии AE. Время начало разрушения (зарождения трещины) для каждого варианта было различным и зависело от соответствующего значения коэффициента концентрации напряжений K_{σ} .

Следует также заметить, что к концу второго этапа нагружения образца в районе концентратора наблюдалось возникновение зоны пластических

деформаций, размер и интенсивность которых определялись значениями коэффициента K_{σ} .

На рис. 4.18 изображены, полученные на основе расчетов, кривые зависимости длины трещины l от времени ее устойчивого распространения t для некоторых из рассмотренных вариантов, обозначенных цифрами, характеризующими число разбиений n и значение коэффициента концентрации напряжений K_{σ} :

n = 12; $K_{\sigma} = 4.15$ (синяя линия); n = 15; $K_{\sigma} = 5.21$ (красная линия); n = 20; $K_{\sigma} = 5.22$ (зеленая линия); n = 32; $K_{\sigma} = 6.075$ (черная линия).

Во всех перечисленных вариантах принимался равномерный шаг сетки вдоль оси *y*. Кроме этого для всех элементов, располагаемых вдоль линии AE, принималось одинаковое соотношение сторон ячеек сетки $h_x = h_y$.





Из рисунка можно видеть хорошее качественное и удовлетворительно количественное согласование скорости, времен устойчивого развития и предельных длин трещин для различных схем конечно-элементной
дискретизации расчетной области. Из рисунков также видно, что по мере сгущения сетки КЭ вдоль траектории развития трещины расчетные кривые приближаются к графику n = 32 для наиболее мелкого разбиения.

Для этого же уровня нагрузки на рис. 4.19 показан, построенный по результатам расчетов, график зависимости времени начала разрушения t_r^0 от значения коэффициента концентрации напряженй K_{σ} . Точками на графике указаны значения времен t_r^0 для ряда конкретных вариантов расчета.



Рис. 4.19

Во второй части исследований рассмотрено влияние уровня приложенной нагрузки p на закономерности развития трещины в образце. Рассмотрено пять вариантов нагрузок: 1) $p = 140 M\Pi a$; 2) $p = 120 M\Pi a$; 3) $p = 100 M\Pi a$; 4) $p = 90 M\Pi a$; 5) $p = 80 M\Pi a$. Во всех рассмотренных вариантах использовалась схема конечно-элементной дискретизации n = 20.

В табл. 4.17 представлены значения моментов времени до зарождения трещины (величина меры поврежденности ω достигает значения $\omega_f = 0.99$) от начала выдержки образца.

Таблица 4.1	7
-------------	---

р, МПа	140	120	100	90	80
Время					
выдержки до	0.425	1.8	7.55	14.6	27.9
зарождения	-,	_,~	.,	,.	_ , , ,
трещины, часы					

На рис. 4.20 представлены зависимости длины трещины *l* от времени выдержки *t*. На рисунке цифра соответствует рассмотренному варианту уровня нагрузки *p*.





Приведенные результаты показывают, что увеличение растягивающей нагрузки приводит к уменьшению времени до момента образования трещины, увеличению скорости и сокращению времени ее устойчивого роста. Для варианта нагрузки 1 ($p = 140 M\Pi a$) разрушение образца произошло практически сразу же после образования трещины; для варианта 5 ($p = 80 M\Pi a$) трещина образовалась, но за время выдержки 40 часов вглубь образца практически не продвинулась.

Следует отметить, что в представленном выше исследовании, процесс развития трещин рассматривался в предположении чисто вязкого разрушения, без учета возможности возникновения каких либо эффектов хрупких повреждений. Однако, анализ кинетики напряжений в районе распространения трещины показал, что в материале образца, перед фронтом трещины, возникает зона, характеризуемая высоким уровнем напряжений и видом НДС, близким к условиям всестороннего растяжения.

На рис. 4.21, 4.22 и 4.23 показаны картины распределения уровней поврежденности ω , параметра вида НДС П и главных напряжений σ_1 по сечению образца для варианта расчета n = 20 при нагрузке $p = 100 M\Pi a$ для момента времени $t \approx 21.8$ часа, соответствующего концу периода устойчивого роста трещины. Конфигурация трещины просматривается на рис. 4.39 в виде зоны поврежденности, соответствующей уровню поврежденности $\omega = 0.99$.



Рис. 4.21



Рис. 4.22



Рис. 4.23

Вполне возможно, что в таких зонах могу происходить акты хрупких разрушений, которые приведут к ускорению процесса развития трещины, либо мгновенному продвижению ее по всему сечению образца.

4.5. Оценка работоспособности модели пластичности при исследовании процессов деформирования в различных режимах малоцикловых нагружений

Получение материальных функций, предложенной в разделе 2.5 модифицированной модели пластического течения и ее обоснование выполнено на основе результатов экспериментального исследования деформирования стали типа 12Х18Н10Т при нормальной температуре в условиях мягкого несимметричного циклического нагружения.

Экспериментальные исследования выполнены сотрудниками НИИ механики ННГУ им. Н.И. Лобачевского Д.В. Жегаловым и Д.А. Казаковым.

Использовались лабораторные образцы с цилиндрической рабочей частью ($d_0 = 12$ мм, $l_0 = 40$ мм). Характерной особенностью конструктивной схемы образца является плавный переход от рабочей части к захватной, минимизирующий влияние концентраторов напряжений при испытаниях в условиях циклического и знакопеременного нагружения.

Эксперимент проводилися на сервогидравлической установке для испытаний на усталостную прочность Amsler HA 100.

В эксперименте на первом цикле нагружения амплитудные значения $p_{\text{max}} = 260 M\Pi a$ $p_{\min} = -210 M\Pi a$. напряжений составили При И последующем циклическом нагружении происходило постепенное увеличение амплитудных значений напряжений, которые достигли $p_{\text{max}} = 300 M\Pi a$ и *p*_{min} = -230 *МПа* на 50 цикле. Дальнейшее циклическое нагружение образца происходило при постоянных значениях амплитудных напряжений, достигнутых на 50 цикле. Полученные в результате эксперимента кривые циклического деформирования приведены на рис. 4.24



Рис. 4.24

Материальные функции модели G_1^0 , G_2^0 , G_1^2 , G_2^2 определялись на основе обработки результатов эксперимента для первых двух циклов нагружения при амплитудных значениях напряжений $p_{\text{max}} = 260 \, M\Pi a$ и $p_{\text{min}} = -210 \, M\Pi a$. Для получения значений функции $C_p = C_p(k_p)$ использовались экспериментальные результаты для первых двух циклов нагружения с указанными амплитудами изменения напряжений, а также результаты эксперимента для циклов n = 50-500 с амплитудами изменения напряжений $p_{\text{max}} = 300 \, M\Pi a$ и $p_{\text{min}} = -230 \, M\Pi a$.

В результате обработки экспериментальной информации были получены следующие значения материальных функций, используемые в последующих расчетах:

Модуль сдвига *G*=64100МПа;

Модуль объемной деформации К=138900 МПа;

Модули анизотропного упрочнения:

 $G_1^0 = 1216 \ M\Pi a, \ G_2^0 = 4.8, \ G_1^2 = 93331 M\Pi a, \ G_2^2 = 1157 \ ;$

Значения радиуса поверхности текучести $C_p(k_p)$ приведены в таблице

4.18.

Таблица 4.18

k _p	0.0	0.02	0.04	0.1	0.2	0.4	1.0
$m{C}_p$, МПа	81.6.5	87.5	91.5	102.5	109.0	112.5	113.0

Значения функций $n_1(k_p)$ и $n_2(e_u^p)$ определялись из условия удовлетворительного описания экспериментальной зависимости смещения петли пластического деформирования l(n) и размаха полных деформаций петли в цикле h(n) от числа циклов n в диапазоне n = 50-500.

На рис. 4.25 представлены кривые деформирования $\sigma - e$, построенные по результатам численного моделирования для первого и десятого циклов нагружения при амплитудных значениях напряжений $p_{\text{max}} = 260 M \Pi$ и $p_{\text{min}} = -210 M\Pi a$. Точками на рисунке отмечены результаты эксперимента.



Рис. 4.25

Из рисунка видно хорошее согласование численных и экспериментальных результатов для первого цикла, а также видно, что с увеличением числа циклов происходит смещение петли деформирования в сторону положительных деформаций и уменьшение размаха деформаций в пределах цикла. На рис. 4.26 приведены аналогичные результаты для циклов n = 1, 50, 100, 500 при амплитудных значениях напряжений $p_{\text{max}} = 300 M\Pi a$ и $p_{\text{min}} = -230 M\Pi a$.



Рис. 4.26

В качественном отношении результаты численного моделирования, приведенные на рис. 4.26, совпадают с аналогичными экспериментальными результатами. Для оценки количественной разницы на рис. 4.27 и рис. 4.28 приведены графики зависимости смещения петли $\Delta l(n) = l(n) - l(50)$ (Рис. 4.27) и размаха полных деформаций петли в цикле h(n) (рис. 4.28) от числа циклов n. Результаты численного моделирования обозначены на рисунке сплошными линиями, экспериментальные результаты – точками.









Приведенные результаты показывают, что предложенная модель позволяет достаточно хорошо описать основные эффекты пластического деформирования рассмотренного материала при мягких несимметричных нагружениях при $n \le 500$ циклов. Сопоставление результатов для большего числа циклов не имеет смысла, так как численное моделирование при дальнейшем увеличении числа циклов должно учитывать влияние на характеристики процесса развивающейся поврежденности материала.

Проверка возможности предложенной модели адекватно описывать поведение материалов при жестких малоцикловых нагружениях осуществлялась на примерах численного моделирования процессов деформирования рабочей части цилиндрического образца при симметричных и несимметрических циклических нагружениях с заданными по торцам образца законами изменения торцевых перемещений, при блочных циклических симметричных нагружениях с различными в каждом блоке значениями амплитуд торцевых перемещений, а также при жестких симметричных циклических нагружений после предварительной односторонней деформации.

С этой целью рассмотрены варианты жесткого циклического нагружения рабочей части тонкостенного цилиндрического образца длиной L = 6 мм торцевыми перемещениями U.

На рис. 4.29 представлены кривые деформирования $\sigma - e$, построенные по результатам численного моделирования для первого, второго и десятого циклов жесткого симметричного циклического нагружения образца при амплитудных значениях торцевыми перемещений $U_{\text{max}} = 0.02237 \text{ мм}, \ U_{\text{min}} = -0.02237 \text{ мм}.$ Аналогичные кривые для жесткого несимметричного нагружения с значениями

 $U_{\text{max}} = 0.02237$ мм, $U_{\text{min}} = -0.01583$ мм изображены на рис. 4.30.



Рис. 4.29



Рис. 4.30

Результаты расчетов показали, что для рассмотренных вариантов нагружения с ростом числа циклов происходит постепенная стабилизация петель гистерезиса.

При этом для симметричных режимов петли располагаются симметрично относительно начала координат, а для несимметричных – смещены вдоль оси деформаций на величину, соответствующую степени асимметрии цикла. Размах полных деформаций в цикле не меняется и определяется амплитудными значениями торцевых перемещений.

При исследовании блочных нагружений рассмотрены два варианта, отличающиеся различной последовательностью приложения торцевых перемещений:

- 30 циклов с амплитудой $U_1 = 0.00956$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_2 = 0.01583$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_3 = 0.02237$ мм;

- 30 циклов с амплитудой $U_3 = 0.02237$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_2 = 0.01583$ мм, далее 30 циклов с амплитудой $U_1 = 0.00956$ мм.

Результаты расчетов представлены в виде графиков зависимости от числа циклов *n* амплитудных значений осевых напряжений в образце *S* для варианта возрастания амплитуд на рис. 4.31 и убывания амплитуд на рис. 4.32.







Рис. 4.32

Полученные зависимости отражают основные закономерности циклического поведения упрочняющихся материалов при жестких блочных симметричных циклических нагружениях и качественно согласуются с

экспериментальными и численными результатами исследования таких процессов другими авторами [14, 42,180].

Для проверки возможности описания с помощью предлагаемой модели процессов деформирования пластически упрочняющихся материалов при жестких циклических нагружениях после предварительной односторонней деформации (процесс посадки петли), проведено моделирование рассмотренного в [184] процесса жесткого симметричного циклического нагружения цилиндрического образца с размахом деформации рабочей части $\Delta e = 0.01$ предварительной деформации сжатия e = 0.01после ЛО И последующего растяжения до e = 0.05.

Результаты расчета, полученные на основе предлагаемой модели представлены в виде графика изменения среднего напряжения в цикле *S* в зависимости от числа циклов *n* на рис. 4.33.



Рис. 4.33

Из рисунка видно, что начиная с $n \ge 120$ петля пластического деформирования становится практически симметричной. Следует отметить, что согласно решению этой задачи на основе модели [42], симметрия петли наступает при n = 3 (пунктирная линия).

Приведенные характеризующие особенности выше результаты, пластического деформирования материалов при мягких несимметричных циклических нагружениях, получены лишь для одного случая амплитудных значений напряжений $p_{\text{max}} = 300 \, M\Pi a$ и $p_{\text{min}} = -230 \, M\Pi a$, для которого был проведен соответствующий эксперимент. Однако представляет значительный интерес установление зависимости кинетики пластического деформирования процессов при изменении рассмотренных соотношений таких выше амплитудных значений напряжений. В качестве величины, характеризующей количественную оценку этих соотношений можно ввести параметр асимметрии цикла, определяемый в виде [12]:

$$R_{\sigma} = \frac{p_{\max} + p_{\min}}{2p_{\max}},\tag{4.1}$$

где p_{max} и p_{min} – максимальное и минимальное значение осевых нагрузок, распределенных по торцу рабочей части образца.

При таком определении параметра асимметрии цикла симметричному циклическому нагружению будет соответствовать значение $R_{\sigma} = 0$, пульсирующему $R_{\sigma} = 0.5$.

Для оценки влияния параметра асимметрии цикла R_{σ} на характеристики процесса пластического деформирования при мягких циклических нагружениях рассмотрены два варианта задач:

- при постоянном значении максимальной нагрузки $p_{\text{max}} = +300.0 M\Pi a = const;$

- при постоянном значении амплитуды нагрузки $p_a = p_{\text{max}} - p_{\text{min}} = +320.0 M\Pi a = const$.

В рамках первого варианта проведены расчеты для следующих значений нагрузок:

 $p_{\text{max}} = +300.0 M\Pi a = const;$ $p_{\text{min}} = (-300.0, -230.0, -180.0, -120.0, 0.0) M\Pi a;$ $R_{\sigma} = 0, 0.166, 0.2, 0.3, 0.5.$ Для второго варианта соответственно:

$$p_{\text{max}} = (160.0, 200.0, 240.0, 280.0, 320.0) M\Pi a;$$

$$p_{\text{min}} = (-160.0, -120.0, -80.0, -40.0, 0.0) M\Pi a;$$

$$R_{\sigma} = 0, \ 0.25, \ 0.333, \ 0.43, \ 0.5.$$

В качестве иллюстрации циклического поведения материала при постоянном значении максимальной нагрузки $p_{\text{max}} = const$ на рис. 4.34 и рис. 4.35 представлены кривые деформирования $\sigma - e$ для циклов n = 1, 2 и 10 построенные по результатам численного моделирования при значениях параметра асимметрии цикла $R_{\sigma} = 0$ и $R_{\sigma} = 0.5$ соответственно.



Рис. 4.34



Результаты расчетов показали, что в случае симметричного нагружения при $R_{\sigma} = 0$, по мере увеличения числа циклов, значения смещений центров петель гистерезиса l(n) быстро стабилизируются и практически не меняются при достижении $n \approx 10$ циклов.

Размах полных деформаций в цикле h(n) с ростом *n* уменьшается, асимптотически приближаясь к некоторому стационарному значению при $n \approx 20$ циклов.

Типовая картина зависимости осевых напряжений σ от осевых деформаций *е* при значениях $0 < R_{\sigma} < 0.5$, построенная для $R_{\sigma} = 0.166$ для циклов n = 1, 50, 100, 500, показана на рис. 4.26.

Из рисунка видно, что по мере увеличения числа циклов происходит интенсивное увеличение смещений петель l(n) и уменьшение размаха деформаций h(n), и хотя скорость их изменения монотонно убывает, заметной стабилизации этих величин можно ожидать лишь при n > 500-800 циклов.

Характер зависимостей l(n) и h(n) для данного варианта нагружения (R_{σ} =0.166) показан на рис. 4.27 и рис. 4.28 соответственно. Как видно из рис. 4.35 в случае пульсирующих нагружений ($R_{\sigma}=0.5$) с ростом числа циклов также наблюдается интенсивное увеличение смещений петель l(n), в то время как значения ширины петель h(n) уменьшаются незначительно и перестают заметно меняться уже при $n \approx 10$ циклов.

Приведенные результаты, полученные для вариантов нагружения при постоянном значении максимальной нагрузки $p_{\text{max}} = const$, показывают, что параметры, характеризующие кинетику упругопластического деформирования материала в условиях мягких циклических нагружений, существенно зависят как от числа *n*, так и асимметрии циклов, характеризуемых значением параметра R_{σ} .

В качестве иллюстрации на рис. 4.36 показаны зависимости смещений петель l(n) для первых десяти циклов при различных значениях R_{σ} . Построенные на основе результатов расчета для десятого цикла зависимости смещений петель $l(R_{\sigma})$ и размаха полных деформаций $h(R_{\sigma})$ приведены на рис. 4.37 и рис. 4.38 соответственно.



Рис. 4.36



Рис. 4.37



Аналогичные зависимости для второго варианта задач (при постоянном значении амплитуды нагрузки $p_a = p_{max} - p_{min} = const$) изображены на рис. 4.39–4.41.







Рис. 4.40



Рис. 4.41

Приведенные кривые сохраняют тенденции изменения параметров циклического деформирования первого варианта нагружения, однако отличаются характером их зависимости от числа циклов n и значений параметров R_{σ} . В обоих случаях с ростом числа n и значений параметров R_{σ} смещения петель $l(n, R_{\sigma})$ увеличиваются, а размах полных деформаций $h(n, R_{\sigma})$ убывает, однако в первом случае скорость изменения функции $l(R_{\sigma})$ является убывающей, а во втором – возрастающей.

5. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

5.1. Численное исследование развития трещины в экспериментальном образце с концентратором в условиях плоского изгиба

С целью иллюстрации применения предлагаемого алгоритма «выключения» поврежденных узлов для моделирования процессов зарождения и развития магистральных трещин ниже представлены некоторые результаты численного моделирования процессов упругопластического деформирования, зарождения и развития трещин в экспериментальном образце с концентратором в условиях плоского изгиба [2, 14].

Исследуемый образец представлял собой прямоугольную призму длиной 65 мм и поперечным сечением 20 мм × 10 мм, имеющую в средней части поперечный надрез глубиной 4 мм, постоянный по всей ширине образца. Образец выполнен из алюминиевого сплава АК-4 и шарнирно оперт на две жесткие опоры. Нагружение образца осуществлялось за счет перемещения захватов испытательной машины через индентор, установленный по ширине образца в его центральном сечении.

Экспериментальные исследования, связанные С построением материальных функций материала и с изучением процесса разрушения такого образца, были выполнены сотрудником НИИ механики ННГУ Л.Н. Крамаревым. Необходимые для дальнейших расчетов материальные функции моделей деформирования и разрушения сплава АК-4 построены по результатам серии стандартных образцов испытаний при одноосном растяжении. Верификация полученных функций осуществлялась на основе численного моделирования процесса разрушения стандартного цилиндрического образца из этого материала в осесимметричной постановке.

Испытания образца с концентратором выполнялись на модернизированной испытательной машине УМЭ-10Т с тиристорным

приводом, позволяющим, в сочетании с коробкой скоростей типа МЕАНДР, в широком диапазоне менять скорость нагружения.

При проведении численного исследования процессов деформирования и разрушения образца реальное нагружение моделировалось вертикальными перемещениями, приложенными через компенсирующую прокладку по узкой полосе на его верхней поверхности. Аналогичные компенсирующие прокладки устанавливались также в районе опор для исключения возникновения нежелательных при проведении численных исследований пластических деформаций. Геометрические размеры и свойства материалов таких прокладок выбирались из условий исключения в материале образца пластических деформаций в районе установки прокладок.

В расчетах величина действующей на образец силы *P* определялась в результате интегрирования вертикальных компонент нормальных напряжений, возникающих в прокладке в процессе изменения прикладываемых перемещений.

Численный анализ процессов деформирования и разрушения образца осуществлялся в пространственной постановке для симметричной 1/4 его части с использованием изопараметрических двадцатиузловых конечных элементов, реализованных в ВК «УПАКС». При этом был рассмотрен ряд расчетных вариантов задачи, отличающихся различными схемами дискретизации объема образца и использованием в расчетах различных механизмов развития повреждений. Принятый в дальнейших расчетах вариант дискретизации образца изображен на рис. 5.1.

Параметры дискретизации процесса нагружения также выбирались на основе проведения предварительных расчетов из условия удовлетворительного описания кривой P-V(V- вертикальное смещение верхней точки центрального сечения образца), характеризующей процесс разрушения образца. В результате шаг по нагрузке был выбран равным $\Delta V = \frac{V_M}{21}$, где $V_M = 1.051$ мм – вертикальное смещение верхней точки центрального сечения образца

166

(контролируемой точки), соответствующее максимальному значению силы *P* в эксперименте, а в качестве параметра, характеризующего процесс нагружения,

выбрана величина
$$t = \frac{V}{V_M}$$
.



Рис. 5.1

При моделировании процесса разрушения образца рассмотрены два варианта накопления повреждений.

В первом процесс накопления повреждений определялся только пластическими повреждениями, а во втором реализовалась возможность совместного учета накопления повреждений, вызванных эффектами пластичности и хрупкого разрушения.

В ходе проведения численных расчетов осуществлялся оперативный анализ распределения по объему образца параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние (НДС) в материале (интенсивности напряжений σ_u , главных напряжений σ_i (i = =1-3), параметра Одквиста k_p , параметра вида НДС П, меры поврежденности ω), и их изменения в процессе нагружения. В качестве параметра вида НДС использовалась величина (2.7)

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}}.$$

Величина П монотонно меняется от значения $\Pi = -1$ при всестороннем сжатии до $\Pi = +1$ при всестороннем растяжении; при чистом сдвиге $\Pi = 0$.

На рис. 5.2 показаны картины распределения величин σ_u , σ_1 и k_p (кадры «а», «б» и «в», соответственно) в районе среднего поперечного сечения образца к моменту времени $t = \frac{V}{V_M} = 0.095$, соответствующему моменту возникновения

первого очага пластических деформаций.

На основе анализа полученных результатов было установлено, что зона максимальных напряжений в образце локализовалась в районе выреза в его центральном сечении. Вид НДС в этой зоне близок всестороннему растяжению. Значение параметра вида НДС в центре этой зоны превысило величину 0.9. Пластические деформации в материале первоначально появились на линии пересечения поверхности выреза с центральным сечением образца, а затем постепенно распространялись по высоте сечения. Интенсивному росту пластических деформаций в этой зоне препятствовал существенно объемный характер распределения напряжений.

Развитие пластических деформаций в материале образца сопровождалось накоплением пластических повреждений, область которых последовательно распространялась от кромки выреза вверх по сечению. К моменту нагружения t = 1.0 максимальный уровень меры повреждений в этой зоне достиг величины $\omega \approx 0.20$. Картина распространения области пластических повреждений в центральном сечении 1/2 симметричной части образца для этого момента нагружения показана на рис. 5.3а (нижняя зона).

При значениях параметра нагрузки $t \le 1.0$ результаты расчетов для двух вариантов полностью совпадали, поскольку значения главных растягивающих напряжений в наиболее нагруженной точке образца не превышали соответствующих критериальных значений. При дальнейшем увеличении нагрузки $t \ge 1.0$, согласно первому варианту расчета, в образце продолжался рост пластических деформаций и пластических повреждений без заметного изменения размера самой зоны, сопровождающийся интенсивным ростом величин главных растягивающих напряжений.



Рис. 5.2







Рис. 5.3

Для второго варианта при *t* ≥ 1.0 в объеме материала образца, на некотором удалении от свободной поверхности, появилась зона хрупкого накопления повреждений, конфигурацию и размер которой можно увидеть на рис. 5.3а уже при t = 1.0. К моменту нагружения t = 1.05 размер этой зоны увеличился, а мера повреждений достигла величины *∞* ≈0.31, превысив максимальное значение поврежденности в пластической зоне (см. рис. 5.36). 1.1 При дальнейшем увеличении параметра нагружения мера \geq поврежденности в этой зоне достигла предельного значения $\omega = 0.99$, что привело к зарождению магистральной трещины, которая начала интенсивно развиваться вдоль центрального сечения образца, захватив при *t* ~ 1.1 более половины толщины образца. Картины развития трещины для моментов нагружения $t \approx 1.05$ и 1.1 показаны на рис. 5.36 и рис. 5.3в, соответственно.

Фотография разрушенного в результате эксперимента образца представлена на рис. 5.4.



Рис. 5.4

Процесс развития трещины сопровождался прогрессирующим падением силы P. График зависимости силы P от перемещения контролируемой точки V, построенный на основе результатов численного моделирования, для обоих вариантов показан на рис. 5.5 в виде точечной и штриховой линий, отмеченных цифрами 1 и 2, соответственно. Аналогичная экспериментальная кривая изображена на этом же рисунке сплошной линией.





Из графиков видно, что в эксперименте максимальная нагрузка, воспринимаемая образцом, оказалась равной P = 853 кГ при значении перемещения контролируемой точки V = 1.051 мм. Для первого варианта на всем протяжении процесса сила возрастала и, судя по поведению графика, предельного значения она могла достигнуть при t > 1.8-2.2. Результаты расчета, полученные на основе второго варианта, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными. Предельная сила здесь оказалась равной $P \approx 880$ кГ при перемещении контролируемой точки $V \approx 1.08$ мм, причем ниспадающий участок кривой практически совпал с аналогичным участком в эксперименте.

Для сравнения на этом же рисунке приведены аналогичные кривые, полученные для образца, толщина которого (и нагрузка соответственно) уменьшена в десять раз. График, помеченный цифрой 3, соответствует упругопластическому разрушению, цифрой 4 – варианту с учетом хрупкого разрушения.

Поскольку вид НДС в таком «узком» образце соответствует условиям меньшей стесненности процесса пластического деформирования, пластические деформации в нем появляются раньше и развиваются более интенсивно, чем в

широком. Максимальная сила в нем $P \approx 940$ кГ при пластическом разрушении достигается для $t \approx 2.0$ ($V \approx 2.1$ мм), а при хрупком – для $t \approx 1.46$ ($P \approx 909$ кГ, $V \approx 1.53$ мм). Иначе говоря, с уменьшением стесненности пластического деформирования в материале увеличивается доля пластического разрушения.

Таким образом, приведенные материалы позволяют судить о том, что результаты численного моделирования процесса разрушения, полученные на основе одновременного учета в процессе разрушения пластических и хрупких повреждений, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Максимальное значение силы *P*, отличающееся в расчете от экспериментального значения на величину $\delta \approx 3\%$, достигается в расчете и эксперименте при перемещениях, отличающихся не более чем на 3.6%. Характер излома образца, представленного на рис. 5.4, подтверждает присутствие в процессе разрушения эффектов хрупкого разрушения.

5.2. Моделирование малоциклового деформирования и разрушения цилиндрического образца с кольцевой выточкой, выполненного из нержавеющей стали 12X18H10T

Рассмотрен пример численного моделирования процессов малоциклового деформирования и разрушения цилиндрического образца, имеющего в рабочей части выточку с радиусом R = 8.5 мм [6, 14]. Диаметр рабочей части образца \emptyset = 58 мм, длина рабочей части L = 30 мм. Образец выполнен из нержавеющей стали 12Х18Н10Т, причем необходимые для расчетов материальные функции материала, так же как и в задаче из радела 4.3., построены на основе экспериментальной информации, приведенной в [42].

Образец равномерно нагрет до температуры $T = 350^{\circ}$ С и находился в условиях циклического нагружения приложенными по торцу осевыми перемещениями, меняющимися по закону симметричного цикла. Амплитуда перемещений на торцевой поверхности рабочей части образца $u_x^a = \pm 0.095$ мм.

173

Ввиду наличия в образце оси симметрии численное решение задачи осуществлялось в осесимметричной постановке с использованием ВК «УПАКС».

Процесс нагружения образца представлялся в виде последовательности следующих этапов нагружения.

1) Равномерный нагрев образца до $T = 350^{\circ}$ C.

2) Деформирование образца осевыми перемещениями u_x , распределенными по его торцевой поверхности, до амплитудного значения $u_x = +0.095$ мм (нагружение осуществлялось за 10 подэтапов).

 Разгрузка образца и последующее его деформирование до значения *u_x* = -0.095мм (нагружение осуществлялось за 20 подэтапов).

4) Разгрузка образца до значения $u_x = 0$ мм (за 10 подэтапов).

5), 6), 7) и т. д. – повторение этапов 2), 3) и 4), составляющих один цикл нагружения.

Рассмотрены два варианта задачи.

В первом варианте исследование процесса проводилось до момента образованиия трещины без использования процедуры экстраполяции, а во втором принималось *KCL*=20.

Исследования показали [6, 14], что на первом цикле нагружения при значении $u_x = 0.019$ мм в наиболее нагруженной точке, расположенной на наружной поверхности центрального сечения образца (в дальнейшем – точка А), появились пластические деформации, которые к концу первой четверти цикла при $u_x = +0.095$ мм (в дальнейшем – максимальной точки цикла) охватили практически все сечение образца.

В процессе дальнейшего нагружения зона пластичности распространилась по объему образца и стабилизировалась при *n* ≈ 15 циклов.

В процессе численного решения первого варианта задачи было установлено, что в точке А первая стадия накопления повреждений завершилась при $N_1^1 = 740$ циклов.

При дальнейшем увеличении числа циклов процесс повреждений в этой точке развивался наиболее интенсивно и при $n = N_r^1 = 1040$ циклов мера поврежденности в этой точке достигла предельного значения $\omega \ge 0.99$.

Согласно результатам второго варианта задачи при $N_0^2 = 20$ циклов была произведена экстраполяция параметров процесса на $N_E^2 = 750$ циклов, причем сразу же, при $N_1^2 = 770$ циклов, завершилась первая стадия накопления повреждений в наиболее нагруженной точке образца. Прогнозируемое число циклов до разрушения материала в точке А оказалось равным $N_r^2 = 1067$.

Для сравнения в табл. 5.1 приведены значения некоторых из рассмотренных в предыдущем параграфе параметров, подсчитанных в точке A, для рассмотренных вариантов задачи.

Таблица 5.1

i	1	2
N_0	_	20
N_E	_	750
N_1	740	770
N _r	1040	1067
ψ (800)	0.700	0.673
$k_{p}(800)$	30.46	29.79
σ _i (800)	36.7	36.6
E_{f}	_	0.721
E_r	-	2.60

Представленные результаты позволяют судить о приемлемой точности и достаточно высокой эффективности прогнозирования на основе предложенного алгоритма процессов накопления повреждений при жестких симметричных нагружениях в условиях неоднородного напряженного состояния.

В частности, для рассматриваемой задачи с помощью такого алгоритма удалось сэкономить более 70% трудоемкости вычислительного процесса, необходимой для определения начала малоциклового разрушения образца.

Дальнейшее исследование процесса разрушения образца осуществлялось на основе продолжения решения второго варианта задачи. После разрушения материала образца в точке А с увеличением числа циклов поврежденность развивалась в виде магистральной трещины вдоль поперечного сечения его средней части по направлению к оси образца.

Продвижение трещины сопровождалось перераспределением напряжений в образце в районе выточки, причем зона максимальных напряжений располагалась в кончике трещины и смещалась вместе с ней в процессе продвижения трещины. На рис. 5.6–5.8 показаны картины распределения интенсивности напряжений σ_u в продольном сечении образца для трех значений циклов: n = 1122, 1181 и 1237, соответствующих различным уровням продвижения трещины. Конфигурации самой трещины для указанных моментов нагружения изображены на рис. 5.9 (кадры «а», «б» и «в», соответственно).



Рис. 5.6



Рис. 5.7



Рис. 5.8



Рис. 5.9

Изменение состояния материала образца в процессе его малоциклового сопровождалось перераспределением деформирования нап-ряжений И деформаций в образце, и в частности изменением осевой силы, действующей по торцам образца. На рис. 5.10 показан график изменения отношения силы Р, действующей по торцу образца в конце текущей четверти цикла, к значению этой силы P₀ в конце первой четверти первого цикла в зависимости от числа циклов *n*. На графике можно выделить три характерных участка, отражающих специфику поведения конструкции В условиях упругопластического малоциклового деформирования:

первый участок (*n*=1–40) циклов, характеризуемый ростом торцевой
 силы за счет упрочнения материала в зонах пластичности;

второй участок (*n*=40–1050), в пределах которого торцевая сила меняется незначительно;

третий участок (*n* ≥ 1050), характеризуемый деградацией свойств материала, развитием магистральной трещины в центральном сечении образца и снижением торцевой силы.





Подводя итоги проведенным в настоящем разделе и разделе 4.3. исследованиям, можно заключить, что предложенный алгоритм прогнозирования процессов накопления повреждений работоспособен при исследовании процессов малоцикловой усталости в условиях жестких циклических нагружений. Эффективность его применения зависит от характера протекания процесса и увеличивается с увеличением продолжительности первой фазы накопления повреждений. В последнем из рассмотренных выше примеров эффективность применения алгоритма достигала значений $E_f \ge 72\%$.

5.3. Численное моделирование многоцикловой усталости фрагмента сильфона

Проведено моделирование процесса многоцикловой усталости повторяющегося фрагмента сильфона [8, 10, 14]. На рис. 5.11 представлены геометрические размеры (в мм), граничные условия и нагрузки на половине фрагмента сильфона в окружном сечении. В связи с тем, что задача является осесимметричной, рассматривается 1/16 часть фрагмента по окружности (22.5°). Конечно-элементная модель фрагмента представлена на рис. 5.12.



Рис. 5.11


Рис. 5.12

Рассмотрено два варианта циклического нагружения.

1) Симметричный цикл без учета внутреннего давления. В данном варианте цикл состоит из трех этапов нагружения:

- смещение левого торца на величину $\Delta u = 0.6$ мм (этап 1);

- смещение левого торца на величину $\Delta u = -0.6$ мм (этап 2);

– возвращение левого торца в исходное состояние $\Delta u = 0.0 \text{ мм}$ (этап 3).

2) Асимметричный цикл с учетом внутренного давления. В данном варианте цикл также состоит из трех этапов нагружения, однако перед циклическим нагружением к фрагменту сильфона прикладывается внутреннее давление:

– приложение внутреннего давления величиной $p = 0.05 \, \mathrm{k\Gamma/mm^2}$ при неизменном положении левого торца ($\Delta u = 0.0 \, \mathrm{mm}$) (этап 1);

– смещение левого торца на величину $\Delta u = 0.6$ мм (при постоянном давлении $p = 0.05 \, \mathrm{\kappa}\Gamma/\mathrm{MM}^2$) (этап 2);

– смещение левого торца на величину $\Delta u = -0.6$ мм (при постоянном давлении $p = 0.05 \, \mathrm{k}\Gamma/\mathrm{MM}^2$) (этап 3);

– возвращение левого торца в исходное состояние $\Delta u = 0.0$ мм (при постоянном давлении $p = 0.05 \, \mathrm{k\Gamma/mm^2}$) (этап 4).

Таким образом, в данном варианте задачи цикл нагружения состоит из этапов нагружения 2, 3 и 4.

В результате решения задачи для первого варианта нагружения установлено, что прогнозируемое число циклов до разрушения составило $N_f = 1943260$. Картина распределения интенсивности напряжений (в кГ/мм²), соответствующая концу первого этапа нагружения, представлена на рис. 5.13. Распределение значений параметра поврежденности, соответствующее указанному числу циклов до разрушения, для этого варианта изображено на рис. 5.14.



Рис. 5.13



Прогнозируемое число циклов до разрушения в случае асимметричного варианта нагружения составило $N_f = 894324$. Распределения интенсивности напряжений (в кГ/мм²), соответствующие первому и второму этапам нагружения, представлены на рис. 5.15 и рис. 5.16, соответственно.

Распределение интенсивности напряжений, соответствующее третьему этапу нагружения (виды со стороны наружной и внутренней поверхностей), представлено на рис. 5.17 и рис. 5.18. Картина распределения значений параметра поврежденности, соответствующая полученному числу циклов до разрушения, изображена на рис. 5.19.



Рис. 5.15



Рис. 5.16



Рис. 5.17



Рис. 5.18



Рис. 5.19

Приведенные в настоящем разделе и разделе 4.4. результаты дают основания судить, что предложенные модели и алгоритмы, реализованные в составе программных средств ВК «УПАКС», позволяют получать надежную оценку многоцикловой усталости элементов конструкций в условиях многоцикловых нагружений.

5.4. Расчет НДС обечайки отражателя реактора БН-800. Сравнительный анализ радиационно-термического формоизменения несущих обечаек отражателей реакторов БН-600 и БН-800

Решена задача расчета НДС обечайки отражателя реактора БН-800 при терморадиационном нагружении [3, 5, 14]. Конструкция отражателя реактора БН-800 представлена на рис. 5.20. Конечноэлементная модель обечайки

изображена на рис. 5.21. Несущая обечайка, изготавливаемая из стали Х16Н11М3, крепится к напорной камере. В направлении элеваторной выгородки по всей высоте обечайки сделан вырез, закрытый приваренной к обечайке трапециевидной стенкой. Для организации потока нейтронов на ионизационные камеры напротив центра активной зоны выполняется утонение стенки до 10 мм с высотой 1000 мм и шириной 800 мм. Между внутренними поверхностями трапециевидной стенки и несущей обечайки по высоте приварено 5 пар горизонтальных ребер. Обечайка находится под действием постоянной во времени температуры. Температурное поле в обечайке распределено равномерно в окружном направлении, нелинейно меняется по ее $T = 355^{\circ}C$ до $T = 456^{\circ}C$. Флюенс высоте ОТ нейтронов монотонно увеличивается от нуля до максимальных значений в течении 45 лет. Распределение флюенса нейтронов на момент времени t=45 лет представлено на рис. 5.22.

Процесс нагружения моделировался двумя этапами нагружения:

1 – прогрев до заданной температуры;

2 – облучение потоком нейтронов (90 подэтапов нагружения).

Расчет НДС обечайки производился с учетом увеличенной в 2.0 раза скорости свободного радиационного распухания \dot{S}_0 . Термическая ползучесть не учитывается.

Результаты численного моделирования в виде картин распределения интенсивности напряжений в разные моменты времени представлены на рис. 5.23–5.27:

0 лет (прогрев обечайки) – рис. 5.23;

- 15 лет рис. 5.24;
- 25 лет рис. 5.25;
- 35 лет рис. 5.26;
- 45 лет рис. 5.27;

Деформированная конфигурация конструкции в 45 лет я с масштабом перемещений, увеличенным в 20 раз приведена рис. 5.28.



Рис. 5.20 – Отражатель реактора БН-800:

 несущая обечайка; 2 – трапециевидная стенка элеваторной выгородки; 3 – утонение стенки выгородки; 4 – навесные плиты; 5 – гребенки (фигурные сектора); 6 – опорный фланец; 7 – место крепления опоры элеватора



Рис. 5.21



Рис. 5.22



Рис. 5.23



Рис. 5.24







Рис. 5.27



Рис. 5.28

Также был выполнен сравнительный анализ радиационно-термического формоизменения обечайки реакторов БН-800 и БН-600 [5].

Конструкция отражателя реактора БН-600 показана на рис. 5.29. Несущая обечайка, изготовленная из стали X18H9, крепится к напорной камере и состоит из двух установленных друг на друга цилиндрических обечаек. В дальнейшем анализе рассматривается только верхняя несущая обечайка, т.к. нижняя несущая обечайка имеет практически одинаковую эксплуатационную температуру и накапливает значительно меньший флюенс нейтронов, чем верхняя. В направлении элеваторной выгородки в несущих обечайках отражателя по всей высоте сделан вырез, предназначенный для организации потока нейтронов на ионизационные камеры. В верхней части выреза к верхней несущей обечайке приварена трапециевидная стенка, служащая связующим элементом обечайки и опорой под направляющие трубы механизмов перегрузки.

Основные условия нейтронного и температурного нагружения отражателей в номинальном режиме эксплуатации приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Реактор	БН-600	БН-800
Максимальная температура, °С	523	456
Максимальный флюенс нейтронов с E>0,1 МэВ за 45 лет, см ⁻²	~10 ²³	~7.10 ²²
Температура в районе максимального флюенса, °С	420	400



Рис. 5.29 – Отражатель реактора БН-600:

1 – несущая обечайка, 2 – внутренняя обечайка, 3 – наружная обечайка,

4 – фланцы, 5 – фигурные сектора, 6 – трапециевидная стенка элеваторной выгородки,

7 – опора элеватора

Наибольший уровень расчетных температур верхней несущей обечайки отражателя БН-600 достигается в верхней части под опорой элеватора. Наибольший флюенс нейтронов накапливается в районе элеваторной выгородки напротив центра активной зоны.

194

Наибольший уровень температур несущей обечайки отражателя БН-800 достигается в верхней части обечайки. Наибольший флюенс нейтронов накапливается в утоненной стенке элеваторной выгородки, расположенной напротив центра активной зоны. При этом снижение максимальных значений флюенса нейтронов и температуры в отражателе БН-800 по сравнению с БН-600 обусловлено усилением защиты в конструкции отражателя и изменением условий его охлаждения.

Радиационно-термическое формоизменение несущих обечаек отражателей реакторов БН-600 и БН-800 после 45 лет эксплуатации представлено на рис. 5.30 и 5.31, соответственно (вид сбоку на центральное сечение; масштаб перемещений увеличен в 20 раз).

Прогнозируемое необратимое изменение основных размеров несущих обечаек отражателей вследствие радиационного воздействия после 45 лет эксплуатации приведено в табл. 5.3.



Рис. 5.30



Рис. 5.31

Таблица 5.3

Реактор	БН-600	БН-800
Увеличение высоты со стороны максимального облучения,	21	2,2
ММ		
Увеличение высоты с противоположной стороны, мм	4	0,2
Увеличение радиуса в направлении элеваторной выгородки,	52*	5,3**
ММ		
Увеличение радиуса в направлении, противоположном	10*	0,1**
элеваторной выгородке, мм		
Увеличение радиуса в направлении, перпендикулярном	2,5*	≈0*
элеваторной выгородке, мм		
Изменение расстояния от оси обечайки до стенки	$+8^{**}$	-6,7*
выгородки, мм		

* - по центру активной зоны;

** - в верхней части отражателей.

Таким образом, видно, что при эксплуатации в течение 45 лет необратимые размерные изменения несущей обечайки отражателя реактора БН-800, изготавливаемой из стали X16H11M3, значительно меньше, чем для несущей обечайки отражателя реактора БН-600 из стали X18H9. Качественная картина формоизменения несущих обечаек этих отражателей (например, выгибание наружу или внутрь в зоне максимального флюенса) также существенно различается, что обусловлено их конструктивными отличиями, в первую очередь, наличием приваренной стенки в районе элеваторной выгородки по всей высоте несущей обечайки отражателя реактора БН-800.

При этом формоизменение за счет влияния облучения как для отражателя реактора БН-800, так и отражателя БН-600 не приводит к потере работоспособности в течение 45 лет эксплуатации связанного с ними оборудования: сборок активной зоны, элеваторов загрузки-выгрузки и механизма перегрузки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложен вариант составной иерархической модели поврежденного материала, представляющей собой набор частных моделей пластичности, ползучести И накопления повреждений, настраиваемых на описание конкретного механического процесса в зависимости от наличия необходимых свойств исследуемого материала и условий решаемой задачи, позволяющий исследовать взаимосвязанные процессы деформирования и разрушения конструкционных материалов при различных режимах термосилового, циклического и радиационного воздействий.

2. На основе экспериментальных данных о закономерностях деформирования нержавеющих сталей при термосиловых и радиационных воздействиях предложена модель упруговязкопластического деформирования материала, учитывающая радиационные ползучесть и распухание, зависимость свойств упругости, пластичности и термоползучести от температуры и повреждающей дозы облучения.

3. Предложен вариант модели пластичности с комбинированным упрочнением для исследования малоцикловых процессов деформирования нержавеющих сталей, позволяющий описывать закономерности поведения материалов при мягких несимметричных нагружениях.

4. На основе энергетических критериев разрушения и концепции механики поврежденной среды, разработана модель многоцикловой усталости, учитывающая зависимость числа циклов до разрушения от уровня действующей температуры, параметра асимметрии цикла, реализуемого в цикле вида НДС, накопленной поврежденности.

5. Разработаны алгоритмы и численные схемы, реализующие предложенные модели механического поведения материалов при терморадиационных и циклических воздействий в задачах расчета прочности конструкций на основе МКЭ.

198

6. В рамках подходов механики поврежденной среды разработаны алгоритмы прогнозирования образования и развития повреждений в материале конструкций при мало- и многоцикловом нагружениях.

7. Предложена численная схема, обеспечивающая возможность моделировать в рамках соотношений механики поврежденной среды процессы зарождения и развития трещин без изменения исходной топологии конструкции и схемы ее КЭ-дискретизации.

8. Выполнена реализация предложенных моделей и численных схем в составе программных средств вычислительного комплекса УПАКС решения на основе МКЭ задач нелинейного деформирования и разрушения конструкций при квазистатических многофакторных воздействиях.

9. Эффективность предложенных алгоритмов прогнозирования накопления повреждений подтверждена результатами численных исследований.

10. Оценка работоспособности и применимости разработанных методик при решении задач оценки многоцикловой прочности конструкций выполнена путем сопоставления результатов численных расчетов с экспериментальными данными о разрушении лабораторных образцов при повышенной температуре для различных значений параметров асимметрии цикла.

11. Результаты численных исследований малоциклового деформирования на основе предложенного варианта модели пластичности подтвердили ее работоспособность при различных режимах нагружений (жесткие, мягкие, симметричные, несимметричные).

12. С помощью разработанных методических и программных средств выполнено решение ряда демонстрационных задач исследования процессов деформирования и разрушения ряда элементов конструкций:

- экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба;

- цилиндрического образца с выточкой при малоцикловом нагружении;

199

- фрагмента сильфона в условиях высокотемпературного многоциклового нагружения.

13. Разработанные методика и программные средства исследования упруговязкопластического деформирования конструкций при терморадиационных нагружениях позволила решить практически важные задачи изучения закономерностей поведения конструктивных элементов ЯЭУ. Установлено, что в течение запланированного срока службы, условия эксплуатации оборудования (повышенные температуры И нейтронное облучение) не приведут к потере его работоспособности.

14. Развитие исследований в рамках тематики настоящей работы можно вести в направлениях:

- дальнейшей экспериментальной проверки и обоснования разработанных методических и программных средств;

- совершенствования предложенных в работе моделей при получении новых экспериментальных данных;

- практического использования разработанных методических и программных средств для решения актуальных задач оценки прочности и ресурса конструкций.

201 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капустин С.А., Горохов В.А., Пантелеев В.Ю., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процессов зарождения и развития трещин на основе соотношений механики поврежденной среды // Проблемы прочности и пластичности. – 2009. – Вып. 71. – С. 36–44.

2. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процесса разрушения экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – № 6. – С. 47–53.

3. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Зверев Д.Л., Гуленко А.Г., Сорокин А.А. Верификация методических и программных средств численного исследования напряженнодеформированного состояния конструкций из стали типа X16H11M3 при квазистатических терморадиационных нагружениях // Проблемы прочности и пластичности.– 2010. – Вып. 72. – С. 36–45.

4. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А. Модели и алгоритмы прогнозирования процессов зарождения и развития трещин в элементах конструкций при монотонных и малоцикловых термосиловых нагружениях // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4(4). – С. 1515–1517.

5. Капустин С.А., Горохов В.А., Васильев Б.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Осетров Д.Л., Марголин Б.З., Гуленко А.Г. Сравнительный анализ радиационно-термического формоизменения отражателей реакторов БН-660 и БН-800 по результатам численного моделирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2011. – № 6. – С. 99–107.

6. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А. Алгоритмы прогнозирования малоцикловой прочности конструкций на основе МКЭ // Проблемы прочности и пластичности. – 2011. – Вып. 73. – С. 13–24.

7. Капустин С.А., Горохов В.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Руин А.А. Соотношения модели поврежденной среды для материалов, подвергающихся терморадиационным воздействиям // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – Вып. 74. – С. 5–15.

8. Антипов А.А., Горохов А.Н., Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А. Экспериментально-теоретическое исследование усталости материалов и конструкций в условиях высокотемпературных многоцикловых нагружений // Проблемы прочности и пластичности. 2014. – Вып. 76(1). – С. 26–38.

9. Kapustin S.A., Gorokhov V.A., Churilov Yu.A. Models and prediction algorithms of fracture of structural elements for low- and high-cycle loading based on FEM // Materials Physics and Mechanics. – 2015. – V. 23. – P. 79–82.

10. Антипов А.А., Горохов А.Н., Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А. Экспериментально-теоретическое изучение многоциклового разрушения элементов конструкций из сплава ВЖ-159 // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2016. – № 1. – С. 29–36.

Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. 11. Алгоритмы численного моделирования процессов деформирования И разрушения конструкций в рамках соотношений механики поврежденной // Вестник Пермского среды национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 86–105.

12. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процессов пластического деформирования и накопления повреждений в материалах конструкций при различных режимах малоциклового нагружения // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. – № 3. – С. 98–107.

13. Горохов В.А., Капустин С.А., Миронов А.А., Чурилов Ю.А. Конечно-элементное моделирование развития трещины в образце с концентратором в условиях высокотемпературной ползучести // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 3. – С. 312–326.

14. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ: монография. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2015. – 347 с. ISBN 978-5-91326-342-1

15. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций в условиях квазистатических термосиловых и терморадиационных воздействий // Труды III школы-семинара «Современные проблемы ресурса материалов и конструкций». – Москва: МАМИ. – 2009. – С. 90–104.

Капустин С.А., Горохов В.А., Пантелеев В.Ю., Чурилов Ю.А. 16. Численное моделирование на основе МКЭ квазистатических процессов деформирования И разрушения конструкций при термосиловых И // XXIII терморадиационных воздействиях Труды Международной конференции «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов». Санкт-Петербург, 2009. – C. 176–181.

17. Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Осетров Д.Л., Капустин С.А., Горохов B.A. Сравнительный радиационно-термического анализ формоизменения отражателей реакторов БН-600 (сталь Х18Н9) и БН-800 (сталь Х16Н11М3) // Тезисы докладов одиннадцатой международной конференции «Проблемы материаловедения при проектировании, изготовлении И эксплуатации оборудования АЭС». Санкт-Петербург: ЦНИИ КМ «Прометей», 2010. – C. 86–87.

18. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Ширяев Д.Д. Численное моделирование процессов зарождения и развития трещин в конструкциях при монотонных и малоцикловых нагружениях // Материалы XVIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО "ТР-Принт", 2012. – С. 65 – 66. 19. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Ширяев Д.Д. Моделирование на основе МКЭ процессов зарождения и развития трещин в элементах конструкций при квазистатических термосиловых нагружениях // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012), 25–31 мая 2012 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ. – С. 339 – 340.

20. Капустин С.А., Горохов В.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Руин А.А. Перспективы построения модели накопления повреждений в аустенитных сталях в условиях терморадиационных воздействий // Сборник тезисов Двенадцатой международной конференции «Проблемы материаловедения при проектировании, изготовлении и эксплуатации оборудования АЭС». Т. 3. – Санкт-Петербург, 2012. – С. 187–195.

21. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Реализация моделей механики поврежденной среды в пакете ЛЭГАК-ДК для исследования квазистатических процессов деформирования и разрушения конструкций // Тезисы XIV Международной конференции «Супервычисления и математическое моделирование», 1–5 октября 2012 г., Саров: ИПК ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». – С. 103–105.

22. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Моделирование процессов усталости конструкций при многоцикловых квазистатических термосиловых нагружениях // 53 Международная научная конференция «Актуальные проблемы прочности», 2–5 октября 2012 г. Витебск, Беларусь: сборник материалов. Ч.1. / УО «ВГТУ» – Витебск, 2012. – С. 215–217.

23. Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Экспериментально-теоретическое исследование усталости конструкций при многоцикловых квазистатических термосиловых нагружениях // Материалы XIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО "ТР-Принт", 2013. – С. 69 – 71.

24. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Оценка усталости элементов конструкций при многоцикловых термосиловых нагружениях на основе соотношений механики поврежденной среды // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механики и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22-31 мая 2013 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С. 315–317.

25. Горохов B.A., Капустин C.A., Чурилов Ю.А. Численное элементов конструкций моделирование усталости при многоцикловых нагружениях на основе соотношений механики поврежденной среды // Форум молодых ученых: Тезисы докладов. Том 1. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2013. - С. 58 - 60.

26. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Алгоритм прогнозирования процесса разрушения при многоцикловых нагружениях для численного моделирования усталости конструкций в рамках соотношений механики поврежденной среды // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25-31 мая 2014 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2014. – С. 342 – 344.

27. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Моделирование на основе МКЭ развития трещин в конструкциях при многоцикловых нагружениях // Материалы 55-й Международной конференции «Актуальные проблемы прочности». 9–13 июня 2014 года. Харьков, Украина: Сборник материалов / Харьков: ННЦ ХФТИ, 2014. – С. 120.

28. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное исследование упругопластического деформирования и накопления повреждений в материалах при различных режимах малоцикловых нагружений // Материалы XIX международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС-2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2015. – С. 236–238.

29. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное решение квазистатических задач нелинейного деформирования и разрушения

205

конструкций в условиях многофакторных воздействий // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов. (Казань, 20 – 24 августа 2015 г.). – Казань: Издательство Академии наук РТ, 2015. – С. 81.

30. Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование высокотемпературной ползучести жаропрочных сплавов в условиях нейтронного облучения // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25-31 мая 2016 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2016. – С. 318 – 320.

31. Горохов В.А., Казаков Д.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Моделирование ползучести жаропрочных сплавов при высоких температурах и нейтронном облучении // Актуальные проблемы прочности: сборник тезисов LVII международной конференции, 24-27 мая, 2016 г. / СевГУ. – Севастополь, 2016. – С. 50.

32. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Моделирование развития трещин в элементах конструкций с концентратором в условиях высокотемпературной ползучести // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2017. – С. 217–219.

Дегтярев В.П. Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1967. – 130 с.

34. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.

35. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараннников В.В.
Экспериментальная пластичность. Процессы сложного деформирования. Книга
1. – Тверь: ТГТУ, 2003. – 172 с.

Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гараннников В.В.
Экспериментальная пластичность. Процессы сложного деформирования. Книга
2. – Тверь: ТГТУ, 2004. – 184 с.

37. Талыпов Г.Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1968. – 135 с.

Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука,
 1966. – 752 с.

39. Качанов Л.М. Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960. – 456 с.

40. Бойцов Ю.И., Данилов В.Л., Локощенко А.М., Шестериков С.А.
Исследование ползучести металлов при растяжении. – М.: Изд-во МГТУ им.
Н.Э. Баумана, 1997. – 99 с.

41. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под. ред. С.А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 101 с.

42. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций: Монография. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского государственного университета. 1999. 226 с.

43. Ботвина Л.Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р. Ботвина; отв. ред. И.И. Новиков; Ин-т металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова РАН. – М.: Наука, 2008. – 334с.

44. Дель Г. Д., Елисеев В. В., Шапиевская В. А. Экспериментальное исследование эффекта баушингера анизотропных металлов // Механика твердого тела. – 2014. – № 5. – С. 98–104.

45. Данилов В.И., Ерошенко А.Ю., Шаркеев Ю.П., Орлова Д.В., Зуев Л.Б. Особенности деформирования и разрушения ультрамелкозернистых сплавов на основе титана и циркония // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 4. – С. 77–85.

46. Макаров А.В., Саврай Р.А., Горкунов Э.С., Юровских А.С., Малыгина И.Ю., Давыдова Н.А. Структура, механические характеристики, особенности деформирования и разрушения при статическом и циклическом нагружении закаленной конструкционной стали, подвергнутой комбинированной деформационно-термической наноструктурирующей обработке // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 1. – С. 5–20.

47. Леонтьева-Смирнова М.В., Измалков И.Н., Валитов И.Р., Лошманов Л.П., Костюхина А.В., Федотов П.В., Мурзаханов Г.Х., Баскаков А.В. Определение предела текучести стали ЭК-181 при испытаниях на растяжение кольцевых образцов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – Т. 82. – № 10. – С. 56–61.

48. Мерсон Д.Л., Васильев Е.В., Виноградов А.Ю. Количественная оценка эффекта Баушингера в магниевых сплавах с эффектом асимметрии // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2017. – Т. 83. – № 3. – С. 55–58.

49. Зимин Б.А., Смирнов И.В., Судьенков Ю.В. Поведение коэффициентов поперечной деформации в процессе упругопластического деформирования металлов // Доклады академии наук. – 2017. – Т. 474. – № 3. – С. 432–435.

50. Ломакин Е.В. Механика сред с зависящими от вида напряженного состояния свойствами // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – № 5. – С. 41–52.

51. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьякова Т.В. Запаздывание текучести и пространственно-временная неоднородность пластического деформирования углеродистой стали // Механика твердого тела. – 2015. – № 4. – С. 56–67.

52. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьякова Т.В., Третьяков М.П. // Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения // Механика твердого тела. – 2016. – № 5. – С. 132–139.

53. Третьяков М.П., Вильдеман В.Э. Деформационное разупрочнение материалов в условиях плоского напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика – 2012. – № 2. – С. 190–203.

54. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. О построении поверхности текучести стали 45 и проверке постулата изотропии на

прямолинейных траекториях при многократных знакопеременных нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика – 2014. – № 3. – С. 71–88.

55. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьяков М.П. Эффект вибрационной стабилизации процесса закритического деформирования // Доклады академии наук. – 2016. – Т. 467. – № 3. – С. 284–288.

56. Жегалов Д.В. Экспериментально-теоретическое исследование процессов упругопластического деформирования элементов конструкций при больших деформациях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2011, 130 с.

57. Баженов В.Г., Жегалов Д.В., Павлёнкова Е.В. Численное и экспериментальное исследование упругопластических процессов растяжениякручения осесимметричных тел при больших деформациях // Механика твердого тела. – 2011. – № 2. – С. 57–66.

58. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженнодеформированном состоянии. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Патент на изобретение RUS 2324162, 06.05.2006.

59. Баженов В.Г. Математическое моделирование и методы идентификации деформационных и прочностных характеристик материалов // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – № 5. – С. 91–105.

60. Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Испытания материалов с построением полных диаграмм деформирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – № 2. – С. 93–98.

61. Вильдеман В. Э., Ломакин Е. В., Третьяков М. П. Закритическое деформирование сталей при плоском напряженном состоянии // Механика твердого тела. – 2014. – № 1. – С. 26–36.

62. Водопьянов В.И., Кондратьев О.В., Травин В.В. К вопросу построения истинной диаграммы деформирования на стадии шейкообразования

// Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2007. – Т. 73. – № 7. – С. 53–58.

63. Куйбышев О.А. Пластичность и сверхпластичность металлов. М.: Металлургия, 1975. 280 с.

64. Васин Р.А., Еникеев Ф.У. Введение в механику сверхпластичности.Часть 1. Уфа, Гилем, 1998. 278 с.

65. Быля О.И., Васин Р.А. Деформирование сплавов в режиме сверхпластичности и близких к нему режимах // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. – 2011. – Вып. 2. – С. 116–128.

66. Ермаченко А.Г. Об оптимизации режимов получения деталей из титановых сплавов с регламентированными свойствами // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2006. – № 4. – С. 96–103.

67. Бхаттачария С.С., Быля О.И., Р. Васин Р.А., Падманабхан К.А.. Механическое поведение титанового сплава Ti–6Al–4V с неподготовленной микроструктурой при скачкообразном изменении скорости деформирования в режиме сверхпластичности // Механика твердого тела. – 2009. – № 6. – С. 169–177.

68. M.B. Taylor, H.M. Zbib, M.A. Khaleel. Damage and size effect during superplastic deformation // International journal of plasticity. – 2002. – V. 18. – P. 415–442.

69. J.N. Wang, Y. Wong. An investigation of the origin of the superplasticity of cast TiAl alloys // International journal of plasticity. – 2006. –V. 22. – P. 1530–1548.

70. Трусов П.В., Чечулина Е.А. Прерывистая текучесть: физические механизмы, экспериментальные данные, макрофеноменологические модели // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика – 2014. – № 3. – С. 186–223.

Lennon A.M., Ramesh K.T. The influence of crystal structure on the dynamic behavior of materials at high temperatures // Int. J. Plasticity. – 2004. – V.
 20. – P. 269–290.

72. Voyiadjis G.Z., Abed F.H. Microstructural based models for b.c.c. and f.c.c. metals with temperature and strain rate dependency // Mechanics of Materials. – 2005. – Vol. 37. – P. 355–378.

73. Voyiadjis G.Z., Abed F.H. A coupled temperature and strain rate dependent yield function for dynamic deformations of b.c.c. metals // Int. J. Plasticity. – 2006. – Vol. 22. – P. 1398–1431.

74. Voyiadjis G.Z., Almasri A.H. A physically based constitutive model for f.c.c. metals with applications to dynamic hardness // Mechanics of Materials. – 2008.
– Vol. 40. – P. 549–563.

75. Матвиенко Ю.Г. Деформирование и разрушение наноматериалов на микро- н наномасштабных структурных уровнях // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2007. – Т. 73. – № 1. – С. 83–90.

76. Гольдштейн Р.В., Морозов Н.Ф. Механика деформирования и разрушения наноматериалов и нанотехнологии. – 2007. – Т. 10. – № 5. – С. 17–30.

77. Мовчан А.А., Казарина С.А. Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 1. – С. 105–116.

78. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов: монография. – М.:МГИУ, 2007 – 264 с.

79. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с.

80. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 264 с.

81. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. – СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2004 – 252 с.

82. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Механика твердого тела. – 2012. – № 3. – С. 116–136.

83. Локощенко А.М. Результаты исследований ползучести и длительной прочности металлов в Научно-исследовательском институте механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (к юбилею Ю. Н. Работнова) // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55. – № 1. – С. 144–165.

84. Arutyunyan R.A. High-Temperature Embrittlement and Long-Term Strength of Metallic Materials // Mech. Solids. – 2015. – V. 50. – Iss. 2. – P. 191–197.

85. Капустин С.А., Казаков Д.А., Чурилов Ю.А., Галущенко А.И., Вахтеров А.М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести // Проблемы прочности и пластичности. – 2008. – Вып. 70. – С. 98–108.

86. Радченко В.П., Кочеров Е.П., Саушкин М.Н., Смыслов В.А. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56. – № 2. – С. 169–177.

87. Локощенко А.М., Фомин Л.В. Влияние формы поперечного сечения растягиваемых стержней на длительную прочность при наличии агрессивной окружающей среды // Прикладная механика и техническая физика. – 2016. – Т. 57. – № 5. – С. 35–44.

88. Банщикова И.А., Блинов В.А. Экспериментально-теоретический анализ деформирования трансверсально-изотропных пластин при ползучести //

Прикладная механика и техническая физика. – 2016. – Т. 57. – № 3. – С. 129– 138.

89. Терауд В.В. Определение момента образования локализации деформации ползучести в образцах круглого поперечного сечения на основе геометрических критериев // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 1. – С. 114–123.

90. J-F Wena, S-T Tu, X-L Gao, J.N. Reddy. Simulations of creep crack growth in 316 stainless steel using a novel creep-damage model // Engineering fracture mechanics. – 2013. – V. 98. – P. 169–184.

91. Shlyannikov V.N., Tumanov A.V., Boychenko N.V. A creep stress intensity factor approach to creep–fatigue crackgrowth // Engineering fracture mechanics. – 2015. – V. 142. – P. 201–219.

92. A. Abubakker Sithickbasha, Sivasambu Mahesh. The role of the constitutive model in creep crack growth modelling // Engineering fracture mechanics. -2015. - V. 150. - P. 47-57.

93. K. Nikbin. A unified multiscale ductility exhaustion based approach to predict uniaxial, multiaxial creep rupture and crack growth // Engineering fracture mechanics. -2017. - V. 179. - P. 240-259.

94. Махутов Н.А., Гринь Е.А., Саркисян В.А. Кинетика развития трещин в энергомашиностроительных сталях при высокотемпературной ползучести // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2015. – Т. 81. – № 11. – С. 44–52.

95. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М.: Физматлит, 2008. 424 с.

96. Абашев Д.Р. Развитие модели упругопластического деформирования, идентификации критериев усталости И методик параметров материальных конструкционных сплавов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук // Центральный научноисследовательский институт машиностроения. Королев, 2016, 157 с.

97. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.

98. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86). – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.

99. Fe-safe 6 User Manual. Volume 2 – Fatigue Theory Reference Manual. ,2011.

100. Трощенко В. Т., Фомичёв Л. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Проблемы прочности. 1993, № 1. С. 3 – 10.

101. Федоров, В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел
 / В.В. Федоров. – Ташкент: Изд-во ФАИ Узбекской ССР, 1985. – 167 С.

102. Чаусов, И.Г. Моделирование кинетики деформирования материала
в зоне предразрушения // И.Г. Чаусов, А.З. Богданович // Проблемы прочности
2003. – №2. – С. 54 – 65.

103. Taleb L., Cailletaud G., Sa'i K. Experimental and numerical analysis about the cyclic behavior of the 304L and 316L stainless steels at 350 °C // Int. J. Plasticity. - 2014. - Vol. 61. - P. 32-48.

104. Трощенко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружение. – Киев: Наукова думка, 1981. – 344 с.

105. Романов, А.Н. Разрушение при малоцикловом нагружении / А.Н. Романов. – М.: Наука, 1988. – 279 С.

106. Бондарь В. С., Фролов А.Н. Математическое моделирование процессов неупругого поведения и накопления повреждения материала при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. 1990, №6. С. 99–107.

107. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С., Фомин М.Н. Обоснование применимости эволюционного уравнения накопления повреждений для оценки малоцикловой усталости металлов. Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник. Вып. 72. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2010. С. 17–24. 108. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности. – Н. Новгород Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.

109. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику повреждённой среды. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 304 с.

110. Капустин С.А. Численное моделирование процессов деформирования конструкций с учётом соотношений механики повреждённой среды // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1990. С. 4–14.

111. Новожилов В. В. О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения // Механика деформируемых тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975. С. 349 – 353.

Иванова, В.С. Усталостное разрушение металлов / В.С. Иванова. –
 М.: Металлургиздат, 1963. – 198 С.

113. Трощенко В.Т. Усталость и неупругость материалов при неоднородном напряженном состоянии // Проблемы прочности. – 2010. – № 5. – С. 14–30.

114. Сафонов И.В., Третьяков М.П., Вильдеман В.Э. Экспериментальное исследование усталостной долговечности алюминиевого сплава при Вестник растяжении кручением // Пермского национального С исследовательского политехнического университета. Механика. –2013. – № 2. – С. 124-132.

115. Иванов Ю.Ф., Лейкина 0.C., Громов B.E., Козлов Э.В. Многоцикловые усталостные испытания стали 08X18H10T. Эффект электропластификации // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – № 2. – С. 41-47.

116. Ботвина Л.Р., Петрова И.М., Гадолина И.В., Левин В.П., Демина Ю.А., Солдатенков А.П., Тютин М.Р. Высокоцикловое усталостное разрушение малоуглеродистой стали после ее длительного старения // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – Т. 75. – № 6. – С. 44–51.

117. Бетехтин В.И., Кадомцев А.Г., Нарыкова М.В., Банников М.В., Абаимов С.Г., Ахатов И.Ш., Palin-Luc T., Наймарк О.Б. Экспериментальное и теоретическое исследование многомасштабных закономерностей разрушения при сверхмногоцикловой усталости // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20. – № 1. – С. 82–93.

118. Hong Y., Zhao, Qian G., Zhou C. Fatigue strength and crack initiation mechanism of very-high-cycle fatigue for low alloy steels // Metall. Mater. Trans. A. $-2012. - V. 43. - N_{\odot} 8. - P. 2753-2762.$

119. Вшивков А.Н., Прохоров А.Е., Уваров С.В., Плехов О.А. Особенности механического поведения армко-железа при испытании в режиме гигацикловой усталости // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. –2013. – № 4. – С. 18–32.

120. Шанявский А.А., Никитин А.Л., Palin-Luc T., Bathias C. Масштабная иерархия процессов малоцикловой, многоцикловой и сверхмногоцикловой усталости разрушения титанового сплава ВТ3-1 // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 4. – С. 59–68.

121. Панин В.Е., Елсукова Т.Ф., Попкова Ю.Ф., Почивалов Ю.И., Сундер Рамасуббу. Влияние структурного состояния поверхностных слоев образцов технического титана на их усталостную долговечность и механизмы усталостного разрушения // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17. – № 4. – С. 5–12.

122. Писаренко, Г. С. Прочность и пластичность материалов радиационных потоках / Г. С. Писаренко, В. Н. Киселевский. – Киев: Наукова думка, 1979. – 284 с.

123. Ибрагимов, Ш. Ш. Радиационные повреждения материалов и сплавов / Ш. Ш. Ибрагимов, В. В. Кирсанов, Ю. С. Пятилетов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
124. Цыканов, В. А. Радиационная стойкость тепловыделяющих элементов ядерных реакторов / В. А. Цыканов, Е. Ф. Давыдов. – М.: Атомиздат, 1977. – 135 с.

125. Шалаев, А. М. Свойства облученных металлов и сплавов / А. М. Шалавев. Киев: Наукова думка, 1985. – 306 с.

126. Куликов, И. С. Прочность элементов конструкций при облучении /
И. С. Куликов, В. Б. Нестеренко, Б. Е. Тверковин. – Минск: Наука и техника,
1990. – 144 с.

127. Конструкционные материалы АЭС на диссоциирующем теплоносителе N₂O₄ / В. П. Гольцев [и др.]. – Минск: Наука и техника, 1976. – 136 с.

128. Куликов, И. С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / И. С. Куликов, Б. Е. Тверковин. – Минск: Наука и техника, 1984. – 103 с.

129. Забудько, Л. М. Работоспособность ТВС быстрых реакторов / Л. М. Забудько, Ю. И. Лихачев, А. А. Прошкин. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 168 с.

130. Тутнов, А. А. Методы расчета работоспособности элементов конструкций ядерных реакторов / А. А. Тутнов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 184 с.

131. Сорокин А.А., Марголин Б.З., Курсевич И.П., Минкин А.И., Неустроев В.С., Белозеров С.В. Влияние нейтронного облучения на механические свойства материалов внутрикорпусных устройств реакторов типа ВВЭР // Вопросы материаловедения. – 2011. – № 2 (66). – С. 131–152.

132. Margolin B.Z., Murashova A.I., Neustroev V.S. Analysis of the influence of type of stress state on radiation swelling and radiation creep of austenitic steels // Strength of Materials. -2012. -V. 44. -N 3. -P. 227–240.

133. Марголин Б.З., Юрченко Е.В., Морозов А.М., Пирогова Н.Е. Анализ эффекта флакса нейтронов применительно к радиационному охрупчиванию материалов корпусов реакторов ВВЭР // Вопросы материаловедения. – 2012. – № 2 (70). – С. 177–195.

134. Марголин Б.З., Курсевич И.П., Сорокин А.А., Васина Н.К., Неустроев В.С. Охрупчивание и трещиностойкость высокооблученных аустенитных сталей для элементов ВКУ ВВЭР. Сообщение 2. Связь радиационного распухания с радиационным охрупчиванием - физические и механические закономерности // Проблемы прочности. –2010. – № 2. – С. 25.

135. Марголин Б.З., Сорокин А.А., Швецова В.А., Минкин А.И., Потапова В.А., Смирнов В.И. Влияние радиационного распухания и особенностей деформирования на процессы разрушения облученных аустенитных сталей при статическом и циклическом нагружении. Часть 1. Пластичность и трещиностойкость // Вопросы материаловедения. – 2016. – № 3. – С. 159–191.

136. Марголин Б.З., Минкин А.И., Смирнов В.И., Сорокин А.А., Швецова В.А., Потапова В.А. Влияние радиационного распухания и особенностей деформирования на процессы разрушения облученных аустенитных сталей при статическом и циклическом нагружении. Часть 2. Скорость роста усталостных трещин // Вопросы материаловедения. – 2016. – № 3. – С. 192–210.

137. Смирнов В.И., Марголин Б.З., Лапин А.Н., Кохонов В.И., Сорокин А.А. Исследование влияния нейтронного облучения на вязкость разрушения стали 08Х18Н10Т и металла ее сварных соединений // Вопросы материаловедения. – 2011. – № 1 (65). – С. 167–183.

138. Burchell T.D., Strizak J.P. The effect of neutron irradiation on the fracture toughness of graphite // Nuclear Engineering and Design. -2014. - V. 271. - P. 262-269.

139. Шаклеина В.А., Замятин В.М., Десятов Н.В. Влияние коррозии на параметры неоднородности напряженно-деформированного состояния и микроструктуру листов алюминиевого сплава Д16 // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2010. – Т. 76. – № 11. – С. 32–38.

218

140. Бабуцкий А.И. Влияние обработкти импульсным электрическим током на скорость коррозии и прочность образцов из стали 45 // Проблемы прочности. –2010. – № 4. – С. 96–104.

141. Казанцев А.Г. Коррозионное растрескивание стали 10ГН2МФА при низкоскоростном нагружении // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2012. – Т. 78. – № 1-1. – С. 79–86.

142. Огородников В.А., Юхимчук А.А., Мочалов М.А., Андраманов А.В., Баурин А.Ю., Бликов А.О., Бойцов И.Е., Ерунов С.В., Максимкин И.П., Малков И.Л., Пупков А.С., Шевнин Е.В. Влияние водорода на прочность и пластичность стали марок 30ХГСА и ЭИ659 при квазистатических и ударноволновых испытаниях // Прикладная механика и техническая физика. – 2016. – Т. 57. – № 5. – С. 111–118.

143. Бутусова Е.Н., Чувильдеев В.Н., Нохрин А.В. Исследование зарождения и распространения коррозионно-усталостных трещин в малоуглеродистых низколегированных сталях // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18. – № 4-2. – С. 1572–1573.

144. Болдин М.С., Нохрин А.В., Чувильдеев В.Н., Чегуров М.К. Исследование процесса зарождения трещин коррозионного растрескивания под напряжением в малоуглеродистых низколегированных сталях // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 5. – С. 186–189.

145. Чувильдеев В.Н., Копылов В.И., Бахметьев А.М., Сандлер Н.Г. Исследование физико-механических и коррозионных свойств субмикрокристаллического титанового сплава Ti-Al-V растрескивания под напряжением в малоуглеродистых низколегированных сталях // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – № 5(1). – С. 38–50.

146. Чувильдеев В.Н., Копылов В.И., Бахметьев А.М., Сандлер Н.Г., Нохрин А.В., Тряев П.В., Лопатин Ю.Г., Козлова Н.А., Пискунов А.В.,

219

Мелехин Н.В. Эффект одновременного повышения прочности и коррозионной стойкости микрокристаллических титановых сплавов // Доклады академии наук. – 2012. – Т. 442. – № 3. – С. 329–332.

147. Махутов Н.А., Гаденин М.М., Алымов В.Т., Рачук В.С., Рудис М.А., Сушков А.М. Оценка прочности и ресурса конструкционных материалов при воздействии газообразного водорода высокого давления // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2006. – Т. 72. – № 5. – С. 35–41.

148. Астанин В.В., Бородачев Н.М., Богдан С.Ю., Кольцов В.А., Савченко Н.И., Виноградский П.М. Прочность трубопроводов с коррозионными повреждениями // Проблемы прочности. – 2009. – № 5. – С. 73–85.

149. Гринь Е.А. Анализ механизмов влияния водных сред на циклическую трещиностойкость сталей // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2016. – Т. 82. – № 7. – С. 45–55.

150. Кузнецова Е.В., Арташова А.А. Влияние эксплуатационных режимов и технологических остаточных напряжений на коррозионное растрескивание циркониевых оболочек, используемых в атомной энергетике // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика – 2012. – № 1. – С. 51–61.

151. Овчинников И.И., Чэнь Т., Овчинников И.Г. Вероятностное моделирование железобетонной сваи при совместном действии нагрузки и хлоридсодержащей среды // Региональная архитектура и строительство. – 2016. – № 4 (29). – С. – 55–61.

152. Овчинников И.И., Мигунов В.Н. Напряженно-деформированное состояние и долговечность железобетонной пластины при одновременном действии нагрузки и хлоридной агрессии // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2013. – № 6 (654). – С. 3–15.

153. Овчинников И.И., Мигунов В.Н., Овчинников И.Г. Учет коррозионного растрескивания арматуры при расчете предварительно напряженного армированного стержневого конструктивного элемента //

Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2013. – № 34 (53). – С. 37–47.

154. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Панов В.А. Численное моделирование процесса коррозионного растрескивания тонкостенного трубчатого образца в условиях осевого растяжения при различных уровнях нагружения // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – № 4. – С. 56–64.

155. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Панов В.А. Численное исследование влияния уровня напряжений на процесс коррозионного растрескивания нержавеющей стали в условиях воздействия жидких хлорсодержащих сред // Проблемы прочности и пластичности. – 2014. – Т. 76. – № 3. – С. 224–234.

156. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А., Панов В.А., Тряев П.В. Моделирование на основе соотношений механики поврежденной среды процессов растрескивания под напряжением нержавеющих сталей в условиях агрессивного воздействия коррозионных сред // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Т. 75. – 2. – С. 77–87.

157. Локощенко А.М., Фомин Л.В. Длительное разрушение пластин при переменных изгибающих моментах в присутствии агрессивной среды // Прикладная математика и механика. – 2016. – № 2. – С. 276–284.

158. Локощенко А.М., Соколов А.В. Ползучесть и длительное разрушение цилиндрической оболочки под внешним давлением в присутствии агрессивной среды // Механика твердого тела. – 2014. – № 1. – С. 65–76.

159. Локощенко А.М., Назаров В.В. Моделирование влияния диффузии окружающей среды на длительную прочность полого цилиндра при одноосном растяжении // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48. – № 4. – С. 88–93.

160. Кукуджанов К.В., Левитин А.Л. О воздействии высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля на микротрещины в упругопластическом проводящем материале // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. – Т. 77. – № 3. – С. 217–226.

161. Беклемишев Н.Н., Корягин Н.И., Шапиро Г.С. Влияние локальнонеоднородного электромагнитного поля на пластичность и прочность проводящих материалов // Изв. АН СССР. Металлы. – 1984. – № 4. – С. 184– 187.

162. Троицкий О.А. Электропластический эффект в процессах обработки металлов давлением // Металлургия машиностроения. – 2010. – № 4. – С. 45–48.

163. Numerical Calculation and Experimental Research on Crack Arrest by Detour Effect and Joule Heating of High Pulsed Current in Remanufacturing / J. Yu, H. Zhang, D. Deng, S. Hao, A. Iqbal // Chinese journal of mechanical engineering. – 2014. – Vol. 27. – No. 4. – P. 745–753.

164. Min-Sung Kim, Nguyen Thai Vinh, Hyeong-Ho Yu, Sung-Tae Hong, Hyun-Woo Lee, Moon-Jo Kim, Heung Nam Han, John T. Roth. Effect of Electric Current Density on the Mechanical Property of Advanced High Strength Steels under Quasi-Static Tensile Loads // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2014. – Vol. 15. – No. 6. – P. 1207–1213.

165. Кукуджанов К.В. Процессы залечивания микротрещин в металле под действием импульсов тока высокой плотности // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – № 3. – С. 300–310.

166. Кукуджанов К.В., Левитин А.Л. Процессы деформирования упругопластического материала с дефектами при электродинамическом нагружении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 1. – С. 106–120.

167. Кукуджанов К.В. Моделирование воздействия высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля на микротрещины в поликристаллическом металле // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 4. – С. 138–158.

168. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories // Int. J. of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – P. 1642–1692.

169. Волков И.А., Волков А.И., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Экспериментально-теоретические исследования процессов вязкопластического деформирования конструкционных сталей с учетом взаимного влияния эффектов пластичности и ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 1. – С. 76–107.

170. Волков И.А., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г. Экспериментальнотеоретические методики определения параметров уравнений механики повреждённой среды при усталости и ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2012. – № 2. – С. 50–78.

171. Волков И.А., Волков А.И., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Экспериментально-теоретические исследования процессов вязкопластического деформирования конструкционных сталей с учетом взаимного влияния эффектов пластичности и ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 1. – С. 76–107.

172. Волков И.А., Игумнов Л.А. Оценка ресурсных характеристик жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 3. – С. 263–281.

173. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов усталостной долговечности материалов и конструкций при малоцикловом нагружении // Механика твердого тела. – 2014. – № 3. – С. 66–78.

174. Шишулин Д.Н., Волков И.А., Казаков Д.А., Пичков С.Н. Моделирование основных закономерностей процесса деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах на базе концепции механики поврежденной среды // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – Вып. 74. – С. 16–27.

175. Волков И.А., Бородой А.Н., Ереев М.Н. Численный анализ полей напряжений и усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами при знакопеременном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Т. 75. – № 1. – С. 11–24.

176. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н. Моделирование процесса упругопластического деформирования стали 45 по двухзвенным ломаным траекториям // Проблемы прочности и пластичности. – 2014. – Т. 76. – № 2. – С. 144–152.

177. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Волков А.И., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования стали 45 по плоским двухзвенным ломаным траекториям типа веера // Проблемы прочности и пластичности. – 2014. – Т. 76. – № 4. – С. 320–325.

178. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С. Моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. – Т. 77. – № 4. – С. 329–343.

179. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Гусева М.А. Моделирование сложного пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочных сплавах при комбинированном термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – № 1. – С. 45–59.

180. Бондарь В.С., Даншин В.В., Макаров Д.А. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 2. – С. 125–152.

181. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термопластичности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 21–35.

182. Бондарь В.С., Даншин В.В., Алхимов Д.А. Анализ циклического деформирования и мало-многоцикловой усталости в условиях одноосного напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 52–71.

183. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термовязкопластичности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 1. – С. 39–56.

184. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов теорий пластичности при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 2. – С. 23–44.

185. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Пластичность материалов при пропорциональных и непропорциональных циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 53–74.

186. Новожилов В.В. О сложном нагружении и перспективах феноменологического подхода к исследованию микронапряжений // ПММ. – 1964. – Т. 28, вып. 3. – С. 393–400.

187. Chaboche J.-L., Dang-Van K., Cordier G. Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel // Proceedings of the 5th International Conference on SMiRT. Div L. – Berlin, 1979. – Paper No. L. 11/3.

188. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением // Укр. матем. журн. – 1954. – Т. 6, вып. 3. – С. 314–324.

189. Prager W. A new method of analyzing stresses and strains in work hardening plastic colids // ASME J. Appl. Mech. – 1956. – Vol. 23. – P. 493–496.

190. Amstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical represention of the multiaxial bauscinger effect // CEGB Report No. RD/B/N/ 731. – 1966.

191. Кадашевич Ю.И. О различных тензорно-линейных соотношениях в теории пластичности // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: Издво ЛГУ, 1967. – Вып. 6. – С. 39–45.

192. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery. Part 1. Formulations and basic features for ratcheting behavior // International Journal of Plasticity. – 1993. – Vol. 9. – P. 375–390.

193. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions // Int. J. of Plasticity. – 2012. – Vol. 35. – P. 44–66.

194. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред. М.: Физматлит, 2010. 352 с.

195. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Моделирование процессов упругопластического деформирования материалов по многозвенным кусочно-ломаным прямолинейным траекториям // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 203–215.

196. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Численное моделирование процессов сложного упругопластического деформирования стали по двузвенным ломаным траекториям // Проблемы прочности и пластичности. – 2014. – Т. 76. – № 1. С. – 18–25.

197. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Моделирование процессов сложного упругопластического деформирования материалов по плоским криволинейным траекториям // Проблемы прочности и пластичности. 2015. – Т. 77. – № 2. – С. 113–123.

198. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И., Алексеева Е.Г. Моделирование упргугопластического деформирования стали при непропорциональном нагружении по плоским окружным траекториям // Математическое моделирование в естественных науках. – 2016. – Т. 1. – С. 100– 105.

199. Зубчанинов В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Численное И построение образа процесса моделирование упругопластического деформирования стали по сложным плоским окружным траекториям // Вестник Чувашского государственного педагогического университета И.Я. ИМ. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2015. – № 4 (26). – С. 39– 49.

200. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.

201. Васин Р.А., Быля О.И. О формулировке условия сверхпластичности в задачах механики (проблема его экспериментального построения) // Письма о материалах. – 2013. – Т. 3. – С. 95–98.

202. Белякова Т.А., Васин Р.А., Гончаров И.А. Влияние параметров нелинейно-вязких элементов на моделирование характерных свойств процесса сверхпластичности // Письма о материалах. – 2015. – Т. 5. – № 1. – С. 24–29.

203. Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Численное моделирование растяжения стержня и идентификация параметров деформирования материала в режиме сверхпластичности // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 4. – С. 471–483.

204. Локощенко А.М. Применение кинетической теории при анализе длительного высокотемпературного разрушения металлов в условиях сложного напряженного состояния (обзор) // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53. – № 4. – С. 149–164.

205. Степанова Л.В., Игонин С.А. Описание рассеянного разрушения: параметр поврежденности Ю.Н. Работнова: историческая справка, фундаментальные результаты и современное состояние // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. – 2014 –. – № 3 (114). – С. 97–114.

206. Степанова Л.В., Игонин С.А. Параметр поврежденности Ю. Н. Работнова и описание длительного разрушения: результаты, современное

состояние, приложение к механике трещин и перспективы // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56. – № 2 (330). – С. 133–145.

207. Соснин О.В., Горев Б.В., Никитенко А.Ф. Энергетический вариант теории ползучести. – Новосибирск: Институт гидродинамики АН СССР. 1986. – 96 с.

208. Никитенко А.Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. – Новосибирск: НГАСУ, 1997. – 278 с.

209. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А., Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – № 4. – С. 436–451.

210. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Казаков Д.А., Емельянов А.А., Тарасов И.С., Гусева М.А. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – № 2. – С. 188–207.

211. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А., Миронов А.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Модель поврежденной среды для описания длительной прочности конструкционных материалов (металлов и их сплавов) // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 3. – С. 285–300.

212. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Виленской О.Ю., Кайдалов В.Б. Численное моделирование процессов деформирования изделий из нержавеющих сталей в условиях терморадиационных воздействий // Проблемы прочности и пластичности. – 2005. – Вып. 67. – С. 26–36.

213. Горохов В.А. Численное моделирование упруговязкопластического деформирования конструкций из нержавеющих сталей и графитов при квазистатических терморадиационных нагружениях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Нижегородский

государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2007, 113 с.

214. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Голудин Е.П. Стохастическая модель неизотермической ползучести и длительной прочности материалов // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53. – № 6 – С. 167–173.

215. Золочевская Л.А., Склепус А.Н. Энергетический вариант теории ползучести материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию // Проблемы прочности. – 2001. – № 2. – С. 108–115.

216. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Горбунов С.В. Вариант кинетических уравнений изотермической ползучести и длительной прочности энергетического типа // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55. – № 1. – С. 207–217.

217. Rusinko A.K. Analytic dependence of the rate of stationary creep of metalson the level of plastic prestraining // Strength of Materials. – 2002. –Vol. 34. – N_{2} 4. – P. 381–389.

218. Волков И.А., Волков А.И., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Экспериментально-теоретические исследования процессов вязкопластического деформирования конструкционных сталей с учетом взаимного влияния эффектов пластичности и ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 1. – С. 76–107.

219. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Сметанин И.В. Закономерности изменения характеристик ползучести и пластичности в экспериментах на кратковременную ползучесть при сложном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 1. – С. 62–75.

220. Breslavs'kyi D.V., Korytko Yu.M., Morachkovs'kyi O.K. Cyclic thermal creep model for the bodies of revolution // Strength of Materials. – 2011. – Vol. 43. – No. 2. – P. 134–143.

221. Yasnii P.V., Galushchak M.P., Fedak S.I. Modeling of material creep damage process with a superimposed high-frequency cyclic component // Strength of Materials. $-2003. - Vol. 35. - N \ge 1. - P. 31-35.$

222. Локощенко А.М. Виброползучесть металлов при одноосном и сложном напряженных состояниях. Механика твердого тела. – 2014. – № 4. – С. 111–120.

223. Karpinos B.S., Samuleev V.V., Lyashenko B.A., Lais'ke E.V., Rutkovs'kyi A.V. Thermal cyclic creep and long-term strength of the material of aircraft gas turbine blades after operation // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45. – N_{2} 5. – P. 542–548.

224. Kucher N.K., Prikhod'ko R.P. Prediction of high-temperature long-term strength of materials // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45. – N_{2} 5. – P. 517–522.

225. Veklich N.A. Probability-theoretical simulation of creep in uniaxial tension of specimens // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45. – № 2. – P. 180–186.

226. Радченко В.П., Д.В. Шапиевский Д.В. Математическая модель ползучести микронеоднородного нелинейно-упругого материала // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49. – № 3. – С. 157–163.

227. Цвелодуб И.Ю. К построению определяющих уравнений ползучести ортотропных материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53. – № 6. – С. 98–101.

228. Kobayshi H., Ohki R., Itoh T., Sakane M. Multiaxial creep damage and lifetime evaluation under biaxial and triaxial sresses for type 304 stainless steel // Engineering fracture mechanics. -2017. - V. 174. - P. 30-43.

229. Арутюнян Р.А. Проблема высокотемпературной ползучести и длительной прочности в механике материалов // Доклады академии наук. – 2017. – Т. 475. – № 4. – С. 386–388.

230. Грешнов В.М., Шайхутдинов Р.И., Пучкова И.В. Кинетическая физико-феноменологическая модель длительной прочности металлов //

Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58. – № 1. – С. 189– 198.

231. Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С. Модели многоосного усталостного разрушения и оценка долговечности элементов конструкций // Механика твердого тела. – 2011. – № 6. – С. 22–33.

232. Sines G. Behavior of metals under complex static and alternating stresses// Metal fatigue L. McGraw-Hill, 1958. – P. 145–169.

233. Crossland B. Effect of large hydrostatic pressures on torsional fatigue strength of an alloy steel // Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals. London, 1956. – P. 138–149.

234. Brown M., Miller K.J. A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions // Proc. Inst. Mech. Engineers. – 1973. – V. 187. – № 65. – P. 745–756.

235. Shamsaei N., Fatemi A., Socie D.F. Multiaxial fatigue evaluation using discriminating strain paths // Int. J. Fatigue. $-2011. - V. 33. - N_{2} 4. - P. 597-609.$

236. Smith R.N., Watson P., Topper T.H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals // J. Materials. 1970. – V. 5. – N_{2} 4. – P. 767–778.

237. Shamsaei N., Gladskyi M., Panasovskyi K., Shukaev S., Fatemi A. Multiaxial fatigue of titanium including step loading and path alternation and sequence affects // Int. J. Fatigue. $-2010. - V. 32. - N_{2} 11. - P. 1862-1874.$

238. Meggiolaro M.A., Miranda A.C., de Castro J. Comparison among fatigue life prediction methods and stress-strain models under multiaxial loading // Proc.19th Int. Congr. of Mech. Eng. 2007. Brasilia, DF.

239. Lemaitre J., Chaboche J.L. Mechanics of Solid Materials. Cambridge: University Press, 1994. 556 p.

240. Chaboche J.L., Lesne P.M. Non"linear continuous fatigue damage model // Fatigue and Fracture of Eng. Materials and Structures. – 1988. – V. 11. – № 1. – P. 1–17.

241. Marmi A.K., Habraken A.M., Duchene L. Multiaxial fatigue damage modeling at macro scale of Ti6Al4V alloy // Int. J. Fatigue. – 2009. – V. 31. – № 11. – P. 2031–2040.

242. Marmi A.K., Habraken A.M., Duchene L. Multiaxial fatigue damage modeling of Ti"6Al"4V alloy // Proc. 9th Int. Conf. of Multiaxial Fatigue and Fracture (ICMFF9) Parma, Italy, 2010. – P. 559–567.

243. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. Лит., 1956. – 407 с.

244. Бураго Н.Г., Никитин И.С., Юшковский П.А. Долговечность дисков переменной толщины с учетом анизотропии усталостных свойств // Механика твердого тела. – 2015. – № 5. – С. 78–93.

245. Бураго Н.Г., Никитин И.С., Юшковский П.А., Якушев В.Л. Анизотропия усталостных свойств материала и ее влияние на долговечность элементов конструкции // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. –2016. – № 4. – С. 72–85.

246. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Численный анализ термоциклической долговечности моделей жаровых труб с различными углами наклона охлаждающих каналов // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 2. – С. 220–233.

247. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Панов В.А., Шишулин Д.Н. Моделирование процессов накопления усталостных повреждений в конструкционных сталях при блочном малоцикловом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7. – № 1. – С. 15–22.

248. Зуров М.М., Капустин С.А. Численное исследование малоцикловой прочности оболочечных конструкций // Труды Международной конференции «Актуальные проблемы механики оболочек», Казань: Новое знание. – 2000. – С. 202–205.

249. Капустин С.А. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел: Учеб. пособие. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. 180 с.

250. Зуров М.М. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения элементов конструкций при малоцикловых термосиловых нагружениях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-

математических наук / Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Нижний Новгород, 2002, 123 с.

251. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А. Формулировка критерия усталости, основанного на концепции скрытой энергии деформации // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т. 13. – № 2. – С. 31–39.

252. Шанявский А.А. Эквивалентное напряжение одноосного циклического растяжения как энергетическая характеристика усталости металла в условиях многопараметрического нагружения // Физическая мезомеханика. – 2017. – Т. 20. – № 4. – С. 33–42.

253. Гаденин М.М. Исследование повреждаемости и долговечности конструкций при одно- и двухчастотных режимах нагружения на основе деформационных и энергетических подходов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2017. – Т. 83. – № 6. – С. 44–51.

254. C. Fischer, W. Fricke, C.M. Rizzo. Review of the fatigue strength of welded joints based on the notch stress intensity factor and SED approaches Sakaida // International journal of fatigue. -2016. -V. 84. -P. 59–66.

255. José Correia, Nicole Apetre, Attilio Arcari, Abílio De Jesus, Miguel Muñiz-Calvente, Rui Calçada, Filippo Berto, Alfonso Fernández-Canteli. Generalized probabilistic model allowing for various fatigue damage variables // International journal of fatigue. – 2017. – V. 100. – P. 187–194.

256. Капустин С.А., Горохов В.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Марголин Б.З., Бучатский А.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкций из нержавеющих сталей, эксплуатирующихся в условиях интенсивных терморадиационных воздействий // Проблемы прочности и пластичности. – 2007. – Вып. 69. – С. 106–116.

257. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Рябцов А.В. Численное моделирование напряженнодеформированного состояния изделий из графита при терморадиационных нагружениях // Проблемы прочности и пластичности. – 2004. – Вып. 66 – С. 51– 61. 258. Капустин С.А., Горохов В.А., Чурилов Ю.А., Слепнев Ю.Г. Численное моделирование поведения конструкций из трансверсальноизотропных материалов в условиях квазистатических силовых и терморадиационных воздействий // Проблемы прочности и пластичности. – 2006. – Вып. 68. – С. 53–60.

259. S. Mohanty, S. Majumdar. Finite element based stress analysis of graphite component in hightemperature gas cooled reactor core using linear and nonlinear irradiation creep models // Nuclear Engineering and Design. – 2015. – V. 292. – P. 32–38.

260. Margolin B.Z., Gulenko A.G., Kursevich I.P., Buchatskii A.A. Modeling for fracture in materials under long-term static creep loading and neutron irradiation. Part 1. A physico-mechanical model // Strength of Materials. – 2006. – V. 38. – № 3. – P. 221–233.

261. Марголин Б.З., Гуленко А.Г., Кусрвечич И.П., Бучатский А.А. Моделирование разрушения материалов при длительном статическом нагружении в условиях ползучести и нейтронного облучения. Сообщение 3. Прогнозирование длительной прочности аустенитных материалов // Проблемы прочности. – 2006. – № 5. – С. 5–15.

262. Марголин Б.З., Гуленко А.Г., Бучатский А.А., Балакин С.М. Моделирование разрушения материалов при длительном статическом нагружении в условиях ползучести и нейтронного облучения. Сообщение 3. Прогнозирование скорости роста трещины в аустенитных материалах // Проблемы прочности. – 2006. – № 6. – С. 5–16.

263. Марголин Б.З., Бучатский А.А., Гуленко А.Г., Федорова В.А., Филатов В.М. Метод прогнозирования сопротивления разрушению материала при циклическом нагружении в условиях вязкоупругопластического деформирования и нейтронного облучения // Проблемы прочности. – 2008. –№ 6. – С. 5–24.

264. Минкин А.И., Марголин Б.З., Смирнов В.И., Сорокин А.А. Развитие модели для прогнозирования статической трещиностойкости аустенитных

материалов в условиях нейтронного облучения // Вопросы материаловедения. – 2013. № 3 (75). – С. 107–119.

265. Margolin B.Z., Sorokin A.A. A physical-mechanical model of ductile fracture in irradiated austenitic steels // Strength of Materials. – 2013. – V. 45. – № 2. – P. 125–143.

266. Марголин Б.З., Сорокин А.А., Бучатский А.А. Оценка скорости роста трещины в материале внутрикорпусных устройств ВВЭР-1000 при радиационной ползучести // Вопросы материаловедения. – 2015. – № 4 (84). – С. 175–186.

267. Гучинский Р.В. Прогнозирование развития трещин усталости на основе численного моделирования накопления повреждений. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / ФГБУН Институт проблем машиноведения Российской академии наук. Санкт-Петербург, 2016, 162 с.

268. Paris, P. A critical analysis of crack propagation laws / P. Paris, F. Erdogan // J. Basic Eng. – 1963. – V. 85, №4. – P. 528–534.

269. Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth / R.J. Donahue, H.M. Clark, P. Atanmo et al. // Int. J. Fract. Mech. – 1972. – V. 8, №2. – P. 209-219.

270. Forman, R.G. Numerical analysis of crack propagation in cyclic–loaded structures / R.G. Forman, V.E. Kearney, R.M. Engle // J. Basic Eng. – 1967. – V. 89, №3. – P. 459–464.

271. McEvily, A.J. On the threshold for fatigue–crack growth / A.J. McEvily,
J. Groeger // 4th Int. Conf. on Fract. – Waterloo, 1977. – V.2. – P. 1293–1298.

272. Elber,W. Fatigue crack closure under cyclic tension / W. Elber // Eng. Fract. Mech.– 1970. – V. 2, №1. – P. 37–45.

273. Kurihara, M. Current research of fatigue cracks / M. Kurihara, A. Kato,
M. Kawahara // The Japanese Society of Materials Science, MRS, 1. – 1985. – P.
217-233.

274. Hudak, Jr.S.J. The dependence of crack closure on fatigue loading variables / Jr.S.J. Hudak, D.L. Davidson // Mech. of Closure, ASTM STP 982. – 1987. – P. 121-138.

275. Черепанов Г.П. О распространении трещин в сплошной среде // Прикладная математика и механика. – 1967. – № 3. – С. 476–488.

276. Rice J.R. A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks // J. Appl. Mech. – 1968. – V. 35, № 2. – P. 379–386.

277. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с.

278. Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack // J. Appl. Mech. – 1967. – V. 24. – P. 109–114.

279. Матвиенко Ю.Г. Двухпараметрическая механика разрушения в современных проблемах прочности // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – № 5. – С. 37–46.

280. Матвиенко Ю.Г. Несингулярные Т-напряжения в проблемах двухпараметрической механики разрушения // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2012. – Т. 78. – № 2. – С. 51–58.

281. Матвиенко Ю.Г., Чернятин А.С., Разумовский И.А. Численный анализ несингулярных составляющих трехмерного поля напряжений в вершине трещины смешанного типа // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – № 4. – С. 40–48.

282. Морозов Е.М. Концепция предела трещиностойкости // Заводская лаборатория. – 1997. – № 12. – С. 42–46.

283. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985. – 503 с.

284. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле // Прикладная механика. – 1959. Т. 5, № 4. – С. 391–401.

285. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. Phys.
Solids. - 1960. - V. 8, № 2. - P. 100-108.

286. Кожевникова М.Е. Геометрическая форма деформированной трещины нормального отрыва при разгрузке и повторном растяжении // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т. 11. – № 4. – С. 43–59.

287. Корнев В.М. Зона предразрушения для трещин продольного сдвига в материалах со структурой // Механика твердого тела. – 2011. – № 3. – С. 102– 111.

288. Корнев В.М., Кургузов В.Д. Достаточный критерий разрушения в случае сложного напряженного состояния при непропорциональном деформировании материала в зоне предразрушения // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51. – № 6 – С. 153–163.

289. Шлянников В.Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщение 1. Теоретические предпосылки // Проблемы прочности. – 1995. – № 10 – С. 3–17.

290. Шлянников В.Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщение 2. Экспериментальное обоснование // Проблемы прочности. – 1995. – № 11/12 – С. 3–21.

291. Шлянников В.Н. Решение задач нелинейного деформирования и разрушения материалов при сложном напряженном состоянии // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15. – № 1. – С. 57–67.

292. Степанова Л.В., Долгих В.С. Экспериментальное определение коэффициентов многопараметрического разложения поля напряжений у вершины трещины: метод фотоупругости // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. – 2017. – Т. 23. – № 1. – С. 59–68.

293. Степанова Л.В., Игонин С.А. Асимптотика поля напряжений у вершины усталостной трещины в среде с поврежденностью: вычислительный эксперимент и аналитическое решение // Сибирский журнал вычислительной математики. 2015. Т. 18. № 2. С. 201-217.

294. Степанова Л.В. Адылина Е.М. Напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины трещины в условиях смешанного

нагружения // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55. № 5 (327). С. 181-194.

295. Кургузов В.Д. Выбор параметров сетки конечных элементов при моделировании роста трещин гидроразрыва // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. Т. 8, № 3. – С. 254–263.

296. Belytschko T., Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1999. – Vol. 45, no. 5. – P. 601-620.

297. Moës N., Dolbow J., Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1999. – Vol. 46, no. 1. – P. 131-150.

298. Belytschko T., Moës N., Usui S., Parimi C. Arbitrary discontinuities in finite elements // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 2001. – Vol. 50, no. 4. – P. 993-1013.

299. Martinsson, J. Automatic 3D crack propagation in complex welded structures / J. Martinsson // The 15th European Conf. of Fract. – 2004.

300. Shu, Y. A software tool for the fatigue growth analysis of multiple 3D cracks from fastener holes / Y. Shu, Y. Li, Z. Fan // 13th Int. Conf. on Fract. – Beijing, 2013. –10 p.

301. Королев, И.К. Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах / И.К. Королев, С.В. Петинов, А.Б. Фрейдин // Вычисл. мех. спл. сред. – 2009. – Т. 2, №3. – С. 34-43.

302. Семенов, А.С. Описание роста усталостной макротрещины на основе концепции нелокальных континуальных повреждений / А.С. Семенов, А.И. Носиков, Б.Е. Мельников // Науч.-техн. вед. СПбГПУ. – 2002. – №3(29). – С. 179–189.

303. Ellyin, F. Probabilistic simulation of fatigue crack growth by damage accumulation / F. Ellyin, C.O. Fakinlede // Eng. Fract. Mech. – 1985. – V. 22, № 4. – P. 697-712.

304. Glinka, G. A Cumulative model of fatigue crack growth / G. Glinka // Int. J. Fatigue. – 1982. – V. 4, № 2. – P. 59–67. 305. Гучинский Р.В., Петинов С.В. Численное моделирование распространения полуэллиптической трещины усталости на основании оценки накопления повреждений // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8. – № 4. – С. 376–385.

306. Bolotin, V.V. Early fatigue crack growth as the damage accumulation process / V.V. Bolotin, I.L. Belousov // Prob. Eng. Mech. – 2001. – V. 16, №4. – P. 279-287.

307. Голос, Эльин. Теория накопления усталостных повреждений, основанная на критерии удельной энергии полной деформации // Современное машиностроение. Сер. Б. 1989. № 1. С. 64–71.

308. Павлов П.А. Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд., 1988. 252 с.

309. Capetta S., Tovo R., Taylor D., Livieri P. Numerical evaluation of fatigue strength on mechanical notched components under multiaxial loadings // International Journal of Fatigue. 2011. 33. P. 661–671.

310. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. М.: Физматлит, 2004. 144 с.

311. Зуев С.А., Капустин С.А., Прок А.Е. Двухуровневая шаговая схема решения квазистатических задач термовязкопластичности // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1988. С. 31–40.

312. Капустин С.А. Численный анализ термомеханических процессов деформирования и разрушения конструкций на основе МКЭ // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Межвуз сб. М.: Товарищество научных изданий КМК, 1995. Вып. 53. С. 63–71.

313. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542 с.

314. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 544 с. 315. Капустин С.А., Прок А.Е. Схема промежуточных экстраполяций для численного анализа неупругого поведения конструкций // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация научных исследований: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1988. С. 107–111.

316. Капустин С.А., Прок А.Е. Применение метода экстраполяций для решения упругопластических задач // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация научных исследований: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1984. С. 43–46.

317. Нейбер Г. Концентрация напряжений. ОГИЗ, Москва, 1947. – 204 с.