



Ларюшин Иван Дмитриевич

**Ионизационный механизм генерации низкочастотных токов в
плазме, создаваемой двухцветными лазерными импульсами**

Специальность 01.04.21 —
«Лазерная физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент
Введенский Николай Вадимович

Официальные оппоненты: **Рыжков Сергей Витальевич**,
доктор физико-математических наук, доцент,
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»,
профессор

Фролов Михаил Владимирович,
доктор физико-математических наук, доцент,
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет»,
заведующий кафедрой теоретической физики

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук»

Защита состоится 21 декабря 2018 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета Д 212.166.07 по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ННГУ и на официальном сайте (<https://diss.unn.ru/files/2018/871/diss-Laryushin-871.pdf>).

Автореферат разослан _____ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.166.07,
к. ф.-м. н.



Клюев Алексей Викторович

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Современные лазеры позволяют получать интенсивные фемтосекундные импульсы, которые могут производить быструю ионизацию среды и эффективно ускорять своим полем освободившиеся электроны. В результате в образующейся плазме возбуждаются электронные токи на различных частотах, в том числе и на значительно более низких, чем частоты ионизирующих лазерных полей. Явления возбуждения таких низкочастотных токов в плазме, создаваемой в результате ионизации среды интенсивными фемтосекундными лазерными импульсами, вызывают в настоящее время большой интерес в связи с возможностью использования этих явлений для создания компактных источников широкополосного терагерцового и среднего инфракрасного излучения [1–18]. Такие источники требуются для различных фундаментальных и прикладных исследований [19–27], в частности, для наблюдения сверхбыстрой электронной и колебательной динамики в широком классе материалов, для спектроскопии и диагностики фармацевтических препаратов, взрывчатых и отравляющих веществ, состава атмосферы и других сред и т.д.

В настоящее время исследованию механизмов и поиску оптимальных условий генерации низкочастотных токов в лазерной плазме посвящено большое число работ. Как правило, в качестве ионизирующих полей рассматриваются двухцветные лазерные импульсы, в которых отношение частот одноцветных компонент близко к 2 [6–17]. В этом случае механизм генерации низкочастотного тока наиболее просто можно объяснить следующим образом. Пусть, например, линейно-поляризованный интенсивный лазерный импульс на основной частоте производит туннельную ионизацию атомов и молекул. Поскольку вероятность туннельной ионизации является очень резкой функцией мгновенного значения напряженности электрического поля [28; 29], зависимость от времени концентрации образующихся свободных электронов имеет резкие скачки на каждом полупериоде поля. Таким образом, временной спектр плотности плазмы (концентрации электронов) содержит ярко выраженную вторую гармонику частоты ионизирующего поля. Если при этом к основному полю добавить слабое поле на частоте, близкой к частоте второй гармоники, то это приведет к возникновению в плазме нелинейного низкочастотного тока свободных электронов, который может иметь как постоянную (не зависящую от времени) составляющую, так и переменную, колеблющуюся на частоте, равной величине частотной отстройки добавочного поля от частоты второй гармоники. Постоянная составляющая плотности тока, которую называют остаточной плотностью тока, является начальным толчком к поляризации плазмы и возбуждению в ней колебаний, частоты которых в широком диапазоне параметров лазерных импульсов и ионизируемых сред могут лежать в терагерцовом диапазоне [4; 5; 7; 14]. Переменная составляющая плотности тока на частоте отстройки может порождать импульсы более коротковолнового (по сравнению с терагерцовым) излучения,

лежащего в среднем инфракрасном диапазоне [9; 13; 14]. Заметим также, что при ионизации в присутствии добавочного поля возникают также слабые гармоники плотности плазмы на частотах, близких к частоте основного поля [7; 14]. Произведение этих гармоник плотности с полем на основной частоте дает дополнительные слагаемые в плотность низкочастотного тока, сравнимые по величине с произведением второй гармоники концентрации и добавочного поля. Аналогичным (немного более сложным) образом можно пояснить возникновение низкочастотного тока при использовании частотно-перестраиваемого поля половинной гармоники [13; 14].

Рассматриваемый ионизационный механизм генерации низкочастотного тока имеет принципиально важное отличие от стандартного четырехволнового смешения, обусловленного наличием кубической нелинейной восприимчивости среды (эффектом Керра), вызванной движением связанных электронов [12]. Это отличие обусловлено тем, что при реализации ионизационного механизма нестационарная поляризация среды и, соответственно, порождаемое ей электромагнитное излучение вызваны движением свободных (а не связанных) электронов. Это отличие проявляется в характере зависимости величины генерируемого тока от амплитуды основного поля, которая в случае реализации ионизационного механизма является существенно более резкой [7; 14], чем в случае стандартного четырехволнового смешения, что может приводить к существенно более высоким значениям интенсивности генерируемых импульсов. К этому же приводит и другое очевидное достоинство ионизационного механизма, заключающееся в отсутствии ограничений сверху на интенсивность лазерного импульса, которые есть при использовании твердотельных нелинейных сред.

Несмотря на то, что в последние годы достигнут значительный прогресс в исследованиях генерации низкочастотных токов в двухцветных ионизирующих полях, ряд важных вопросов в этой области остался пока мало изученным. К числу таких вопросов, рассмотренных в данной диссертационной работе, относится возможность реализации ионизационного механизма генерации низкочастотных токов при других, существенно отличающихся от 2, отношениях частот одноцветных компонент, имеющих произвольную (эллиптическую) поляризацию, а также определение основных закономерностей (в частности, зависимости эффективности генерации от величины и знака частоты отстройки) в генерации импульсов низкочастотного тока в среднем инфракрасном диапазоне частот. В данной диссертационной работе показано, что эффективная генерация низкочастотных токов возможна при различных отношениях частот, близких не только к 1:2, но и к 2:3, 1:4, 2:5 и т.д. Сам же процесс генерации может быть интерпретирован как ионизационное многоволновое смешение с числом смешивающихся волн, определяемым резкостью зависимости скорости ионизации от напряженности электрического поля. Это, в частности, обуславливает возможность эффективного управления спектром генерируемых токов, а также открывает возможности получения предельно коротких (малоцикловых и субцикловых) импульсов в среднем инфракрасном диапазоне частот.

Цели диссертационной работы

Целью работы являются аналитические и численные исследования процессов возбуждения электронных токов в терагерцовом и среднем инфракрасном диапазонах в плазме, создаваемой при ионизации газа фемтосекундным двухцветным лазерным импульсом. В ходе исследования должны быть построены теоретические модели, позволяющие объяснить имеющиеся экспериментальные данные, определить оптимальные условия для возбуждения электронных токов в терагерцовом и среднем инфракрасном диапазонах и предсказать новые эффекты, которые могут иметь место при ионизации газа двухцветным лазерным импульсом.

Научная новизна

1. Впервые исследовано возбуждение низкочастотных токов в плазме, создаваемой двухцветным фемтосекундным лазерным импульсом с произвольным отношением частот его одноцветных компонент, и показано, что процесс возбуждения электронных токов может рассматриваться как проявление ионизационного многоволнового смещения, основные свойства которого определяются нелинейными свойствами ионизируемых частиц.
2. Впервые найдена область значений параметров двухцветных лазерных импульсов, образованных циркулярно поляризованными одноцветными компонентами, для которой возможна генерация остаточного тока вследствие ионизационного многоволнового смещения в образующейся плазме.
3. Впервые найдены оптимальные для генерации остаточных токов параметры ионизирующего двухцветного лазерного импульса при произвольных эллиптичности поляризации его одноцветных компонент.
4. Впервые найдены условия для эффективной генерации малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем инфракрасном диапазоне в плазме, создаваемой при ионизации газа двухцветными лазерными импульсами.

Научная и практическая значимость

Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы для объяснения известных экспериментальных данных, планирования новых экспериментов и разработки эффективных методов генерации широкополосного электромагнитного излучения в терагерцовом и среднем инфракрасном диапазонах частот.

Разработанный в работе теоретический подход для исследования ионизационного многоволнового смещения может быть также использован для исследования генерации более высокочастотного излучения в процессах ионизации

различных сред двухцветными (или, в более общем случае, многоцветными) лазерными импульсами.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Возбуждение остаточного тока в плазме, создаваемой двухцветным лазерным импульсом с произвольным отношением частот его одноцветных компонент, является следствием ионизационного многоволнового смешения, основные свойства которого определяются нелинейными свойствами ионизируемых частиц. Число смешивающихся волн определяется эффективным показателем степени в зависимости скорости ионизации от напряженности ионизирующего поля. Зависимость остаточной плотности тока от частотного отношения в двухцветном лазерном импульсе представляет собой набор резонансоподобных пиков вблизи рациональных дробей с не очень большой нечётной суммой числителя и знаменателя (таких как $1/2$, $2/3$, $2/5$, $3/4$ и т. д.). Различные пики сопоставимыми по величине в случае, когда интенсивности одноцветных компонент импульса близки.
2. Генерация остаточного тока при ионизационном многоволновом смешении двухцветных лазерных импульсов, образованных циркулярно поляризованными одноцветными компонентами, возможна только при их сонаправленном вращении, при этом отношение их частот должно быть близким к рациональной дроби, числитель и знаменатель которой отличаются на единицу.
3. Оптимальные для генерации остаточных токов поляризации одноцветных компонент ионизирующего двухцветного лазерного импульса определяются их частотным отношением. Если это отношение близко к рациональной дроби, числитель и знаменатель которой отличаются на единицу, то оптимальными являются сонаправленно вращающиеся циркулярно поляризованные одноцветные компоненты. При других частотных отношениях, используемых для генерации остаточного тока, оптимальными являются коллинеарные линейно поляризованные одноцветные компоненты.
4. Генерация ультракоротких импульсов в среднем инфракрасном диапазоне при ионизации газа интенсивным двухцветным полем фемтосекундной длительности, содержащим квазимонохроматические компоненты с частотами ω_0 и ω_1 , возможна при $\omega_1/\omega_0 \approx a/b$, где a и b – небольшие взаимно простые натуральные числа разной четности, и происходит на частоте отстройки $\Delta\omega = b\omega_1 - a\omega_0$. Эффективность генерации определяется как величиной $\Delta\omega$, так и ее знаком, принимая более высокие значения при знаках отстройки, приводящих к уменьшению $|\omega_1 - \omega_0|$. Длительность генерируемых импульсов определяется длительностью ионизации, которая много меньше длительности

ионизирующего поля, что обеспечивает получение малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем инфракрасном диапазоне.

Апробация

Основные результаты работы докладывались на конференциях: Topical Problems of Nonlinear Wave Physics (NWP-2014, Нижний Новгород), 23th annual International Laser Physics Workshop (LPHYS'14, София, Болгария), Spring World Congress on Engineering and Technology (SCET 2014, Шанхай, Китай), 26th Symposium on Plasma Physics and Technology (2014, Прага, Чехия), 7th International Congress on Plasma Physics (2014, Лиссабон, Португалия), International Conference-School on Dynamics, Bifurcations and Chaos (DBC II 2015, Нижний Новгород), IX Международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика-2015» (Санкт-Петербург), 10th International Ultrafastoptics Conference (UFOX 2015, Пекин, Китай), 24th annual International Laser Physics Workshop (LPHYS'15, Шанхай, Китай), 11th Conference on Super-Intense Laser-Atom Physics (2015, Бордо, Франция), EMN Light-Matter Interactions Meeting 2016 (Сингапур), 7th International Workshop and Summer School on Plasma Physics (2016, Китев, Болгария), 25th Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS'16, Ереван, Армения), The VII International Symposium and Young Scientist School «Modern problems of laser physics» (MPLP 2016, Новосибирск), 19th International Conference and School on Quantum Electronics: Laser Physics and Applications (ISCQE'16, София, Болгария), XVIII, XIX, XX и XXI научных конференциях по радиофизике (Нижний Новгород, 2014-2018гг.), Нижегородской сессии молодых ученых (Нижний Новгород, 2016г.), 19th International Conference on Optics, Lasers and Spectroscopy (ICOLS 2017, Париж, Франция), International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight-2018, Москва).

Материалы диссертации опубликованы в 27 печатных работах А[1–27], из них 5 статей в рецензируемых журналах А[1–5] а также 8 статей в сборниках трудов конференций и 14 тезисов докладов.

Достоверность полученных результатов

Проведенное исследование опирается на известные и апробированные методы, применяемые в лазерной физике. Результаты теоретических исследований согласуются с известными экспериментальными данными. Выполненные численные расчеты хорошо согласуются с аналитическими выводами.

Личный вклад автора

Автором выполнены численные расчеты и получены аналитические формулы для спектральных компонент и волновых форм генерируемых низкочастотных импульсов тока свободных электронов. Численное решение

нестационарного уравнения Шредингера, использованное в главах 1 и 3 для верификации полученных в диссертации результатов, выполнено А. А. Силаевым.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём составляет 104 страницы. В диссертации 32 рисунка, 2 таблицы, 87 формул. Количество цитированных источников — 140, в том числе публикаций диссертанта — 27.

Краткое содержание диссертации

Во введении обосновывается актуальность исследований, формулируются цели и выносимые на защиту положения и излагается краткое содержание диссертации.

В первой главе рассматриваются процессы возбуждения низкочастотных токов свободных электронов в плазме, создаваемой при ионизации газов двухцветными фемтосекундными лазерными импульсами с произвольными отношениями частот и линейными поляризациями одноцветных компонент.

В разделе 1.1 формулируется подход, применяющийся для исследования этих процессов, основанный на решении балансного ионизационного уравнения для плотности N свободных электронов в плазме и уравнения для плотности тока $\mathbf{j}$ свободных электронов [2—5; 7; 12; 14],

$$\frac{dN}{dt} = (N_g - N(t))w(|\mathbf{E}(t)|), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{j}}{dt} = \frac{e^2}{m}N(t)\mathbf{E}(t), \quad (2)$$

где N_g — начальная концентрация нейтральных частиц газа; $w(|\mathbf{E}(t)|)$ — вероятность ионизации атома за единицу времени в электрическом поле с напряжённостью $\mathbf{E}$; e и m — заряд и масса электрона; $\mathbf{E}(t)$ — заданная зависимость электрического поля лазерного импульса от времени t :

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{x}_0(\mathcal{E}_0(t) \cos(\omega_0 t) + \mathcal{E}_1(t) \cos(\omega_1 t + \phi)), \quad (3)$$

где $\mathcal{E}_0(t)$ и $\mathcal{E}_1(t)$ — медленные огибающие, ϕ — фазовый сдвиг, $\mathbf{x}_0$ — единичный вектор, направленный вдоль оси x , ω_0 и ω_1 — несущие частоты. Плотность тока, остающаяся после прохождения ионизирующего импульса (остаточная плотность тока),

$$\bar{\mathbf{j}} = \mathbf{j}(t \rightarrow +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{j}}{dt} dt, \quad (4)$$

определяет амплитуду последующих, как правило, терагерцовых плазменных колебаний.

В разделе 1.2 выводятся аналитические выражения для остаточной плотности тока в случае, когда интенсивность одной из компонент ионизирующего импульса (добавочного поля) мала по сравнению с интенсивностью другой (основного поля). Для этого применяется теория возмущений по добавочному полю и находятся спектральные компоненты концентрации свободных электронов, близкие по частоте к несущим частотам ионизирующего импульса, дающие, согласно уравнениям (1), (2) вклад в низкочастотный ток. Показывается, что появление таких компонент возможно при $b\omega_1 = a\omega_0 + \Delta\omega$, где $|\Delta\omega| \ll \omega_0, \omega_1$ — малая отстройка частоты, a и b — взаимно простые натуральные числа разной чётности, малые по сравнению с параметром $n_0(\mathcal{E}_0) = w'(\mathcal{E}_0)\mathcal{E}_0/w(\mathcal{E}_0)$, характеризующим резкость зависимости скорости ионизации от напряженности поля. Выражение для остаточной плотности тока при этом выглядит следующим образом:

$$\bar{J} = gj_{\text{osc}}\sigma \exp\left(-\frac{\Delta\omega^2\tau_i^2}{2}\right)\left(\frac{n_0F_1}{2F_0}\right)^b \sin(b\phi - \Delta\omega t_0)\mathbf{x}_0. \quad (5)$$

Здесь $F_{0,1} = \mathcal{E}_{0,1}(t_0)$, $j_{\text{osc}} = e^2N_gF_0/m\omega_0$ — амплитуда осцилляторной плотности тока, наводимой основным полем в плазме плотностью N_g , t_0 — положение точки перегиба функции $\bar{N}(t)$ — усредненной по периоду основного поля концентрации свободных электронов, то есть момент, в который усредненная электронная плотность растет наиболее быстро, $\tau_i = [-(d\bar{N}/dt)^2/(d^3\bar{N}/dt^3)]_{t=t_0} \approx \tau/n_0^{1/2}$ — характерное время ионизации, $\tau = [-\mathcal{E}_0/(d^2\mathcal{E}_0/dt^2)]_{t=0}^{1/2}$ (максимум огибающей $\mathcal{E}_0$ наступает при $t = 0$), $\sigma = N(+\infty)/N_g \approx 1 - \exp[-(2\pi)^{1/2}\bar{w}(\mathcal{E}_0(t=0))\tau_i]$ — конечная (максимальная) степень ионизации плазмы, g — безразмерный коэффициент,

$$g = \frac{2}{b!} \exp\left(-\frac{a^2}{2n_0}\right) \left(\frac{a^2 - b^2}{n_0a} - \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right). \quad (6)$$

Согласно формулам (5), (6) зависимость максимальной по ϕ остаточной плотности тока от ω_1/ω_0 представляет собой набор резонансоподобных пиков вблизи $\omega_1/\omega_0 = a/b$, где a и b — взаимно простые натуральные числа разной чётности и $a + b < n_0$. При этом ширина каждого пика определяется обратным временем ионизации и знаменателем b . Возможность генерации остаточного тока и, как следствие, терагерцового излучения при необычных отношениях частот, таких как 2:3, продемонстрирована в экспериментальной работе [18].

В разделе 1.3 проводятся численные исследования зависимостей остаточной плотности тока от параметров ионизирующих импульсов, в том числе при равных или сопоставимых интенсивностях одноцветных компонент. В численных расчетах огибающие $\mathcal{E}_{0,1}$ заданы следующим образом:

$$\mathcal{E}_{0,1} = \sqrt{\frac{8\pi I_{0,1}}{c}} \exp\left(-\frac{t^2 \ln 4}{\tau_p^2}\right), \quad (7)$$

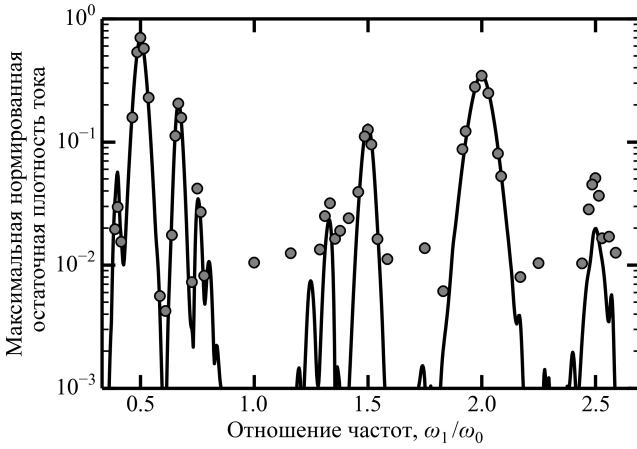


Рис. 1 — Зависимость максимальной по ϕ остаточной плотности тока $|\mathbf{j}|$, нормированной на $e^2 N_g E_a / m \Omega_a$, от отношения частот одноцветных компонент двухцветного лазерного импульса. Фиксированные параметры лазерного импульса: длительность $\tau_p = 50$ фс, частота ω_0 соответствует длине волны 800 нм, пиковые интенсивности компонент $I_0 = I_1 = 10^{14}$ Вт/см². Сплошные линии — результаты численного решения уравнений (1)-(4); кружками отмечены результаты, полученные из решения трехмерного нестационарного уравнения Шредингера.

где I_0 и I_1 — максимальные интенсивности одноцветных компонент, $\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2} \tau$ — длительность лазерного импульса (полная ширина по полувысоте интенсивности), c — скорость света. Для вероятности ионизации используется формула Тонга для атома водорода [29],

$$w(|\mathbf{E}(t)|) = 4\Omega_a \frac{E_a}{|\mathbf{E}|} \exp\left(-\frac{2E_a}{3|\mathbf{E}|} - \frac{12|\mathbf{E}|}{E_a}\right), \quad (8)$$

где Ω_a и E_a — атомные частота и поле. Также проводятся сравнения полученных результатов с результатами квантовомеханических расчетов, основанных на решении трехмерного нестационарного уравнения Шредингера. Пример таких расчетов показан на рисунке 1, на котором изображена зависимость остаточной плотности тока от отношения частот одноцветных компонент при значениях $\phi = \phi_{opt}$, соответствующих максимальной остаточной плотности тока, и фиксированных $I_0 = I_1 = 10^{14}$ Вт/см². При этом значения остаточной плотности тока, отвечающие различным пикам, оказываются сопоставимыми друг с другом, и результаты численных расчетов хорошо согласуются с предсказаниями аналитической теории, приведенной в разделе 1.2.

В разделе 1.4 полученные в предыдущих разделах результаты используются для анализа двух важных с практической точки зрения случаев, в которых

в качестве двухцветных ионизирующих полей используются импульсы, в которых к сильному основному полю добавляется слабое поле на удвоенной, либо на половинной частоте основного поля. Определяются условия, при которых использование добавочной половинной гармоники приводит к большей эффективности генерации остаточных токов, чем использование второй гармоники.

В разделе 1.5 приводятся основные выводы из первой главы.

Во второй главе результаты, полученные в первой главе, обобщаются на случай использования двухцветных импульсов с произвольными эллиптическими поляризациями одноцветных компонент. Поля компонент вводятся следующим образом:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0(t) + \mathbf{E}_1(t), \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_{0,1}(t) = \text{Re}\{\mathbf{A}_{0,1}(t)e^{i\omega_{0,1}t}\}, \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_0(t) = \mathcal{E}_0(t)(\mathbf{x}_0 + i\varepsilon_0\mathbf{y}_0), \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_1(t) = \mathcal{E}_1(t)(\cos\theta\mathbf{x}_0 + \sin\theta\mathbf{y}_0 + i\varepsilon_1[\cos\theta\mathbf{y}_0 - \sin\theta\mathbf{x}_0])e^{i\phi}, \quad (12)$$

где $\mathbf{A}_{0,1}$ — векторные комплексные огибающие одноцветных компонент, $\mathcal{E}_{0,1}$ — большие полуоси эллипсов поляризации компонент, $\omega_{0,1}$ — несущие частоты, $-1 \leq \varepsilon_{0,1} \leq 1$ — эллиптичности компонент (знак эллиптичности определяет направление вращения вектора электрического поля), $0 \leq \theta \leq \pi/2$ — угол между главными осями эллипсов поляризации и $0 \leq \phi < 2\pi$ — сдвиг фаз между несущими компонент, $\mathbf{x}_0$ — единичный вектор вдоль оси x , $\mathbf{y}_0$ — единичный вектор, направленный вдоль оси y .

В разделе 2.1 проводятся численные исследования зависимостей остаточной плотности тока от всех параметров ионизирующих импульсов. Находятся оптимальные интенсивности одноцветных компонент для различных отношений частот, при которых эффективность генерации остаточной плотности тока, пропорциональная $|\bar{\mathbf{j}}|^2/(I_0 + I_1)$, становится максимальной. Пример такого расчета для $\omega_1/\omega_0 = 2$ изображен на левой панели рисунка 2; при данном отношении частот максимальная эффективность достигается при $I_0 = 2.3 \cdot 10^{14}$ Вт/см², $I_1 = 7 \cdot 10^{13}$ Вт/см². Для каждого из отношений частот при оптимальных интенсивностях находятся зависимости остаточной плотности тока от эллиптичностей обеих компонент (пример для $\omega_1/\omega_0 = 2$ изображен на правой панели рисунка 2). Если отношение частот близко к рациональной дроби, числитель и знаменатель которой отличаются на единицу, то оптимальными являются сонаправленно вращающиеся циркулярно поляризованные одноцветные компоненты (что согласуется с результатами эксперимента [16], проведенного для случая добавочного поля второй гармоники). При других частотных отношениях, используемых для генерации остаточного тока, оптимальными являются коллинеарные линейно поляризованные одноцветные компоненты.

В разделе 2.2 проводится вывод аналитических выражений для остаточной плотности тока, позволяющих интерпретировать результаты, полученные численно в разделе 2.1. Общее выражение для остаточной плотности тока при

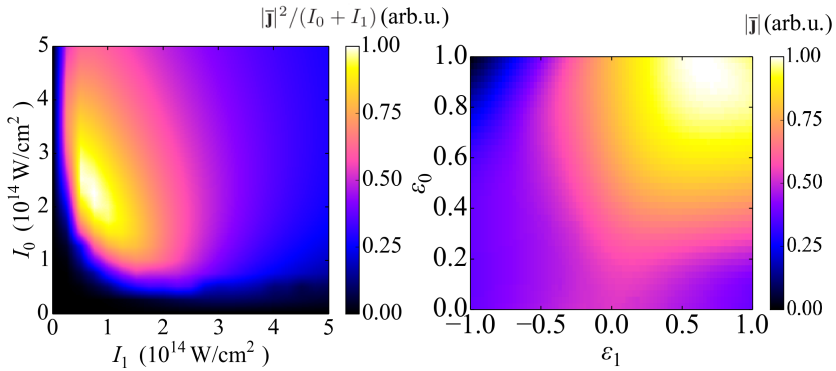


Рис. 2 — (Левая панель) Зависимость отношения квадрата модуля остаточной плотности тока, оптимизированной по $\phi, \theta, \varepsilon_{0,1}$, к сумме интенсивностей одноцветных компонент $|\mathbf{j}|^2 / (I_0 + I_1)$ от интенсивностей обеих компонент $I_{0,1}$.

(Правая панель) Зависимость модуля остаточной плотности тока $|\mathbf{j}|$, оптимизированной по ϕ и θ , от эллиптичностей обеих одноцветных компонент $\varepsilon_{0,1}$ при оптимальных интенсивностях обеих компонент: $I_0 = 2.3 \cdot 10^{14}$ Вт/см 2 , $I_1 = 7 \cdot 10^{13}$ Вт/см 2 . Отношение частот компонент $\omega_1 / \omega_0 = 2$; длительность $\tau_p = 50$ фс; частота ω_0 соответствует длине волны 800 нм.

произвольных поляризациях одноцветных компонент ионизирующего импульса и малой интенсивности одной из них получено в разделе 2.2.1; случаи отношений частот компонент вида $\omega_1 / \omega_0 = 2k$, где k – произвольное натуральное число, более подробно рассмотрены в подразделе 2.2.2; случаи $\omega_1 / \omega_0 = (2k - 1)/2$ рассмотрены в подразделе 2.2.3. В подразделе 2.2.4 приводятся законы подобия, позволяющие пересчитать остаточную плотность тока при изменении центральной частоты основного поля (при сохранении отношения частот компонент), длительности ионизирующего импульса и потенциала ионизации используемого газа. В подразделах 2.2.5 и 2.2.6 приведены выводы аналитических формул для остаточной плотности тока при произвольных отношениях интенсивностей компонент. В подразделе 2.2.5 рассматривается случай использования двухцветных ионизирующих импульсов с циркулярно поляризованными компонентами и аналитически демонстрируется, что при противоположных направлениях вращения поляризаций одноцветных компонент генерация остаточного тока подавлена, а при совпадающих направлениях вращения возможна только при определенных значениях отношений частот, близких к рациональным дробям, числитель и знаменатель которых отличаются на единицу. В подразделе 2.2.6 проанализирован случай ионизирующих импульсов с линейными коллинеарными компонентами с сопоставимыми интенсивностями.

В разделе 2.3 приводятся основные выводы из второй главы.

В третьей главе исследуется генерация компонент производной плотности тока с центральными частотами в среднем инфракрасном диапазоне.

В разделе 3.1 проводится вывод аналитических выражений, описывающих огибающую низкочастотной компоненты производной плотности тока и сдвиг её максимума к переднему фронту ионизирующего импульса при различных видах огибающих компонент двухцветного ионизирующего импульса. Поле ионизирующего импульса задается выражением (3), при этом частоты его одноцветных компонент соотносятся как $b\omega_1 = a\omega_0 + \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ – малая отстройка частоты, на которой и происходит генерация. Проекция на ось x низкочастотной компоненты тока описывается выражением:

$$\frac{dj_b^{\Delta\omega}}{dt} = g \frac{e^2 N_g \mathcal{E}_0}{m\omega_0} (1 - \bar{N}/N_g) \bar{w}(\mathcal{E}_0) \left(\frac{n_0 \mathcal{E}_1}{2\mathcal{E}_0} \right)^b \sin(\Delta\omega t + b\phi). \quad (13)$$

где $\bar{w}$ – усредненная по периоду основного поля вероятность ионизации. В данном разделе исследуется временной сдвиг максимума огибающей t_0 и длительность низкочастотной компоненты (13), определяемая временем ионизации τ_i , при различных формах огибающей ионизирующего импульса. Показано, что при насыщении ионизации вследствие истощения нейтральных частиц газа и дальнейшем росте интенсивности ионизирующего импульса, в зависимости от формы его огибающей, длительность низкочастотного импульса тока может расти, убывать, или выходить на константу. Также в данном разделе сделана оценка эффективности генерации ультракоротких импульсов в среднем инфракрасном диапазоне.

В разделе 3.2 проводится сравнение спектров и волновых форм низкочастотных компонент производной плотности тока с результатами численных решений трехмерного нестационарного уравнения Шредингера. Показывается, что результаты расчетов в рамках различных подходов хорошо совпадают, и все свойства ионизационного многоволнового смешения присутствуют в квантовомеханических расчетах, а именно: асимметрия, проявляющаяся в сильном понижении эффективности генерации при определенном знаке $\Delta\omega$, связанная с множителем $(a^2 - b^2)/(n_0 a) - \Delta\omega/\omega_0$ в коэффициенте (6), равенство длительности генерируемых импульсов длительности ионизации τ_i и сдвиг максимума огибающей к переднему фронту при насыщении ионизации. На рисунке 3 изображена волновая форма генерируемого импульса производной плотности тока свободных электронов с центральной длиной волны $\lambda = 2\pi c/\Delta\omega = 6$ мкм, при этом отношение интенсивностей компонент ионизирующего импульса формально выходит за рамки применимости аналитической формулы (13), однако согласие с результатами численных расчетов остается достаточно хорошим.

В разделе 3.3 приводятся основные выводы из третьей главы.

В заключении кратко сформулированы основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Исследовано ионизационное многоволновое смешение, которое происходит в плазме, создаваемой двухцветным лазерным импульсом с произвольным отношением частот его одноцветных компонент. Показано, что процесс возбуждения остаточных токов свободных электронов,

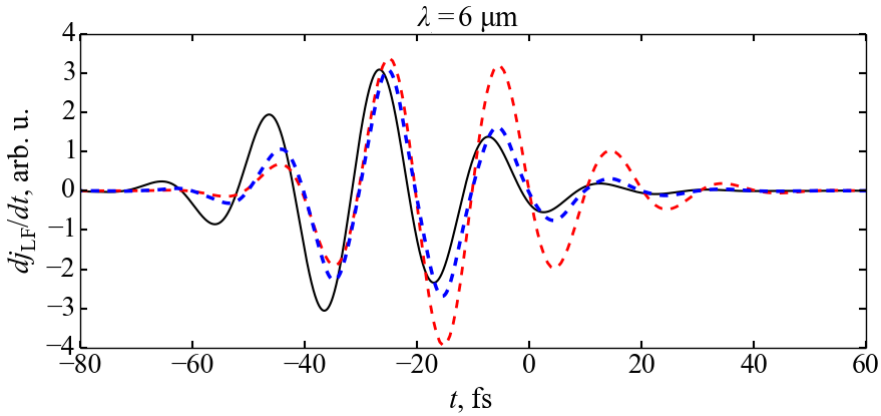


Рис. 3 — Проекция на ось x низкочастотной компоненты $dj^{\Delta\omega}/dt$ при длине волны отстройки $\lambda = 2\pi c/\Delta\omega = 6$ мкм, что соответствует частоте $f = \Delta\omega/2\pi = 50$ ТГц. Черная кривая – результат квантовомеханических расчетов, синяя – результат численных расчетов, красная кривая получена применением аналитической формулы (13) при $a = 2, b = 1$. Интенсивности компонент лазерного импульса $I_0 = 2 \cdot 10^{14}$ Вт/см², $I_1 = 2 \cdot 10^{13}$ Вт/см², сдвиг фаз $\phi = 0$. Огибающие компонент лазерного импульса заданы выражением (7).

ответственных за генерацию терагерцового излучения, может рассматриваться как такое многоволновое смешение, основные свойства которого определяются нелинейными свойствами ионизуемых частиц. В частности, число смешивающихся волн определяется эффективным показателем степени в зависимости скорости ионизации от напряженности ионизирующего поля. Продемонстрировано, что зависимости остаточной плотности тока от частотного отношения в двухцветном лазерном импульсе представляют собой набор резонансоподобных пиков вблизи рациональных дробей с не очень большой нечётной суммой числителя и знаменателя (таких как $1/2, 2/3, 1/4, 2/5$ и т. д.). Различные пики оказываются сопоставимыми по величине в случае, когда интенсивности одноцветных компонент импульса близки, и лазерно-плазменная генерация терагерцового излучения при использовании ионизирующих двухцветных импульсов с нетрадиционными (отличными от двух) частотными отношениями может быть достаточно эффективной.

2. Исследована генерация остаточных токов при ионизационном многоволновом смешении двухцветных лазерных импульсов, образованных циркулярно поляризованными одноцветными компонентами. Показано, что генерация остаточного тока возможна только при сонаправленном вращении одноцветных компонент, при этом отношение их частот

- должно быть близким к рациональной дроби, числитель и знаменатель которой отличаются на единицу.
3. Найдены оптимальные для генерации остаточных токов параметры ионизирующего двухцветного лазерного импульса при произвольных эллиптичностях поляризации его одноцветных компонент. Показано, что оптимальная эллиптичность определяется частотным отношением в двухцветном импульсе. Если это отношение близко к рациональной дроби, числитель и знаменатель которой отличаются на единицу, то оптимальным является использование сонаправленно вращающихся циркулярно поляризованных одноцветных компонент. При других частотных отношениях, используемых для генерации остаточного тока, оптимальным является использование коллинеарных линейно поляризованных одноцветных компонент.
 4. Исследована генерация ультракоротких импульсов в среднем инфракрасном диапазоне при ионизации газа интенсивным двухцветным полем фемтосекундной длительности, содержащим квазимонохроматические компоненты с частотами ω_0 и ω_1 , при $\omega_1/\omega_0 \approx a/b$, где a и b – небольшие взаимно простые натуральные числа разной четности. Генерация происходит на частоте отстройки $\Delta\omega = b\omega_1 - a\omega_0$. Показано, что эффективность генерации определяется как величиной $\Delta\omega$, так и ее знаком, и принимает более высокие значения при знаках отстройки, приводящих к уменьшению $|\omega_1 - \omega_0|$. Длительность генерируемых импульсов определяется длительностью ионизации, которая много меньше длительности ионизирующего поля, что обеспечивает получение малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем инфракрасном диапазоне.

Список литературы

1. Братман, В. Л. Освоение терагерцевого диапазона: источники и приложения / В. Л. Братман, А. Г. Литвак, Е. В. Суворов // Успехи физических наук. — 2011. — Т. 181, № 8. — С. 867—874.
2. Zhang, L. Optimized two-and three-colour laser pulses for the intense terahertz wave generation / L. Zhang, G.-L. Wang, X.-X. Zhou // Journal of Modern Optics. — 2016. — Vol. 63, no. 21. — P. 2159—2165.
3. Boosting terahertz generation in laser-field ionized gases using a sawtooth wave shape / P. G. de Alaiza Martínez, I. Babushkin, L. Bergé, S. Skupin, E. Cabrera-Granado, C. Köhler, U. Morgner, A. Husakou, J. Herrmann // Physical Review Letters. — 2015. — Vol. 114, no. 18. — P. 183901.
4. Gildenburg, V. B. Optical-to-THz wave conversion via excitation of plasma oscillations in the tunneling-ionization process / V. B. Gildenburg, N. V. Vvedenskii // Physical Review Letters. — 2007. — Vol. 98, no. 24. — P. 245002.

5. *Silaev, A. A.* Residual-current excitation in plasmas produced by few-cycle laser pulses / A. A. Silaev, N. V. Vvedenskii // *Physical Review Letters*. — 2009. — Vol. 102, no. 11. — P. 115005.
6. Генерация терагерцового излучения при оптическом пробое воздуха: зависимость оптимального фазового сдвига между компонентами двухцветного лазерного импульса от их интенсивности / И. Е. Иляков, Б. В. Шишкин, Л. Н. Александров, М. Ю. Емелин, М. Ю. Рябикин // *Письма в ЖЭТФ*. — 2015. — Т. 101, № 2. — С. 78—83.
7. О генерации терагерцового излучения при оптическом пробое в поле бихроматического лазерного импульса / Р. А. Ахмеджанов, И. Е. Иляков, В. А. Миронов, Е. В. Суворов, Д. А. Фадеев, В. В. Шишкин // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2009. — Т. 136, № 3. — С. 431—441.
8. Generation of strong terahertz fields exceeding 8 MV/cm at 1 kHz and real-time beam profiling / T. I. Oh, Y. J. Yoo, Y. S. You, K. Y. Kim // *Applied Physics Letters*. — 2014. — Vol. 105, no. 4. — P. 041103.
9. *Thomson, M. D.* Terahertz white-light pulses from an air plasma photo-induced by incommensurate two-color optical fields / M. D. Thomson, V. Blank, H. G. Roskos // *Optics Express*. — 2010. — Vol. 18, no. 22. — P. 23173—23182.
10. Broadband terahertz radiation from two-color mid-and far-infrared laser filaments in air / A. Nguyen, P. G. de Alaiza Martínez, I. Thiele, S. Skupin, L. Bergé // *Physical Review A*. — 2018. — Vol. 97, no. 6. — P. 063839.
11. Two-color laser wavelength effect on intense terahertz generation in air / S. Li, C. Lu, C. Yang, Y. Yu, Z. Sun, S. Zhang // *Chinese Physics B*. — 2017. — Vol. 26, no. 11. — P. 114206.
12. Ultrabroad terahertz spectrum generation from an air-based filament plasma / V. A. Andreeva, O. G. Kosareva, N. A. Panov, D. E. Shipilo, P. M. Solyankin, M. N. Esaulkov, P. G. de Alaiza Martínez, A. P. Shkurinov, V. A. Makarov, L. Bergé, [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2016. — Vol. 116, no. 6. — P. 063902.
13. CEP-stable tunable THz-emission originating from laser-waveform-controlled sub-cycle plasma-electron bursts / T. Balčiūnas, D. Lorenc, M. Ivanov, O. Smirnova, A. Zheltikov, D. Dietze, K. Unterrainer, T. Rathje, G. Paulus, A. Baltuška, [et al.] // *Optics Express*. — 2015. — Vol. 23, no. 12. — P. 15278—15289.
14. Two-color laser-plasma generation of terahertz radiation using a frequency-tunable half harmonic of a femtosecond pulse / N. V. Vvedenskii, A. I. Korytin, V. A. Kostin, A. A. Murzanev, A. A. Silaev, A. N. Stepanov // *Physical Review Letters*. — 2014. — Vol. 112, no. 5. — P. 055004.

15. *Гарнов, С. В.* Лазерные методы генерации мегавольтных терагерцевых импульсов / С. В. Гарнов, И. А. Щербаков // *Успехи физических наук.* — 2011. — Т. 181, № 1. — С. 97—102.
16. Enhancement of terahertz radiation by using circularly polarized two-color laser fields / C. Meng, W. Chen, X. Wang, Z. Lü, Y. Huang, J. Liu, D. Zhang, Z. Zhao, J. Yuan // *Applied Physics Letters.* — 2016. — Vol. 109, no. 13. — P. 131105.
17. Optimal polarization of a two-colored pump for terahertz generation with a phase-unstable scheme / R. V. Volkov, P. A. Chizhov, A. A. Ushakov, V. V. Bukin, S. V. Garnov, A. B. Savel'ev // *Laser Physics.* — 2015. — Vol. 25, no. 6. — P. 065403.
18. Observation of terahertz radiation via the two-color laser scheme with uncommon frequency ratios / L.-L. Zhang, W.-M. Wang, T. Wu, R. Zhang, S.-J. Zhang, C.-L. Zhang, Y. Zhang, Z.-M. Sheng, X.-C. Zhang // *Physical Review Letters.* — 2017. — Vol. 119, no. 23. — P. 235001.
19. Terahertz imaging with sub-wavelength resolution by femtosecond laser filament in air / J. Zhao, W. Chu, L. Guo, Z. Wang, J. Yang, W. Liu, Y. Cheng, Z. Xu // *Scientific Reports.* — 2014. — Vol. 4. — P. 3880—3887.
20. *Tani, S.* Ultrafast carrier dynamics in graphene under a high electric field / S. Tani, F. Blanchard, K. Tanaka // *Physical Review Letters.* — 2012. — Vol. 109, no. 16. — P. 166603.
21. *Kampfrath, T.* Resonant and nonresonant control over matter and light by intense terahertz transients / T. Kampfrath, K. Tanaka, K. A. Nelson // *Nature Photonics.* — 2013. — Vol. 7, no. 9. — P. 680—690.
22. *Clough, B.* Laser air photonics: beyond the terahertz gap / B. Clough, J. Dai, X.-C. Zhang // *Materials Today.* — 2012. — Vol. 15, no. 1/2. — P. 50—58.
23. Terahertz control of nanotip photoemission / L. Wimmer, G. Herink, D. Solli, S. Yalunin, K. Echternkamp, C. Ropers // *Nature Physics.* — 2014. — Vol. 10, no. 6. — P. 432—437.
24. *Krausz, F.* Attosecond metrology: from electron capture to future signal processing / F. Krausz, M. I. Stockman // *Nature Photonics.* — 2014. — Vol. 8, no. 3. — P. 205—209.
25. Controlling dielectrics with the electric field of light / M. Schultze, E. M. Bothschafter, A. Sommer, S. Holzner, W. Schweinberger, M. Fiess, M. Hofstetter, R. Kienberger, V. Apalkov, V. S. Yakovlev, [et al.] // *Nature.* — 2013. — Vol. 493, no. 7430. — P. 75—78.
26. Broadband and tunable mid-infrared laser source based on a transversal array of chirped filaments / J.-F. Daigle, F. Théberge, G. Roy, M. Châteauneuf, J. Dubois // *Applied Physics Letters.* — 2012. — Vol. 101, no. 26. — P. 261103.

27. Gas-phase broadband spectroscopy using active sources: progress, status, and applications / K. C. Cossel, E. M. Waxman, I. A. Finneran, G. A. Blake, J. Ye, N. R. Newbury // *JOSA B*. — 2017. — Vol. 34, no. 1. — P. 104–129.
28. Попов, В. С. Туннельная и многофотонная ионизация атомов и ионов в сильном лазерном поле (теория Келдыша) / В. С. Попов // *Успехи физических наук*. — 2004. — Т. 174, № 9. — С. 921–951.
29. Tong, X. M. Empirical formula for static field ionization rates of atoms and molecules by lasers in the barrier-suppression regime / X. M. Tong, C. D. Lin // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2005. — Vol. 38, no. 15. — P. 2593.

Публикации автора по теме диссертации

- A1. Ionization-induced multiwave mixing: terahertz generation with two-color laser pulses of various frequency ratios / V. A. Kostin, I. D. Laryushin, A. A. Silaev, N. V. Vvedenskii // *Physical Review Letters*. — 2016. — Vol. 117, no. 3. — P. 035003.
- A2. Ионизационный механизм генерации ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов в среднем ИК-диапазоне / А. А. Силаев, В. А. Костин, И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский // *Письма в ЖЭТФ*. — 2018. — Т. 107, № 3. — С. 160–165.
- A3. Возбуждение низкочастотных остаточных токов на комбинационных частотах ионизирующего двухцветного лазерного импульса / Н. В. Введенский, В. А. Костин, И. Д. Ларюшин, А. А. Силаев // *Квантовая электроника*. — 2016. — Т. 46, № 5. — С. 419–425.
- A4. Low-frequency generation by ionizing femtosecond laser pulse supplied by its second or half-harmonic / I. D. Laryushin, L. S. Kuznetsov, V. A. Kostin, A. A. Silaev, N. V. Vvedenskii // *Problems of Atomic Science and Technology*. — 2015. — Vol. 98, no. 4. — P. 270–273.
- A5. Analytical study of residual-current excitation during gas ionization by two-color laser pulse / A. A. Silaev, V. A. Kostin, I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 594. — IOP Publishing. 2015. — P. 012020–012026.
- A6. Theory and simulations of laser-plasma generation of frequency-tunable mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // *Proceedings of the International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics - 2014”*. — 2014. — P. 222.

- A7. Ionization-induced generation of tunable few-cycle mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // Abstracts of the 23th International Laser Physics Workshop (LPHYS'14). Seminar «Strong field and attosecond physics». Sofia, Bulgaria. July 14–18, 2014. — 2014. — P. 28.
- A8. Laser-plasma source of tunable mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // Spring World Congress on Engineering and Technology (SCET 2014). April 16-18, 2014, Shanghai, China. — 2014. — P. 47–48.
- A9. Theory and simulations of laser-plasma generation of tunable few-cycle mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 26th Symposium on Plasma Physics and Technology. 16th – 19th June, 2014, Prague, Czech Republic. — 2014. — P. 51.
- A10. Laser-plasma generation of tunable few-cycle mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 7th International Congress on Plasma Physics. 15-19 September, 2014, Lisbon, Portugal. Book of Abstracts. — 2014. — P. 20.
- A11. Terahertz generation from ionization-induced wavemixing of two femtosecond pulses with different frequencies / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // Abstracts of the 24th International Laser Physics Workshop (LPHYS'15). Seminar «Nonlinear Optics and Spectroscopy». Shanghai, China. August 21–25, 2015. — 2015.
- A12. Ionization-induced wavemixing of intense laser pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // International Conference-School Dynamics, Bifurcations and Chaos 2015 (DBC II). Nizhny Novgorod, Russia, July 20-24, 2015. Extended Abstracts. — 2015. — P. 34–35.
- A13. Генерация терагерцового излучения при ионизации газа бихроматическим лазерным импульсом с рациональным отношением частот / И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Сборник трудов IX Международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2015», Спб: Университет ИТМО, 2015. — 2015. — С. 199–201.
- A14. Ионизационно-стимулированная генерация ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов в среднем инфракрасном диапазоне длин волн / И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Сборник трудов IX Международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2015», Спб: Университет ИТМО, 2015. — 2015. — С. 292–293.
- A15. Laser-plasma source of ultrashort mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 10th International Ultrafastoptics Conference (UFOX). Beijing, China, August 16-21, 2015. Conference Book. — 2015. — P. 50.

- A16. Generation of frequency-tunable mid-infrared pulses during gas ionization by two-color fields / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 11th Conference on Super-Intense Laser-Atom Physics, Bordeaux, France, 7-10 September 2015. Book of Abstracts. — 2015. — P. 114.
- A17. Ionization-induced wavemixing of two femtosecond pulses with different frequencies as a source of terahertz wave generation / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // EMN Light-Matter Interactions Meeting 2016, Singapore, May 10-13, 2016, Program and Abstract. — 2015. — P. 44–45.
- A18. Two-color laser-plasma generation of ultrashort frequency-tunable mid-infrared pulses / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 7th International Workshop and Summer School on Plasma Physics, 26 June - 2 July, 2016, Kiten, Bulgaria, Book of Abstracts. — 2016. — P. 61.
- A19. Multiwave mixing of ionizing two-color laser pulses as a source of terahertz radiation / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // 25th Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS'16). Yerevan, Republic of Armenia, July 11 – 15, 2016. Abstracts. — 2016. — S2.4.4.
- A20. Terahertz and mid-infrared radiation from gas ionized by two-color laser pulses. / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // The VII International Symposium and Young Scientist School «Modern problems of laser physics» (MPLP 2016). Novosibirsk, Russia, August 22 – 28, 2016. Technical digest. — 2016. — P. 181.
- A21. Ионизационный механизм генерации ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов в среднем инфракрасном диапазоне длин волн / И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Труды XVIII научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. — 2014. — С. 10–12.
- A22. Генерация терагерцового излучения при ионизации газа двухцветными лазерными импульсами с рациональным отношением частот / И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Труды XIX научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. — 2015. — С. 9–11.
- A23. Оптимальные параметры двухцветных ионизирующих лазерных импульсов для генерации терагерцового излучения / И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Труды XX научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. — 2016. — С. 9–11.
- A24. Генерация ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов тока в среднем ИК диапазоне при ионизации газа бихроматическими фемтосекундными лазерными импульсами / Л. С. Кузнецов, И. Д. Ларюшин, Н. В. Введенский, В. А. Костин, А. А. Силаев // Труды XIX научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. — 2015. — С. 11–12.

- A25. Ionization-induced wavemixing as the cause of terahertz generation by two-color laser pulses with various frequency ratios / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // Abstract of 19-th International Conference and School on Quantum Electronics. Sozopol, Bulgaria. 26-30 September, 2016. — 2016. — P. 32.
- A26. Optimal parameters of two-color ionizing laser pulses for terahertz generation / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin, A. A. Silaev // Abstracts of 19th International Conference on Optics, Lasers and Spectroscopy. Paris, France. September 21-22, 2017. — 2017. — P. 606.
- A27. *Laryushin, I. D.* Generation of terahertz radiation by two-color femtosecond laser pulses with arbitrary polarizations of components / I. D. Laryushin, N. V. Vvedenskii, V. A. Kostin // International Conference on Ultrafast Optical Science UltrafastLight-2018. Book of Abstracts. October 1-5, 2018, Moscow. — 2018. — P. 158.