

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО»
(НИИМ НИЖЕГОРОДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА)

На правах рукописи



ДЕСЯТНИКОВА МАРИЯ АЛЕКСАНДРОВНА

**ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ
КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ**

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор
Волков Иван Андреевич

Нижний Новгород – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
ГЛАВА 1. Экспериментально-теоретические исследования процессов деформирования и разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при комбинированном термомеханическом нагружении	14
1.1. Анализ экспериментальных данных по исследованию процесса деформирования и разрушения конструкционных материалов (металлов, и их сплавов) при циклическом термомеханическом нагружении	14
1.1.1. Физические аспекты процесса разрушения при малоцикловом нагружении.....	14
1.1.2. Термоциклическая усталость	19
1.2. Модели разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении	37
1.3. Численное моделирование задач усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций	48
1.4. Выводы по главе 1	50
ГЛАВА 2. Уравнения механики повреждённой среды (МПС) для оценки термомеханической усталостной долговечности материалов и конструкций ...	52
2.1. Общие положения	52
2.2. Математическая модель механики поврежденной сплошной среды Ю.Г. Коротких.....	53
2.2.1. Уравнение связи между тензорами напряжений и деформаций в упругопластической области.....	54
2.2.2. Эволюционные уравнения накопления усталостных повреждений ..	57
2.2.3. Критерий прочности поврежденного материала	60
2.3. Методика идентификации материальных параметров моделей МПС	61
2.3.1. Определение материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений термопластичности.....	61

2.3.2. Определение параметров кинетических уравнений накопления усталостных повреждений.....	66
ГЛАВА 3. Программная реализация процессов циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в поликристаллических конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении.....	68
3.1. Постановка задачи.....	69
3.2. Алгоритм интегрирования.....	71
3.3. Функциональное и системное наполнение программы «EXPMODEL» ...	79
3.4. Численный анализ процессов циклического термомеханического деформирования жаропрочного сплава Nimonic 80A	84
ГЛАВА 4. Некоторые результаты численного анализа термомеханической усталостной долговечности материалов и конструкций.....	90
4.1. Численные исследования неупругого деформирования и разрушения жаропрочного сплава Nimonic 80A при циклическом термомеханическом деформировании.....	92
4.2. Численный анализ процессов сложного пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочном сплаве Haynes 188 при комбинированных режимах термомеханического нагружения	101
4.3. Оценка термоциклической усталостной долговечности компактных образцов из стали X18H9T с концентраторами в условиях многоосного напряжённого состояния	113
4.4. Численный анализ термоциклической усталостной долговечности моделей жаровых труб камер сгорания авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) с различными углами наклона охлаждающих каналов.....	127
Заключение	139
Список литературы	142

Введение

Актуальность темы исследования

Развитие конструкций и аппаратов современного энергомашиностроения, самолётостроения и других высокотехнологичных отраслей промышленности характеризуется увеличением их рабочих характеристик, снижением материалоемкости, ростом числа нестационарных режимов термоциклического нагружения, существенным расширением температурного диапазона работы машиностроительных конструкций. Подобные тенденции привели к тому, что в настоящее время одной из основных задач при разработке и проектировании конструкций и аппаратов новой техники является надёжная расчётная оценка их прочности и ресурса, определение выработанного и прогнозирование индивидуального остаточного ресурса. Эта задача наиболее актуальна для конструкций, срок службы которых составляет несколько десятков лет (современные атомные энергетические установки, жидкостные ракетные двигатели (ЖРД), авиационные газотурбинные двигатели (ГТД), газотурбинные установки (ГТУ) нового поколения, резервуары для хранения газообразных и сжиженных продуктов и др.).

В результате различных физических механизмов, связанных с процессом накопления повреждений в наиболее нагруженных зонах несущих конструкций под воздействием физических полей различной природы, происходят прочностные отказы, которые являются следствием неконтролируемых деградационных процессов. Ввиду их локальности ресурс конструкций определяется ресурсом их опасных зон, где деградационные процессы происходят с повышенной скоростью.

При проектировании конструкций обеспечение их безопасности с точки зрения прочности, сводится к расчётному обоснованию ресурса для заданной консервативной модели эксплуатации объекта с определёнными допусками на «незнание» реальных условий эксплуатации объекта, физико-

механических характеристик материалов, приближённости методов расчёта и т.п.

Решение указанной проблемы возможно при реализации методологии эксплуатационного мониторинга ресурса (ЭМР) [53], основой которого является контролирование в процессе эксплуатации выработанного ресурса каждой опасной зоны на базе методов математического моделирования деградационных процессов с использованием современных методов и моделей механики повреждённой среды (МПС) и механики разрушения (МР) [4, 6, 7–16, 21, 22, 28–29, 30, 31, 33, 36, 38, 39, 41–49, 52, 56–59, 62, 66, 74, 75, 77, 79, 81, 82, 89, 94–96].

Полученные значения повреждённости материала должны проверяться и корректироваться современными физическими методами неразрушающего контроля [1, 53, 70].

Эффекты деформирования и разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при термомеханическом нагружении определяются зависимостью физико-механических характеристик материалов от температуры и влиянием соотношения скоростей механической и температурной деформаций. Учитывая тот факт, что частоты и фазы циклов изменения температуры и компонент тензора деформации, в большинстве случаев не совпадают, термомеханическое нагружение, как правило, является нерегулярным, многоосным и сопровождается вращением главных осей тензоров напряжений и деформаций [7, 11, 18, 52, 81, 82].

Особенностью термоциклического нагружения является то, что снижение долговечности происходит также и в результате воздействия механизмов деградации, не свойственных изотермическим режимам нагружения (преобразование структуры материала, дополнительно возникающее деформационное старение, рост влияния окружающей среды на материал конструкций и др.).

Скорость изменения нагрузки и температуры, общая длительность цикла нагружения оказывают существенное влияние на долговечность при

циклическом термомеханическом нагружении. В этой связи число циклов до разрушения становится уже недостаточной характеристикой долговечности (здесь необходимо учитывать временные характеристики процесса термоциклического разрушения).

Таким образом, задача обоснования различных вариантов определяющих соотношений МПС для численного исследования усталостной долговечности материалов и конструкций при термомеханическом нагружении (оценка степени достоверности и определения границ применимости моделей и методов МПС), служащих основой для разработки на их базе экспертных систем оценки ресурса, является важной и своевременной.

Степень разработанности темы

К настоящему времени разработано большое количество определяющих соотношений МПС, описывающих процессы развития поврежденности материала. Однако большинство этих уравнений ориентированы только на определённые режимы нагружения, не связаны с конкретными уравнениями процессов деформирования. На самом деле история термопластического деформирования (вид траектории деформирования, характер изменения температуры, вид напряжённого состояния, история его изменения и т.п.) существенно влияют на скорости процессов накопления повреждений. Это подчёркивает важность рассмотрения кинетики напряжённо-деформированного состояния (НДС) в опасных зонах конструктивных элементов и её теоретического описания соответствующими уравнениями состояния.

Цель и задачи диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является оценка усталостной долговечности поликристаллических конструкционных материалов (металлов и их сплавов), элементов и узлов несущих конструкций при комбинированном термомеханическом нагружении с использованием определяющих соотношений МПС, предложенных Ю.Г. Коротких.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

– провести оценку достоверности уравнений МПС Ю.Г. Коротких для сложных режимов термоциклического нагружения с учетом малоизученных эффектов деформирования методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставления полученных результатов расчетов с опытными данными;

– разработать эффективный алгоритм интегрирования уравнений МПС и создать на его основе программные средства, необходимые для решения конкретных прикладных задач;

– создать научно-обоснованный инженерный подход, позволяющий на базе результатов решения краевых задач осуществлять прогноз усталостной долговечности локальных зон конструктивных элементов по заданной истории изменения компонент тензора деформаций и температуры;

– получить численное решение ряда прикладных задач и выявить характерные особенности процесса термоциклического разрушения элементов конструкций современной техники.

Научная новизна

Методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставления результатов расчетов с опытными данными, проведены исследования:

– влияния соотношений между скоростями механической и температурной деформацией на процессы термопластического деформирования поликристаллических конструкционных сплавов;

– влияния сдвига фаз между циклами изменениями температуры и механической деформации на усталостную долговечность жаропрочных сплавов;

– влияние вида траектории деформирования на усталостную долговечность жаропрочных сплавов.

Проведена оценка достоверности модели МПС Ю.Г. Коротких при расчете усталостной долговечности компактных образцов с концентраторами в условиях неоднородного напряженного состояния.

Получены новые решения задач оценки термоциклической усталостной долговечности моделей жаровых труб камер сгорания авиационных газотурбинных двигателей с различными углами наклона охлаждающих каналов. Показано, что уменьшение угла наклона перфорированных отверстий сопровождается снижением их термоциклической усталостной долговечности.

Теоретическая значимость работы

Получены новые данные по термоциклической усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов. Показано существенное влияние соотношений между скоростями механической и температурной деформацией, фазности между изменениями температуры и механической деформации, вида траектории деформирования на усталостную долговечность жаропрочных сплавов при термомеханическом нагружении.

Показано, что подход, основанный на правиле линейного суммирования повреждений при расчете усталостной долговечности материалов и конструкций, может привести как к консервативной, так и неконсервативной оценке.

Практическая значимость работы

Разработана научно-обоснованная инженерная методика, созданы алгоритмы и программные средства для численного анализа термомеханической усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций. Показано, что благодаря учёту основных эффектов, сопутствующих процессам циклического термомеханического нагружения, на базе данного подхода возможно создание экспертных систем по оценке ресурса конструкций и аппаратов современной техники. Внедрение результатов работы возможно на предприятиях ГК «Росатом», ГК

«Роскосмос», предприятиях Министерства Обороны РФ и предприятиях авиастроения для расчетного обоснования надежности проектируемых конструкций и аппаратов современной техники.

Модель МПС Ю.Г. Коротких заложена в программе «EXPMODEL», позволяющей исследовать процессы упругопластического деформирования и накопления повреждений в локальных зонах элементов конструкций. Данный программный продукт также может быть применён при проведении экспериментальных исследований для обоснования формы и геометрических размеров лабораторных образцов.

Методология и методы исследования

Основой диссертационного исследования является метод математического моделирования, сочетающий численное решение задач термоциклической усталостной долговечности материалов и конструкций с экспериментальными исследованиями на испытательных машинах высокого класса точности. Основные положения, используемые при применении метода математического моделирования, базируются на фундаментальных законах механики деформируемого твёрдого тела (МДТТ). Для численного моделирования прочностного анализа конструкций используется программный пакет ANSYS. (лицензия ANSYS Academic Research, «Customer# 623640»).

Положения, выносимые на защиту

– результаты оценки достоверности определяющих соотношений МПС, предложенных Ю.Г. Коротких для расчёта термоциклической усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при сложном нагружении;

– научно-обоснованная инженерная методика оценки ресурсных характеристик материалов, позволяющая осуществлять прогноз термоциклической усталостной долговечности локальных зон элементов и узлов несущих конструкций по заданной истории изменения компонент тензора деформации и температуры, полученной из решения краевых задач;

– результаты решения конкретных прикладных задач: оценки ресурсных характеристик компактного образца с концентраторами, моделирующего работу «корня» сварного соединения труб системы компенсации давления энергетических установок, работающих в условиях нестационарного теплообмена; численного анализа термоциклической долговечности моделей жаровых труб камер сгорания ГТД с различными углами наклона охлаждающих каналов.

Достоверность полученных результатов подтверждается математическим обоснованием основных положений при формулировке определяющих соотношений МПС, их соответствием фундаментальным законам механики деформируемого твердого тела (МДТТ), сопоставлением численных результатов с опытными данными, применением апробированного аппарата численных методов и использованием лицензированного программного обеспечения ANSYS (лицензия ANSYS Academic Research, «Customer # 623640»)

Апробация работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

– VIII Международном симпозиуме «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела» (Тверь, 2015).

- XVII Международной конференции Харитоновские тематические научные чтения «Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны», 23-27 марта 2015, Саров.

- 14 научно-технической конференции «Молодежь в науке», 27-29 октября 2015г, Саров.

– XX Нижегородской сессии молодых ученых, секция «Естественные, математические науки», 26-29 мая 2015г, проф. Морозовский Арзамасского р-на.

– XXVII International Conference «Mathematical and Computer Simulation in Mechanics of Solids and Structures. Fundamentals of static and dynamic fracture», MCM 2017 (25-27 September 2017, Saint-Petersburg).

Работа докладывалась на научном семинаре по динамике и прочности Научно-исследовательского института механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород, 2017).

В завершеном виде работа докладывалась на объединенном заседании кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики и Научно-исследовательского института механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им Н.И. Лобачевского (Нижний Новгород, 2018).

Публикации

По теме диссертации опубликовано 9 работ [10, 20, 22-24, 26, 27, 30, 97], в том числе 5 из них в изданиях, входящих в перечень ВАК Минобрнауки России [20, 22-24, 97].

Личный вклад автора

– разработка ряда программных модулей программы «EXPMODEL»[20];

– численный анализ влияния соотношений между скоростями механической и температурной деформацией на процессы нестационарного термопластического деформирования жаропрочного сплава Nimonic 80A [20];

– численное решение задачи оценки влияния вида траектории деформирования на усталостную долговечность жаропрочных сплавов при комбинированном термомеханическом нагружении [22, 97];

– численный анализ характерных особенностей термоциклической усталостной долговечности конкретных конструктивных элементов (компактного образца с концентраторами, моделирующего работу «корня» сварного соединения труб системы компенсации давления энергетических

установок и моделей жаровых труб камер сгорания авиационных ГТД с различными углами наклона охлаждающих каналов) [23,24].

В совместных работах Волкову И.А. принадлежит общее руководство исследованиями, постановка задач, участие в анализе и обсуждении результатов; Коротких Ю.Г. помощь в адаптации модели МПС для решения задач термоциклической усталостной долговечности материалов и конструкций; Игумнову Л.А. – участие в обсуждении результатов исследований; Шишулину Д.Н. – помощь в обработке экспериментальных данных и получении материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений МПС; Тарасову И.С. – помощь в проведении численных расчетов в ВК «ANSYS».

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 152 страниц основного текста, включая 68 рисунков и 28 таблиц. Список литературы на 11 страницах включает 97 наименований.

Диссертация выполнена при поддержке

Результаты раздела 4.3 получены при финансировании Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-6944.2016.8), результаты раздела 4.2 получены при финансировании Российским научным фондом (грант № 14-19-01096), результаты раздела 4.4 получены при финансировании федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» соглашение № 14.578.21.0246 от 26.09.2017 (уникальный идентификатор работ (проекта) RFMEFI57817X0246).

Благодарности

Автор выражает благодарности:

- доктору физико-математических наук, проф. Игумнову Л.А. за проявленное внимание к работе и сделанные замечания;

– сотруднику ОАО ОКБМ «Африкантов» Шишулину Д.Н. за консультации и помощь в получении материальных параметров определяющих соотношений МПС;

– сотруднику ФГБОУ ВО ВГУВТ Тарасову И.С. за помощь в проведении численных расчетов в ВК «ANSYS» .

ГЛАВА 1. Экспериментально-теоретические исследования процессов деформирования и разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при комбинированном термомеханическом нагружении

В рамках данной главы выполнен анализ основных экспериментальных данных по исследованию термоциклической долговечности конструкционных сплавов при комбинированном термомеханическом нагружении, рассмотрены основные модели малоциклового усталости и численные методы решения краевых задач механики деформируемого твердого тела.

1.1. Анализ экспериментальных данных по исследованию процесса деформирования и разрушения конструкционных материалов (металлов, и их сплавов) при циклическом термомеханическом нагружении

1.1.1. Физические аспекты процесса разрушения при малоцикловом нагружении

Процесс образования макроскопической трещины определенных размеров и формы является результатом преобразования исходной структуры поликристаллических конструкционных сплавов, включая образование и взаимодействие различных дефектов кристаллической решетки [43, 56, 62, 64, 69, 70, 72, 73, 81, 91]. Необходимые изменения структуры кристаллической решетки подготавливают процесс образования и развития макроскопической трещины. Математическое моделирование усталостного разрушения конструкционных сплавов требует всестороннего описания последовательного преобразования начальной структуры материала при его неизотермическом термоциклическом нагружении. Согласно современным представлениям, о разрушении твердых тел процесс неупругого деформирования и накопления усталостных повреждений является единым

необратимым процессом независимым от природы материала, его структуры и характера нагружения. Процесс разрушения с кинетической точки зрения можно условно разделить на два основных этапа.

На первом этапе (латентная форма разрушения) происходит процесс зарождения, роста и слияния микродефектов различных размеров и формы (рис.1.1 *а–в*). В области с предельной для данного материала и условий нагружения плотностью микродефектов образуется макротрещина определенных размеров, имеющая определенную ориентацию (рис. 1.1 *г, д*).

Второй этап разрушения связан с развитием образовавшейся макротрещины до предельной величины.

В зависимости от свойств материала и условий нагружения длительность этих этапов (периодов) может существенным образом меняться.

На рис.1.1 показан процесс развития микропор при одноосном растяжении лабораторного образца из конструкционной стали [62].

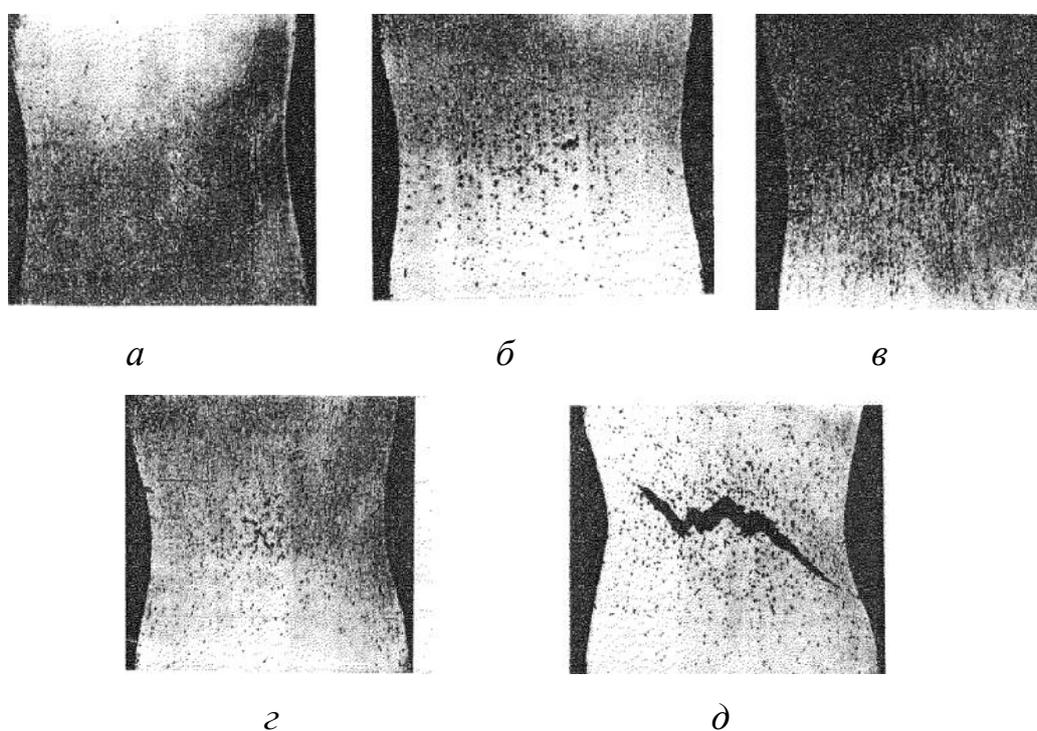


Рис.1.1

Задача изучения первого этапа (периода) процесса разрушения (описание латентной стадии процесса разрушения) имеет принципиальное значение в проблеме прочности деформируемых твердых тел.

Анализ процесса пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах показал, что с позиции термодинамики все элементарные деградационные процессы можно условно разделить на две группы, отличающиеся эволюционными закономерностями. Первая группа закономерностей обусловлена процессом зарождения, роста и слияния микродефектов, что приводит к накоплению в объеме тела скрытой энергии, и обуславливает процессы деформационного упрочнения, разупрочнения, включая процессы накопления повреждений.

Вторая группа обуславливает процесс трансформации необратимой энергии деформирования в тепловую (тепловой эффект пластической деформации) и тем самым контролирует процесс неупругого деформирования материала.

При отсутствии внешних сил и физических полей различной природы энергетический порог, препятствующий движению микродефектов, является симметричным. Приложение к телу внешнего силового поля меняет энергетический барьер, делая его асимметричным: шаровая составляющая тензора напряжений (σ) либо увеличивает (при сжатии), либо уменьшает (при растяжении) планку энергетического барьера не нарушая при этом его симметрии; девиаторная составляющая тензора напряжений (σ_{ij}') приводит к асимметрии энергетического барьера. Энергетический барьер уменьшается на величину $W_f/2$ в направлении действия сил (где W_f – энергия формоизменения), а в противоположном – увеличивается на эту же величину. В результате этого в элементарном объеме материала деформируемого твердого тела возникают необратимые микроструктурные изменения, связанные с пластическим деформированием материала, а также с процессом зарождения роста и слияния микродефектов (процессом накопления

повреждений). При этом термодинамическое состояние элементарного объема поврежденной среды становится неравновесным. Увеличивается значение плотности скрытой энергии U_e .

Анализ кинетических уравнений накопления повреждений в результате термопластического деформирования материала, основанных на энергетических представлениях позволяет утверждать, что [71]:

– процесс накопления повреждений (и связанная с ним скорость роста скрытой энергии \dot{U}_e) зависит от плотности внутренней энергии, энергии изменения объема и формы;

– процесс зарождения роста и слияния микродефектов протекает только в том случае, если тензор напряжений (σ_{ij}) , имеет отличную от нуля девиаторную часть $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ (энергию формоизменения).

Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений и критериев разрушения, основанных на критической плотности скрытой энергии U_e в условиях одноосного растяжения-сжатия, выполненных на конструкционных сталях (сталь 45, 40Х) показало качественное и количественное соответствие экспериментальным данным [71].

В [64] отмечается, что энергетические представления о процессе разрушения дают более достоверные данные, чем силовые и деформационные подходы. Попытка определить энергию повреждения как суммарную площадь петель пластического гистерезиса показало, что их величина может превышать площадь под статической кривой одноосного растяжения лабораторного образца в десятки раз [64]. В дальнейшем проводились попытки выделить из полной энергии часть энергии, идущей на пластическое деформирование и часть энергии, идущей на образование микродефектов.

На базе данного подхода предложены различные критерии разрушения, относящиеся в большинстве случаев к пропорциональному нагружению [64].

В работах [7, 11–16, 18–22, 60, 61, 64] за энергию разрушения при малоцикловогой усталости предложено принять работу тензора микронапряжений ρ_{ij} на пластических деформациях e_{ij}^P :

$$W_p = \int \rho_{ij} de_{ij}^P \quad (1.1)$$

В той же работе [64] на базе экспериментальной информации проведен анализ основных составляющих затраченной при пластическом деформировании механической энергии:

$$W = \int \sigma_{ij} de_{ij}^P, \quad (1.2)$$

$$W = W_n + W_T, \quad (1.3)$$

где W_T – энергия, выделившаяся в виде тепла, а W_n – энергия поглощенная материалом.

На рис. 1.2 *а* представлена диаграмма деформирования стали 12Х2МФА при $T = 20^0$, а на рис. 1.2*б* – полная затраченная энергия W , поглощенная материалом энергия W_n (светлые кружочки) и тепловая энергия W_T (черные кружочки).

Видно, что тепловая энергия и энергия поглощенная материалом практически равны:

$$W_n/W = W_T/W \approx 0,5$$

Так же отмечено, что значение энергии разрушения (энергии повреждения, при которой происходит процесс образования макроскопической трещины) W_f для $e_{уст} = 132,9\%$ составила 1290 МДж/м³, а величина удельной энергии W_n , поглощенной материалом - 753 МДж/м³.

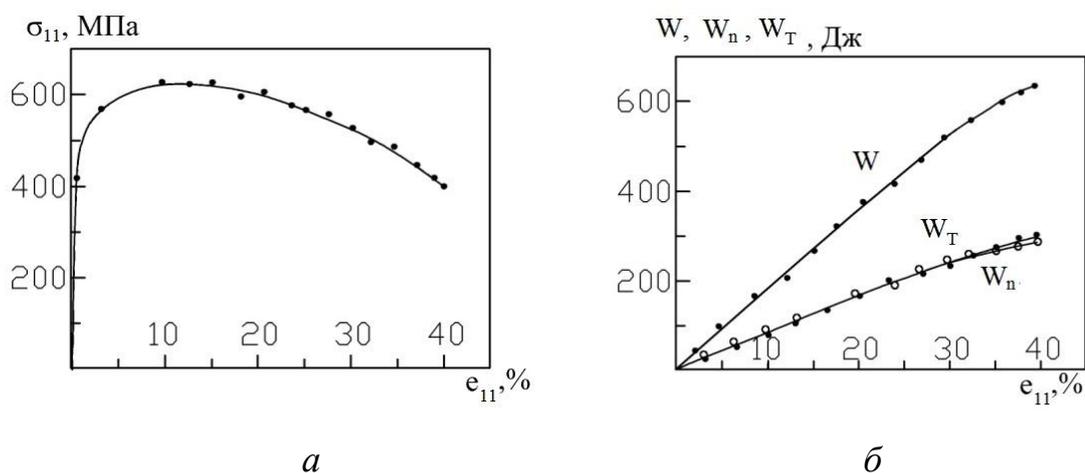


Рис. 1.2

Сопоставление удельных величин поглощенной энергии при разрушении при монотонном и циклическом нагружении показывает, что они близки между собой и близки к величине энергии разрушения железа $W_f = 1015 \text{ МДж/м}^3$ [32]. При этом количество рассеянной тепловой энергии находится в прямой зависимости от величины пластических деформаций: $\Delta T = Ke^p$; $K \approx 1,125 \cdot 10^2 \text{ град.}$, $W_T = C_p \rho V \Delta T$.

Так же было отмечено, что значение энергии деформационного упрочнения при малоцикловом нагружении выше, чем при монотонном одноосном растяжении лабораторного образца, и ее целесообразно выделять из энергии, поглощенной материалом энергии W_n при определении энергии повреждения.

1.1.2. Термоциклическая усталость

Эффекты пластического деформирования при комбинированном термомеханическом нагружении определяются зависимостью физико-механических характеристик материалов от температуры, и соотношением между скоростями температурной и механической деформацией. В связи с тем, что фазы и частоты циклов изменения компонент тензора деформации и температуры, в большинстве случаев не совпадают, неизотермическое

термоциклическое деформирование является, как правило, многоосным, непропорциональным и сопровождается вращением главных площадок тензоров деформаций и напряжений.

В отличие от изотермического деформирования термоциклическое деформирование материала представляет собой несбалансированный энергетический процесс. Вследствие зависимости модулей упругости от температуры, цикл растяжения-сжатия даже в упругой области зависит от фазы изменения температуры и механической деформации и является жестким в конце холодного температурного цикла и более податливым на высокотемпературном конце [84]. При термомеханическом нагружении процесс деформирования имеет более сложный характер вследствие зависимости параметров процесса пластического деформирования материала от температуры.

Наличие объемной температурной деформации также, как правило, приводит к многоосному процессу деформирования, что также приводит к новым источникам дисбаланса.

Фазирование изменением температуры и механической деформации является важным фактором, связанным с термической усталостью. При одновременном действии механических нагрузок и температурных полей происходит вращение главных осей тензоров деформаций и напряжений, которое при наличии пластического деформирования материалов приводит к несоосности указанных тензоров. Для достоверного моделирования таких процессов необходимо иметь адекватные определяющие соотношения циклической термопластичности, учитывающие несоосность тензоров деформаций и напряжений (модели, учитывающие процессы сложного нагружения) [7, 11, 81, 82].

По исследованию усталости материалов при повышенных температурах в условиях изотермического нагружения выполнен большой объем экспериментально-теоретических исследований [31, 43, 47, 56, 57, 65, 68, 78, 84, 85, 90], в то время как неизотермическая термоциклическая усталость

изучена недостаточно. Здесь главная проблема заключается в том, что физико-механические характеристики материалов зависят от температуры, в то время как в большинстве случаев экспериментальные исследования проводятся в изотермических условиях при максимальной температуре цикла.

Двумя предпосылками для переноса результатов изотермического деформирования материала на неизотермические процессы являются предположения, что:

- изотермическая усталость при максимальной температуре цикла эквивалентна неизотермической циклической усталости;

- минимальное изотермическая усталость в диапазоне температур изменения цикла по температуре эквивалентна неизотермической усталости.

Зачастую алгебраическую среднюю температуру между двумя крайними значениями температурного цикла используют в качестве дополнительных предпосылок при оценке неизотермической усталости. Ни одно из этих допущений не имеет достаточного физического и экспериментального обоснования. Сопоставление результатов экспериментальных исследований неизотермической усталости с изотермической иногда дает значительные расхождения: реальная долговечность при термической усталости может быть существенно ниже, чем прогнозируемая на основании изотермических испытаний [84].

Неизотермическое деформирование поликристаллических конструкционных сплавов по сравнению с изотермическим характеризуется рядом характерных особенностей [84]:

- существенно нелинейной зависимостью «напряжение – деформация» даже при упругом деформирование материала;

- неуравновешенностью диаграмм при симметричных циклах изменения механической деформации и сильной зависимостью формы петли пластического гистерезиса от сочетания фаз изменения механической деформации и температуры.

Термоциклическое усталостное нагружение может инициировать новые механизмы деградации материала, которые не наблюдаются при изотермической усталости.

Основными параметрами, определяющими темпы процессов деградации при термомеханической усталости являются: перепад температур, наибольшая температура цикла и физико-механические характеристики материалов.

Важным из сравнительного анализа экспериментальных исследований является то, что оценка долговечности по результатам изотермических испытаний при максимальной температуре цикла не является консервативной.

Изучение влияния фазности изменения температурной и механической деформации [31] показывает, что наименьшая долговечность наблюдается как правило, когда максимальная температура цикла по температуре достигается в полцикле растяжения по механической деформации, а минимальная – в полцикле сжатия, хотя отдельные материалы (например, сталь 15X2МФА при $T \leq 350^{\circ}\text{C}$) демонстрируют нечувствительность к фазности изменения температуры и механической деформации.

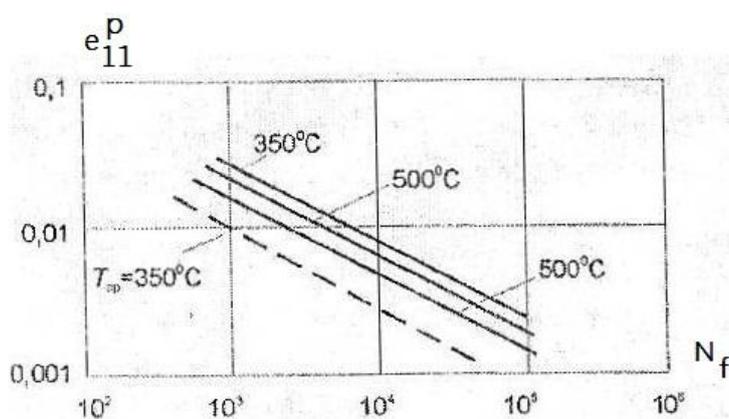


Рис. 1.3

На рис. 1.3 представлены результаты сопоставления экспериментальных данных по изотермической малоцикловой усталости стали AJSJ типа 347 при

повышенных температурах ($T = 350^{\circ}C$, $500^{\circ}C$ и $600^{\circ}C$) и данных изотермических усталостных испытаний подверженных циклическому нагреву от $T_{\min} = 200^{\circ}C$ до $T_{\max} = 500^{\circ}C$ со средним значением температурного цикла $T_{\text{mid}} = 350^{\circ}C$. Из анализа результатов испытаний следует, что при одинаковом размахе пластической деформации при одноосном растяжении–сжатии лабораторного образца усталостная долговечность при изотермическом нагружении практически на порядок ниже изотермической усталости при средней температуре цикла $T_{\text{mid}} = 350^{\circ}C$ и меньше изотермической усталостной долговечности при температуре $T = 600^{\circ}C$, на $100^{\circ}C$ превышающей T_{\max} температурного цикла.

Скорость изменения нагрузки и температуры и общая длительность цикла нагружения также оказывает большое влияние на усталостную долговечность при термоциклическом нагружении. Так, например, при симметричном деформировании с пилообразной формой цикла, когда в каждом цикле скорость деформации при растяжении меньше скорости деформации при сжатии (циклы "медленно-быстро"), наблюдается значительное снижение долговечности, по сравнению с циклированием с постоянной скоростью деформации. Особенно большое влияние на долговечность при термоциклическом нагружении оказывает наличие выдержек при максимальной температуре цикла.

На рис. 1.4 приведены кривые малоциклового усталости – максимальная температура цикла (T_{\max}) – число циклов до разрушения (N_f) [37]. Прямая 1 соответствует циклированию без выдержек, кривая 2 соответствует циклированию со временем выдержки $t = 1,5$ мин при T_{\max} , и кривая 3 соответствует циклированию со временем выдержки $t = 10,7$ мин при T_{\max} . Длительность цикла изменялась введением выдержки при T_{\max} . Видно, что введение выдержки приводит к изменению долговечности (по числу циклов практически на порядок).

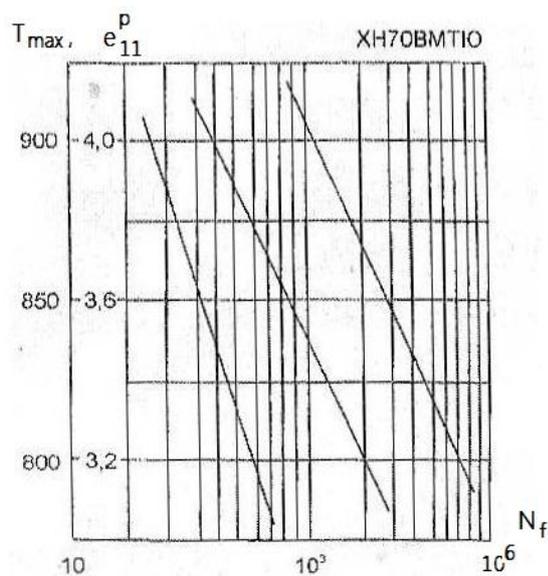


Рис. 1.4

Таким образом, при термоциклической усталости число циклов до разрушения становится уже недостаточной характеристикой долговечности материала, и необходимо учитывать суммарное время до разрушения. Различный характер разрушения при термоциклическом нагружении циклами различной длительности является следствием различных деградационных процессов, которые одновременно развиваются в материале при подобном нагружении. Один процесс повреждаемости развивается за счет пластической деформации и зависит только от истории изменения нагрузки и не зависит от времени. Повреждения при этом накапливаются в теле зерна, и, при условии доминирования этого типа повреждаемости, процесс разрушения носит транскристаллитный характер (по телу зерна). Второй процесс развивается за счет деформаций ползучести и зависит не только от деформационной, но и от временной истории, и приводит к накоплению повреждений по границам зерен (межкристаллитное разрушение). В циклах с длительными выдержками или при малой частоте нагружения долговечность определяется процессом повреждаемости за счет деформации ползучести. При испытаниях по пилообразному циклу большой частоты долговечность определяется циклическими пластическими деформациями – малоциклового усталостью. В промежуточной области

нагрузки одновременно развиваются обе повреждаемости. Долговечность в этих условиях зависит от суммирования поврежденности в результате обоих деградиционных процессов, причем процесс суммирования повреждений носит сильно нелинейный характер.

В работе [90] представлены результаты экспериментальных исследований по термоциклическому деформированию жаропрочного никелевого сплава Nimonic 80A. Все испытания образцов, как изотермические, так и неизотермические, проводились в интервале температур T от 571 до 823 °С. Изотермические (рис. 1.5а) и неизотермические (рис. 1.5б, 1.5в) испытания проводились при жестком нагружении, амплитуда деформации e_{11} в экспериментах с постоянной температурой составляла 1%. При переменных температурах приведены результаты эксперимента с амплитудами e_{11} в диапазоне от 0,45 до 1%. Температура в неизотермических испытаниях изменялась как синфазно (рис. 1.5б), так и противофазно (рис. 1.5в) по отношению к изменению механической деформации.

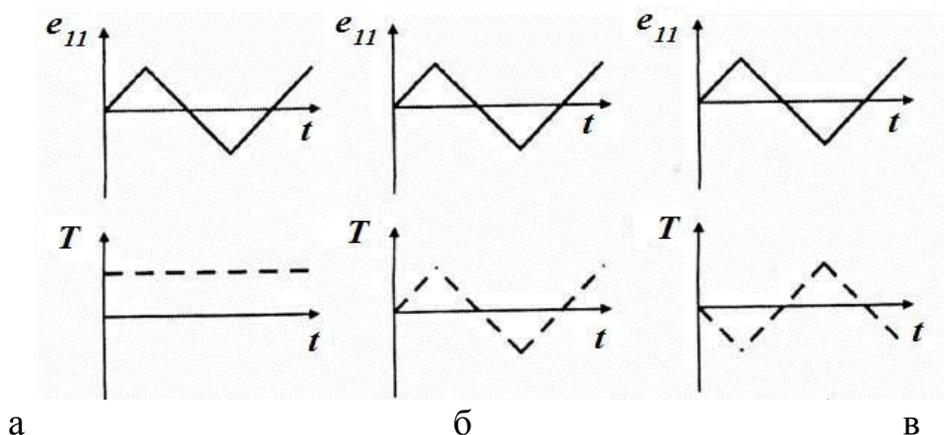


Рис. 1.5

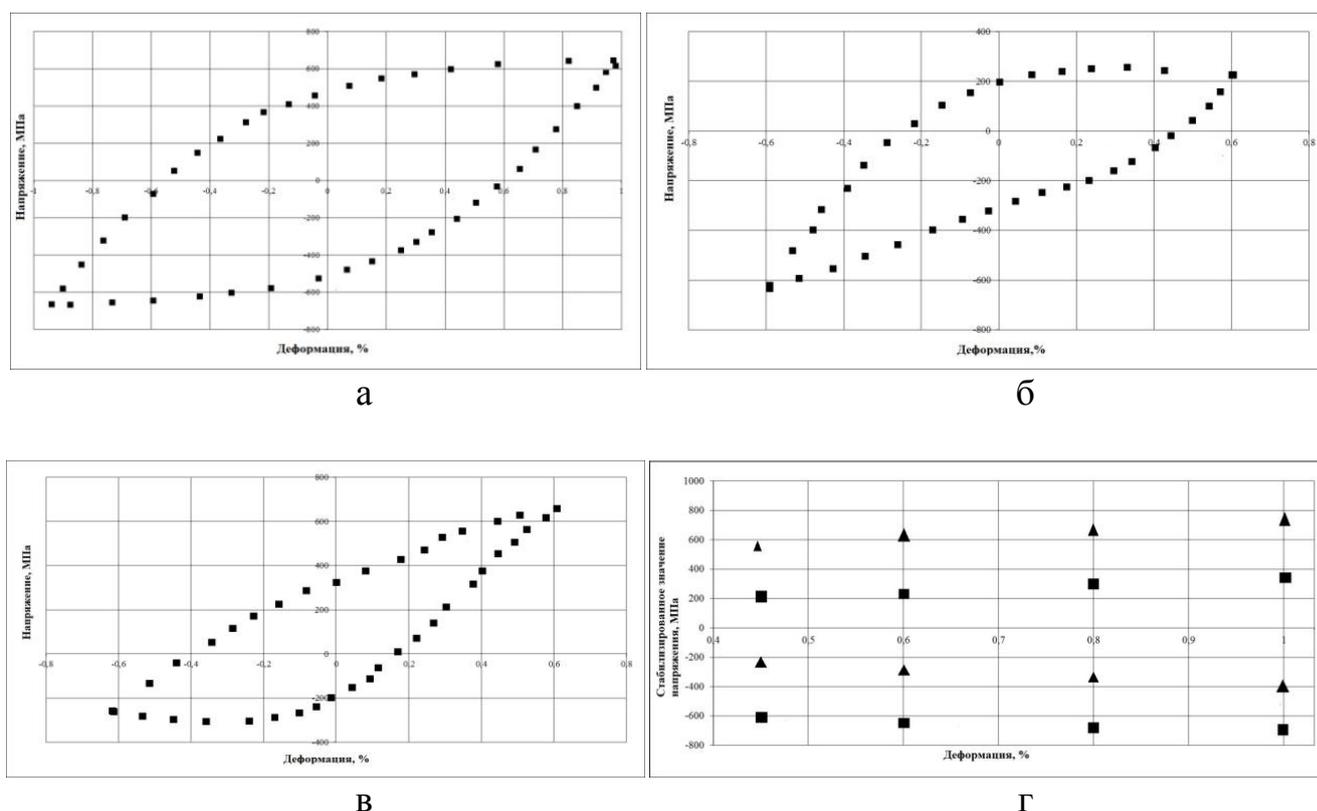


Рис. 1.6

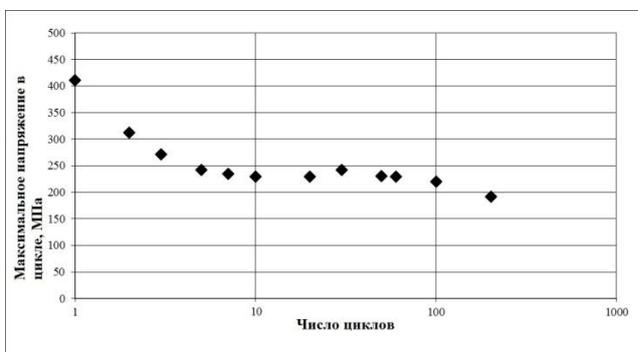
На рис. 1.6а маркерами отмечены экспериментальные данные для стабилизированной петли циклического деформирования при температуре 700 °С (тип нагружения показан на рис. 1.5а).

На рис. 1.6б приведен вид стабилизированных петель циклического неизотермического деформирования при синфазном нагружении (см. рис. 1.5б): амплитуда деформаций составляет 0,6%, максимальная температура в цикле составляла 823°С (достигалась при растяжении), минимальная температура в цикле составляла 571 °С (достигалась при сжатии).

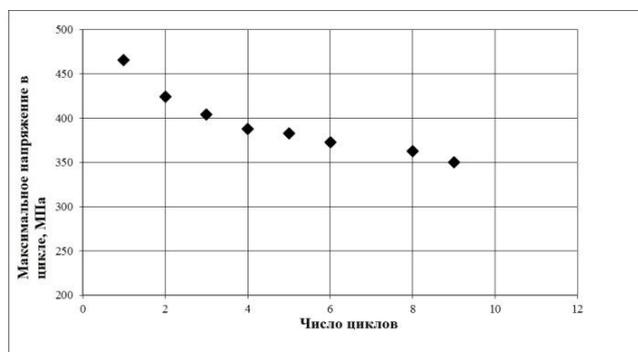
На рис. 1.6в приведен вид стабилизированных петель неизотермического циклического гистерезиса при противофазном нагружении (см. рис. 1.5в) (амплитуда деформаций, максимальные и минимальные значения температур такие же, как и в предыдущем случае). В качестве стабилизированных петель циклического деформирования во всех трех случаях приведены 67-й и 68-й полуциклы нагружения.

На рис. 1.6г приведены значения крайних точек стабилизированных кривых неизотермического циклического гистерезиса при деформировании по различным программам нагружения. Треугольными маркерами обозначены экспериментальные данные стабилизированных циклов неизотермического циклического деформирования при противофазном нагружении (см. рис. 1.5в) с амплитудами деформаций 0,45, 0,6, 0,8 и 1%. Квадратными маркерами показаны экспериментальные данные стабилизированных циклов при синфазном нагружении (см. рис. 1.5б) при тех же амплитудах деформаций.

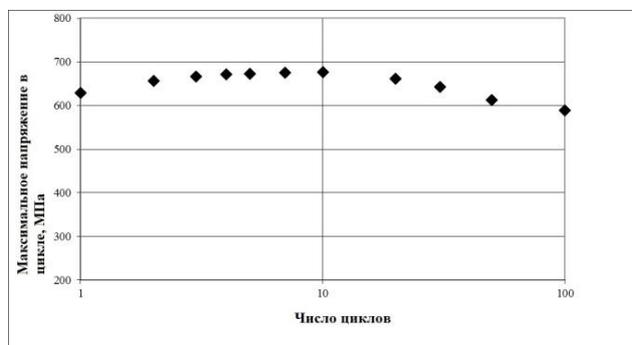
На рис. 1.7 маркерами отмечены зависимости амплитуд напряжения от числа циклов нагружения. Рис. 1.7а соответствует синфазному нагружению с амплитудой деформаций 0,45%, а рис. 1.7б – с амплитудой деформаций 1%. Рис. 1.7в соответствует противофазному нагружению с амплитудой 0,45%, а рис. 1.7г – с амплитудой 1%.



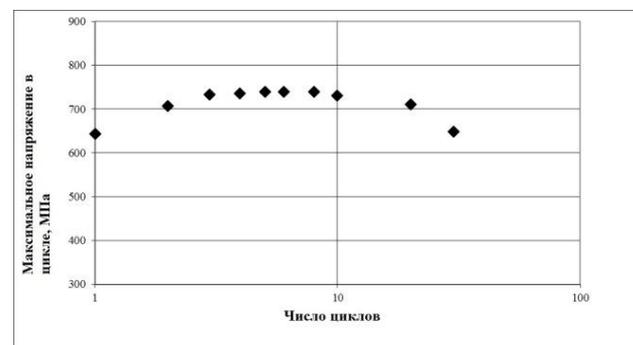
а



б



в



г

Рис.1.7

Результаты экспериментов [90] показывают, что:

– для изотермических режимов деформирования при амплитуде деформаций $e_{11} = 0,45\%$ наблюдается существенное влияние температуры на усталостную долговечность жаропрочного сплава Nimonic 80A;

– для неизотермических режимов деформирования в данном диапазоне изменения температур ($571^{\circ}C - 823^{\circ}C$) жаропрочный сплав Nimonic 80A демонстрирует нечувствительность к фазности изменения температуры и механической деформации.

В работе [85] представлены результаты исследований сложного термоциклического деформирования трубчатых образцов из жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 в интервале температур $316^{\circ}C - 760^{\circ}C$ при комбинированном термомеханическом нагружении. Изотермические и неизотермические опыты проводились при жёстком нагружении с амплитудой осевой деформации $e_{11} = 0.4\%$ и сдвиговой деформации $e_{12} = 0,35\%$ [85].

В экспериментах [85] менялись:

– угол сдвига фаз θ между e_{11} и e_{12} ;

– угол сдвига фаз ψ между e_{11} и температурой T .

В экспериментах [85] при пропорциональном и непропорциональном, изотермическом и неизотермическом деформировании реализованы следующие типы опытов (см. табл. 1.1):

1. Изотермические испытания:

– опыт И316МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 316^{\circ}C$ – постоянная;

– опыт И316МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^{\circ}$), а температура $T = 316^{\circ}C$ – постоянная;

– опыт И760МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 760^{\circ}C$ – постоянная;

– опыт И760МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^{\circ}$), а температура $T = 760^{\circ}C$ – постоянная.

2. Неизотермические испытания:

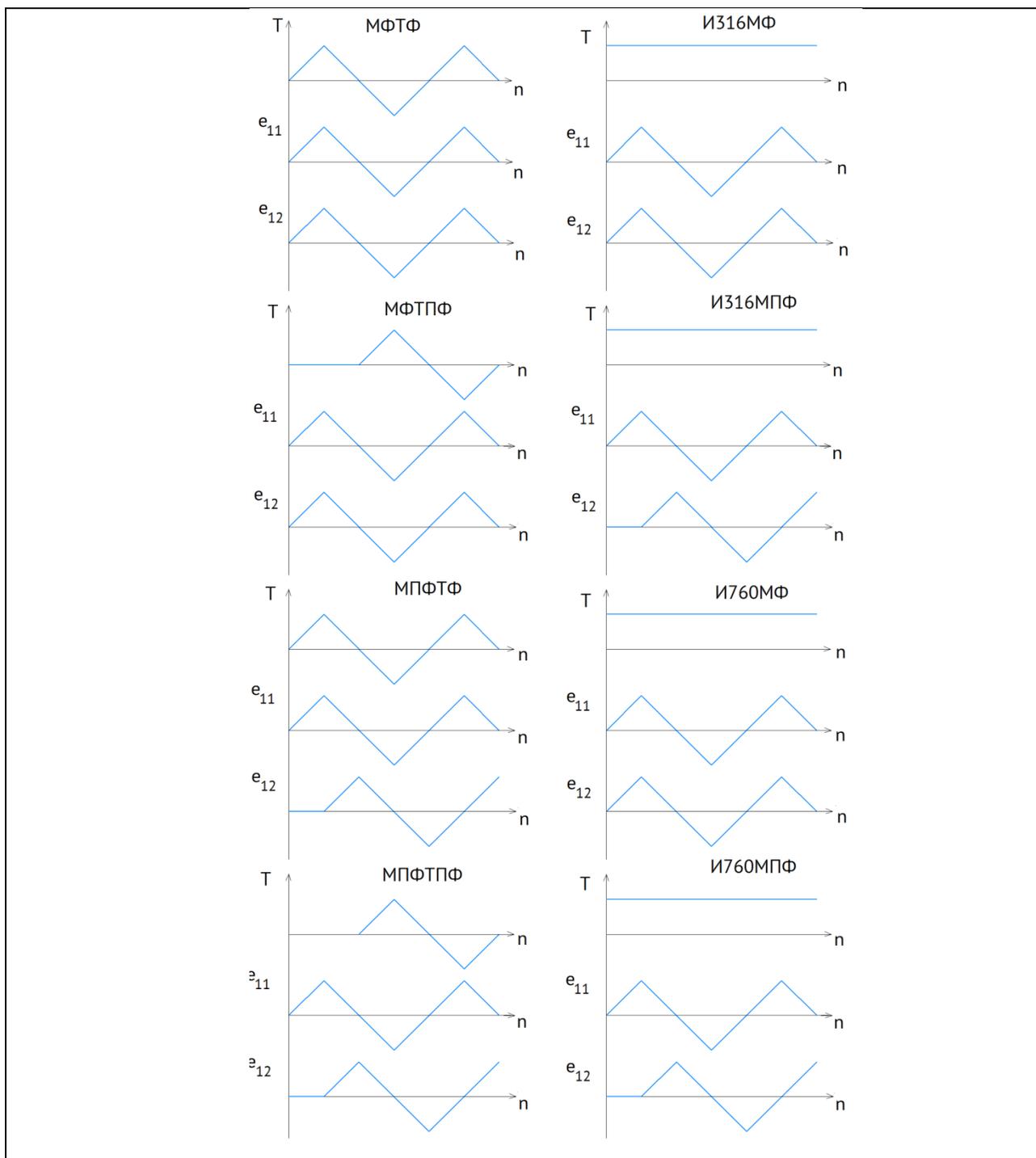
– опыт МФТФ: механические деформации и температура меняются в фазе ($\theta = 0$ и $\psi = 0$);

– опыт МФТПФ: механические деформации меняются в фазе, а температура в противофазе ($\theta = 0$ и $\psi = 180^\circ$);

– опыт МПФТФ: механические деформации меняются в противофазе, а температура в фазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 0$);

– опыт МПФТПФ: механические деформации и температура меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 180^\circ$).

Таблица 1.1 - Закономерности изменения осевой деформации e_{11} , сдвиговой деформации e_{12} и температуры T



Задавая различные законы изменения осевой деформации, деформации сдвига и температуры зарубежные исследователи реализовывали различные типы траекторий деформирования.

На рис. 1.8 штриховыми линиями приведен вид опытных данных петель циклического гистерезиса при неизотермических режимах нагружения (для N=50-го цикла нагружения).

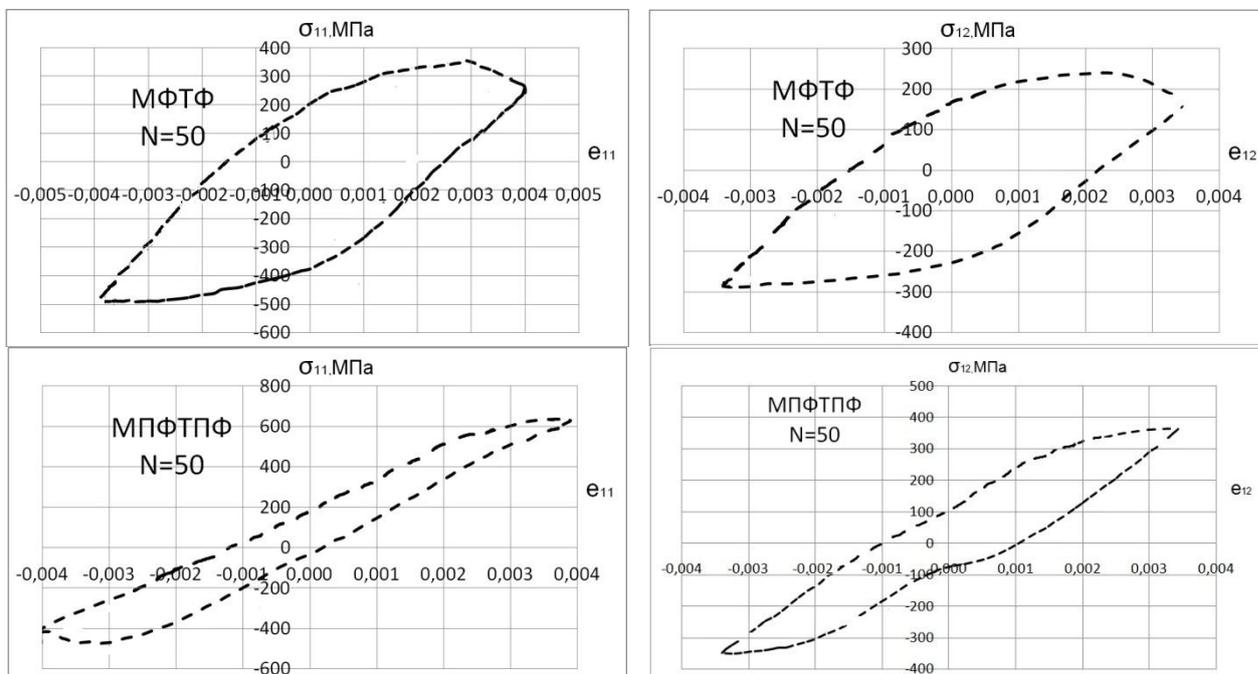


Рис. 1.8

На рис. 1.9, 1.10 маркерами отмечены экспериментальные зависимости амплитуд напряжений σ_{11} и σ_{12} от числа циклов нагружения. Видно, что степень циклического упрочнения при неизотермическом нагружении значительно больше, чем в изотермических испытаниях. Эти особенности показывают, что механизм неизотермического термоциклического деформирования качественно отличается от изотермического.

В табл. 1.2 представлены результаты экспериментальных исследований влияния вида траектории деформирования на термоциклическую усталость жаропрочного сплава Haynes 188.

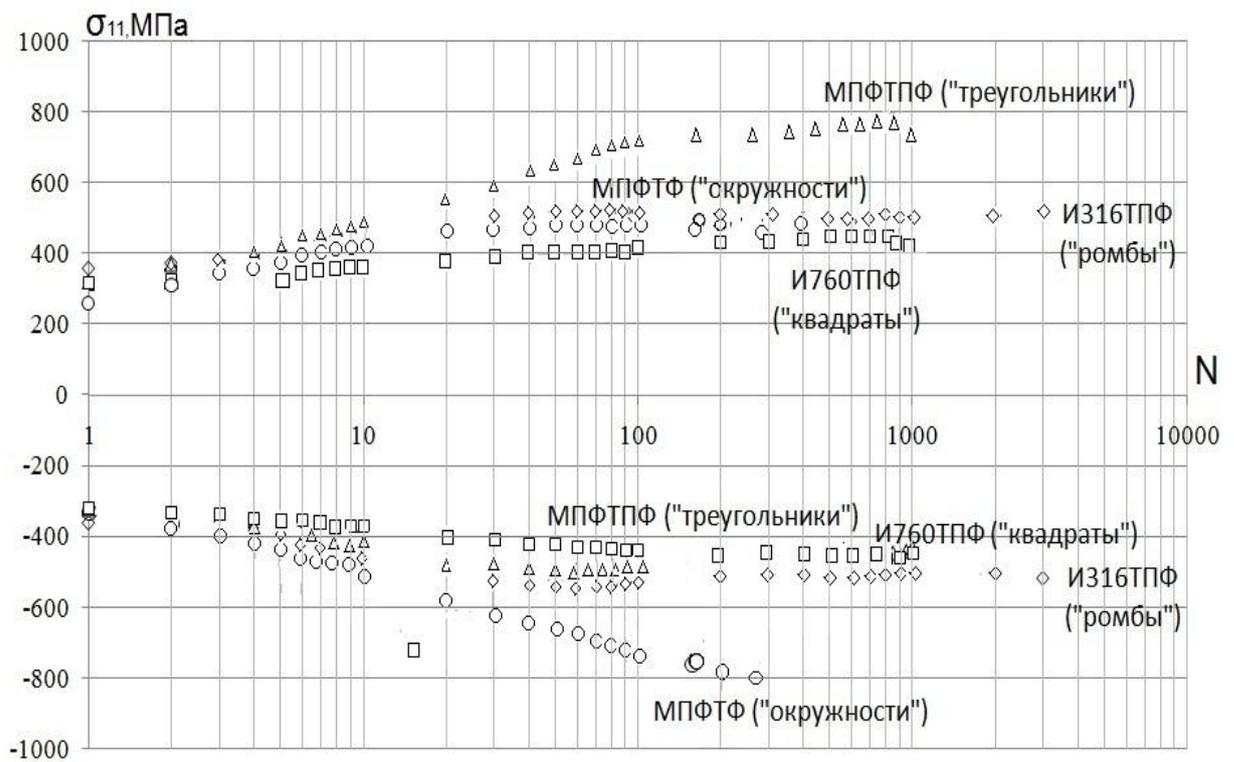


Рис. 1.9

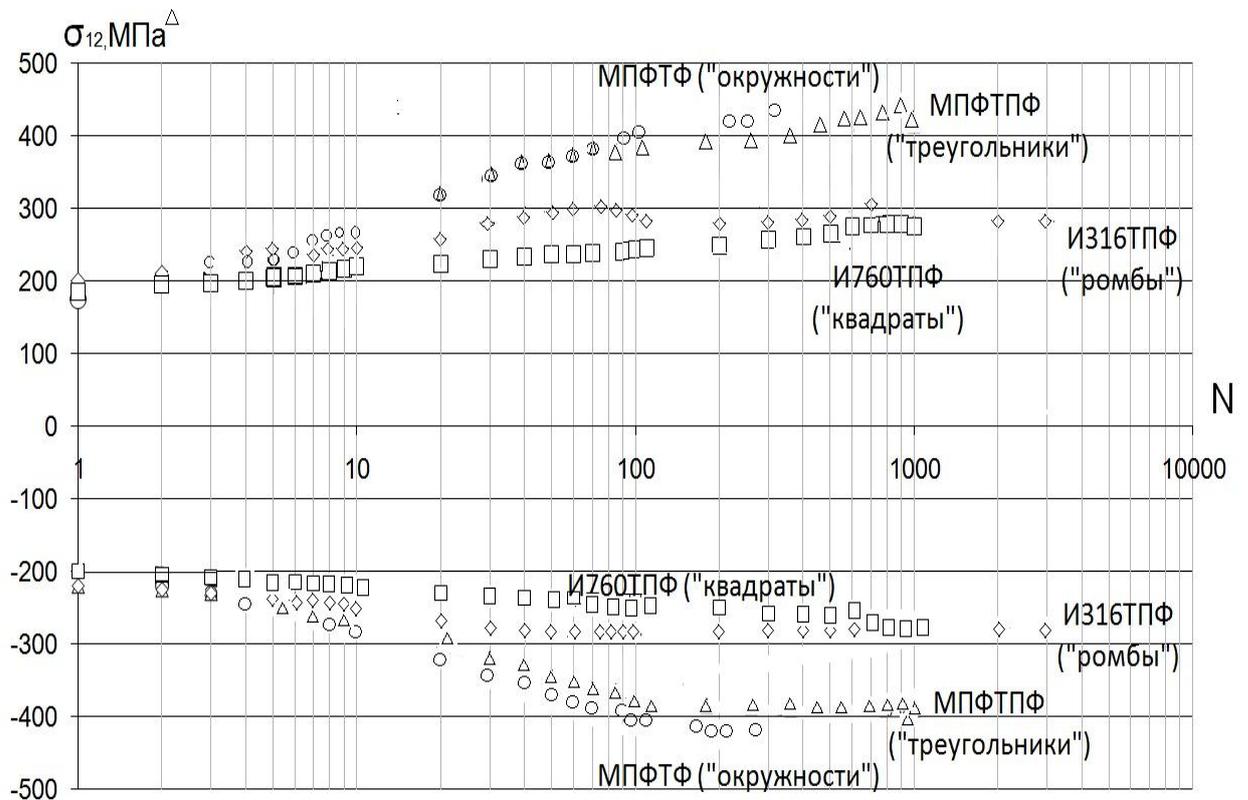


Рис. 1.10

Таблица 1.2 - Экспериментальное число циклов до разрушения для различных режимов циклического термомеханического нагружения

Режим нагружения		Экспериментальное число циклов до разрушения, N
Изотермический	ИЗ16МФ	9448
	ИЗ16МПФ	3410
	И760МФ	910
	И760МПФ	1089
Неизотермический	МФТФ	282
	МФТПФ	569
	МПФТФ	270
	МПФТПФ	1004

Результаты экспериментальных исследований [85] показывают, что:

- механическое непропорциональное деформирование при $T = 316^{\circ}C$ (опыт ИЗ16МПФ) приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с пропорциональным (опыт ИЗ16МФ) приблизительно в три раза.

С ростом температуры $T = 760^{\circ}C$ эта зависимость перестаёт работать;

- неизотермическое циклическое деформирование по сравнению с изотермическим приводит к снижению усталостной долговечности;

- наибольшая долговечность (опыт МПФТПФ) наблюдается, когда механические деформации и температура меняются в противофазе ($\theta = 90^{\circ}$ и $\psi = 180^{\circ}$).

В большинстве экспериментальных исследований опыты на термоциклическую усталость были выполнены на тонкостенных трубчатых образцах в условиях одноосного напряжённого состояния [31, 78, 84, 90].

В этой связи интерес представляют экспериментально-теоретические исследования процессов накопления усталостных повреждений при

нестационарном термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряжённого состояния.

В работе [65] для изучения закономерностей накопления усталостных повреждений проведена серия испытаний на толстостенных образцах с концентраторами напряжений при блочных режимах нестационарного термоциклического нагружения.

Были испытаны образцы из нержавеющей стали X18H9T. Образцы имели форму диска диаметром 25 мм и толщиной 5 мм с четырьмя продольными надрезами (см. рис. 1.11).

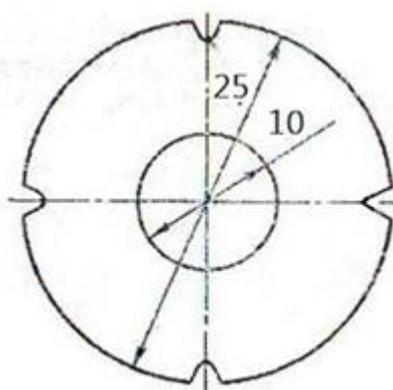


Рис. 1.11

Термоусталостное нагружение осуществлялось циклическим нагревом и охлаждением образцов [42].

С ростом числа циклов нагружения возрастала плотность микродефектов и наблюдалось коллективное взаимодействие развивающихся микрповреждений. Окончанием этой фазы процесса разрушения соответствует образование начальной макротрещины, длина которой равнялась 0,5 мм.

Момент образования макротрещины фиксировался при помощи микроскопа. Параметры двух режимов термоциклического нагружения в [65] представлены в табл. 1.3.

Таблица 1.3 - Режимы термоциклических испытаний

Режим	$T_{\max}, ^\circ C$	$T_{\min}, ^\circ C$	$t_{\text{нагр}}, \text{МИН}$	$t_{\text{охл}}, \text{МИН}$
1	750	20	17	2
2	600	20	17	2

Была принята следующая программа испытаний. Блочные режимы термоциклического нагружения были получены комбинацией вышеописанных двух режимах нагружения: в режиме 1-2 сначала происходило нагружение в режиме 1, а затем осуществлялся переход на режим 2; в режиме 2-1 был принят обратный порядок перехода.

Опытные данные приведены на рис. 1.12 и в табл. 1.4.

Таблица 1.4 - Число циклов до разрушения

Режим термоциклического нагружения	Экспериментальное N_f число циклов до разрушения [65] (с учетом разброса экспериментальных данных)
1-2: 20 → 750 → 20	2500 – 3800
2-1: 20 → 600 → 20	3500 – 4900

На рис. 1.12 приведена зависимость относительной наработки материала для двух режимов нагружения (кривая 1 – режим 1-2; кривая 2 – режим 2-1).

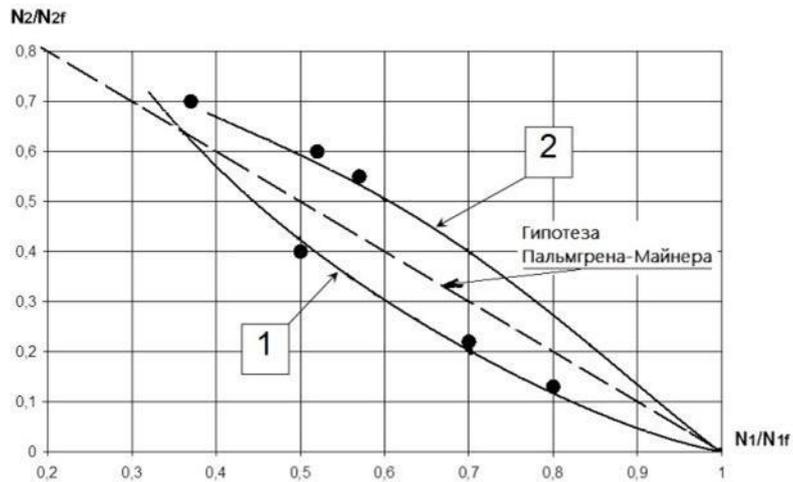


Рис. 1.12

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о заметном отклонении от правила линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена-Майнера) [11, 43].

При переходе с «жесткого» режима на более «мягкий» (режим 1-2) правило линейного суммирования повреждений приводило к ошибке в неконсервативную сторону:

$$\sum_i \frac{N_i}{N_{if}} = \frac{N_1}{N_f} + \frac{N_2}{N_f} < 1.$$

При переходе с «мягкого» режима на более «жесткий» (режим 2-1):

$$\sum_i \frac{N_i}{N_{if}} = \frac{N_1}{N_f} + \frac{N_2}{N_f} > 1.$$

Правило линейного суммирования повреждений в этом случае приводило к ошибке в консервативную сторону

Таким образом, имеющиеся опытные данные позволяют сделать вывод о том, что подход, основанный на правиле линейного суммирования повреждений, может привести как к консервативной, так и неконсервативной оценке. Этот вывод подтверждают экспериментальные и теоретические исследования отечественных и зарубежных авторов [11, 13, 43].

Таким образом, несмотря на внешнее сходство явлений изотермической и неизотермической усталости, использовать результаты изотермической

малоцикловой усталости для оценки неизотермической усталостной долговечности следует с большой осторожностью.

1.2. Модели разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении

Методы предсказания усталостной долговечности конструкционных материалов (модели и критерии усталостного разрушения), основанные на стабилизированном анализе процесса деформирования и связывающие параметры петель пластического гистерезиса с количеством циклов до разрушения справедливы, как правило, для узкого класса режимов нагружения. Данный подход вообще неприменим для описания термической усталости, когда в процессе термопластического деформирования невозможно выделить стабилизированные циклы нагружения.

В настоящее время для решения указанного класса задач развивается альтернативный подход, основанный на концепции повреждённой среды и введённом Ю.Н. Работновым и Л.М. Качановым скалярном параметре поврежденности. Использование этого подхода совместно с определяющими соотношениями термопластичности (уравнениями состояния) позволяет разработать новые методы получения параметров поврежденности по результатам специально поставленных экспериментов. Процесс накопления усталостных повреждений приводит не только к образованию макроскопической трещины, но и вызывает прогрессирующее изменение начальных прочностных свойств материала (гипотеза «деградирующего континуума»). Для описания процесса развития поврежденности при данном подходе используются феноменологические модели на основе макроскопических переменных состояния, характеризующих на макроуровне изменение микроструктуры материала. Для реализации данного подхода необходимо ввести внутренние параметры состояния для количественной оценки величины поврежденности материала на макроуровне.

Существует ряд подходов к макроскопическому определению величины поврежденности материала [13]:

- подходы, основанные на изменении долговечности лабораторного образца при эталонном режиме нагружения (критерий остаточного срока службы);

- подходы, основанные на измерении изменения макроскопических «физических» величин (плотности, удельного, скорости звука и т.п.);

- подходы, основанные на измерении изменения физико-механических характеристик материала и параметров процесса деформирования (модули упругости, амплитуда пластической деформации, параметры петли пластического гистерезиса и т.п.).

В настоящее время последние подходы получили наибольшее развитие. С их помощью несложно получить сравнительно простую связь параметров состояния материала с процессом накопления повреждений, ввести в расчет соответствующие модели учета влияния поврежденности на физико-механические характеристики материала и определить из соответствующих экспериментов параметры эволюционных уравнений накопления повреждений. Поскольку процесс накопления повреждений носит анизотропный характер, феноменологическая мера поврежденности должна иметь тензорный характер. Однако, вследствие того, что в настоящее время отсутствуют надежные экспериментальные данные об анизотропии накапливающихся повреждений на практике, как правило, принимают гипотезу «изотропии». В этом случае величина поврежденности (переменная ω) не связана непосредственно с анизотропным характером накапливающихся микродефектов.

В работе [49] сформулированы теоретические положения о формулировке кинетических уравнений накопления повреждений. Отмечается, что прочностной критерий должен представлять собой эволюционное уравнение процесса деформирования материала. Это уравнение должно учитывать время и историю нагружения.

В [49] представлена модель накопления повреждений в материале в результате процесса пластического деформирования, основанная на введении внутренней переменной состояния переменной (поврежденности ω), эффективном напряжении $\bar{\sigma}_{ij}$, и теоретических основах механики поврежденной среды.

Принимается, что деформационное состояние поврежденного материала представляется определяющими соотношениями, в которых напряжение заменяется эффективным напряжением.

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(1-\omega)} \quad (1.4)$$

Из гипотезы о независимости упругого и пластического деформирования материала ($\dot{e}_{ij}^p = \dot{e}_{ij} - \dot{e}_{ij}^e$) получается выражение для свободной энергии ψ :

$$\psi = \psi_e(e_{ij}^p, T, \omega) + \psi_p(T, \chi) \quad (1.5)$$

$$\chi = \int_0^t \dot{\chi} dt; \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

$$\psi_e = \frac{1}{2\rho} a : a_e : a_e (1-\omega) \quad (1.7)$$

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial e_y} = -\frac{1}{2} a : e_y (1-\omega), \quad (1.8)$$

где ρ – плотность, a – тензор модулей упругости 4-го ранга.

Вводится внутренняя переменная состояния y , связанная с ω через мощность диссипации энергии ($-\dot{y}\omega$) при повреждении материала:

$$y = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \omega} = -\frac{1}{2} a : e_e : e_e \quad (1.9)$$

Параметр « y » можно назвать скоростью высвобождения энергии деформации поврежденного объема материала. Из выражения для « y » и W_e , где W_e – плотность энергии упругой деформации, следует:

$$-y = \frac{W_e}{(1-\omega)} \quad (1.10)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \left[\frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma' : \sigma'}{(1-\omega)} + 3 \frac{1-2\nu}{E} \frac{\sigma^2}{(1-\omega)^2} \right]; \quad \sigma = \frac{\sigma_{ii}}{3}$$

$$-y = \frac{\sigma_u^2}{2E(1-\omega)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^2 \right], \quad (1.11)$$

где ν – коэффициент Пуассона, $\sigma_u = \left(\frac{3}{2} \sigma' : \sigma' \right)$ – интенсивность напряжений.

Для одноосного напряженного состояния:

$$-y = \frac{\sigma_u^2}{2E(1-\omega)^2}$$

Если обозначить через σ^* выражение:

$$\sigma^* = \sigma_u \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \bar{\sigma}^* = \frac{\sigma^*}{(1-\omega)}$$

то:

$$-y = \frac{\bar{\sigma}^{*2}}{2E} \quad (1.12)$$

В выражении для σ^* коэффициент при σ_u учитывает влияние объемности напряженного состояния и играет важную роль при описании процесса накопления повреждений.

Величина $(-y\omega)$ представляет собой процесс диссипации энергии в процессе накопления повреждений при разрушении связей в материале.

Постулируется, что процесс накоплений повреждений приводит к образованию микроскопической трещины определенных размеров при достижении величины «у» критического значения « y_f », которая является характеристикой материала. Это момент соответствует значению критической величины поврежденности ω_f . При одноосном напряженном состоянии имеем:

$$-y = y_f, \quad \sigma = \sigma_R, \quad \omega = \omega_f, \quad \text{откуда:}$$

$$y_f = \frac{\sigma_R^2}{2E(1-\omega_f)^2}, \quad \omega_f^2 = \left[1 - \frac{\sigma_R}{(2Ey_f)^2} \right]^2, \quad \tilde{\sigma}_R = \frac{\sigma_R}{(1-\omega_f)} = (2Ey_f)^{\frac{1}{2}}$$

Эксперименты [49] показывают, что в зависимости от свойств материала и условий нагружений критическая величина поврежденности, при которой образуется макроскопическая трещина, изменяется в пределах $0,2 \leq \omega_f \leq 0,8$.

В работе [57] на базе дифференциальной теории пластичности с кинематическим и изотропным упрочнением формулируется эволюционное уравнение накопления повреждений для процессов монотонного и циклического нагружения материала.

Принимается поверхность текучести в форме Мизеса:

$$F = (\sigma'_{ij} - \rho_{ij})(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}) - C_p^2 = 0, \quad (1.13)$$

где σ'_{ij} – компоненты девиатора напряжений, а ρ_{ij} – координаты центра поверхности текучести.

Для описания эффектов циклического упрочнения, влияющего на закономерности циклического упрочнения (разупрочнения) материала, вводится зависимость радиуса поверхности текучести C_p от ρ_α и ρ_m :

$$C_p = C_p(\rho_\alpha, \rho_m), \quad (1.14)$$

где ρ_α, ρ_m – накопленное и максимально достигнутое значение $\rho = (\rho_{ij}\rho_{ij})^{\frac{1}{2}}$ в процессе нагружения. Постулируется зависимость:

$$C_p = C_p^0 \frac{(1 + \eta\rho_m^\delta)^{1 + \beta\rho_\alpha}}{1 + \gamma\rho_\alpha}, \quad (1.15)$$

где $\eta, \delta, \beta, \gamma$ – параметры материала, с помощью которых и (1.15) описываются циклические и стабилизированные свойства материала.

Для $\dot{\rho}_{ij}$ принимается уравнение:

$$\dot{\rho}_{ij} = [C_1 n_{ij} - C_2 m_{ij}] \dot{\chi}, \quad (1.16)$$

$$n_{ij} = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{\frac{1}{2}}}; \quad m_{ij} = \frac{\rho_{ij}}{(\rho_{ij}\rho_{ij})^{\frac{1}{2}}},$$

где C_1 и C_2 являются функциями ρ , $e_p = (e_{ij}^p e_{ij}^p)^{\frac{1}{2}}$.

Принимается, что существует некоторая поверхность, определяющая процессы зарождения микродефектов f_α :

$$f_\alpha = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}} - \alpha\sigma - \beta = 0 \quad (1.17)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{ii}}{3}$$

Закон накопления повреждений имеет вид:

$$d\omega = \theta(W_p) dW_p \quad \text{при } f_\alpha > 0 \quad (1.18)$$

$$d\omega = 0 \quad \text{при } f_\alpha \leq 0$$

или

$$d\omega = \theta(W_r^p) \langle (\sigma'_{ij} - \sigma'_{ij}{}^r) de_{ij}^p \rangle = \theta(W_r^p) \sigma'_{ij} de_{ij}^p \left\langle \frac{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_r^{\frac{1}{2}} - \alpha\sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_r^{\frac{1}{2}}} \right\rangle; \quad (1.19)$$

$$\sigma'_{ij}{}^r = \sigma'_{ij} \frac{\alpha\sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}}};$$

$$W_r^p = \int \langle (\sigma'_{ij} - \sigma'_{ij}{}^r) de_{ij}^p \rangle = \int \sigma'_{ij} de_{ij}^p \left\langle \frac{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}} - \alpha\sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}}} \right\rangle;$$

В работах J.L.Chaboche [81, 82] развита модель повреждённой среды, заложенная в современные вычислительные системы конечно элементного анализа, такие как ANSYS, SIMULIA, Abaqus, COSMOS и др. Модель J.L.Chaboche состоит из трех составных частей:

а) определяющих соотношений упругопластичности:

– уравнение поверхности текучести

$$F = \left[\frac{3}{2} (\sigma_{ij} - \rho_{ij}) (\sigma_{ij} - \rho_{ij}) \right]^{\frac{1}{2}} - C_p = 0, \quad (1.20)$$

– уравнение для радиуса поверхности текучести:

$$C_p = k + C_p^o \chi + C_p^\infty (1 - e^{-b\chi}), \quad (1.21)$$

где C_p^o , C_p^∞ – начальное значение радиуса поверхности текучести и его значение на «бесконечности» при увеличении χ ; e – основание натуральных логарифмов; χ – длина траектории пластического деформирования; k , b – экспериментально определяемые материальные параметры.

– уравнение для эволюции центра поверхности текучести

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{2}{3} c_1 \dot{e}_{ij}^P - \gamma_i \rho_{ij} \chi + \frac{1}{c_1} \frac{\partial C}{\partial T} \rho_{ij} \dot{T}, \quad (1.22)$$

где c_i , γ_i – параметры материала, а T – температура.

Уравнения (1.20) – (1.22) описывают нелинейное кинематическое и изотропное упрочнение (без учёта циклического упрочнения).

б) эволюционные уравнения накопления повреждений при малоцикловой усталости:

$$d\omega = [1 - (1 - \omega)^{\beta+1}]^{\alpha(\Delta\sigma)} \left[\frac{\Delta\sigma}{M(1 - \omega)} \right]^\beta dN, \quad (1.23)$$

где $\Delta\sigma$ – амплитуда напряжений при одноосном регулярном циклическом нагружении, N – число циклов нагружения, $\alpha(\Delta\sigma)$ – функция амплитуды напряжения ($0 \leq \alpha(\Delta\sigma) \leq 1$), β и M – экспериментально определяемые параметры материала.

Интегрируя (1.23) можно получить уравнение кривой накопления повреждений в зависимости от числа регулярных циклов нагружения

$$\omega = 1 - \left[1 - \left(\frac{N}{N_f} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha(\Delta\sigma)}} \right]^{\frac{1}{\beta+1}}, \quad (1.24)$$

где N_f – число циклов до образования макроскопической трещины.

Для экспериментального определения зависимости $\omega(N)$ использовалось уравнение:

$$\omega = 1 - \frac{\Delta\sigma_a}{\Delta\sigma_{cm}}, \quad (1.25)$$

где $\Delta\sigma_{cm}$ – амплитуда напряжений на стабилизированном участке циклического деформирования, $\Delta\sigma_a$ – изменение амплитуды напряжения результате развития поврежденности (при заданной амплитуде деформаций).

в) критерий прочности повреждённого материала

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величины поврежденности своего критического значения:

$$\omega = 1. \quad (1.26)$$

В работе [29] развита модель накопления усталостных повреждений для процессов малоциклового усталости при многоосном напряженном состоянии, основанная на работе пластической деформаций за цикл изменения нагрузки, подсчитываемой на базе определяющих соотношений теории пластического течения. Для установления числа циклов N_f до разрушения используется соотношения:

$$N_f = AW_p^\alpha, \quad (1.27)$$

где A и α – константы материала, а W_p – работа напряжений на деформациях за цикл изменения нагрузки. В качестве теории пластичности используется модель Мруза, основные соотношения которой имеют вид:

$$1. f_i = \frac{3}{2}(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^i)(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^i) - R_i^2 = 0 \quad (1.28)$$

$$2. \Delta e_{ij}^{t,e} = \frac{1}{2}G\Delta\sigma'_{ij}; \Delta e = \frac{\Delta\sigma}{3K} \quad (1.29)$$

$$3. \Delta e_{ij}^p = \frac{1}{C_i}(\Delta\sigma'_{ij}n_{ij})n_{ij}, n_{ij} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^j)}{R_i}, \quad (1.30)$$

где C_i – модуль пластичности, соответствующий i -ой поверхности текучести, которому принадлежит в данный момент напряженное состояние.

$$4. \Delta\rho_{ij}^j = pd_{ij}; d_{ij} = \left(1 - \frac{R_i}{R_{i+1}}\right)(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^{(i+1)} + k\Delta\sigma'_{ij}) + (\rho_{ij}^{(i+1)} - \rho_{ij}^{(i)}); \quad (1.31)$$

$$5. \Delta W_p = \sigma'_{ij} \Delta e_{ij}^p; \quad W_p = \sum_i \Delta W_{pi} \cdot \quad (1.32)$$

С использованием развитых определяющих соотношений проведён расчет кривых МЦУ при знакопеременном кручении, растяжении-сжатии и совместном растяжении-сжатии и знакопеременном кручении для различных значений фазового угла. На рис.1.13, 1.14: 1 – теоретические и экспериментальные результаты для растяжения-сжатия, 2 – для знакопеременного кручения. Экспериментальные результаты для других фазовых углов попали в полосу между прямыми 1 и 2.

На рис. 1.15 представлены расчетные значения энергии повреждения W_p в зависимости от амплитуды осевой деформаций (Δe_{11}) для различных значений фазовых углов между деформациями растяжения-сжатия и знакопеременного кручения ($\Delta e_{12} = 1,5\Delta e_{11}$). Кривая 1 соответствует растяжению-сжатию, 2 – чистому кручению, 3 – совпадению по фазе, 4 – сдвигу фаз на 90° . Из рисунка следует, что при $\Delta e_{11} > 0,13\%$ деформирование со сдвигом фаз на 90° опаснее синфазного.

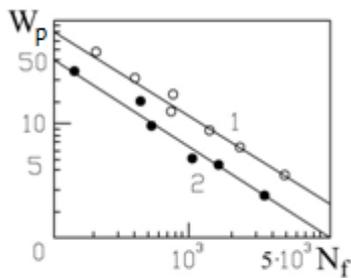


Рис. 1.13

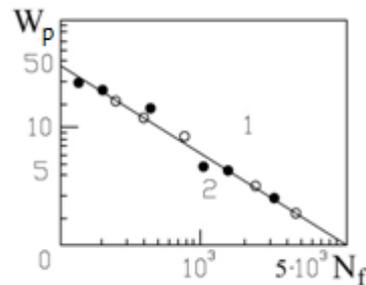


Рис. 1.14

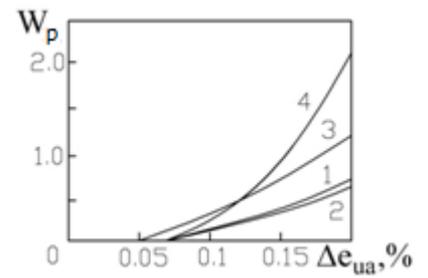


Рис. 1.15

В работе [7] на базе теории пластичности с кинематическим и изотропным упрочнением формулируются эволюционное уравнение накопления усталостных повреждений для монотонных и циклических процессов деформирования материала.

Полагается, что в пространстве составляющих тензора напряжений существует поверхность нагружения, разделяющая области упругого и пластического состояний:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - [C_p(\varepsilon_{u^*}^p)]^2 = 0, \quad (1.33)$$

$$s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}, \quad \sigma_u^* = \left(\frac{3}{2}s_{ij}^*s_{ij}^*\right)^{1/2}. \quad (1.34)$$

где s_{ij} – девиатор напряжений; $\varepsilon_{u^*}^p$ – накопленная пластическая деформация; a_{ij} – девиатор добавочных напряжений, характеризующий смещение поверхности нагружения (анизотропное упрочнение); $C_p(\varepsilon_{u^*}^p)$ – функция, отвечающая размеру поверхности нагружения и характеризующая изотропное упрочнение.

Уравнение для смещения поверхности нагружения принято в виде:

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3}g\dot{\varepsilon}_{ij}^p + \left(\frac{2}{3}g_\varepsilon\dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a a_{ij}^*\right)\dot{\varepsilon}_{u^*}^p + \frac{2}{3}\sum_{m=3}^M g^{(m)}\dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (1.35)$$

$$\text{где } a_{ij}^* = a_{ij}^{(1)} + a_{ij}^{(2)}, \quad g = E_a + \beta\sigma_a, \quad g_\varepsilon = \beta E_a, \quad g_a = -\beta \quad (1.36)$$

Для описания процесса накопления повреждений используется энергетический подход:

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}_c + \dot{\omega}_p + \dot{\omega}_e, \quad (1.37)$$

$$\dot{\omega}_c = \frac{a_{ij}^{(1)}\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_c}, \quad \dot{\omega}_p = \frac{a_{ij}^{(2)}\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p}, \quad \dot{\omega}_e = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_p < \omega_{p1} \\ \sum_{m=3}^M \frac{a_{ij}^{(m)}\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_p} \end{cases} \quad (1.38)$$

где ω_c – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений первого типа и проявляющееся при смещении петли пластического гистерезиса; ω_p – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений второго типа, пороговое значение ω_{p1} которого говорит об окончании первой стадии зарождения микродефектов и о начале второй стадии распространения микродефектов; ω_e – повреждение, обусловленное работой добавочных напряжений третьего типа и имеющее место только на второй стадии накопления повреждений.

В качестве критерия разрушения (критерия образования макротрещины) использовалось условие достижения величины поврежденности критического значения.

$$\omega = \omega_f = 1 \quad (1.39)$$

В работах [36, 38–40] с позиции механики поврежденной среды развиты определяющие соотношения вязкопластического деформирования и разрушения материалов и конструкций. В основу этой модели положена возможность представления сложного процесса развития взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными моделями пластичности, ползучести и накопления повреждений. При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности ω .

Непосредственное влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается в модели путем введения зависимости модулей упругости материала от текущего значения функции ω .

При отсутствии эффектов неизотермического деформирования и ползучести материала, соответствующих условиям нагружения, эволюционные уравнения, устанавливающие связь между изменениями приведенных напряжений $\Delta\sigma_{ij}$ и деформаций Δe_{ij} получены в виде:

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij} \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} \Delta d_{ij} &= \Delta e_{ij}^* + \omega(\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^*) \\ \Delta e_{ij}^* &= \Delta e_{ij}^p + \frac{\omega - \bar{\omega}}{1 - \omega} \left[\frac{\bar{\sigma}'_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{\bar{\sigma}}{3K} \right] \end{aligned} \quad (1.41)$$

где K , G – модули объемной и сдвиговой деформации; Δe_{ij}^p – изменения пластических деформаций на шаге нагружения; $\bar{\omega}$, ω – значения мер поврежденности в исходном (в начале шага) и текущем (в конце шага)

состояниях; $\bar{\sigma}'_{ij}$, $\bar{\sigma}$ – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора эффективных напряжений в исходном состоянии; δ_{ij} – символы Кронекера.

Предполагается, что в процессе деформирования могут независимо развиваться несколько различных видов поврежденности. Изменение меры поврежденности $\Delta\omega_k$ для каждого вида на шаге изменения внешних воздействий представляется в виде:

$$\Delta\omega_k = \Delta\omega_k(\Delta\Psi_k, \bar{\omega}, q_k^\beta) \quad (1.42)$$

где $\bar{\omega}$ – накопленное значение функции ω ; Ψ_k – функция, характеризующая долю накопленной энергии, ответственной за развитие повреждений рассматриваемого вида; q_k^β – некоторые константы материала.

Вычисление изменений функций Ψ_k и вклада их в изменение меры поврежденности ω_k осуществляется в соответствующих частных моделях поврежденности. Полное значение меры ω , соответствующее текущему состоянию, вычисляется в составной модели на основе принятого алгоритма суммирования повреждений.

В качестве моделей, описывающих процессы упругопластического деформирования и накопления повреждений, используются модель термопластичности с комбинированным упрочнением, модель накопления повреждений, основанная на изменении энергии пластического разрыхления, и кинетические уравнения для изменения меры поврежденности при хрупком разрушении.

1.3. Численное моделирование задач усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций

Численный анализ усталостной долговечности конструкций и аппаратов современной техники при комбинированном термомеханическом воздействии с учётом сопутствующих эффектов термопластического деформирования материала и накопления усталостных повреждений представляет комплексную проблему, решение которой требует тщательной

проработки ряда взаимосвязанных научных вопросов. В число этих вопросов, входят вопросы формулировки математических моделей поведения конструкционных материалов, один из возможных вариантов которых будет рассмотрен во второй главе данной диссертации, построение модели исследуемого объекта, с учетом выбранных определяющих соотношений описывающих связанные процессы термопластического деформирования материала, процесса накопления усталостных повреждений, моделей поведения повреждённого материала, развитием методов линеаризации системы разрешающих уравнений и создание эффективных схем численного решения краевых задач. Каждый из перечисленных вопросов представляет из себя отдельную научно-исследовательскую проблему. Вместе с тем достоверная оценка НДС и прочности конструкций аппаратов современной технике возможно лишь при создании эффективной современной вычислительной системы, интегрирующей в себе частные модели, схемы и алгоритмы и обеспечивающее их рациональное сочетание в составе единого вычислительного процесса.

Особо следует отметить, что разработка и создание таких систем весьма трудоёмка, а время их старения крайне мало вследствие постоянного совершенствования отдельных компонентов. Следовательно, в основу создания современных вычислительных систем должен быть положен модульный принцип, позволяющий постоянно дополнять и заменить входящие в него компоненты, без существенного изменения вычислительной системы в целом.

Современные расчетные «коды» должны в максимальном объеме осуществлять автоматизацию вычислительного процесса, оптимальное использование вычислительных ресурсов современных компьютеров, иметь развитые средства подготовки исходной информации и визуализации результатов численного решения задач. Желательно также, чтобы такие вычислительные системы должным образом учитывали специфические особенности используемых алгоритмов.

Характерной особенностью современных вычислительных систем является способность проводить оценку НДС и прочности элементов узлов несущих конструкций различной конфигурации и размерности, а также развитый системы диалога и пре- и постпроцессорных средств для задания исходной информации и визуализации результатов расчётов.

В настоящее время используются универсальные интегрированные вычислительные комплексы, которые позволяют проводить расчёт конструкций в двух- и трёхмерной постановках с учётом геометрической и физической нелинейности при квазистатических и динамических воздействиях [11, 36, 38–40, 53, 76]. В основу численных методов, как правило, положен метод конечных элементов (МКЭ), которому посвящено большое количество публикаций как отечественных, так и зарубежных исследователей: Дж. Аргирис, В.Г. Баженов, Дж. Галлагер, О. Зенкевич, Л.А. Игумнов, С.А. Капустин, Ю.Г. Коротких, Е.М. Морозов, Г.П. Никишков, Д. Норри, Дж. Оден, В.А. Постнов, Л.А. Розин, Л. Сегерлинд, Г. Стренг, Ж. де Фриз и др.

Ниже численная оценка термоциклической долговечности материалов и конструкций проводится на базе расчетного «кода» ANSYS [76], основанного на методе конечных элементов (МКЭ).

1.4. Выводы по главе 1

Основные выводы из обзора о состоянии проблемы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Большинство экспериментальных исследований термоциклической усталости поликристаллических конструкционных сплавов получены при одноосном напряжённом состоянии и комнатной температуре.

2. Энергетическая концепция процесса термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений (область малоциклового усталости) в поликристаллических конструкционных сплавах показала тесную связь между термодинамическими параметрами и

закономерностями термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений.

3. Экспериментальные данные свидетельствуют о систематическом отклонении правила линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена-Майнера) от фактической усталостной долговечности при блочном малоцикловом нагружении.

4. При непропорциональном нагружении наблюдается дополнительное снижение долговечности по сравнению с пропорциональным.

5. Использовать результаты изотермической малоцикловой усталости для оценки неизотермической усталостной долговечности следует с большой осторожностью.

6. Традиционные критерии разрушения, основанные на амплитудных значениях соответствующих параметров, не могут применяться для оценки термической усталости поликристаллических конструкционных сплавов.

7. Для более достоверной оценки долговечности конструкционных сплавов при термической усталости необходима разработка моделей, учитывающих влияние истории деформирования, температуры, вида НДС на оценку ресурсных характеристик конструкционных материалов (металлов и их сплавов).

8. Метод математического моделирования является основным как на стадии формулировки и оценке достоверности моделей поведения материалов, так и на стадии расчетов на прочность при решении прикладных задач оценки ресурсных характеристик элементов и узлов несущих конструкций.

ГЛАВА 2. Уравнения механики повреждённой среды (МПС) для оценки термомеханической усталостной долговечности материалов и конструкций

В рамках данной главы проведен анализ определяющих соотношений механики повреждённой среды для оценки малоциклового усталости материалов и конструкций. Изложена математическая модель МПС, кратко изложена методика проведения базовых экспериментов, целью которых является определение материальных параметров и функций, определяющих упругопластические свойства поврежденных материалов.

2.1. Общие положения

Теоретические положения, основные понятия и определения механики повреждённой среды впервые были изложены в работах отечественных учёных А.А. Ильюшина, Л.М. Качанова, Ю.Н. Работнова. Профессором Л.М. Качановым [41] при создании модели длительной прочности была введена внутренняя переменная состояния материала – скаляр ψ (сплошность). Постулировалось, что $\psi=1$ отвечает неповрежденному состоянию среды, а $\psi=0$ – образованию макроскопической трещины с определенными геометрическими параметрами, которые можно измерить (~ 1 мм). В теории проф. Л.М.Качанова, скорость деформации ползучести не зависит от текущего состояния поврежденности и следовательно, не может описывать третью стадию ползучести, предшествующую разрушению (образованию макроскопической трещины). Ю.Н. Работнов [63] обобщил теорию Л.М. Качанова и охватил это явление (описал третий участок кривой ползучести). В качестве внутренней переменной состояния он использовал скалярный параметр поврежденности ω ($\omega = 1 - \psi$). Чл.-кор. АН СССР А.А. Ильюшиным [33] были разработаны теоретические основы механики повреждённой среды, введено понятие мер повреждения (тензорных, векторных и

скалярных) и сформулированы подходы к построению моделей механики поврежденной среды. Был предложен один из вариантов модели длительной прочности, который строился в предположении, что тензор повреждений является симметричным тензором второго ранга. Рассмотренные теории явились основой построения теорий накопления повреждений, разработанных впоследствии, и составили основу нового научного направления – механики поврежденной среды (МПС), которая в последние десятилетия широко используется для решения статических [6, 7, 11–16, 26, 36, 43, 47, 49, 56, 62, 64] и динамических [12, 13, 25] задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ). Необходимость использования скалярных, векторных и тензорных мер повреждения, как внутренних переменных состояния, понималась отечественными и зарубежными исследователями и в дальнейшем. Введение различных мер повреждения (скалярных, векторных и тензорных) можно найти в работах В.В. Болотина [6], Боднера [4], В.С. Бондаря [7], Ю.Г. Коротких [11–16], Ж.Леметра [49], С.Мураками [58], и др. [79, 86–88].

2.2. Математическая модель механики поврежденной сплошной среды Ю.Г. Коротких

Основные положения используемого в настоящей диссертационной работе варианта определяющих соотношений МПС, основные идеи которого заложены проф. Ю.Г. Коротких, для расчёта термоциклической долговечности материалов и конструкций при сложном нагружении заключаются в следующем [11–16, 18–24]:

- поликристаллический материал принимается начально-изотропным и повреждения в нём отсутствуют;
- компоненты тензоров деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} представляют сумму упругой e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e и пластической e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p , компонент;
- начальная поверхность текучести принимается в форме Мизеса;

- постулируется, что трансформация поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением ее центра ρ_{ij} ;
- справедлив принцип градиентальности;
- изменение элементарного объема тела упруго, т.е. $e_{ii}^p = 0$;
- рассматриваются процессы деформирования, характеризующиеся малыми деформациями;
- единственным структурным параметром, характеризующем на макроуровне степень поврежденности материала, является скалярный параметр ω – «поврежденность» ($\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f$, где ω_0 - начальная поврежденность «сплошного» материала, а ω_f - поврежденность, соответствующая образованию макроскопической трещины);
- влияние уровня накопленной поврежденности на процесс деформирования материала учитывается на базе концепции деградирующего континуума путём введения эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$.

Модель поврежденной среды, Ю.Г. Коротких состоит из трех взаимосвязанных составных частей:

- соотношений, определяющих циклическое термопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса накопления микродефектов;
- эволюционных уравнений, описывающих кинетику накопления усталостных повреждений;
- критерия прочности поврежденного материала, определяющего момент образования макроскопической трещины.

2.2.1. Уравнение связи между тензорами напряжений и деформаций в упругопластической области

В упругой области связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций и их скоростей устанавливается законом Гука:

$$\sigma = 3K[e - \alpha T], \quad \sigma'_{ij} = 2Ge'_{ij}, \quad \dot{\sigma} = 3K[\dot{e} - \alpha\dot{T} - \dot{\alpha}T] + \frac{\dot{K}}{K}\sigma, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \quad (2.1)$$

где σ , $\dot{\sigma}$, e , \dot{e} – шаровые, а σ'_{ij} , $\dot{\sigma}'_{ij}$, e'_{ij} , \dot{e}'_{ij} – девиаторные составляющие тензоров напряжений σ_{ij} , деформаций e_{ij} и их скоростей $\dot{\sigma}_{ij}$, \dot{e}_{ij} соответственно; T – температура; $K(\omega, T)$ – объемный модуль упругости П. Бриджмена, $G(\omega, T)$ – модуль сдвига, $\alpha(\omega, T)$ – коэффициент линейного температурного расширения (функции температуры, а на заключительных стадиях процесса накопления усталостных повреждений – уровня накопленной поврежденности ω).

Для описания эффектов монотонного и циклического упрочнения вводится поверхность текучести в форме Мизеса, уравнение которой имеет вид [11, 18, 54]:

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2.2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования и разделения процессов монотонного и циклического деформирования вводится поверхность циклической «памяти», уравнение которой имеет вид:

$$F_p = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (2.3)$$

где ρ_{\max} – максимальный модуль переменной ρ_{ij} .

Постулируется, что эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести имеет вид [11, 18, 51, 54, 80, 92, 93]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_p)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \quad (2.4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij} \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (2.5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad (i=1,2) \quad (2.6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (2.7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, & F_p = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0 \\ 0, & F_p < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p), \quad (2.8)$$

где q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения; a — постоянная, определяющая скорость стабилизации петли пластического гистерезиса циклического деформирования материала; Q_s – стационарное значение радиуса поверхности текучести; χ и χ_m – длины траектории пластического деформирования при циклическом и монотонном нагружениях соответственно; C_p^0 — начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член соотношения (2.4) описывает изотропное упрочнение в результате процесса монотонного деформирования, второй – циклическое, а третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. Операторы $H(F_p)$ и $G(F_p)$ автоматически разделяют процессы монотонного и циклического деформирования.

Для описания смещения поверхности текучести в модели Ю.Г. Коротких используются эволюционное уравнение, аналогичное уравнению Армстронга–Фредерика–Кадашевича [11, 18, 54]:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (2.9)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ и $g_3 > 0$ – модули анизотропного упрочнения.

Уравнение (2.9) описывает анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования и пространственный эффект Баушингера.

Постулируем, что эволюционное уравнение для ρ_{\max} имеет вид:

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_p)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle. \quad (2.10)$$

Для величины \dot{B} , заключенной в угловые скобки $\langle \rangle$, выполняются

$$\text{условия } \langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0 \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0 \end{cases}.$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности [11, 18, 54]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (2.11)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора догрузки.

На стадии развития рассеянных по объему материала микроповреждений наблюдается существенное влияние величины поврежденности на физико-механические характеристики и параметры напряжённо-деформированного состояния материала. В первом приближении это влияние может быть учтено на базе концепции «деградирующего континуума» введением эффективных напряжений [11, 13]:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij}, \quad \tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma, \quad (2.12)$$

где \tilde{G} , \tilde{K} – эффективные модули упругости, определяемые по формулам Мак-Кензи [11, 13]:

$$\tilde{G} = G(1 - \omega) \left[1 - \frac{(6K + 12G)}{(9K + 8G)} \omega \right], \quad (2.13)$$

$$\tilde{K} = 4GK(1 - \omega)/(4G + 3K\omega). \quad (2.14)$$

Подобным образом определяется эффективная внутренняя переменная $\tilde{\rho}_{ij}$:

$$\tilde{\rho}_{ij} = F_1(\omega)\rho_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij} \quad (2.15)$$

2.2.2. Эволюционные уравнения накопления усталостных повреждений

С точки зрения микромеханики процессов накопления повреждений в результате процесса термопластического деформирования различают несколько основных последовательных стадий процесса разрушения:

– зарождение и развитие микродефектов до момента образования макротрещины в элементарном объёме материала;

- постепенное (устойчивое) развитие образовавшихся трещин;
- неустойчивое развитие макротрещин – разделение рассматриваемого объекта на части.

В свою очередь процесс накопления повреждений разделяют на две фазы:

- фазу зарождения, соответствующую преобразованию структуры материала результате необратимого деформирования материала, что приводит к возникновению эффектов упрочнения и разупрочнения. На этой стадии происходит зарождение рассеянных по объему материала микродефектов. Влияние величины поврежденности на физико-механические характеристики материала и параметры процесса деформирования здесь незначительно. В настоящее время, по видимому, на этой стадии есть смысл использовать упрощенные подходы с минимумом определяемых параметров. Поэтому, в дальнейшем, начало фазы зарождения будем определять с использованием порогового критерия, а длительность этой фазы будем связывать с некоторым значением определенного механического параметра.

- фазу коллективного взаимодействия развивающихся микродефектов. На макроскопическом уровне эта фаза характеризуется эффектом разупрочнения и изменением физико-механических характеристик материала (гипотеза «деградирующего континуума»). Окончание этой фазы характеризуется образованием макроскопической трещины определённых геометрических размеров (~ 1 мм).

Для формулировки эволюционных уравнений накопления повреждений используем подход, основанный на установлении связи скорости величины поврежденности ω с некоторыми механическими параметрами, зависящими от истории процесса деформирования, предельное значение которых определяет момент полного разрушения (образование макроскопической трещины). Наиболее эффективным подходом решения этой проблемы по мнению авторов [3, 11–16, 29, 49, 60-62] является энергетический подход.

В.В. Новожиловым [60, 61] показано, что при малоцикловой усталости энергия, затраченная на образование микродефектов при нестационарном упругопластическом деформировании, хорошо коррелирует с работой w тензора микронапряжений (координат центра поверхности текучести F) ρ_{ij} на пластических деформациях e_{ij}^p :

$$W = \int \rho_{ij} de_{ij}^p. \quad (2.16)$$

Постулируем, что процесс накопления повреждений при термоциклической усталости определяется эволюционным уравнением вида [3, 11–16, 29, 49, 62]:

$$\dot{\omega} = f_1(\beta) f_2(\omega) f_3(Z) \langle \dot{Z} \rangle, \quad (2.17)$$

где функция $f_1(\beta)$ учитывает объёмность напряжённого состояния, $f_2(\omega)$ уровень накопленной повреждённости, а $f_3(Z)$ – накопленную энергию, идущую на образование микродефектов.

Конкретизируя соотношение (2.17) будем иметь [11, 16]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha + 1}{r + 1} f(\beta) Z^\alpha (1 - \omega)^{-r} \langle \dot{Z} \rangle; \quad (2.18)$$

$$Z = \frac{W - W_a}{(W_f - W_a)}; \quad \langle \dot{Z} \rangle = \begin{cases} \dot{Z} & \text{при } \dot{Z} > 0 \\ 0 & \text{при } \dot{Z} \leq 0 \end{cases}; \quad (2.19)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \frac{\langle \dot{W} \rangle}{(W_f - W_a)}; \quad \dot{W} = \rho_{ij} \dot{e}_{ij}^p; \quad (2.20)$$

$$f(\beta) = \exp(k\beta). \quad (2.21)$$

где α , r , k – материальные параметры, зависящие от температуры T ; $\beta = \sigma/\sigma_u$ – параметр объёмности напряжённого состояния; $W = \int_0^t \dot{W} dt$ – энергия, идущая на образование усталостных повреждений; W_a – значение W в конце фазы зарождения микродефектов, а W_f – значение энергии соответствующей образованию макротрещины.

2.2.3. Критерий прочности поврежденного материала

Интегрируя эволюционные уравнения накопления повреждений (2.18)–(2.21) для функции поврежденности совместно с определяющими соотношениями циклической термопластичности (2.1) – (2.17) по известной истории нагружения можно получить критерий усталостного разрушения (условие образования макроскопической трещины в элементарном объеме материала), который зависит от временной и деформационной истории процесса. При этом в момент достижения величины поврежденности критического значения $\omega = \omega_f$ материал в данном элементарном объеме настолько поврежден, что любое дальнейшее нагружение по существу невозможно без того, чтобы не произошло разрушение объема материала на макроскопическом уровне. Экспериментальные исследования свидетельствуют, что в зависимости от свойств материала и режимов нагружения критическое значение величины поврежденности ω_f может изменяться в пределах от 0,2 до 0,8. Кроме того, материал может быть разрушен и в упругой области после некоторого деформирования в пластической области в результате которого была накоплена поврежденность.

Для учёта этого обстоятельства целесообразно сформулировать критерий макроскопического разрушения в виде:

$$\Phi(I_1, I_2, I_3, \omega, T) = 0,$$

где I_1, I_2, I_3 – инварианты тензора напряжений (σ_{ij}).

При $\omega = \omega_0$ имеем начальную предельную поверхность неповрежденного материала, а при $\omega = \omega_f$ – предельную полностью разрушенного материала. Промежуточным значениям ω соответствуют промежуточные предельные поверхности, отвечающие частично поврежденному материалу.

Если напряжённое состояние выходит на поверхность разрушения, то рассматриваем макрообъем материала считается полностью разрушенным и напряжённое состояние в нём соответствующим образом корректируется.

Критерий прочности позволяет определить момент образования макротрещины в элементарном объёме материала с учётом его повреждённости, в дальнейшем процесс разрушения идёт преимущественно в следствие роста образовавшихся макротрещин.

Для построения поверхности разрушения необходимы эксперименты на разрушение при различных видах напряжённых состояний, в частности эксперименты на всестороннее равномерное растяжение, реализация которых в настоящее время вызывает значительные трудности.

Поэтому в качестве критерия разрушения (критерия образования макроскопической трещины) в настоящее время целесообразно использовать условие достижения величины повреждённости критического значения [11, 16]:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (2.22)$$

2.3. Методика идентификации материальных параметров моделей МПС

2.3.1. Определение материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений термопластичности

Для практического использования модели термопластичности (2.1) – (2.17) необходимо знать следующие физико-механические характеристики материалов, параметры и скалярные функции определяющих соотношений как функции температуры T [11–16]:

- модули упругости $G(T)$, $K(T)$, $\alpha(T)$;
- значение начального радиуса поверхности текучести $C_p^0(T)$;
- модули монотонного изотропного упрочнения q_1 , q_2 и q_3 как функции от χ_m и T ;
- модуль циклического изотропного упрочнения $Q_1(\rho_{\max}, T)$, $Q_2(\rho_{\max}, T)$
- материальный параметр $a(T)$;

– модули кинематического упрочнения $g_1(T)$, $g_2(T)$, $g_3(T)$.

Методика определения параметров термопластичности предложена проф. Ю.Г. Коротких и развита в работах его учеников (Д.А. Казаков, Л.Н. Крамарев, Д.Н. Шишулин) [17, 19].

Для определения параметров изотропного упрочнения $q_1(\chi_m)$ и $q_3(T)$, модулей анизотропного упрочнения $g_1(T)$, $g_2(T)$ и $g_3(T)$, а также зависимости начального радиуса поверхности текучести от температуры $C_p^0(T)$ проводятся испытания на растяжение – сжатие лабораторных образцов.

По результатам эксперимента при постоянных температурах T_j :

– строится диаграмма деформирования $\sigma'_{11}(e_{11})$ (рис. 2.1);

– определяется геометрическое место обратных пределов текучести при сжатии $\sigma''_{11}(e_{11})$ (рис. 2.1).

С использованием полученных экспериментальных кривых (рис. 2.1) находят зависимости напряжения при растяжении σ'_{11} и обратных пределов текучести σ''_{11} от пластических деформаций e_{11}^p (рис. 2.2).

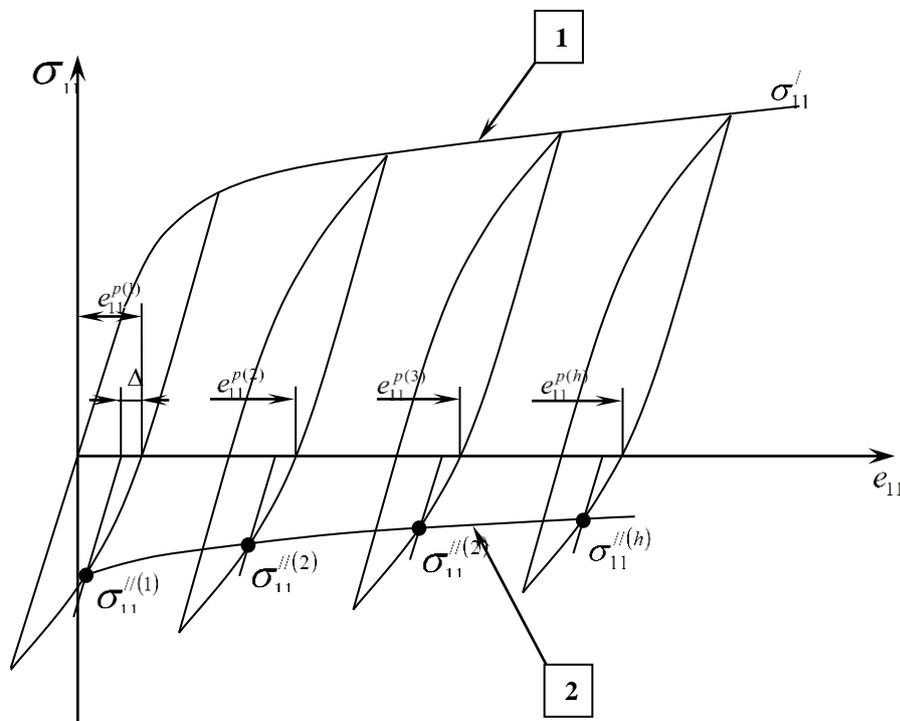


Рис. 2.1

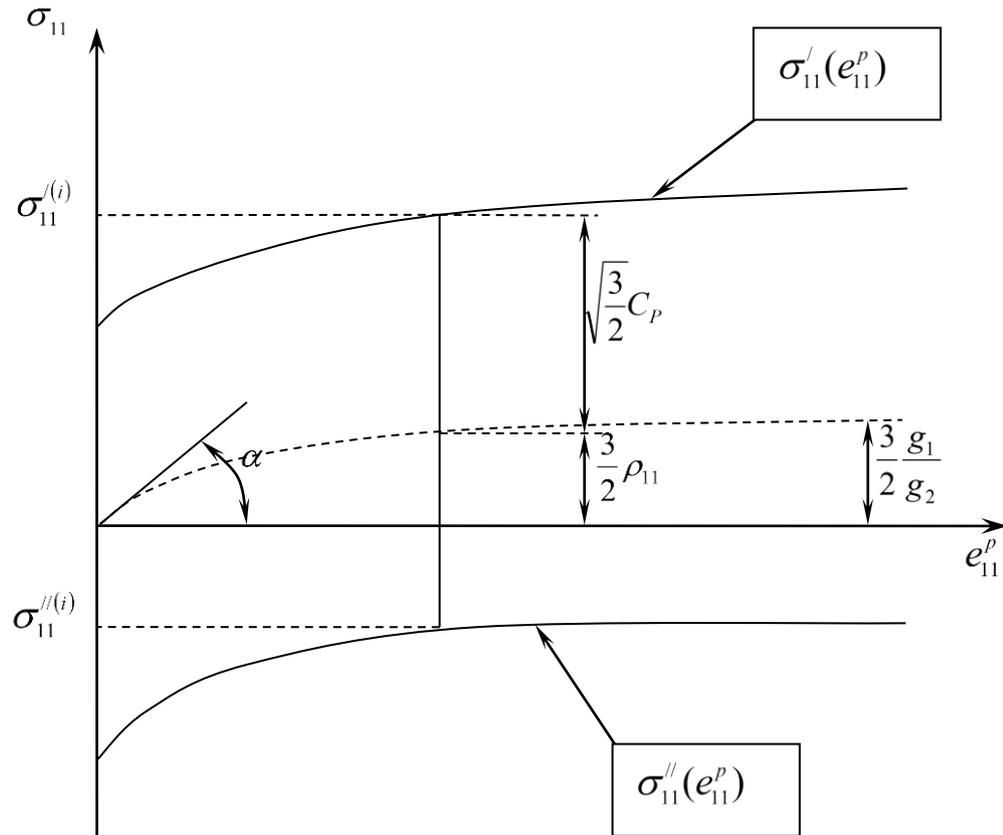


Рис. 2.2

При одноосном растяжении-сжатии лабораторных образцов будем иметь:

а) уравнение поверхности текучести Мизеса:

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{11} - \sqrt{\frac{3}{2}}\rho_{11} = C_p \quad (2.23)$$

б) уравнение Армстронга–Фредерика–Кадашевича:

$$\dot{\rho}_{11} = g_1 \dot{e}_{11}^p - g_2 \rho_{11} \dot{\chi} = (g_1 - g_2 \rho_{11}) \dot{e}_{11}^p \quad (2.24)$$

Проинтегрировав уравнение (2.24), получим

$$\rho_{11} = \frac{g_1}{g_2} \left(1 - e^{-g_2 e_{11}^p}\right) \quad (2.25)$$

где e – основание натуральных логарифмов; g_1 – тангенс угла наклона касательной к кривой $\rho_{11} \sim e_{11}^p$ (рис. 2.2); $\rho_{\max} = g_1/g_2$ – предельное асимптотическое значение ρ_{11} (рис. 2.2).

Из соотношения (2.25) находятся модули g_1 и g_2 анизотропного упрочнения (модули g_1 и g_2 также можно определить путем регрессионного анализа экспериментальных данных в программных пакетах MathCAD, MathLAB [17, 19] и др.).

Модуль g_3 (2.9), находится, используя значения g_1 , g_2 из соотношения:

$$g_3 = \frac{\Delta g_1}{g_1 \Delta T} - \frac{\Delta g_2}{g_2 \Delta T}. \quad (2.26)$$

Параметры изотропного упрочнения в уравнении (2.4) – (2.9) при монотонном упругопластическом деформировании определяются из соотношений:

$$q_1(\chi_m) = \frac{\partial C_p(\chi_m)}{\partial \chi_m}, \quad T = T_j. \quad (2.27)$$

$$q_3(T) = \frac{\partial C_p(T)}{\partial T}, \quad \chi_m = \chi_{mi}. \quad (2.28)$$

Конкретизация (2.27) и (2.28), приводит к соотношениям вида [17, 19]:

$$q_1(\chi_m) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial e_{11}^p} (1 + \delta) + \sigma_{11} \frac{\partial \delta}{\partial e_{11}^p} \right], \quad T = T_j. \quad (2.29)$$

$$q_3(T) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial T} (1 + \delta) + \sigma_{11} \frac{\partial \delta}{\partial T} \right], \quad \chi_m = \chi_{mi}. \quad (2.30)$$

где δ – мера эффекта Баушингера.

Для нахождения зависимостей модулей циклического упрочнения $Q_1(\rho_{\max}, T)$ и $a(T)$, проводятся испытания на одноосное, блочное, циклическое нагружение с постоянной амплитудой деформации в каждом блоке (рис. 2.3).

Параметр a определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей стремления C_p к установившемуся состоянию при циклическом деформировании с заданной постоянной амплитудой деформации.

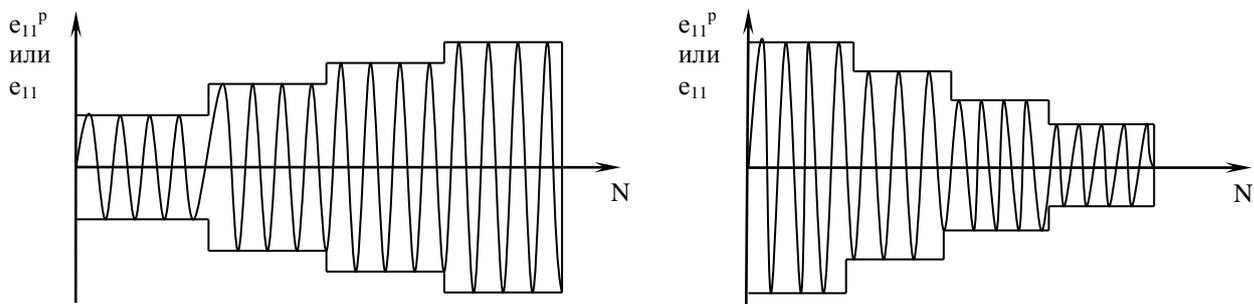


Рис. 2.3

При одноосном растяжении – сжатии $Q_s = Q_1$ ($\theta = 0$).

$$Q_{1(i)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{11}^{\max} - \sqrt{\frac{3}{2}} \rho_{11(i)}^{\max}; T = T_j, \quad (2.31)$$

Аналитическую зависимость $Q_1(\rho_{\max})$ получают путем аппроксимации экспериментальных данных $Q_{1(i)}(\rho_{\max(i)})$ при $T = T_j$ (рис. 2.4).

Для определения модуля монотонного изотропного упрочнения $q_2(\chi_m, T)$ необходим эксперимент на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения e_{11}^P и последующее кручение с построением траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11} \sim \sigma_{12}$ и зависимости $\sigma_u \sim \chi_m$.

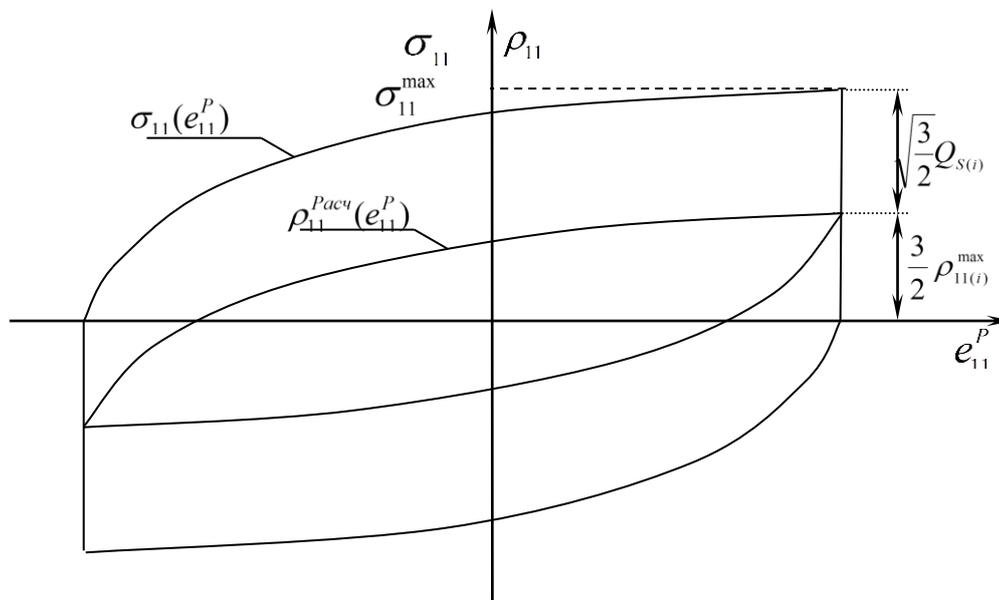


Рис. 2.4

Для определения модуля циклического изотропного упрочнения $Q_2(\rho_{\max}, T)$ необходим эксперимент, в ходе которого значение параметра непропорциональности $A=1-\cos^2\theta$ (см. формулы 2.1–2.4) остается постоянным во всё время эксперимента, например, эксперименты по круговым траекториям деформирования $e_{11} \sim e_{12}$.

Параметр Q_2 можно определить, используя следующие соотношения:

$$Q_2 = \frac{\bar{Q} - (1 - A^*)Q_1}{A^*}; T = T_j. \quad (2.32)$$

где \bar{Q} – текущее стабилизированное значение радиуса поверхности текучести при деформировании по круговой траектории $e_{11} \sim e_{12}$; A^* – расчетное значение параметра непропорциональности при стабилизации процесса деформирования; Q_1 – значение радиуса поверхности текучести при деформировании по пропорциональным траекториям.

2.3.2. Определение параметров кинетических уравнений накопления усталостных повреждений

Определение материальных параметров эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений производится на стадии коллективного взаимодействия микродефектов, начиная с которой наблюдается значимое влияние поврежденности на физико-механические характеристики и параметры НДС материала. Постулируется, что все отклонения результатов численного моделирования процессов деформирования без учета влияния поврежденности от экспериментальных на этой стадии приписываются влиянию накопленной поврежденности ω [3, 11, 13, 43, 49].

Приближенно значение W_a может быть определено из испытаний на усталость при заданной амплитуде напряжений (при мягком нагружении) или деформаций (при жестком нагружении) по моменту начала разупрочнения материала, а величина W_f – по моменту образования

макроскопической трещины. Для определения параметров функции $f(\beta)$ необходимы эксперименты при различных $\beta_i = const$, что в настоящее время вызывает определённые трудности.

ГЛАВА 3. Программная реализация процессов циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в поликристаллических конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении

При решении задач механики деформируемого твердого тела, в которых описание процесса термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений зависит от истории нагружения, возникает необходимость интегрирования нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями. Выбор эффективного алгоритма интегрирования определяющих соотношений МПС имеет важное значение для обеспечения устойчивости процесса вычислений, параметров процесса деформирования, накопления повреждений и сокращения времени счёта.

Определение основных параметров процесса термопластического деформирования повреждённых материалов, которые в общем случае описываются тензорами $\sigma_{ij}, e_{ij}, e_{ij}^p, \rho_{ij}$ и скалярами χ, C_p, T и ω может осуществляться с использованием двух подходов:

– первый заключается в интегрировании определяющих соотношений МПС, с использованием любого из численных методов решения задачи Коши. Это достаточно точный метод нахождения решения обыкновенных дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач механики деформирования твердого тела, возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычислительного процесса;

– второй способ сводится к написанию определяющих соотношений МПС в приращениях, численное решение которых зависит от выбранного шага интегрирования Δt (явная схема Эйлера [11–16]). Шаг интегрирования может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течении всего расчетного времени процесса при условии выполнения устойчивости вычислений. В результате численных

экспериментов [11–16] установлено, что используемая явная схема Эйлера может успешно применяться при правильно выбранной величине шага интегрирования, не смотря на то, что она является условно устойчивой.

Эффективное применение явной схемы Эйлера в значительной степени определяется выбором шага интегрирования Δt . Авторы [2] предлагают выбирать шаг интегрирования Δt в зависимости от скорости изменения искомой величины $\dot{y} = f(y, t)$. На шаге интегрирования $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ $y_{n+1} = y_n + f \cdot \Delta t$ шаг интегрирования Δt и ошибка интегрирования δ определяются по формулам [2]:

$$\Delta t = \frac{\delta_{\max}}{|f_n - f_{n-1}|} \max[|f_n|, |f_{n-1}|], \quad \delta = \frac{\Delta t |f_n - f_{n-1}|}{\max[|f_n|, |f_{n-1}|]}, \quad (3.1)$$

где δ_{\max} есть верхняя граница δ .

Такой подход [11–16] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в данной диссертационной работе.

3.1. Постановка задачи

Напряженное состояние в произвольной точке конструктивного элемента описывается тензором напряжений (σ_{ij}) :

$$(\sigma_{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}.$$

Шаровая составляющая тензора напряжений σ и девиаторные компоненты σ'_{ij} вычисляются по формулам:

$$\sigma = \sigma_{ii} / 3, \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$$

где δ_{ij} – тензор Кронекера (тензорная единица).

Компоненты тензора малых деформаций e_{ij} состоят из упругой e^e_{ij} и пластической e^p_{ij} компонент:

$$e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p, \quad i, j = 1, 2, 3$$

Принимается, что объемное изменение элементарного объема материала происходит упруго (учитывается только пластическая несжимаемость):

$$\frac{\Delta V}{V} = e_{11}^e + e_{22}^e + e_{33}^e = e_{11} + e_{22} + e_{33} = 3e, \quad e_{11}^p + e_{22}^p + e_{33}^p = 0;$$

где e – шаровая компонента тензора деформаций (e_{ij});

Всю историю режима термомеханического нагружения делим на N шагов. Приращения температуры ΔT , компонент тензоров напряжений $\Delta \sigma_{ij}$, полных и пластических деформаций Δe_{ij} , Δe_{ij}^p на n -ом шаге интегрирования $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ являются следствием приращения внешней нагрузки и изменения температурного поля:

$$T_{(n+1)} = T_{(n)} + \Delta T; \quad \sigma_{ij(n+1)} = \sigma_{ij(n)} + \Delta \sigma_{ij}; \quad e_{ij(n+1)} = e_{ij(n)} + \Delta e_{ij}; \quad e'_{ij(n+1)} = e'_{ij(n)} + \Delta e'_{ij};$$

$$e_{ij(n+1)}^p = e_{ij(n)}^p + \Delta e_{ij}^p.$$

Пусть для элементарного объема материала на некотором временном интервале задана история изменения температуры $T(t)$ и компонент тензора деформаций $e_{ij}(t)$.

Известны необходимые физико-механические характеристики материала, как функции температуры и параметров текущего состояния материала.

Заданы материальные параметры и скалярные функции модели термопластического деформирования материала и кинетических уравнений накопления усталостных повреждений.

Заданы параметры НДС материала на « n » - ом шаге интегрирования.

Заданы приращения компонент тензора деформаций Δe_{ij} и температуры ΔT на временном шаге $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (таблицы массивов, либо приращения Δe_{ij} могут быть получены из решения краевых задач).

Требуется на $(n+1)$ ^{ом} временном шаге определить компоненты тензора приращения пластических деформаций $\Delta e_{ij(n+1)}^p$, тензора напряжений $\sigma_{ij(n+1)}$ и

другие параметры характеризующие текущее состояние поврежденного материала, поврежденность ω и т.п.

3.2. Алгоритм интегрирования

Пусть в рассматриваемом элементарном объёме материала из решения соответствующей краевой задачи на предыдущем шаге интегрирования $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ известны:

- компоненты тензора малых деформаций $e_{ij(n)}$;
- компоненты тензора пластических деформаций $e_{ij(n)}^p$;
- компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij(n)}$;
- координаты центра поверхности текучести $\rho_{ij(n)}$;
- радиус поверхности текучести $C_{p(n)}$;
- длина траектории пластического деформирования на монотонных участках $\chi_{m(n)}$;
- полная длина траектории пластического деформирования $\chi_{(n)}$;
- работа тензора микронапряжений на пластических деформациях $W_{(n)}$;
- значение поврежденности $\omega_{(n)}$;

За некоторый временной интервал $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ температура получает приращение $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$, а компоненты тензора полных деформаций получают приращения Δe_{ij} .

Требуется в момент времени $t_{(n+1)}$ определить:

- компоненты тензора полных и пластических деформаций $e_{ij(n+1)} = e_{ij(n)} + \Delta e_{ij}$, $e_{ij(n+1)}^p = e_{ij(n)}^p + \Delta e_{ij}^p$;
- компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij(n+1)} = \sigma_{ij(n)} + \Delta \sigma_{ij}$;
- новое значение радиуса поверхности текучести $C_{p(n+1)} = C_{p(n)} + \Delta C_p$;
- новые координаты центра поверхности текучести $\rho_{ij(n+1)} = \rho_{ij(n)} + \Delta \rho_{ij}$;

– максимальные значения компонент ρ_{ij} за всю историю нагружения

$\rho_{\max(n+1)}$;

– длину траектории монотонного деформирования $\chi_{m(n+1)}$;

– полную длину траектории пластического деформирования

$$\chi_{(n+1)} = \chi_{(n)} + \Delta\chi.$$

– работу тензора микронапряжений ρ_{ij} на пластических деформациях

$$W_{(n+1)} = W_{(n)} + \Delta W;$$

– текущее значение поврежденности $\omega_{(n+1)} = \omega_{(n)} + \Delta\omega$;

Алгоритм нахождения этих величин на следующем временном интервале t_{n+1} заключается в следующем:

1. Из базы данных определяют текущие значения:

– основных физико-механических характеристик материала $K(T_{(n+1)})$,

$G(T_{(n+1)})$, $\alpha(T_{(n+1)})$;

– модулей изотропного упрочнения $q_1(\chi_{(n)}, T_{(n+1)})$, $q_2(\chi_{(n)}, T_{(n+1)})$;

– модуля температурного изотропного упрочнения $q_3(\chi_{m(n)}, T_{(n+1)})$;

– модулей циклического изотропного упрочнения $Q_1(\rho_{\max(n)}, T_{(n+1)})$,

$Q_2(\rho_{\max(n)}, T_{(n+1)})$;

– модулей кинематического упрочнения $g_1(T_{(n+1)})$, $g_2(T_{(n+1)})$, $g_3(T_{(n+1)})$.

2. Определяются шаровые $e_{(n+1)}$, $e_{(n)}$ и девиаторные $e'_{ij(n+1)}$, $e'_{ij(n)}$

компоненты тензора малых деформаций:

$$e_{(n+1)} = \frac{1}{3}(e_{11(n+1)} + e_{22(n+1)} + e_{33(n+1)}), \quad e'_{ij(n+1)} = \begin{cases} e_{ij(n+1)} - e_{(n+1)} & \text{при } i = j \\ e_{ij(n+1)} & \text{при } i \neq j \end{cases};$$

$$e_{(n)} = \frac{1}{3}(e_{11(n)} + e_{22(n)} + e_{33(n)}), \quad e'_{ij(n)} = \begin{cases} e_{ij(n)} - e_{(n)} & \text{при } i = j \\ e_{ij(n)} & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

и приращения шаровой и девиаторной компонент тензора малых деформаций

$$\Delta e'_{ij} = e'_{ij(n+1)} - e'_{ij(n)}; \quad \Delta e = e_{(n+1)} - e_{(n)}.$$

3. Находится изменение координат центра поверхности текучести при изменении температуры $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$:

$$\Delta \rho_{ij}^T = -g_3 \rho_{ij(n)} < \Delta T >;$$

$$g_3 = \begin{cases} g_3 & \text{при } \Delta T > 0; \\ 0 & \text{при } \Delta T \leq 0; \end{cases} \quad < \Delta T > = \begin{cases} \Delta T & \text{при } \Delta T > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta T \leq 0 \end{cases}$$

В случае если $\Delta T \leq 0$, модулю g_3 автоматически присваивается нулевое значение.

На рис. 3.1: O_n – центр $\rho_{ij(n)}$ поверхности текучести в момент времени $t_{(n)}$. Вектор $O_n O_* = (\Delta \rho_{ij}^T)$;

$$g_3 = \left(\frac{\Delta g_1}{g_1(T_{(n+1)})} - \frac{\Delta g_2}{g_2(T_{(n+1)})} \right) \frac{1}{< \Delta T >};$$

$$\Delta g_1 = g_1(T_{(n+1)}) - g_1(T_{(n)}), \quad \Delta g_2 = g_2(T_{(n+1)}) - g_2(T_{(n)}).$$

4. Определяются компоненты $\sigma_{(n)}$ и $\sigma'_{ij(n)}$:

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_{ii(n)}}{3} = \frac{\sigma_{11(n)} + \sigma_{22(n)} + \sigma_{33(n)}}{3};$$

$$\sigma'_{ij(n)} = \sigma_{ij(n)} - \delta_{ij} \sigma_{(n)}, \quad \sigma'_{ij(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij(n)} - \sigma_{(n)} & \text{при } i = j \\ \sigma_{ij(n)} & \text{при } i \neq j \end{cases}.$$

5. Вычисляются вектор упругой догрузки $\Delta \sigma_{ij}^*$ и компоненты S_{ij}^* вектора $O^* A$ (рис.3.1):

$$\Delta \sigma_{ij}^* = 2G(T_{(n+1)}) \Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G(T_{(n+1)})} \sigma'_{ij(n)}; \quad \Delta G = G(T_{(n+1)}) - G(T_{(n)});$$

$$S_{ij}^* = \sigma'_{ij(n)} + \Delta \sigma_{ij}^* - \rho_{ij}^*; \quad O^* A = OM + MA - OO^*; \quad \rho_{ij}^* = \rho_{ij(n)} + \Delta \rho_{ij}^T.$$

6. Определяется изменение радиуса поверхности текучести за счёт изменения температуры

$$C_{p(n)}^* = C_{p(n)} + q_3(\chi_{m(n)}, T_{(n+1)}) \Delta T.$$

После указанных корректировок на изменение температуры $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$ радиус поверхности текучести равен $C_{p(n)}^*$, а центр

поверхности текучести находится в точке O^* (вектор OO^*) и имеет координаты $(\rho_{ij(n)} - \Delta\rho_{ij}^T)$.

7. Находится длина отрезка DA :

$$DA = S^* - C_{p(n)}^* ;$$

$$S^* = (S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2} = (S_{11}^* S_{11}^* + S_{22}^* S_{22}^* + S_{33}^* S_{33}^* + 2S_{12}^* S_{12}^* + 2S_{23}^* S_{23}^* + 2S_{13}^* S_{13}^*)^{1/2}.$$

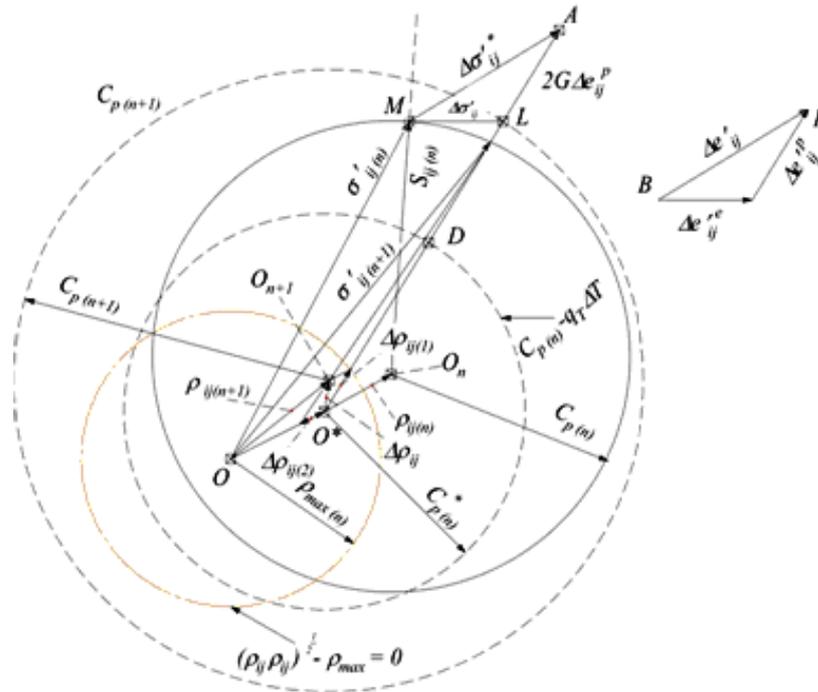


Рис. 3.1

8. Производится проверка условия текучести $DA \begin{cases} \leq \\ > \end{cases} 0$.

Если $DA \leq 0$, то вектор O^*A с компонентами S_{ij}^* лежит либо на поверхности текучести ($DA=0$), либо внутри поверхности ($DA<0$), то в этом случае поведение материала упруго и осуществляется переход на пункт 28 алгоритма.

Если $DA > 0$, то на данном этапе имеет место пластическое деформирование материала (точка A на рисунке 3.1 лежит вне поверхности текучести) и осуществляется переход на пункт 9.

9. Производятся вычисление операторов $H(F_p)$ и $\Gamma(F_p)$:

– вычисляется вектор (b_{ij})

$$b_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} g_1 \frac{S_{ij}^*}{S^*} - g_2 \rho_{ij(n)}, \quad S^* = (S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2};$$

– вычисляется скалярное произведение α_ρ

$$\alpha_\rho = \rho_{ij(n)}^{\max} b_{ij} = \rho_{11(n)}^{\max} b_{11} + \rho_{22(n)}^{\max} b_{22} + \rho_{33(n)}^{\max} b_{33} + 2\rho_{12(n)}^{\max} b_{12} + 2\rho_{23(n)}^{\max} b_{23} + 2\rho_{13(n)}^{\max} b_{13};$$

$$F_\rho = (\rho_{ij(n)} \rho_{ij(n)})^{1/2} - \rho_{\max(n)};$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1 & \text{при } F_\rho = 0 \text{ и } \alpha_\rho > 0 \\ 0 & \text{при } F_\rho < 0 \text{ или } \alpha_\rho \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho).$$

10. Вычисляется модуль изотропного упрочнения q^* :

$$q^* = \bar{q}_\chi H(F_\rho) + a(\bar{Q}_S - C_{p(n)}) \Gamma(F_\rho),$$

$$n_{ij}^e = \frac{\Delta e'_{ij}}{(\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^{S^*} = \frac{S_{ij}^*}{(S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2}}, \quad \cos^2 \theta = (n_{ij}^e n_{ij}^{S^*}), \quad A_D = 1 - \cos^2 \theta,$$

$$\bar{q}_\chi = \frac{q_2 A_D \psi_1 + (1 - A_D) q_1}{\psi_1 A_D + (1 - A_D)}, \quad \bar{Q}_S = \frac{Q_2 A_D \psi_2 + (1 - A_D) Q_1}{\psi_2 A_D + (1 - A_D)}$$

$0 \leq \psi_1 \leq 1$ и $0 \leq \psi_2 \leq 1$ – заданные корректирующие параметры, q_2 и Q_2 – модули монотонного и циклического упрочнения при изломе траектории на угол $\frac{\pi}{2}$, q_1 и Q_1 – модули монотонного и циклического упрочнения при пропорциональном нагружении (находятся из базы данных).

11. Вычисляется проекция θ вектора $(\rho_{ij(n)})$ на направление (S_{ij}^*)

$$\theta_\rho = \frac{\rho_{ij(n)} S_{ij}^*}{S^*} = \frac{\rho_{11(n)} S_{11}^* + \rho_{22(n)} S_{22}^* + \rho_{33(n)} S_{33}^* + 2\rho_{12(n)} S_{12}^* + 2\rho_{23(n)} S_{23}^* + 2\rho_{13(n)} S_{13}^*}{S^*}.$$

12. Определяется значение $(\lambda C_p)_{(n+1)}$ в конце следующего временного шага $t_{(n+1)}$

$$(\lambda C_p)_{(n+1)} = \frac{DA}{2G + g_1 - \sqrt{\frac{2}{3}} g_2 \theta_\rho + \sqrt{\frac{2}{3}} q^*}.$$

Значения G , g_1 , g_2 берутся при температуре $T_{(n+1)}$.

13. Вычисляются:

$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{2}{3}}(\lambda C_p)_{(n+1)}, \Delta C_p = q^* \Delta\chi, C_{p(n+1)} = C_{p(n)}^* + \Delta C_p.$$

14. Определяется Δe_{ij}^p

$$\Delta e_{ij}^p = (\lambda C_p)_{(n+1)} \cdot \frac{S_{ij}^*}{S^*}.$$

15. Находятся $\Delta\rho_{ij}$:

$$\Delta\rho_{ij}^{(1)} = g_1 \Delta e_{ij}^p, \Delta\rho_{ij}^{(2)} = -g_2 \rho_{ij(n)} \Delta\chi, \Delta\rho_{ij} = \Delta\rho_{ij}^{(1)} + \Delta\rho_{ij}^{(2)}.$$

16. Вычисляются новые координаты центра поверхности текучести $\rho_{ij(n+1)}$ (вектор $00_{(n+1)}$)

$$\rho_{ij(n+1)} = \rho_{ij(n)} + \Delta\rho_{ij}.$$

17. Находится $\rho_{\max(n+1)}$:

$$\Delta\rho_{\max} = \frac{\rho_{ij(n)} \Delta\rho_{ij} H(F_\rho)}{(\rho_{mn(n)} \rho_{mn(n)})^{1/2}} - g_3 \rho_{\max(n)} \langle \Delta T \rangle - g_3 \rho_{\max(n)} \Delta\chi \Gamma(F_\rho);$$

$$\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + \Delta\rho_{\max}.$$

Вычисляется $\rho_{(n+1)} = (\rho_{ij(n+1)} \rho_{ij(n+1)})^{1/2}$ и осуществляется проверка:

если $\rho_{(n+1)} < \rho_{\max(n+1)}$, то переходим к (*);

если $\rho_{(n+1)} \geq \rho_{\max(n+1)}$, то $\rho_{\max(n+1)} = \rho_{(n+1)}$ и переходим к (*).

$$(*) \quad \rho_{ij \max(n+1)}^* = \rho_{ij \max(n)} + H(F_\rho) \Delta\rho_{ij};$$

$$\rho_{ij \max(n+1)} = \frac{\rho_{ij \max(n+1)}^*}{(\rho_{kl \max(n+1)}^* \rho_{kl \max(n+1)}^*)^{1/2}} \rho_{\max(n+1)}.$$

18. Определяется вектор $0^* L$ с компонентами S_{ij}^{**}

$$S_{ij}^{**} = S_{ij}^* \frac{C_{p(n+1)}}{S^*}.$$

19. Вычисляются компоненты $\sigma'_{ij(n+1)}$ (вектор $0L$):

$$\sigma'_{ij(n+1)} = \rho_{ij}^* + S_{ij}^{**}, 0L = 00^* + 0^* L.$$

20. Производится коррекция компонент тензора пластических деформаций $e_{ij(n+1)}^p$

$$e_{ij(n+1)}^p = e'_{ij(n+1)} - \frac{\sigma'_{ij(n+1)}}{2G(T_{(n+1)})},$$

Определяются приращения пластических деформаций $\Delta e_{ij}^p = e_{ij(n+1)}^p - e_{ij(n)}^p$ и корректируется приращение длины траектории пластической деформации

$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{2}{3}} (\Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p)^{1/2}.$$

21. Находится шаровая компонента тензора напряжений $\sigma_{(n+1)}$ на новом временном интервале

$$\sigma_{(n+1)} = 3K(T_{(n+1)})[e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0)].$$

22. Вычисляются компоненты тензора напряжений в новый момент времени

$$\sigma_{ij(n+1)} = \sigma'_{ij(n+1)} + \delta_{ij} \sigma_{(n+1)}.$$

23. Вычисляется значение длины траектории пластического деформирования на новом временном интервале

$$\chi_{(n+1)} = \chi_{(n)} + \Delta\chi; \quad \chi_{m(n+1)} = \chi_{m(n)} + \Delta\chi H(F_\rho);$$

24. Находится угол излома траектории деформирования θ_D

$$\theta_D = \frac{e'_{ij} \Delta e'_{ij}}{(e'_{ij} e'_{ij})^{1/2} (\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}},$$

где $e'_{ij} \Delta e'_{ij} = e'_{11} \Delta e'_{11} + e'_{22} \Delta e'_{22} + e'_{33} \Delta e'_{33} + 2e'_{12} \Delta e'_{12} + 2e'_{23} \Delta e'_{23} + 2e'_{13} \Delta e'_{13}$;

$e'_{ij} e'_{ij} = e'_{11} e'_{11} + e'_{22} e'_{22} + e'_{33} e'_{33} + 2e'_{12} e'_{12} + 2e'_{23} e'_{23} + 2e'_{13} e'_{13}$;

$\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij} = \Delta e'_{11} \Delta e'_{11} + \Delta e'_{22} \Delta e'_{22} + \Delta e'_{33} \Delta e'_{33} + 2\Delta e'_{12} \Delta e'_{12} + 2\Delta e'_{23} \Delta e'_{23} + 2\Delta e'_{13} \Delta e'_{13}$.

25. Вычисляется параметр ψ

$$\psi_{(n+1)} = [\cos\theta_D + (1 - \cos\theta_D)b_1], \quad 1 \leq b_1 \leq 10.$$

26. Вычисляется

$$\beta_{(n+1)} = \frac{\sigma_{(n+1)}}{\sigma_{u(n+1)}},$$

где $\sigma_{u(n+1)} = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$; $\sigma_{(n+1)} = \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}$.

27. Вычисляется $f(\beta)$:

$$f(\beta_{(n+1)}) = \exp(k\beta_{(n+1)}).$$

28. Если $DA \leq 0$, то в упругой области вычисляются:

$$\sigma = 3K_{(n+1)}(e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0)); \rho_{ij(n+1)} = \rho_{ij(n)}; \Delta\rho_{ij} = 0; e_{ij(n+1)}^p = e_{ij(n)}^p;$$

$$\Delta e_{ij}^p = 0;$$

$$\chi_{(n+1)} = \chi_n; \chi_{m(n+1)} = \chi_{m(n)}; C_{p(n+1)} = C_{p(n)}; \Delta\chi = 0; \Delta C_p = 0;$$

ВЫЧИСЛЯЮТСЯ

$$\sigma_{ij(n+1)}^* = 2G_{(n+1)}(e_{ij(n+1)}' - e_{ij(n)}^p);$$

ВЫЧИСЛЯЕТСЯ

$$D = [(\sigma_{ij(n+1)}^* - \rho_{ij(n)})(\sigma_{ij(n+1)}^* - \rho_{ij(n)})]^{1/2} - C_{p(n)}.$$

Осуществляется проверка:

если $D < 0$, то $\sigma_{ij(n+1)}' = \sigma_{ij(n+1)}^*$;

если $D \geq 0$, то $\sigma_{ij(n+1)}' = \rho_{ij(n)} + \frac{S_{ij}^*}{(S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2}} C_{p(n)}$.

Вычисляются

$$\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma_{ij(n+1)}' + \sigma_{(n+1)} & \text{при } i = j \\ \sigma_{ij(n+1)}' & \text{при } i \neq j \end{cases}.$$

29. Осуществляется переход с кривой малоциклового усталости на предыдущем временном отрезке ($t_n - t_{n-1}$) на кривую МЦУ на новом временном отрезке ($t_{n+1} - t_n$) и вычисление значения поврежденности $\omega_{p(n+1)}$, соответствующей новому значению $U_{p(n+1)}$:

– если $W > W_a$, то осуществляется следующая последовательность вычислений:

$$\Delta W_a = W_{a(n+1)} - W_{a(n)}; \Delta W_1^* = \frac{W_{f(n+1)} - W_{(n)}}{W_{f(n)} - W_{a(n)}} \Delta W_a; W_2^* = W_{(n)} + \Delta W_1^*;$$

$$\Delta W_f = W_{f(n+1)} - W_{f(n)}; \Delta W_2^* = \frac{W_2^* - W_{a(n+1)}}{W_{f(n)} - W_{a(n+1)}} \Delta W_{pf}; W_{2(n)} = W_{(n)} + \Delta W_1^* + \Delta W_2^*;$$

$$z_{p(n)}^{(1)} = \frac{W_{2(n)} - W_{a(n+1)}}{W_{f(n+1)} - W_{a(n+1)}}; z_{p(n)}^{(2)} = \frac{\Psi_{(n)} f(\beta_{(n)})}{\Psi_{(n+1)} f(\beta_{(n+1)})} z_{(n)}^{(1)}; W_{(n+1)} = W_{2(n)} + \langle \Delta W \rangle;$$

$$z_{p(n+1)} = \frac{W_{(n+1)} - W_{a(n+1)}}{W_{f(n+1)} - W_{a(n+1)}}; \langle \Delta z_{p(n+1)} \rangle = \langle z_{(n+1)} - z_{(n)}^{(2)} \rangle;$$

$$\Delta A_p^* = \psi_{(n+1)} f(\beta_{(n+1)}) z_{p(n+1)} \langle \Delta z_{p(n+1)} \rangle.$$

Из базы данных

$$A_{p(n)}^* = \sum_1^n \psi_{(k)} f(\beta_{(k)}) z_{p(k)} \langle \Delta z_{p(k)} \rangle; A_{p(n+1)} = \left(\frac{2(A_{p(n)}^* + \Delta A_p^*)}{z_{p(n+1)}^2} \right)^{1/2};$$

$$Y_{p(n+1)} = A_{p(n+1)} z_{p(n+1)}; \omega_{p(n+1)} = 1 - (1 - Y_{p(n+1)}^2)^{\frac{1}{r+1}}; \Delta Y_{p(n+1)} = Y_{p(n+1)} - Y_{p(n)};$$

– если $W \leq W_a$, то $\omega_{p(n+1)} = 0$; $Y_{p(n+1)} = 0$; $A_{p(n+1)} = 0$; $W_{(n+1)} = W_{(n)} + \langle \Delta W \rangle$.

3.3. Функциональное и системное наполнение программы «EXPMODEL»

Для интегрирования определяющих соотношений МПС Ю.Г. Коротких была разработана программа «EXPMODEL» [20], которая позволяет по заданной истории изменения компонент тензора малых деформаций $e_{ij}(t)$ и температуры $T(t)$ рассчитывать параметры процессов упругопластического деформирования и накопления повреждений в поликристаллических конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при комбинированных термомеханических воздействиях.

В состав ПС «Expmodel» входят следующие основные модули:

Strength.cpp – главная (основная) форма, содержащая функции инициализации приложения и основные компоненты (функциональное меню, таблица настройки численного эксперимента, алгоритм расчёта, запись файлов с результатами расчёта и др.)

ConstantsWindow.cpp – функции настройки материальных параметров и скалярных функций модели МПС.

HistorySettingsWindow.cpp – форма задания истории нагружения (одноосное, двухосное и трёхосное напряжённые состояния и количество блоков нагружения).

MainTable.cpp – элемент главного окна, представляющий собой таблицу настройки численного эксперимента (входные и выходные файлы, константы математической модели, настройка истории нагружения).

Tensor.cpp – модуль работы с тензорами.

Main.cpp – код главной функции программы, который вызывает основную форму.

FileHistory.h – код работы с входными файлами истории нагружения.

FileMaterial.h – код работы с входными файлами параметров материала.

IMaterial.h – абстрактный код работы с материалами.

Interpolation.h – модуль реализация алгоритмов интерполяции входных параметров материала и истории нагружения.

IWeightHistory.h – абстрактный код работы с историей нагружения.

readFile.h – код чтения исходных файлов.

SampleState.cpp – код хранения текущего состояния численного эксперимента (промежуточные результаты расчёта на некотором шаге интегрирования).

Программа «Expmodel» разработана в среде программирования «Visual Studio 2010» и предназначена для работы в операционной системе Microsoft Windows XP/Vista/7/8.

Для компиляции программы необходимо в среде «VisualStudio 2010» открыть модуль Strength, после чего запустить пункт Построить->Построить Strength, в результате чего будет создан файл Strength.exe, который является исполняемым файлом данной программы. Для корректной компиляции необходимо также, чтобы была установлена библиотека Qt.

Работа пользователя с программой осуществляется по общим правилам работы с приложениями Windows. С помощью сервисных средств приложений (окон и команд всплывающих меню) можно создавать и редактировать входные файлы, сопровождать работы процессора и проводить постпроцессорную обработку результатов счета.

Выходные данные записываются в файл формата CSV. Данный формат представляет собой таблицу значений. Файлы данного формата можно просматривать и редактировать с помощью программы Excel, входящей в пакет Microsoft Office.

Запуск программы «Expmodel» осуществляется с помощью исполняемого файла Strength.exe. После запуска программы на экране появляется заставка (рис. 3.2) и активизируется главное окно программы (рис.3.3), содержащее главное меню и таблицу настройки исследуемого процесса.



Рис. 3.2

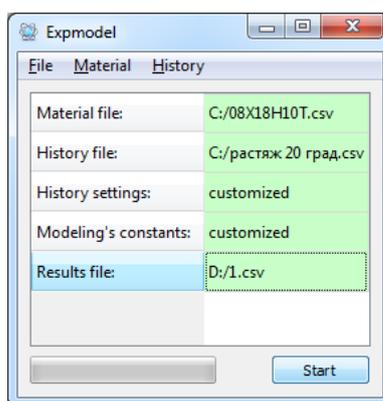


Рис. 3.3.

Используя сервисные средства программы, можно создавать и редактировать файлы баз данных, осуществлять сопровождение работы процессора и проводить постпроцессорную обработку результатов счета. На рис. 3.3 приведено окно предпроцессора. Если все настройки были выполнены корректно, то все пункты таблицы настройки эксперимента будут

окрашены в зеленый цвет. Для запуска счета необходимо нажать кнопку «Start» внизу главного окна. В процессе счета ход эксперимента будет отражаться в полосе прогресса в нижней части главного окна (рис. 3.4).

В случае успешного завершения счета, появится окно с соответствующим сообщением, а полоса прогресса будет полностью окрашена в зеленый цвет с надписью 100%.

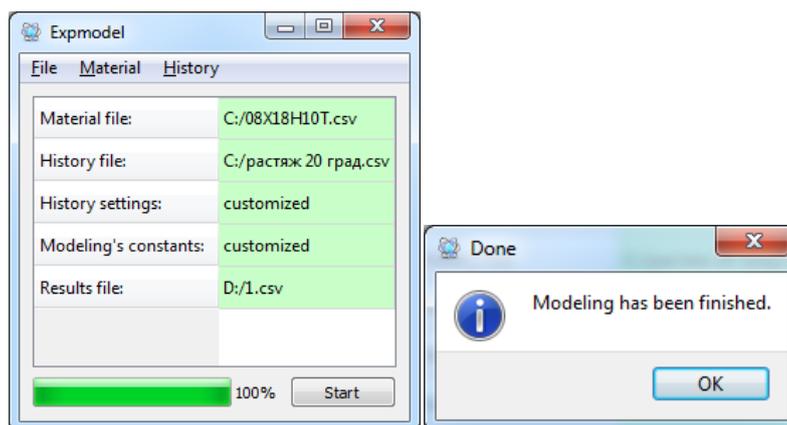


Рис. 3.4

После этого результаты можно будет вывести на экран и провести над ними постпроцессорную обработку с помощью программы Excel.

С помощью программы «Expmodel» для ряда конструкционных материалов была проведена верификация используемой модели механики повреждённой среды (2.1) — (2.22) для различных изотермических и неизотермических, пропорциональных и непропорциональных режимов термомеханического нагружения. Оценка достоверности модели проводилась путем сопоставления результатов расчетного анализа с опытными данными и численными результатами других авторов.

Практическая точность расчетов кинетики напряженного состояния и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) достаточна для проведения прочностных расчётов в конкретных прикладных задачах (при условии правильного выбора шага интегрирования).

Расчет кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления повреждений в рамках ПС «EXPMODEL» может осуществляться в одномерной, двумерной (плоское напряжённое состояние) и трехмерной (объёмной) постановках путем совместного интегрирования определяющих соотношений термопластичности и эволюционных уравнений накопления повреждений в опасной зоне конструктивного элемента по заданной истории изменения тензора полных деформаций и температуры.

История изменения температуры $T(t)$ и компонент тензора малых деформаций $e_{ij}(t)$ определяется из решения соответствующей краевой задачей по аттестованным программным средствам для конструктивных элементов по заданной модели их эксплуатации объекта.

Программа «EXPMODEL» позволяет учитывать:

- зависимость основных физико-механических характеристик материала от температуры и наличия соотношений между скоростями температурной и механической деформацией;
- влияние на скорость накопления усталостных повреждений объемности напряженного состояния и непропорциональности процесса деформирования;
- нелинейность процесса накопления усталостных повреждений;
- наличие двух стадий накопления усталостных повреждений;

Значения основных физико-механических характеристик материалов и материальных параметров моделей МПС для расчетов по программе «EXPMODEL» содержатся в файлах формата .csv. Данный формат представляет собой таблицу значений. Файлы данного формата можно просматривать и редактировать с помощью программы Excel, входящей в пакет программ Microsoft Office. Файловая структура позволяет проводить ее расширение и включать в ее состав новые конструкционные материалы. Правила работы с файлами формата .csv (создание, копирование, редактирование и т.д.) подчиняются общим правилам работы с базами данных.

3.4. Численный анализ процессов циклического термомеханического деформирования жаропрочного сплава Nimonic 80A

Тестирование программы «EXPMODEL» проводилось путём сопоставления результатов расчётов с численными результатами полученными по аттестованному программному средству ПС «Ресурс-НН» в задачах по изотермическому и неизотермическому, монотонному и циклическому деформированию лабораторных образцов.

Ниже представлены результаты расчета кинетики напряженно-деформированного состояния рабочей части лабораторного образца из жаропрочного сплава Nimonic 80A. Физико-механические характеристики жаропрочного никелевого сплава Nimonic 80A и материальные параметры модели повреждённой среды [11–16] приведены в табл. 3.1 – 3.3.

Таблица 3.1 - Физико-механические характеристики и параметры модели термопластичности жаропрочного сплава Nimonic-80A

Характеристики	T = 571 °C	T = 700 °C	T = 823 °C
K (МПа)	150500	139666	106000
G (МПа)	70450	64461	48333
α (1/град)	0,0000148	0,0000155	0,0000164
C_p^o (МПа)	384	363	340
g_1 (МПа)	70850	56300	15500
g_2	308	290	271
a	65	58	45

Таблица 3.2 - Модуль монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) жаропрочного сплава Nimonic-80A

T = 571 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	-1981	-5362	-8255	-11002	-8321	-7006	-8243	-14420	-20600

T=700 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	2666	-3667	-4202	-3847	-3049	-8346	-8112	3072	14260
T=823 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	-4974	-4405	-3692	-2124	-3716	-3463	-2890	-1722	-553

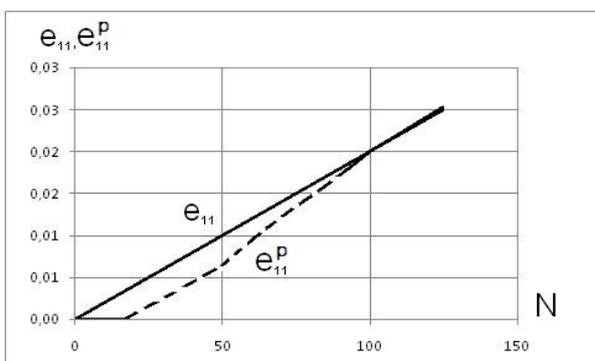
Таблица 3.3 - Модуль циклического упрочнения $Q_1(\rho_{\max})$ (МПа) жаропрочного сплава Nimonic-80A

T = 571 °C				
ρ_{\max}	266,6	232,7	160,9	88,5
Q_1	384	395	420	450
T = 700 °C				
ρ_{\max}	160,5	140,9	106,6	63,2
Q_1	303	309	281	278
T = 823 °C				
ρ_{\max}	68,7	65,8	57,86	45,9
Q_1	230	219	125	120

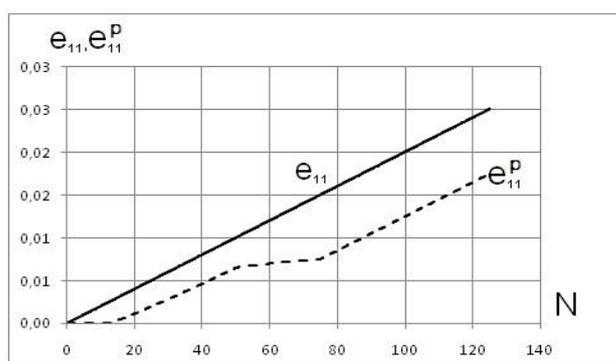
На рис. 3.5 а, б, в представлены результаты расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния лабораторного образца (здесь и далее по оси абсцисс N – число шагов (этапов) нагружения), который монотонно растягивается с постоянной скоростью $\dot{\epsilon}_{11}$ при изменении температуры с T = 823 °C на T = 571 °C (изменение температуры происходит с некоторой постоянной скоростью – рис. 3.5 б). Так как в этом случае знак температурной составляющей в законе Гука для шаровых компонент тензоров напряжений и деформаций (1) отрицателен, шаровая компонента тензора напряжений $\sigma > 0$ и происходит плавный переход с диаграммы

растяжения $\sigma_{11} \sim e_{11}^p$ при $T = 823 \text{ }^\circ\text{C}$ на диаграмму растяжения $\sigma_{11} \sim e_{11}^p$ при $T = 571 \text{ }^\circ\text{C}$. (рис. 3.5 в).

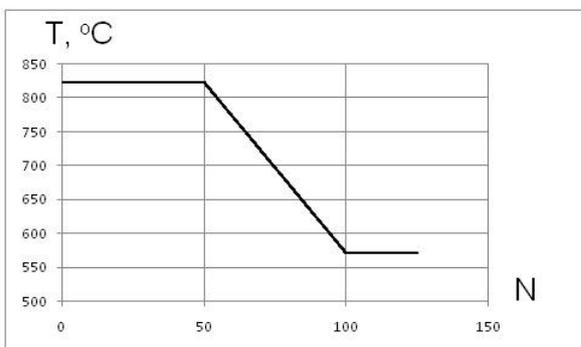
На рис. 3.5 г, д, е представлены результаты расчёта процесса деформирования когда при монотонном растяжении образца с постоянной скоростью механической деформации \dot{e}_{11} (рис. 3.5 г) при которой происходит скачкообразный переход с меньшей температуры $T = 571 \text{ }^\circ\text{C}$ на большую $T = 823 \text{ }^\circ\text{C}$.



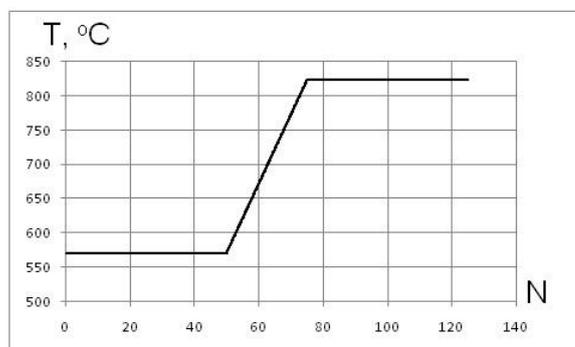
а



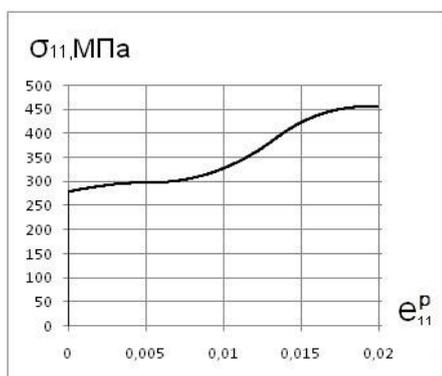
г



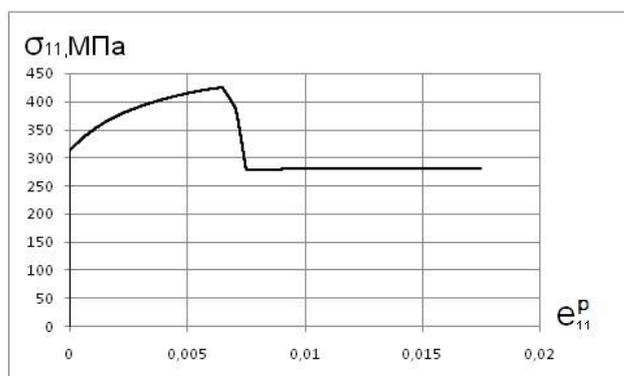
б



д



в



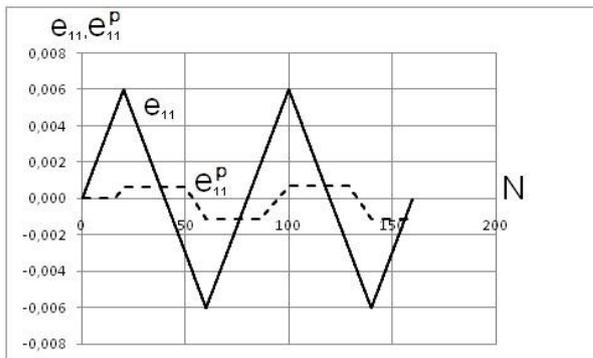
е

Рис. 3.5

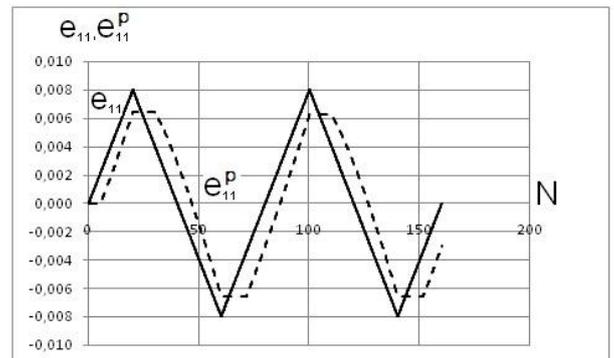
В этом случае знак шаровой компоненты тензора напряжений зависит от соотношений скоростей механической и температурной деформаций. В данном случае при росте температуры от 571 °С до 823 °С наблюдается падение растягивающего напряжения σ_{11} (разгрузка) (рис 3.5 е) на участке роста температуры. Затем наблюдается переход на диаграмму деформирования при $T = 823$ °С.

При других соотношениях в скоростях тепловой и механической деформации при росте температуры возможно появление петли пластического гистерезиса при упругопластическом деформировании материала.

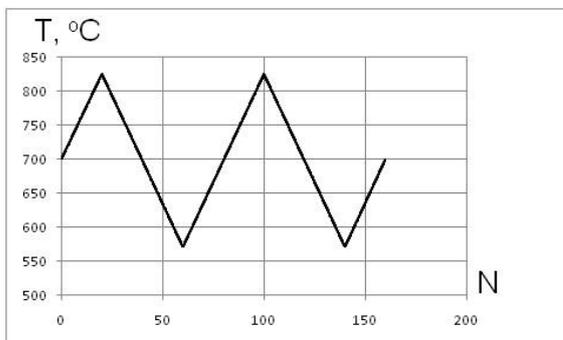
На рис. 3.6 а, б, в показаны результаты моделирования циклического термомеханического деформирования при изменении механической деформации и температуры в фазе.



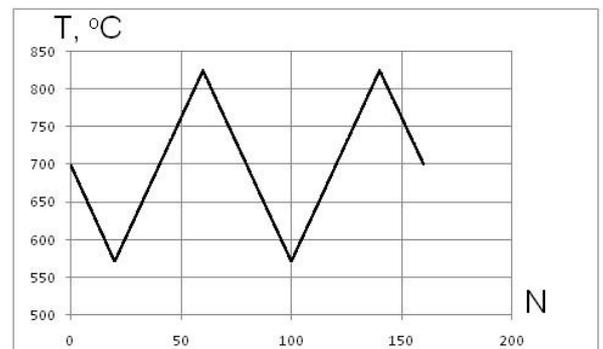
а



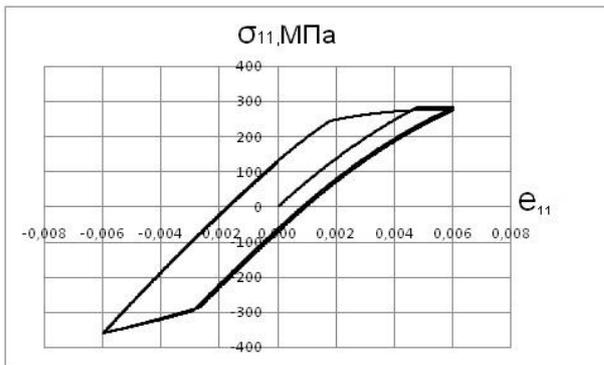
г



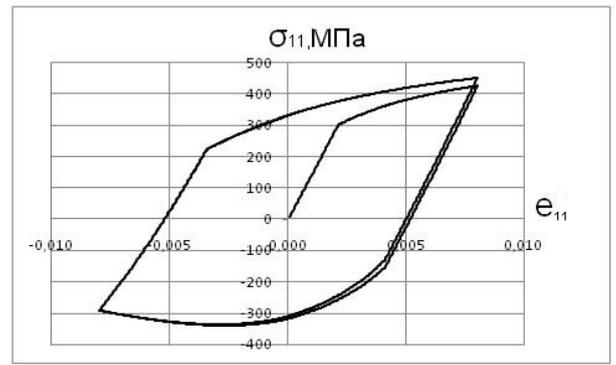
б



д



В

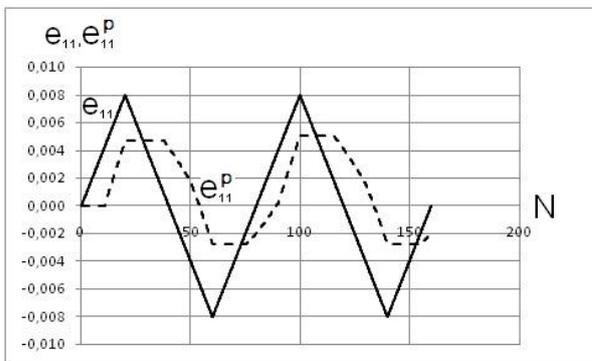


е

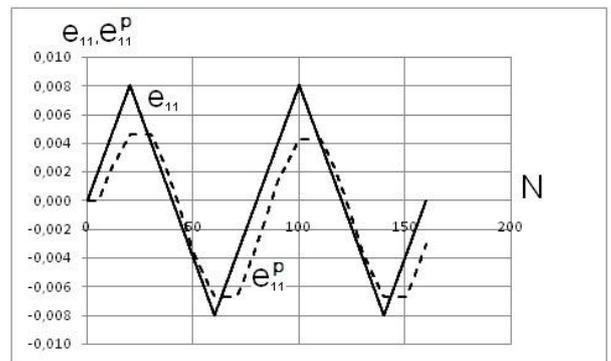
Рис. 3.6

На рис. 3.6 г, д, е показаны результаты моделирования циклического термомеханического деформирования лабораторного образца при изменении механической деформации и температуры в противофазе.

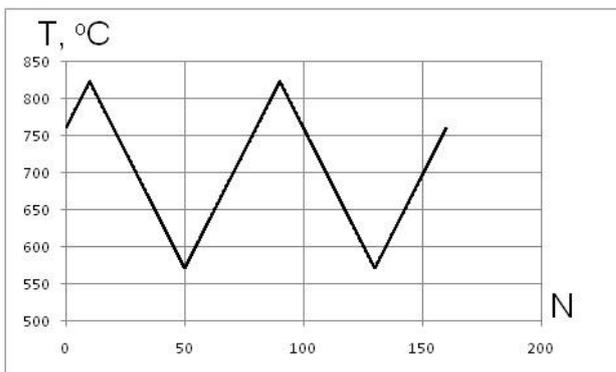
На рис. 3.7 приведены результаты моделирования процесса циклического неізотермического нагружения лабораторного образца со сдвигом фаз по температуре и механической деформации.



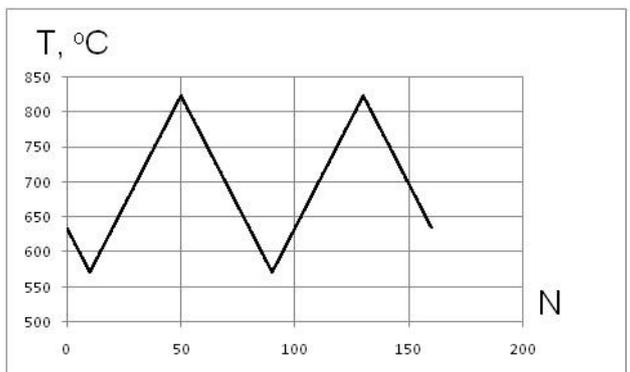
а



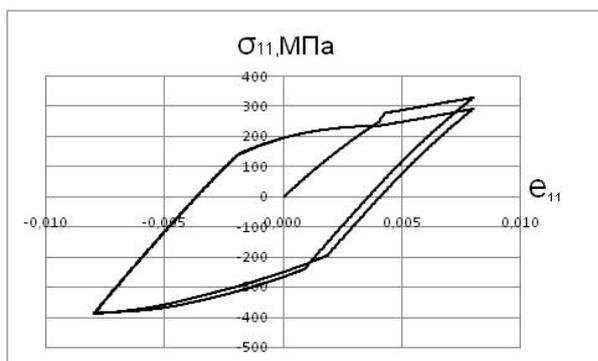
Г



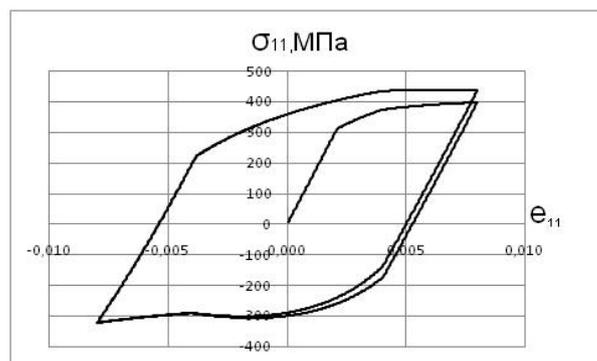
б



Д



в



е

Рис. 3.7

Анализ полученных численных результатов, их сравнение с аналогичными решениями, полученными для стали 08X18H10T с использованием программного комплекса «Ресурс-НН» [53], показали правильность модельных представлений заложенных в программу «EXPMODEL» [20] и достоверность полученных результатов расчёта.

ГЛАВА 4. Некоторые результаты численного анализа термомеханической усталостной долговечности материалов и конструкций

Одной из актуальных задач атомной техники, самолётостроения и других отраслей современного машиностроения является обоснование ресурса конструкций и аппаратов современной техники на стадии проектирования, оценка выработанного и прогноз остаточного ресурса в процессе эксплуатации, продление срока службы объектов после отработки ими нормативного срока службы. Особенно важны эти задачи для объектов, срок службы которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, жидкостные ракетные двигатели (ЖРД), авиационные газотурбинные двигатели (ГТД) и установки (ГТУ) нового поколения). Эксплуатационные условия работы этих объектов характеризуются нестационарными термомеханическими нагрузками, приводящими к образованию и развитию трещин вследствие различных механизмов деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов [1, 5, 6, 53, 54, 73].

В виду локальности процесса разрушения, ресурс элементов конструкций определяется ресурсом их опасных зон с наибольшими темпами процессов накопления повреждений, параметры которых зависят от истории процесса деформирования, определяемой фактической историей эксплуатации объекта. Деграционные процессы проявляются в снижении физико-механических свойств и прочностных характеристик конструкционных материалов. Опасные зоны конструктивных элементов в процессе эксплуатации потенциально опасных объектов, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля, поэтому анализ технического состояния материала этих зон необходимо, по-видимому, осуществлять на основе достоверного математического моделирования с

использованием современных моделей МПС, механики разрушения (МР) [7, 11–16, 38–40, 49, 81, 82].

Все возрастающие требования к повышению надёжности, безопасности, обоснованному продлению назначенного срока службы объектов приводят к необходимости совершенствования прочностных и ресурсных расчётов, с учётом сопутствующих нелинейных эффектов, процессов усталости, длительной прочности, коррозии под напряжением, изменения физико-механических характеристик конструкционных материалов, учёту взаимного влияния указанных процессов.

Существующие на сегодняшний день инженерные подходы к оценке ресурса узлов и аппаратов современной техники, основанные на использовании расчёта НДС в упругой постановке и законе линейного суммирования повреждений, не учитывают реальную историю нагружения (фактическую модель эксплуатации оборудования) и не обеспечивают достаточную достоверность расчётов прочности и долговечности, что приводит к неконсервативным прогнозам при оценке их ресурса.

Современные методы механики повреждённой среды, механики разрушения и разработанные на их основе математические модели МПС, позволяют достоверно оценивать процессы неизотермического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах элементов и систем современного оборудования [53, 54].

Имеющиеся на сегодняшний день программные средства позволяют решать широкий спектр задач статической и динамической прочности, устойчивости, вибростойкости и ударостойкости в двумерной и пространственной постановках [11, 36, 38–40, 53, 54].

Для детального исследования кинетики НДС опасных зон элементов конструкций при обосновании продления назначенных сроков службы и ресурса в настоящее время широко используют интегрированные вычислительные комплексы, которые позволяют проводить расчёт

конструкций в двух- и трёхмерной упругопластической постановках с учётом геометрической и физической нелинейности при квазистатических, нестационарных термомеханических воздействиях. В основу большинства таких расчётных «кодов» положен метод конечных элементов (МКЭ) [см. 38–40 и имеющиеся там ссылки].

В настоящей диссертационной работе для определения температурных полей и численного исследования НДС элементов и узлов несущих конструкций при сложном циклическом термомеханическом нагружении используется вычислительный комплекс ANSYS (лицензия ANSYS Academic Research, «Customer# 623640») [76].

4.1. Численные исследования неупругого деформирования и разрушения жаропрочного сплава Nimonic 80A при циклическом термомеханическом деформировании

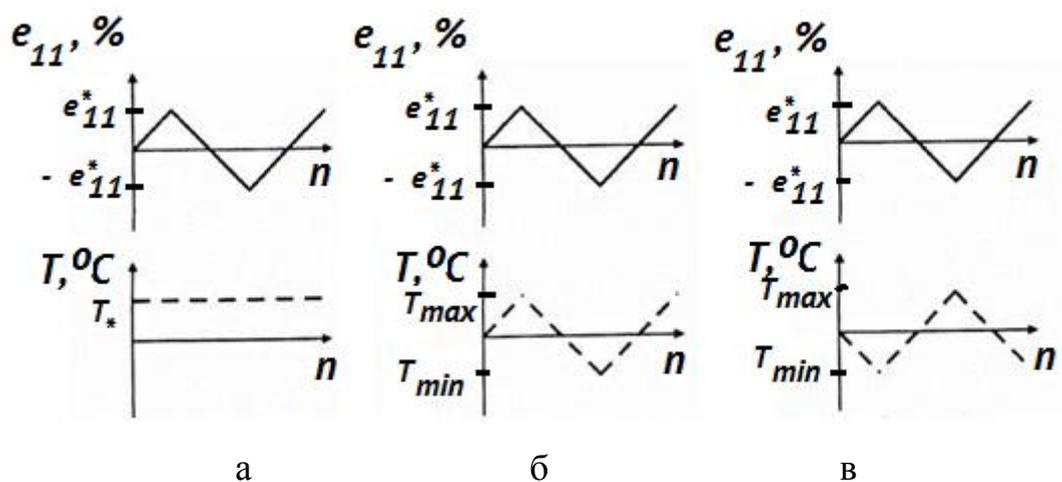


Рис. 4.1

В работе [90] представлены экспериментальные результаты по комбинированному циклическому термомеханическому деформированию жаропрочного никелевого сплава Nimonic 80A. Все испытания образцов в интервале температур T от 571 до 823 °С (изотермические (рис. 4.1а) и неизотермические (рис. 4.1б, 4.1в)) проводились при жестком циклическом

нагружении. Амплитуда деформации ϵ_{11} при изотермических и неизотермических нагружениях в экспериментах варьировалась в пределах от 0,45 до 1%. В неизотермических испытаниях по отношению к изменению деформаций температура T менялась как синфазно (рис. 4.1б), так и противофазно (рис. 4.1в).

Материальные параметры и скалярные функции определяющих соотношений МПС (2.1) – (2.22) и физико-механические характеристики жаропрочного сплава Nimonic 80A приведены в табл. 4.1–4.3.

Расчёт процесса термоциклического деформирования и накопления усталостных повреждений проводился с использованием компьютерной программы «EXPMODEL», предназначенной для расчётного моделирования неизотермического упругопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при нерегулярном нестационарном термомеханическом нагружении.

Таблица 4.1 - Физико-механические характеристики и параметры модели МПС жаропрочного сплава Nimonic 80A

Характеристики	$T = 571^{\circ}C$	$T = 700^{\circ}C$	$T = 823^{\circ}C$
G (МПа)	70450	64461	48333
α (1/град)	0,0000148	0,0000155	0,0000164
C_p^o (МПа)	384	363	340
g_1 (МПа)	70850	56300	15500
g_2	308	290	271
a	65	58	45
W_a (МДж/м ³)	0	0	0
W_f (МДж/м ³)	41,5	39	35,5

Таблица 4.2 - Модуль монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) жаропрочного сплава Nimonic-80A

T = 571 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	-1981	-5362	-8255	-11002	-8321	-7006	-8243	-14420	-20600
T=700 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	2666	-3667	-4202	-3847	-3049	-8346	-8112	3072	14260
T=823 °C									
χ_m	0	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,0075	0,01
q_1	-4974	-4405	-3692	-2124	-3716	-3463	-2890	-1722	-553

Таблица 4.3 - Модуль циклического упрочнения $Q_1(\rho_{\max})$ (МПа) жаропрочного сплава Nimonic-80A

T = 571 °C				
ρ_{\max}	266,6	232,7	160,9	88,5
Q_1	384	395	420	450
T = 700 °C				
ρ_{\max}	160,5	140,9	106,6	63,2
Q_1	303	309	281	278
T = 823 °C				
ρ_{\max}	68,7	65,8	57,86	45,9
Q_1	230	219	125	120

На рис. 4.2а приведены результаты сравнения численных и опытных данных при изотермических испытаниях для стабилизированной петли циклического гистерезиса при T = 700 °C (тип нагружения отражён на рис.

4.1а). Здесь и далее маркерами отмечены результаты опыта, сплошные линии – численные результаты полученные по вышеописанной модели МПС (2.1) – (2.22).

На рис. 4.2б приведены результаты сравнения численных и опытных данных для стабилизированных петель циклического неизотермического гистерезиса при синфазном (см. рис. 4.1б) (амплитуда деформаций составляла 0,6% при $T_{\max}=823$ °С, достигнутом при растяжении, и $T_{\min}=571$ °С, достигнутом при сжатии) и противофазном нагружениях (рис. 4.2в) (амплитуда деформаций, максимальные и минимальные значения температур такие же, как и в предыдущем случае).

На рис. 4.2г представлены результаты сравнения опытных и расчетных данных крайних точек стабилизированных кривых неизотермического циклического деформирования при различных программах нагружения.

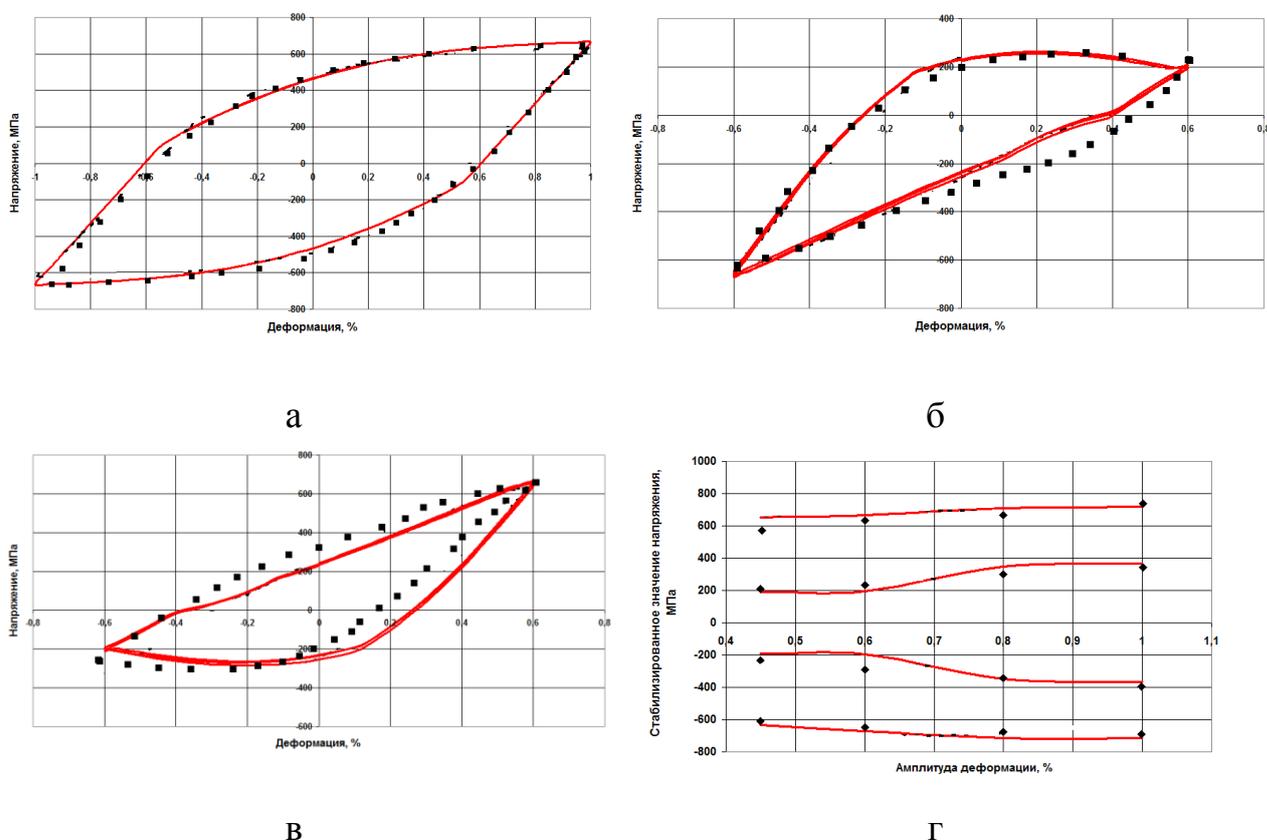


Рис. 4.2

Зависимости амплитуд напряжения от числа циклов представлены на рис. 4.3 (рис.4.3а соответствует синфазному нагружению с амплитудой $\epsilon_{11}=0,45\%$, рис. 4.3б – с $\epsilon_{11}=1\%$; рис. 4.3в соответствует противофазному нагружению с амплитудой $\epsilon_{11}=0,45\%$, а рис. 4.3г – с $\epsilon_{11}=1\%$).

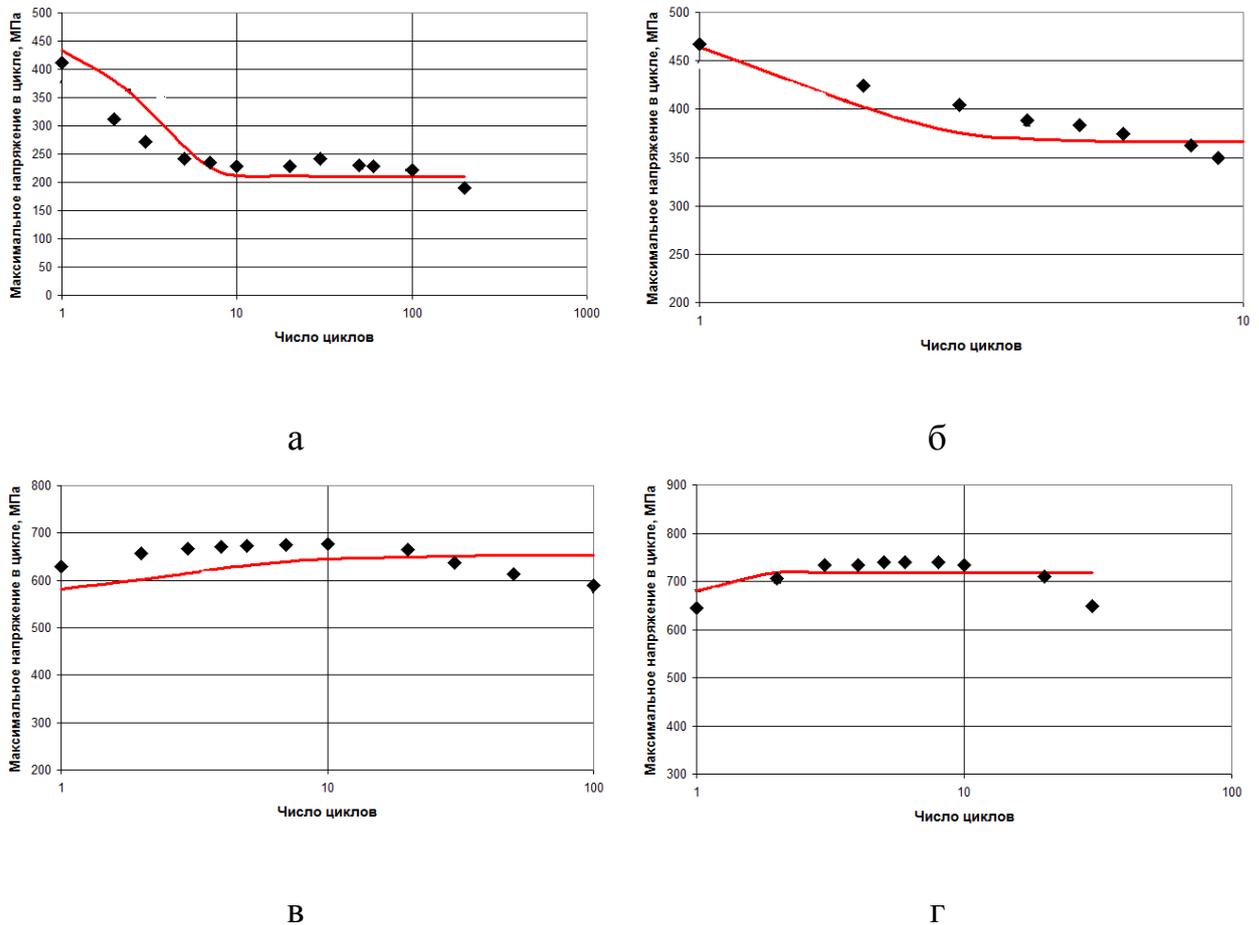


Рис. 4.3

Сравнение опытных и расчётных данных показало, что используемая в работе модель циклического термопластического деформирования достоверно описывает опытные данные и может использоваться для расчета процесса накопления усталостных повреждений при комбинированном термомеханическом нагружении.

Для оценки возможности применения эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений (2.18) и исследования влияния процесса термопластического деформирования на усталостную долговечность жаропрочного сплава Nimonic 80A были проведены расчёты

усталостной долговечности лабораторных образцов при различных заданных законах изменения осевой деформации e_{11} и температуры T (рис. 4.1) [90].

Для нахождения материальных параметров эволюционного уравнения накопления усталостных повреждений использовалась единственная точка P на кривой усталости (рис. 4.4).

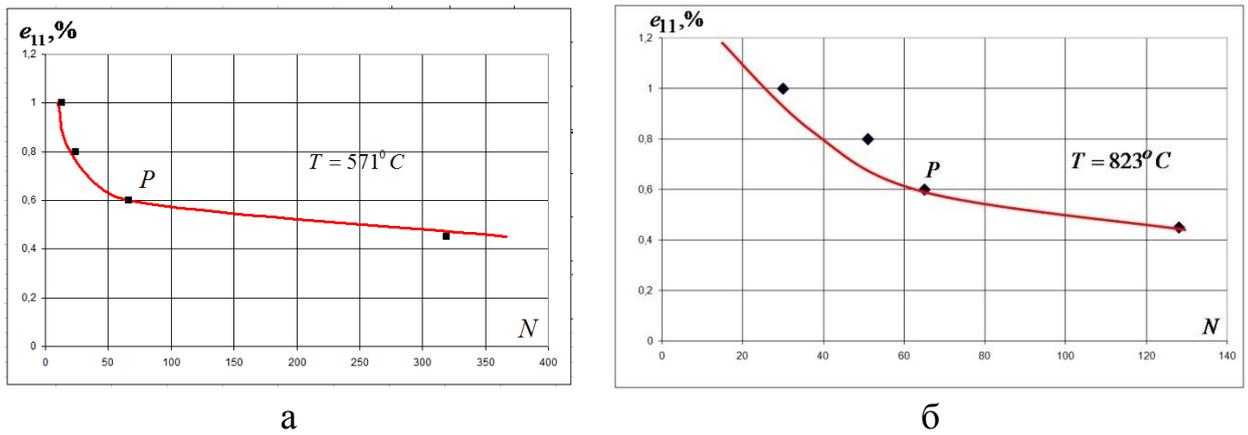


Рис. 4.4

Результаты расчётов, их сравнение с опытными данными приведены на рис. 4.4 – 4.8 и в табл. 4.4. Сплошными линиями отмечены расчётные кривые усталостной долговечности, а маркерами – результаты экспериментов.

На рис. 4.4 представлены изотермические кривые усталости при $T = 571^\circ C$ и $823^\circ C$, а на рис. 4.5а, б – неизотермические кривые усталости для синфазного и противофазного нагружения.

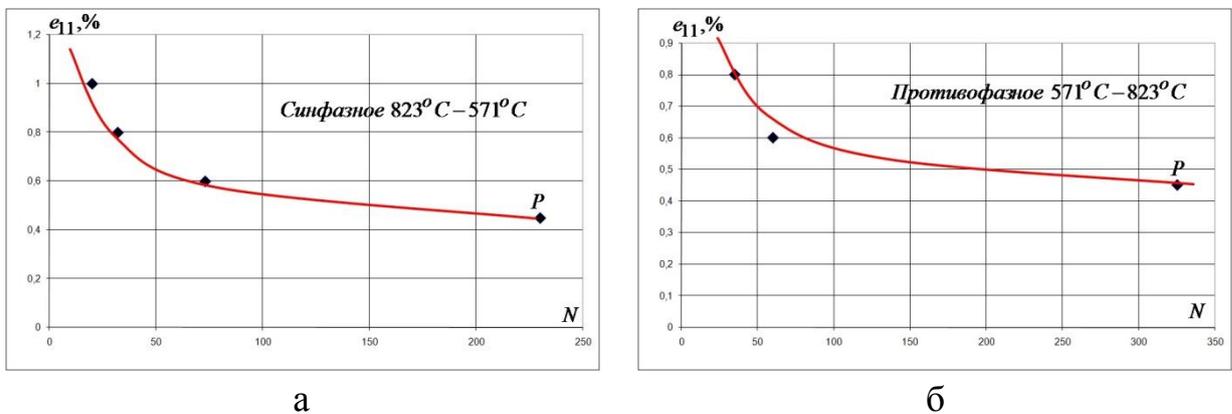
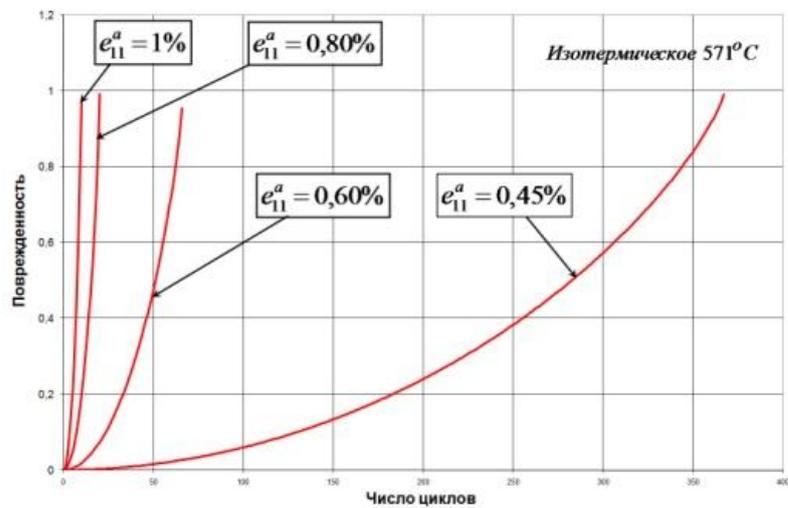


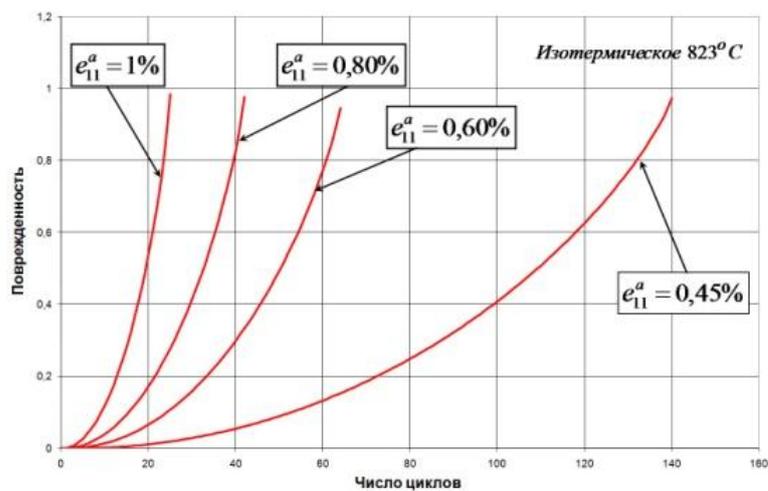
Рис. 4.5

Анализ рис. 4.4 и 4.5 показывает, что используемая в работе модель повреждённой среды качественно и с необходимой для практических расчетов точностью количественно описывает процессы накопления усталостных напряжений при комбинированном термомеханическом нагружении.

На рис. 4.6 – 4.8 показана зависимость величины повреждённости ω от числа циклов нагружения N (для различных режимов нагружения, соответствующих рис.4.1).



а



б

Рис. 4.6

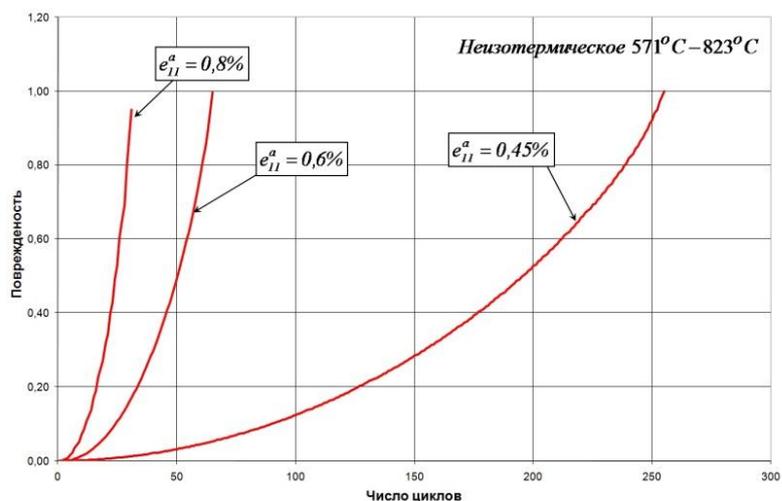


Рис. 4.7

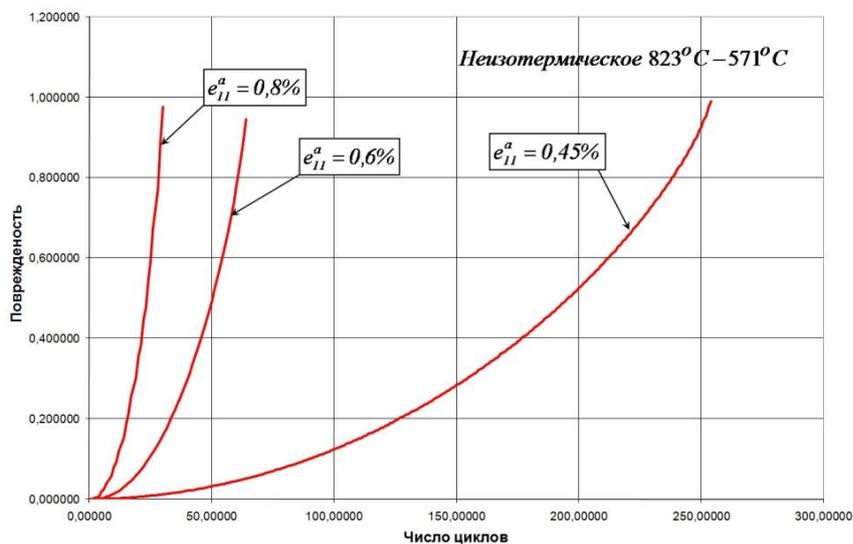


Рис. 4.8

Таблица 4.4 - Расчётное и экспериментальное число циклов до разрушения для различных режимов циклического термомеханического нагружения

Режим нагружения		Амплитуда деформаций, $e_{11}, \%$	Число циклов до разрушения, N_f	
			экспериментальное	расчётное
Изотермический	$T = 571^\circ\text{C}$	0,45	319	367
		0,6	66	66
		0,8	24	20
		1	13	10

Продолжение таблицы 4.4.

Изотермический	$T = 823^{\circ}C$	0,45	128	140
		0,6	65	64
		0,8	51	42
		1	30	25
Неизотермический синфазный		0,45	230	255
		0,6	73	65
		0,8	32	31
		1	20	17
Неизотермический противофазный		0,45	325	255
		0,6	60	64
		0,8	35	30

Результаты сравнения расчётной и экспериментальной информации показывают, что:

– при известных материальных параметрах уравнений циклической термопластичности по одной экспериментальной точке P (рис. 4.4, 4.5) кривые малоциклового усталости для различных траекторий деформирования восстанавливается расчётным путём с высокой точностью;

– используемая в работе модель повреждённой среды качественно и с необходимой для практических расчетов точностью количественно описывает процессы изотермического и неизотермического деформирования и накопления усталостных напряжений при комбинированном термомеханическом нагружении;

– для изотермических режимов деформирования при амплитуде деформаций $e_{11} = 0,45\%$ наблюдается существенное влияние температуры на усталостную долговечность жаропрочного сплава Nimonic 80A: с ростом температуры усталостная долговечность снижается (так при $T = 571^{\circ}C$ число циклов до разрушения $N_f = 367$, в то время как при $T = 823^{\circ}C$ –

$N_f = 140$). С ростом амплитуды деформации эта тенденция не работает (табл. 4.4);

– для неизотермических режимов деформирования в данном диапазоне изменения температур ($571^\circ\text{C} - 823^\circ\text{C}$) жаропрочный сплав Nimonic 80А демонстрирует нечувствительность к фазности изменения температуры и механической деформации (табл. 4.4).

4.2. Численный анализ процессов сложного пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочном сплаве Haynes 188 при комбинированных режимах термомеханического нагружения

В следующем примере представлены результаты исследований сложного термоциклического деформирования трубчатых образцов из жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 в интервале температур T : $316 - 760^\circ\text{C}$ при комбинированном термомеханическом нагружении. Изотермические и неизотермические опыты проводились при жёстком нагружении с амплитудой осевой деформации $e_{11} = 0,4\%$ и сдвиговой деформации $e_{12} = 0,35\%$ [85].

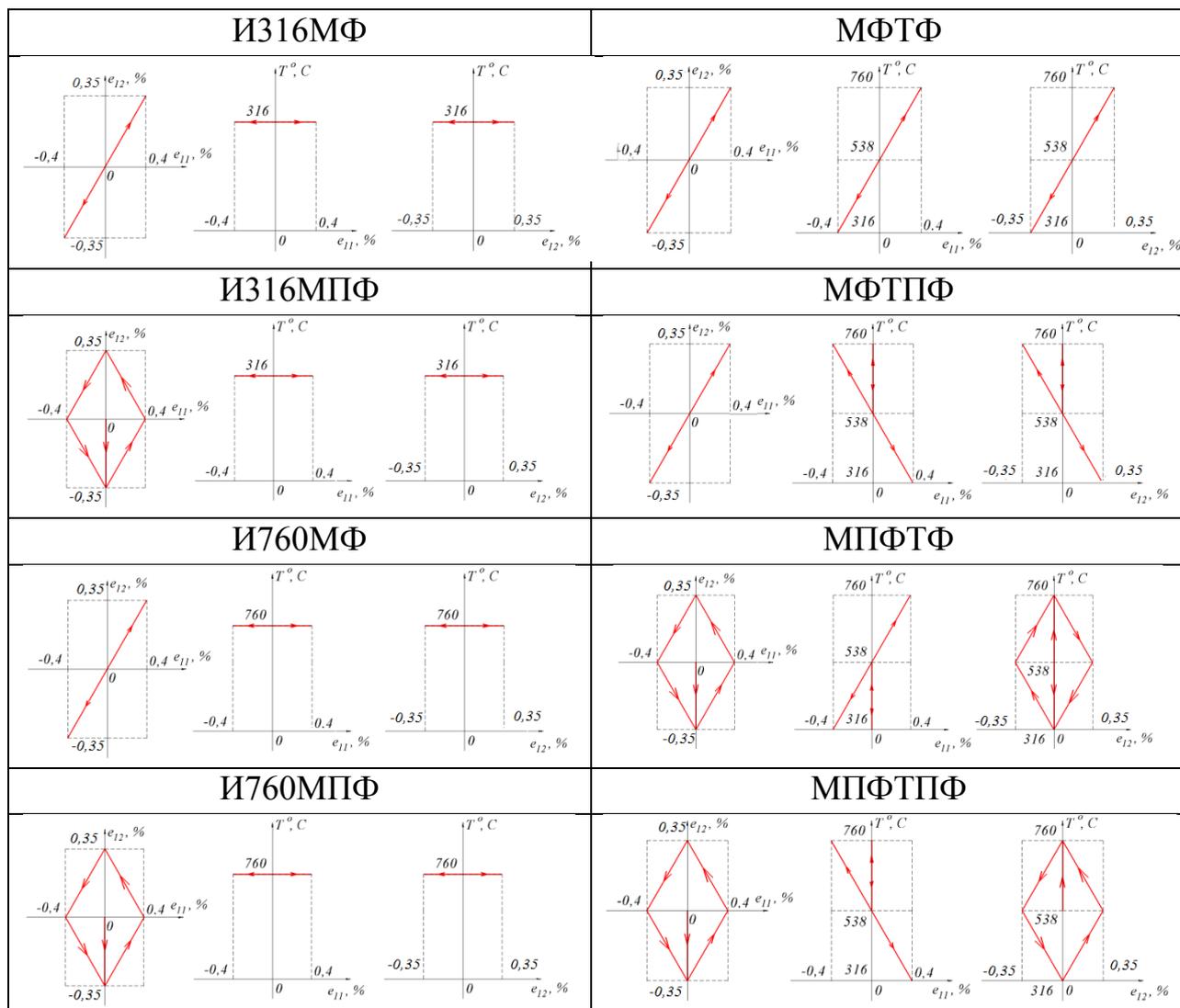
Задавая различные законы изменения осевой деформации, деформации сдвига и температуры зарубежные исследователи реализовывали различные типы траекторий деформирования (см. табл. 4.5).

В экспериментах [85] менялись:

– угол сдвига фаз θ между e_{11} и e_{12} (при $\theta = 0$ реализовывалось пропорциональное нагружение, а при $\theta = 90^\circ$ осевая и сдвиговая деформации менялись в противофазе);

– угол сдвига фаз ψ между e_{11} и температурой T (при $\psi = 0$ осевая деформация и температура меняются в фазе, а при $\psi = 180^\circ$ – в противофазе).

Таблица 4.5 - Закономерности изменения осевой деформации e_{11} , сдвиговой деформации e_{12} и температуры T



В экспериментах [85] при пропорциональном и непропорциональном, изотермическом и неизотермическом деформировании реализованы следующие типы опытов (см. табл. 4.5):

1. Изотермические испытания:

- опыт И316МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 316^\circ C$ – постоянная;
- опыт И316МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$), а температура $T = 316^\circ C$ – постоянная;

– опыт И760МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 760^\circ C$ – постоянная;

– опыт И760МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ C$), а температура $T = 760^\circ C$ – постоянная.

2. Неизотермические испытания:

– опыт МФТФ: механические деформации и температура меняются в фазе ($\theta = 0$ и $\psi = 0$);

– опыт МФТПФ: механические деформации меняются в фазе, а температура в противофазе ($\theta = 0$ и $\psi = 180^\circ$);

– опыт МПФТФ: механические деформации меняются в противофазе, а температура в фазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 0$);

– опыт МПФТПФ: механические деформации и температура меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 180^\circ$).

Физико-механические характеристики жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 [83] и материальные параметры модели повреждённой среды Ю.Г. Коротких (2.1)–(2.22) приведены в табл. 4.6–4.8.

Таблица 4.6 - Физико-механические характеристики и материальные параметры модели МПС жаропрочного сплава Haynes 188

Характеристики	$T = 316^\circ C$	$T = 760^\circ C$
K (МПа)	167916	138400
G (МПа)	77500	63680
α (1/град)	0,00001319	0,00001531
C_p^o (МПа)	295	260
g_1 (МПа)	18170	15770
g_2	182,74	182,67
a	4	4
W_a (МДжс/ м ³)	0	0

W_f (МДж/м ³)	1481	201
-----------------------------	------	-----

Таблица 4.7 - Модуль монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) жаропрочного сплава Haynes 188

T=316 °C									
χ_m	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
q_1	-2401	-2716	-3032	-3190	-3979	-5296	-6089	-6186	-2133
T=760 °C									
χ_m	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
q_1	-2124	-2129	-2135	-2138	-2152	-2470	-3367	-5207	-1471

Таблица 4.8 - Модуль циклического упрочнения Q_1 (ρ_{\max}) (МПа) жаропрочного сплава Haynes 188

T=316 °C			
ρ_{\max}	24,35	46,81	49,16
Q_1	520	520	500
T=760 °C			
ρ_{\max}	43,88	46,51	60,75
Q_1	350	440	330

На рис. 4.9 приведены результаты сравнения численных и опытных данных для петель циклического гистерезиса при изотермических режимах нагружения (для N=50-го цикла нагружения), а на рис. 4.10 соответствующие петли – при неизотермическом нагружении. Здесь и далее сплошными линиями отмечены численные результаты с использованием определяющих соотношений МПС (2.1) – (2.22), а пунктирными – соответствующие опытные данные [85].

При изотермическом термоциклическом нагружении происходит стабилизация петель термоциклического гистерезиса (см рис. 4.9).

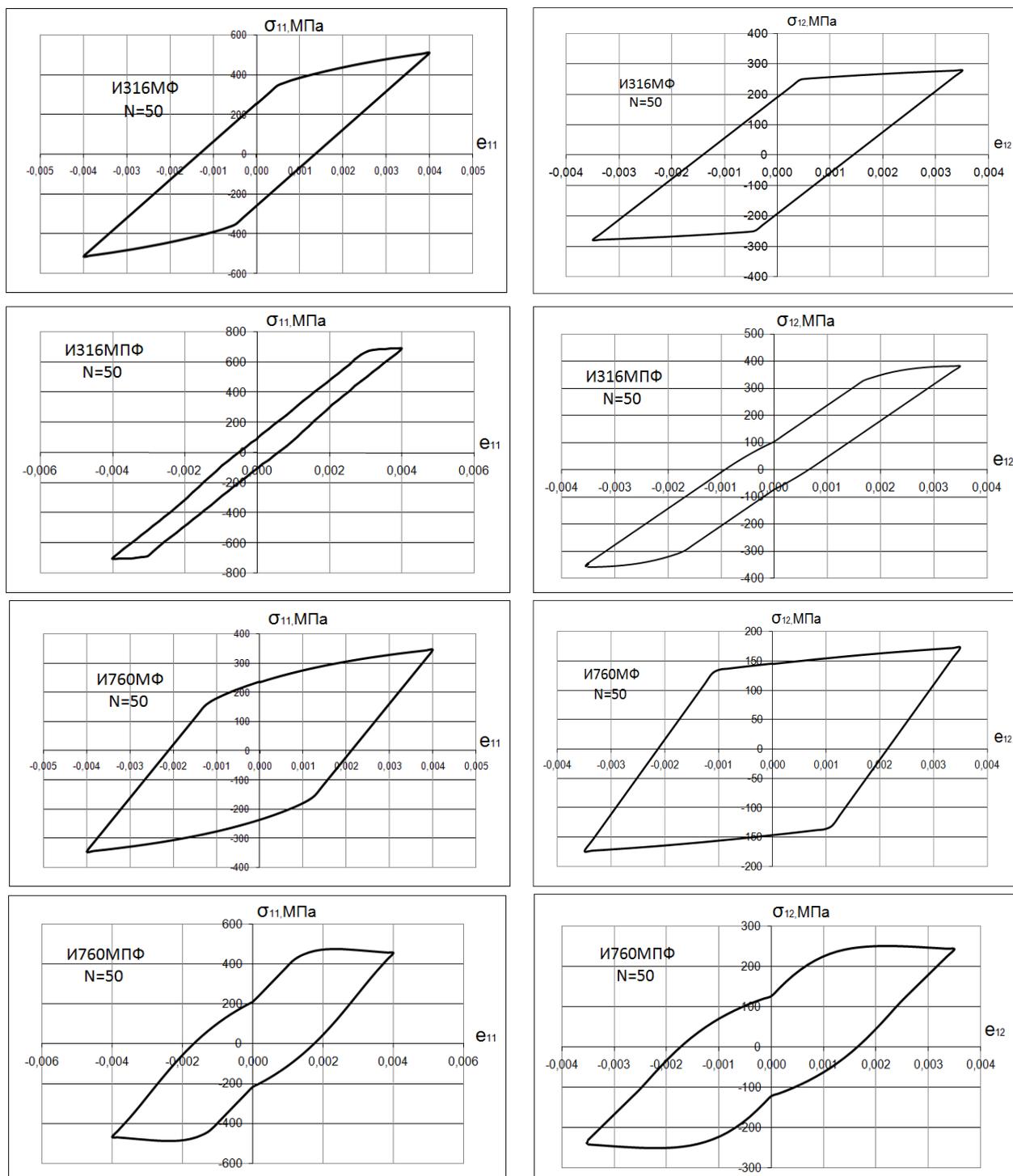


Рис. 4.9

При неизотермическом термомеханическом нагружении вид осевых $\sigma_{11} \sim \epsilon_{11}$ и сдвиговых $\sigma_{12} \sim \epsilon_{12}$ петель термоциклического гистерезиса зависит

от сдвига фаз θ . Так в опыте МФТФ в N=50-ом цикле нагружения происходит релаксация нормальных и касательных напряжений вблизи точки максимума температурного цикла (см. рис. 4.10).

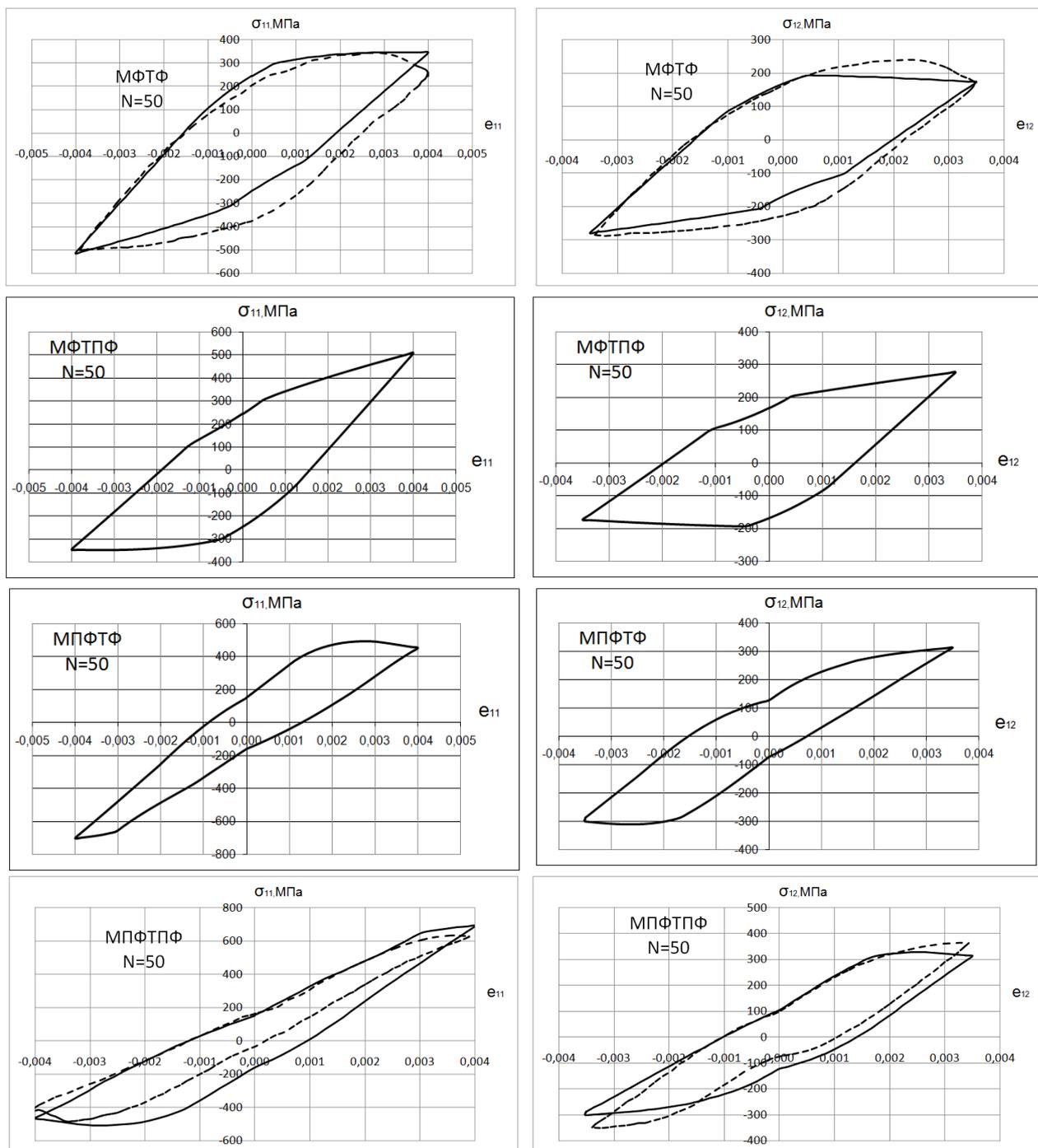


Рис. 4.10

Петли термоциклического гистерезиса в опыте МФТПФ аналогичны петлям, наблюдаемым в эксперименте МФТФ, но релаксация напряжений происходит при отрицательных значениях ϵ_{11} и ϵ_{12} .

В эксперименте МПФТПФ петли упругопластического гистерезиса качественно отличаются от синфазных механических испытаний (МФТФ и МФТПФ).

Петли гистерезиса в эксперименте МПФТФ подобны наблюдаемым в опыте МПФТПФ, но релаксация осевых и сдвиговых напряжений происходит вблизи максимальных положительных значений деформаций ϵ_{11} и ϵ_{12} .

Следовательно, местоположение и уровень релаксации петель упругопластического гистерезиса, в основном, определяется углом сдвига фаз ψ между ϵ_{11} и T .

На рис. 4.11, 4.12 для $N = 50$ цикла нагружения показаны траектории для изотермических и неизотермических процессов деформирования. Видно несоосность тензоров напряжений полных и пластических деформаций, а также вращение главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

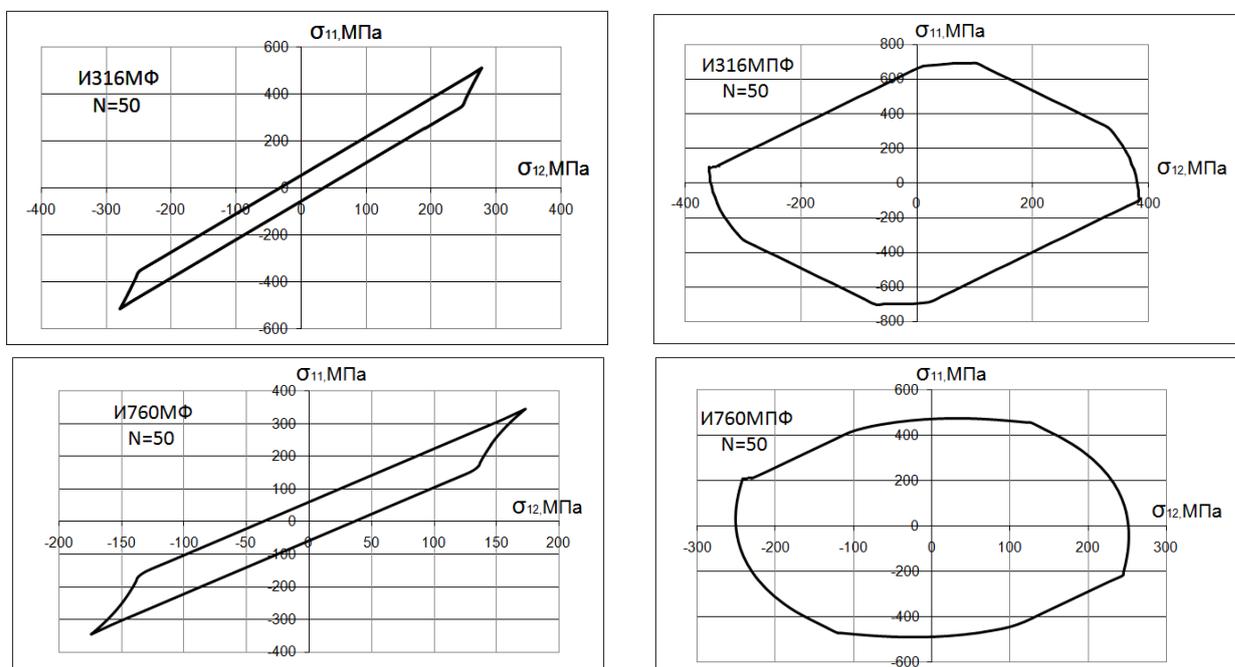


Рис. 4.11

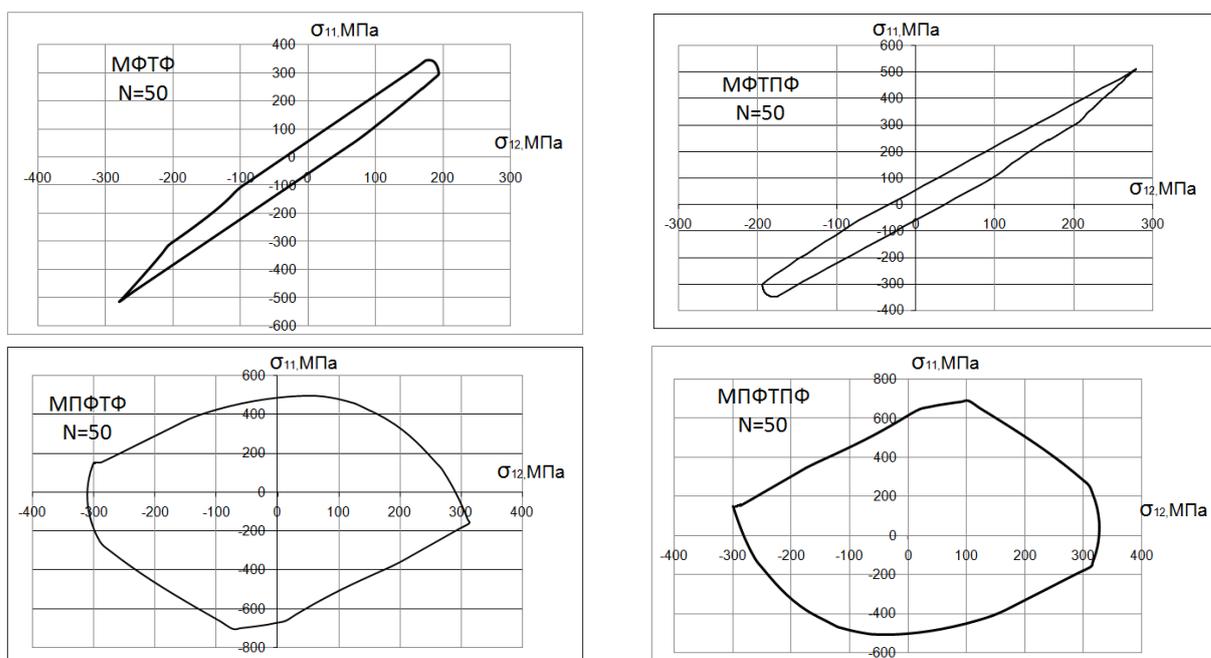


Рис. 4.12

На рис. 4.13, 4.14 представлены расчётные экспериментальные зависимости амплитуд напряжений σ_{11} и σ_{12} от числа циклов нагружения (экспериментальные результаты отмечены маркерами). Видно, что степень циклического упрочнения при неизотермическом нагружении значительно больше, чем в изотермических испытаниях. Эти особенности показывают, что механизм неизотермического термоциклического деформирования качественно отличается от изотермического.

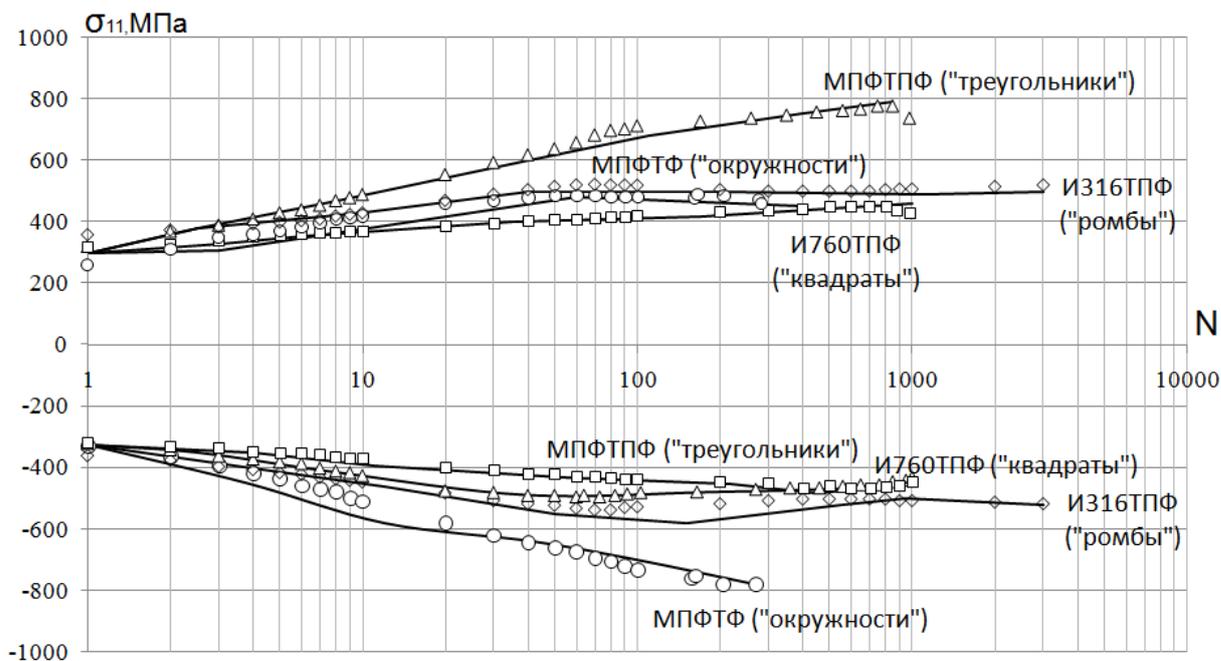


Рис. 4.13

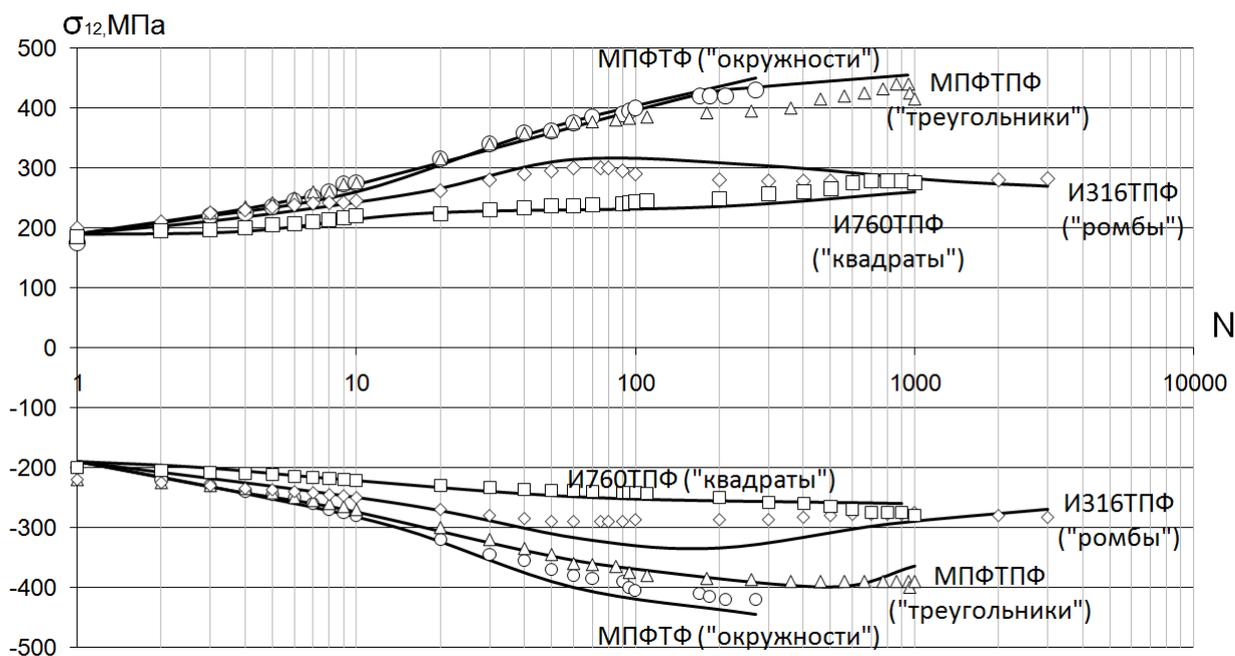


Рис. 4.14

В целом, анализируя полученные результаты можно сделать вывод, что используемая в работе модель термопластического деформирования Ю.Г. Коротких достоверно описывает экспериментальные результаты и в дальнейшем может быть использована для оценки усталостной

долговечности при сложных циклических режимах термомеханических нагружения.

Для исследования влияния вида траектории деформирования на усталостную долговечность жаропрочного сплава Haynes 188 были проведены расчёты накопления усталостных повреждений и полученные результаты сравнивались с опытными данными [83]. На рис. 4.15 пунктирной линией показаны экспериментальные усталостные кривые сплава Haynes 188 при одноосном растяжении–сжатии.

Сплошными линиями отмечены изотермические усталостные кривые при температурах $T=571$ и 760°C , полученные с использованием квадратичной сплайн аппроксимации экспериментальных данных [83]. Для определения материальных параметров эволюционного уравнения накопления повреждений (2.18) использовалась единственная точка P на усталостных кривых (рис. 4.15).

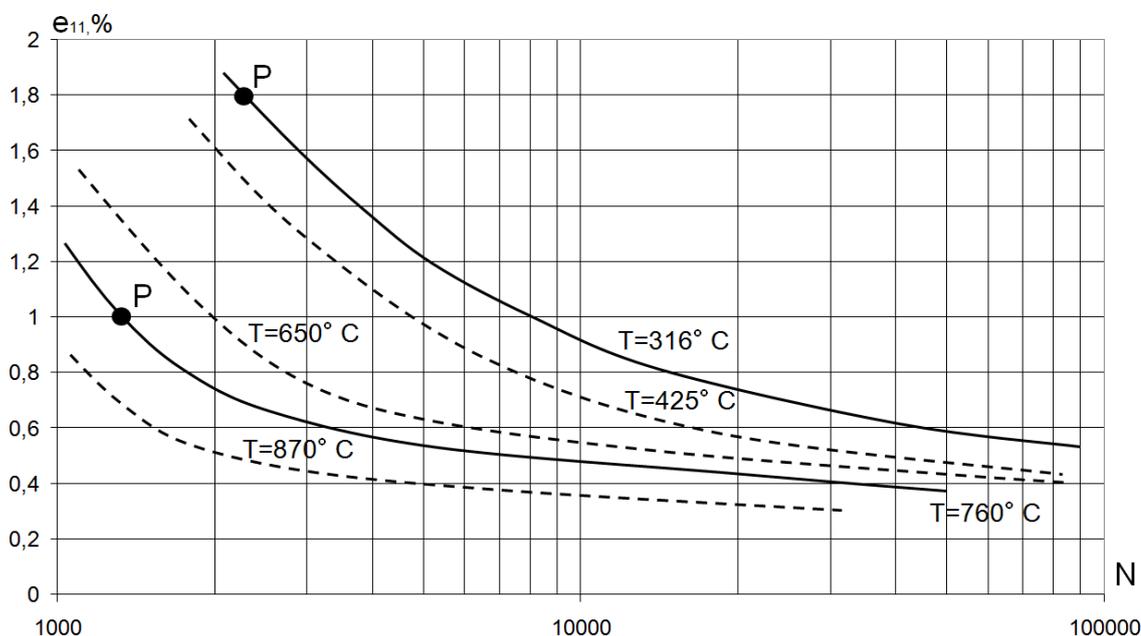


Рис. 4.15

Результаты расчётов, их сравнение с имеющимися опытными данными приведены на рис. 4.16, 4.17 и в табл. 4.9.

На рис. 4.16, 4.17 показана зависимость величины повреждённости ω от числа циклов нагружения N для изотермических и неизотермических режимов нагружения (см. табл. 4.5).

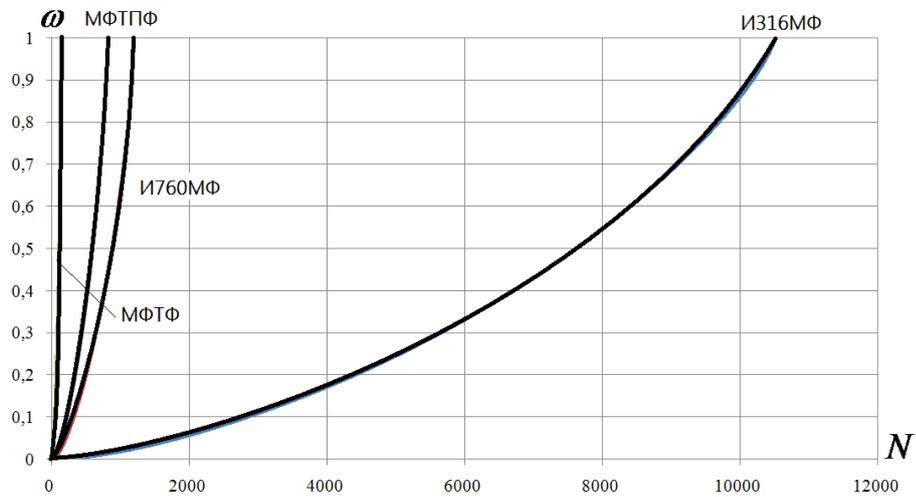


Рис. 4.16

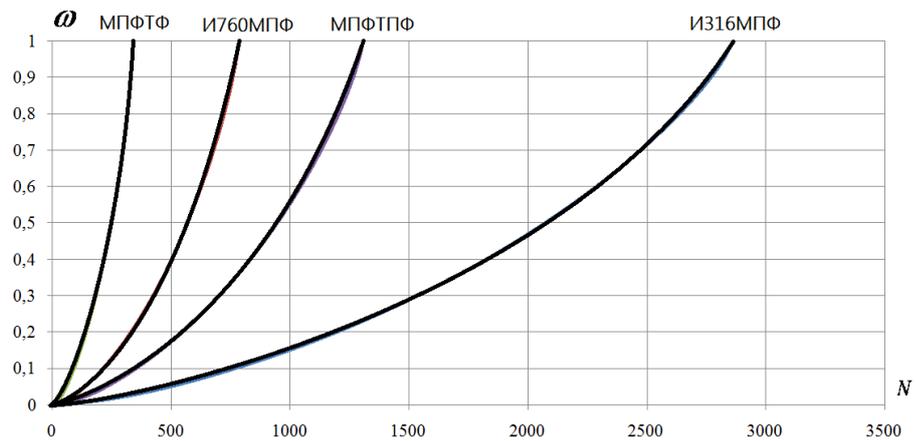


Рис. 4.17

Таблица 4.9 - Расчётное и экспериментальное число циклов до разрушения для различных режимов циклического термомеханического нагружения

Режим нагружения		Число циклов нагружения, N	
		эксперимент	расчёт
Изотермический	ИЗ316МФ	9448	10512
	ИЗ316МПФ	3410	2860
	И760МФ	910	1205
	И760МПФ	1089	785

Продолжение таблицы 4.9.

Неизотермический	МФТФ	282	143
	МФТПФ	569	830
	МПФТФ	270	341
	МПФТПФ	1004	1307

Сравнение результатов расчёта и соответствующих экспериментальных данных показывает, что:

- используемая в работе модель МПС (2.1) – (2.22) достоверно описывает процессы циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений при термомеханическом нагружении и позволяет рассчитывать малоцикловую усталостную долговечность жаропрочных сплавов при произвольных сложных траекториях деформирования;

- механическое непропорциональное деформирование при $T = 316^{\circ}C$ (опыт И316МПФ) приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с пропорциональным (опыт И316МФ) приблизительно в три раза. С ростом температуры $T = 760^{\circ}C$ эта зависимость перестаёт работать;

- неизотермическое циклическое деформирование по сравнению с изотермическим приводит к снижению усталостной долговечности;

- наименьшая долговечность наблюдается, когда максимальное значение температурного цикла достигается в полуцикле растяжения по механическим деформациям, а минимальное значение температурного цикла – в полуцикле сжатия (опыт МФТФ) [35];

- наибольшая долговечность (опыт МПФТПФ) наблюдается, когда механические деформации и температура меняются в противофазе ($\theta = 90^{\circ}$ и $\psi = 180^{\circ}$).

4.3. Оценка термоциклической усталостной долговечности компактных образцов из стали X18H9T с концентраторами в условиях многоосного напряжённого состояния

В данном примере методом численного моделирования проведён анализ характерных особенностей термоциклической усталостной долговечности компактного образца с концентраторами, моделирующего работу «корня» сварного соединения труб системы компенсации давления в энергетических установках.

В [65] проведена серия испытаний на толстостенных образцах с концентраторами для изучения процессов накопления усталостных повреждений при блочных режимах термоциклического нагружения.

Испытаниям подвергались компактные образцы из нержавеющей стали X18H9T, прошедшей предварительную термическую обработку. Образцы имели форму диска диаметром 25 мм и толщиной 5 мм с четырьмя надрезами (рис. 4.18).

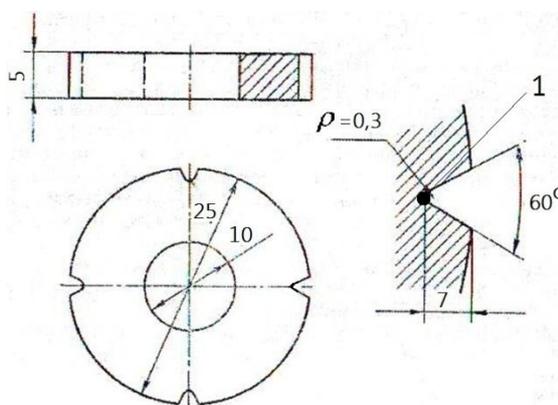


Рис. 4.18

Термоциклическое нагружение осуществлялось периодическим нагревом и охлаждением образцов. С этой целью использовали установку, состоящую из трубчатой электропечи, бака с проточной водой и автоматического устройства, позволяющего перемещать образцы из печи в воду и обратно через определенные промежутки времени.

Эксперименты проводились до образования макроскопической трещины (длинной ~0,5 мм), момент образования которой фиксировался микроскопом.

Параметры двух режимов термоциклического нагружения [65] представлены в табл. 4.10.

Таблица 4.10 - Режимы термоциклических испытаний

Режим	$T_{\max}, ^\circ C$	$T_{\min}, ^\circ C$	$t_{нагр}, \text{МИН}$	$t_{охл}, \text{МИН}$
1	750	20	17	2
2	600	20	17	2

Время нагрева было подобрано таким образом, чтобы обеспечивался полный прогрев образцов до максимальной температуры T_{\max} , а за время охлаждения температура образца выравнивалась до T_{\min} .

Различные блочные режимы термоциклического нагружения были получены комбинацией двух режимов термоциклического нагружения (см. табл. 4.10): в режиме 1-2 сначала происходило нагружение в режиме 1, а затем осуществлялся переход на режим 2; в режиме 2-1 был принят обратный порядок перехода.

В экспериментах [65] проводилась статистическая обработка результатов по 18 образцам в каждой программе.

Полученные экспериментальные наглядно показали отклонение от правила линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена-Майнера) [11, 43]:

– при переходе с «жесткого» режима на более «мягкий» (режим 1-2) гипотеза Пальмгрена-Майнера приводит к ошибке в неконсервативную сторону:

$$\sum_i \frac{N_i}{N_{if}} = \frac{N_1}{N_{1f}} + \frac{N_2}{N_{2f}} < 1,$$

– при переходе с «мягкого» режима на более «жёсткий» (режим 2-1) – в консервативную сторону:

$$\sum_i \frac{N_i}{N_{if}} = \frac{N_1}{N_{1f}} + \frac{N_2}{N_{2f}} > 1.$$

Численное решение задачи оценки термоциклической усталостной долговечности компактного образца с концентраторами и оценка границ применимости правила линейного суммирования повреждений проводились в два этапа.

На первом этапе в «опасных» зонах определялись температурные поля путём решения нестационарной задачи теплопроводности для этапа разогрева и их последующего охлаждения.

Расчёт распределения поля температур в образце проведён с применением вычислительного расчётного кода «ANSYS» [76].

Основные физические свойства нержавеющей стали X18H9T необходимые для расчёта температурных полей представлены в табл. 4.11.

Таблица 4.11 - Физические свойства нержавеющей стали X18H9T

Т (температура), °С	λ (удельная теплопроводность), Вт/(м К)	ρ (плотность), кг/м ³	С (теплоемкость), Дж/(кг К)
20	15,0	7900	459
150	17,0	7840	477
350	20,5	7760	505
500	23,0	7690	519
750	27,0	7580	535

а) Этап разогрева.

На этом этапе при расчёте температурных полей в образце моделировалась работа распашной печи, в которой процесс теплопередачи от

нагревательных элементов к образцу осуществляется за счёт лучистого теплообмена.

Зависимость теплового потока q от температуры при лучистом теплообмене определялась по формуле [42]:

$$q = k \left[\left(\frac{T_{н.э.}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{нов.}}{100} \right)^4 \right],$$

где $T_{н.э.}$ – температура нагревательного элемента, $T_{нов.}$ – температура поверхности образца, а k – коэффициент, учитывающий эффективность печи ($k \cong 3,04 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4)$).

Полученная расчётная зависимость теплового потока от температуры поверхности образца при нагреве с $T = 20^\circ \text{C}$ до $T = 600^\circ \text{C}$ и $T = 750^\circ \text{C}$ соответственно приведена в табл. 4.12.

Таблица 4.12 - Зависимость теплового потока от температуры поверхности образца

Нагрев от 20°C до 750°C		Нагрев от 20°C до 600°C	
$T_{нов.}, ^\circ\text{C}$	$q, \text{Вт}/\text{м}^2$	$T_{нов.}, ^\circ\text{C}$	$q, \text{Вт}/\text{м}^2$
20	9619	20	3940
100	9616	100	3937
150	9603	150	3924
200	9570	200	3891
300	9373	300	3694
400	8841	400	3162
500	7719	500	2040
750	0	600	0

Далее расчёт температурных полей в образце проводился путём численного решения уравнения теплопроводности [34] с применением расчётного кода «ANSYS» [76].

На рис. 4.19 приведены температурные поля при нагреве образца с $T = 20^{\circ}\text{C}$ до $T = 600^{\circ}\text{C}$ и $T = 750^{\circ}\text{C}$ соответственно. Видно, что при нагреве наблюдается незначительная разница температур по объёму образца (не более 3°C), что говорит об объёмном деформировании (всестороннем равномерном растяжении) образца. В следствие этого, необратимых деформаций не образуется и процессом накопления усталостных повреждений на этапе разогрева можно пренебречь.

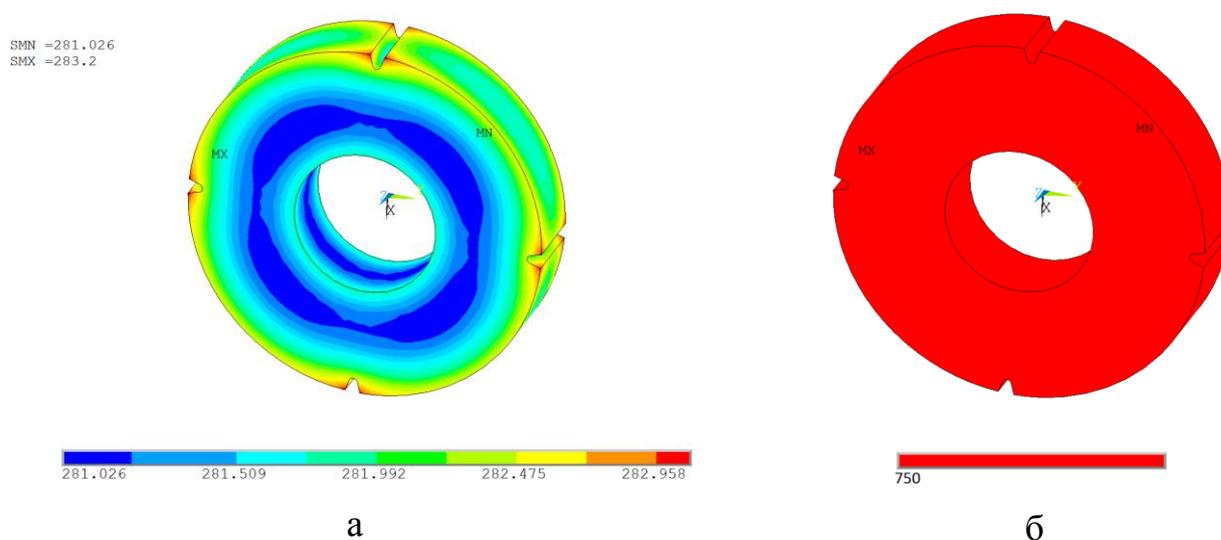


Рис. 4.19

б) Этап охлаждения.

При охлаждении образца моделировался процесс конвективного теплообмена между наружной поверхностью образца и охлаждающей его водой. При этом учитывался фазовый переход воды и кризис процесса теплоотдачи [55]. На рис. 4.20 приведена зависимость коэффициента теплоотдачи α_T от температуры T .

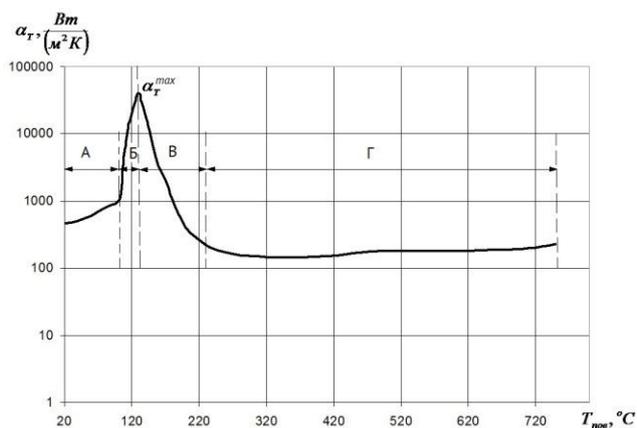


Рис. 4.20

Видно, что на кривой кипения $\alpha_T = \alpha_T(T)$ имеется максимум (α_T^{\max} – критическое значение коэффициента теплоотдачи).

На кривой кипения воды (рис. 4.20) на участке А теплообмен происходит по механизму конвекции. При увеличении тепловой нагрузки начинается пузырьковое кипение (участок Б на рис. 4.20). По мере дальнейшего увеличения тепловой нагрузки цепочки из паровых пузырьков сливаются в струи пара, и поверхность раздела струй «пар-жидкость» становится неустойчивой. В точке максимума кривой $\alpha_T = \alpha_T(T)$ возникает кризис теплоотдачи. При том как и на самой поверхности, так и вблизи ней пузырьки сливаются, образуя большие паровые полости. В отдельных местах поверхности возникают «сухие» пятна, число и размеры которых непрерывно увеличиваются. Это приводит к резкому снижению коэффициента теплоотдачи α_T и теплового потока q в области переходного режима (участок В на рис. 4.20).

Интенсивность теплообмена в режиме плёночного кипения (участок Г на рис. 4.20) достаточно низкая (второй кризис теплоотдачи [55]).

В расчётах задавалось граничное условие:

$$q|_G = \alpha_T(T_G - T_{oc})$$

где α_T – коэффициент теплоотдачи, T_G – температура на границе образца, а T_{oc} – температура окружающей среды;

В дальнейшем расчёт температурных полей в образце проводился путём численного решения уравнения теплопроводности [34] с применением вычислительного комплекса «ANSYS» [76].

На рис. 4.21, 4.22 представлены расчётные значения температурных полей при охлаждении образцов с температур 750°C и 600°C до 20°C соответственно.

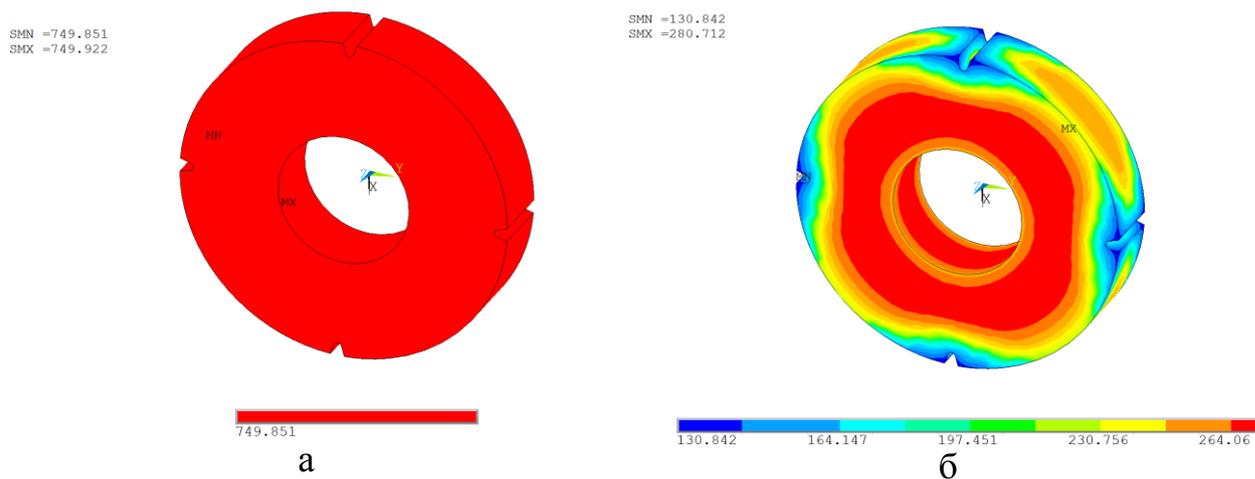


Рис. 4.21

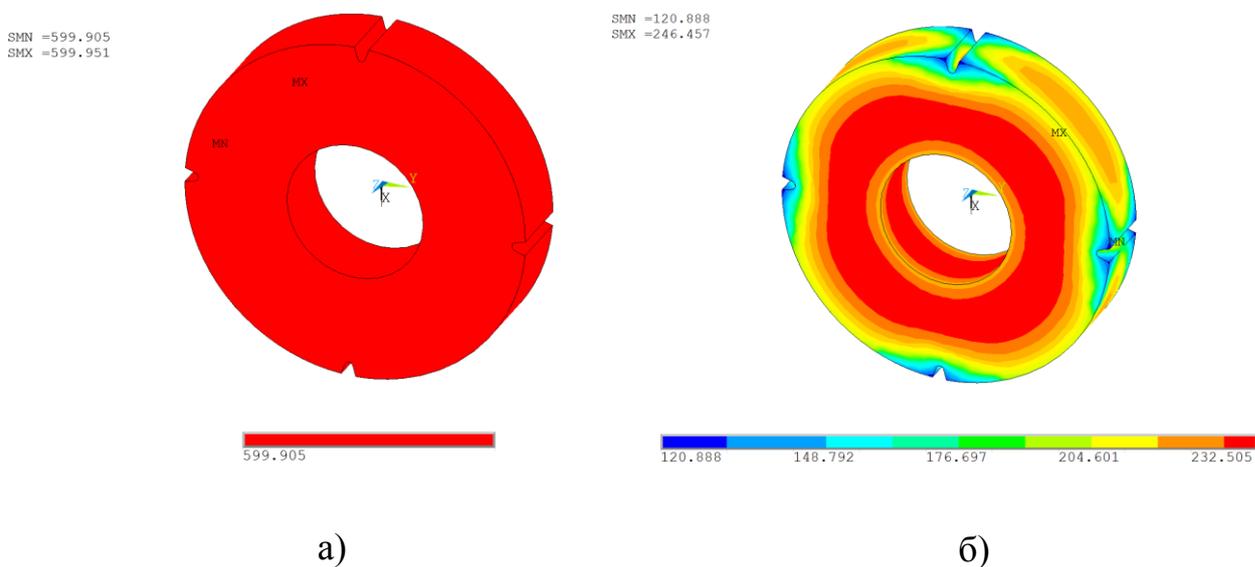


Рис. 4.22

Видно, что поле температур по объёму образца – неоднородно, и наибольший перепад температуры происходит в области торцевой

поверхности выточек. При охлаждении образцов с температуры 750°C до 20°C перепад равен 150°C , а при охлаждении с температуры 600°C до 20°C составляет 126°C .

На втором этапе с использованием определяющих соотношений МПС Ю.Г.Коротких (2.1) – (2.22) решена задача оценки термоциклической усталостной долговечности компактного образца с концентраторами.

Физико-механические характеристики нержавеющей стали X18H9T и материальные параметры модели повреждённой среды (2.1) – (2.22) приведены в табл. 4.13 – 4.16.

Таблица 4.13 - Физико-механические характеристики и материальные параметры модели МПС нержавеющей стали X18H9T

Характеристики	Температура $T, ^{\circ}\text{C}$				
	20	150	350	500	750
$K, \text{МПа}$	162,5	153,6	140,2	131,1	113,2
$G, \text{МПа}$	75	71,7	65,8	61,7	53,6
$E, \text{МПа}$	195	186	171	160	139
$\alpha, 1/\text{град}$	0,0000166	0,0000168	0,0000178	0,0000183	0,0000191
$C_p^{\circ}, \text{МПа}$	209	182	176	149	140
$g_1, \text{МПа}$	20850	15670	13900	13210	12475
g_2	296	278	270	267	264

Таблица 4.14 - Зависимость критического значения работы разрушения w_f от температуры T нержавеющей стали X18H9T

$T, ^{\circ}\text{C}$	20	150	350	500	750
$w_f, \text{МДж/м}^3$	371	279	247	239	233

Таблица 4.15 - Зависимость работы W_a от температуры T и ρ_{\max} нержавеющей стали X18H9T

T=20 °C		T=150 °C		T=350 °C		T=500 °C		T=750 °C	
ρ_{\max} , МПа	W_a , МДж/м ³								
0	249	0	187	0	165	0	143	0	131
10	233	10	175	10	155	10	132	10	125
20	175	20	160	20	135	20	115	20	111
30	125	30	95	30	83	30	75	30	69
35	47	35	35	35	31	35	27	35	25

Таблица 4.16 - Модуль изотропного упрочнения q_1 нержавеющей стали X18H9T

T=20 °C									
χ_m	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
q_1 , МПа	-17000	-4634	-810,9	371,1	736,5	849,5	897,3	899,9	900
T=150 °C									
χ_m	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
q_1 , МПа	-14846	-4031	-704,4	322,4	647,5	733,5	779,5	781,7	782,2
T=350 °C									
χ_m	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
q_1 , МПа	-11533	-3091	-540,6	247,4	510,5	555,1	598,2	599,9	601,0
T=500 °C									
χ_m	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
q_1 , МПа	-9048	-2390	-417,7	191,2	407,8	421,3	462,2	463,5	465,1
T=750 °C									
χ_m	0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,01	0,015	0,02	0,03
q_1 , МПа	-4906	-1221	-213	97,5	156,6	198,3	235,63	236,3	238,6

На рис. 4.23 приведены расчётные данные по изменению полей интенсивности пластических деформаций при режиме термоциклического нагружения 1 ($20^{\circ}C \rightarrow 750^{\circ}C \rightarrow 20^{\circ}C$), а на рис. 4.24 аналогичные зависимости для режима нагружения 2 ($20^{\circ}C \rightarrow 600^{\circ}C \rightarrow 20^{\circ}C$) для N=2-го цикла нагружения. Видно, что максимальные значения интенсивности пластических деформаций наблюдаются на торцевых поверхностях образца где процессы накопления усталостных повреждений происходят с повышенной скоростью. Расчёт кинетики НДС показал, что в наиболее нагруженной зоне реализуется напряжённое состояние близкое к плоскому напряжённому состоянию (значение компоненты $\sigma_{33} = 25\text{МПа}$ на порядок меньше значений компонент σ_{11} и σ_{22} тензора напряжений).

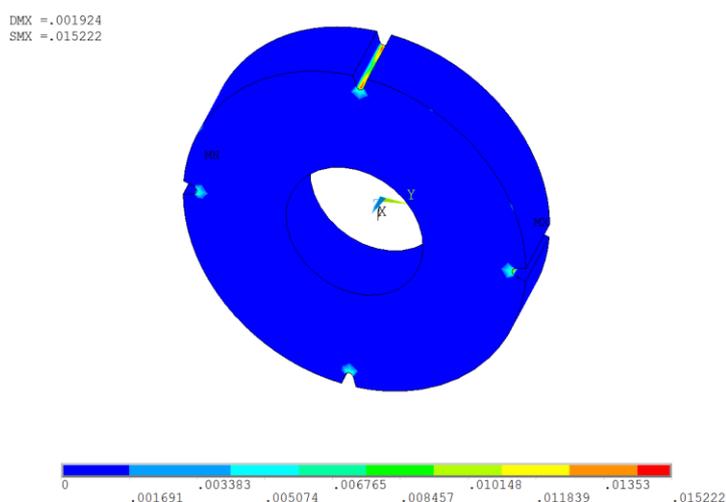


Рис. 4.23

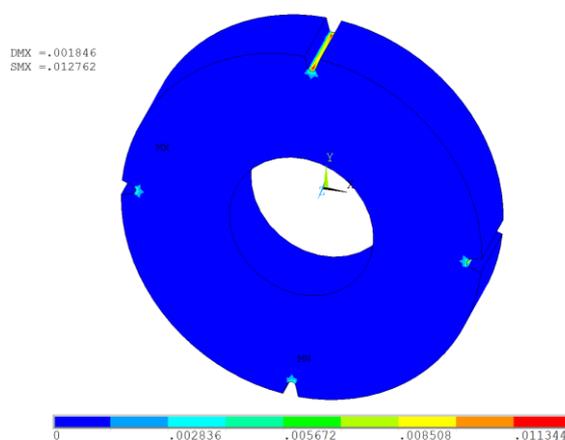


Рис. 4.24

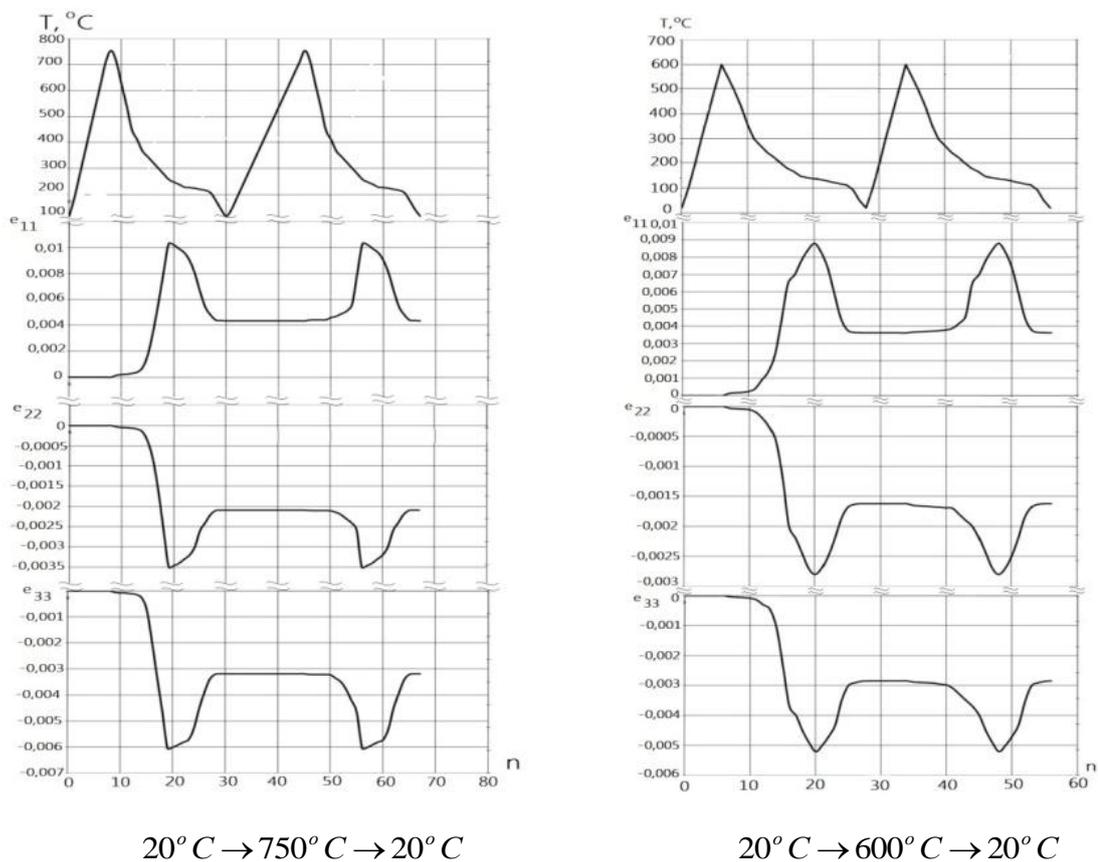


Рис. 4.25

На рис. 4.25 показана история изменения температуры и компонент тензора полных деформаций напряжений от числа шагов нагружения в зоне концентратора (точка 1 на рис 4.18) для двух вышеотмеченных режимов термоциклического нагружения. Видно, что компоненты тензора деформаций e_{11} по отношению к e_{22} и e_{33} изменяются в противофазе, изменение температуры T по отношению к e_{11} происходит со сдвигом фазы.

На рис. 4.26 для наиболее нагруженной зоны (точка 1 на рис 4.18) приведены петли циклического гистерезиса для первого режима $20^{\circ}C \rightarrow 750^{\circ}C \rightarrow 20^{\circ}C$, а на рис. 4.27 – соответствующие петли гистерезиса для второго режима термоциклического нагружения $20^{\circ}C \rightarrow 600^{\circ}C \rightarrow 20^{\circ}C$.

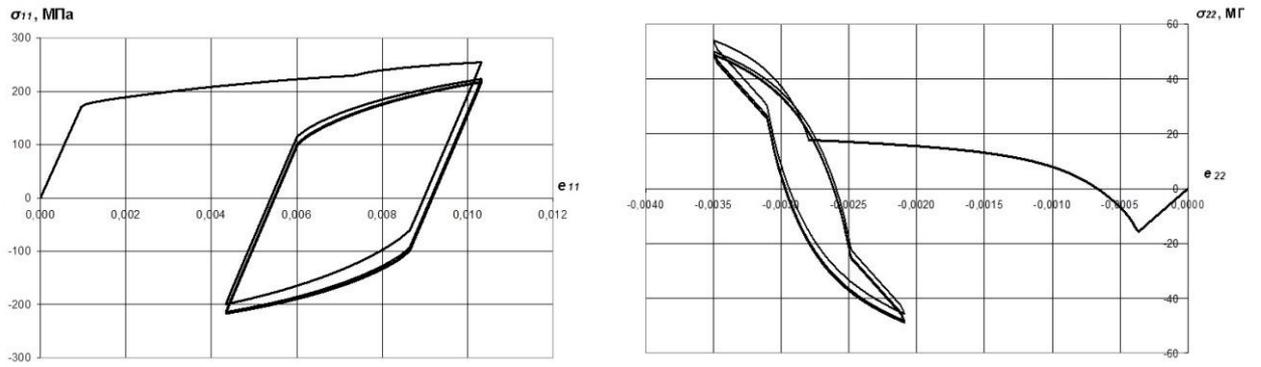


Рис. 4.26

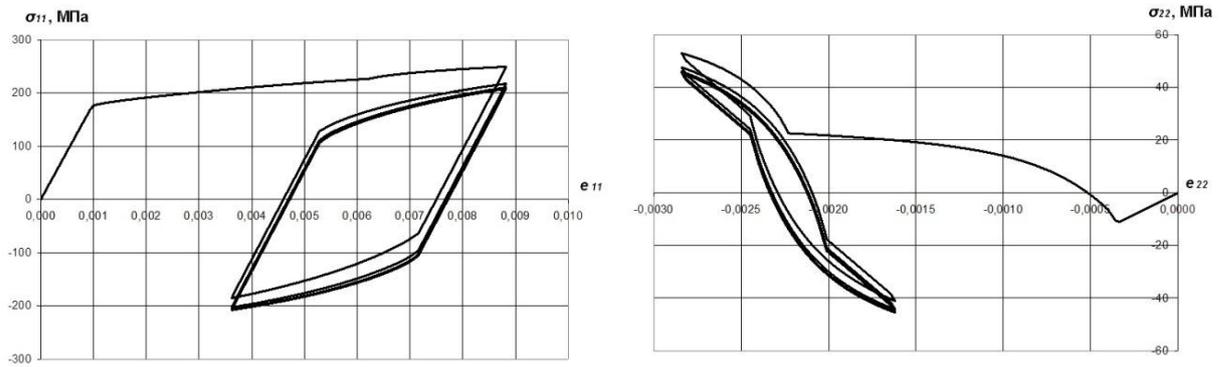


Рис. 4.27

На рис. 4.28 для точки 1 (рис. 4.18) показаны траектории нагружения для двух режимов нагружения соответственно. Видно наличие вращения главных площадок тензоров и несоосность тензоров напряжений, микронапряжений, полных и пластических деформаций.

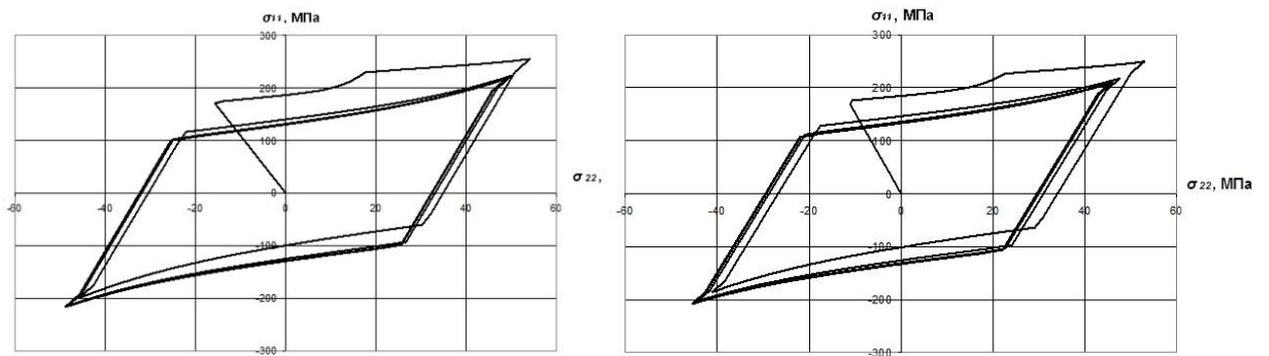


Рис. 4.28

На рис. 4.29 для точки 1 (рис. 4.18) представлены зависимости интенсивности тензора напряжений σ_u от интенсивности тензора деформаций e_u для двух вариантов расчёта.

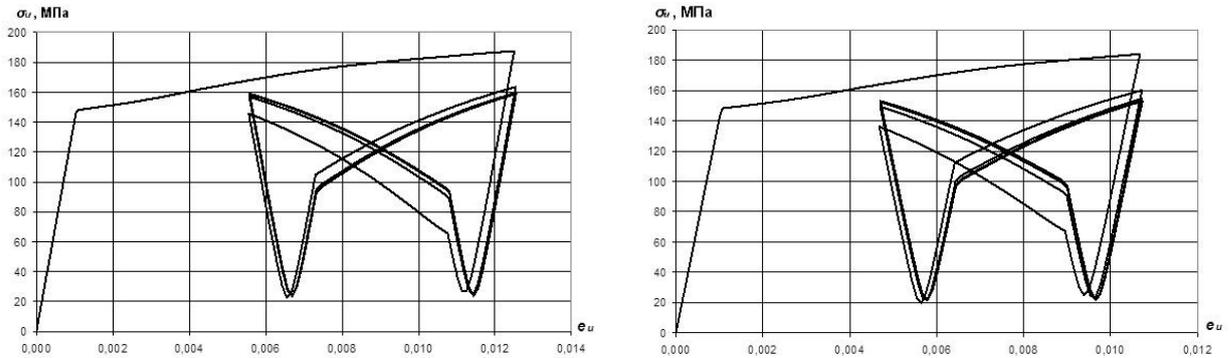


Рис. 4.29

Интегрирование эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений (2.18) – (2.22) в зоне концентратора позволяет исследовать влияние вида траектории деформирования на термоциклическую усталостную долговечность компактного образца с выточками. Результаты расчётов и их сравнение с имеющимися опытными данными приведены на рис. 4.30, 4.31 и табл. 4.17.

Таблица 4.17 - Число циклов до разрушения

Режим термоциклического нагружения	Экспериментальное N_f число циклов до разрушения [65] (с учетом разброса экспериментальных данных)	Расчетное N_f число циклов до разрушения
20 → 750 → 20	2500 – 3800	2620
20 → 600 → 20	3500 – 4900	3860

В табл. 4.17 приведено число циклов до разрушения, полученное опытным и расчётным путём для двух режимов термоциклического нагружения (необходимо отметить, что разброс опытных данных составил порядка 50 %).

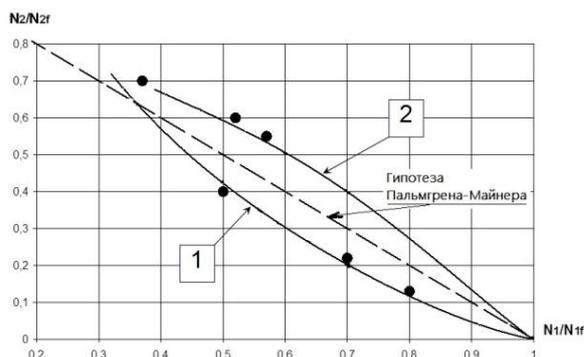


Рис. 4.30

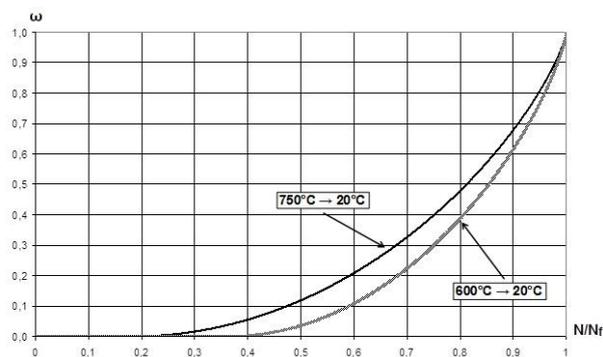


Рис. 4.31

На рис. 4.30 приведена зависимость относительной наработки материала для двух режимов термоциклического нагружения (кривая 1 – режим 1–2; кривая 2 – режим 2–1). Сплошной линией отмечены опытные результаты; маркерами – расчётные данные. Видно качественное и приемлемое для проведения инженерных расчётов количественное совпадение численных и экспериментальных результатов.

В условиях двухблочного термоциклического нагружения по режиму 1-2 (кривая 1 на рис. 4.30) гипотеза линейного суммирования повреждений дает ошибку в неконсервативную сторону, а в условиях двухблочного термоциклического нагружения по режиму 2-1 гипотеза Пальмгрена-Майнера – в консервативную сторону, что соответствует имеющимся опытным данным [65].

На рис. 4.31 приведены расчётные зависимости кривых накопления усталостных повреждений для режимов термоциклического нагружения 1 и 2.

Таким образом, проведённые расчеты, их сравнение с опытными данными позволяют говорить о том, что подход, основанный на правиле

линейного суммирования повреждений, может привести как к консервативной, так и неконсервативной оценке. Этот вывод подтверждают экспериментальные и теоретические исследования отечественных и зарубежных авторов [11, 13, 24, 43].

4.4. Численный анализ термоциклической усталостной долговечности моделей жаровых труб камер сгорания авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) с различными углами наклона охлаждающих каналов

В современных авиационных газотурбинных двигателях (ГТД) эффективно применяется защита стенок жаровых труб камер сгорания с помощью заградительной пелены охлаждающего воздуха и покрытий [8]. Рационально организованное плёночное охлаждение позволяет понизить температуру последней секции жаровых труб примерно до 300°C , тем самым обеспечивая увеличение их термоциклической долговечности более чем в 5 раз.

В работе [9] впервые в отечественной литературе проведены экспериментальные исследования по влиянию углов наклона охлаждающих отверстий (каналов) моделей образцов жаровых труб на их термоциклическую долговечность. Изложены экспериментальные результаты оценки термоциклической усталостной долговечности моделей жаровых труб камер сгорания ГТД при варьировании угла наклона охлаждающих каналов и их диаметра.

При проведении экспериментов испытывались полые образцы коробчатой формы из жаропрочного сплава ВЖ-159 (рис. 4.32). Толщина стенки 1 мм. Вдоль оси образца изготавливались ряды отверстий диаметрами 1 мм, 1,5 мм, и 2 мм и шагом 5 мм (см. рис. 4.32). На одной половине образцов отверстия располагались под углом к поверхности 90° , а на другой – под углом 35° .

Режим термоциклирования трапецеидальный $T_{\min} = 350^{\circ}\text{C} \leftrightarrow T_{\max} = 900^{\circ}\text{C}$.
 Время разогрева 5 с. При $T = 900^{\circ}\text{C}$ образец выдерживался в течении 7 с.
 Охлаждающий воздух внутрь образца подавался с постоянным расходом 12 г/с через захват машины. Контроль за расходом воздуха осуществлялся расходомером. На верхний торец образца устанавливалась заглушка. Температурное состояние перфорированной стенки модели контролировалось с помощью тепловизора. Контроль за образованием макроскопической трещины осуществлялся визуально непрерывно во время испытаний и периодически с помощью бинокулярного микроскопа [9].

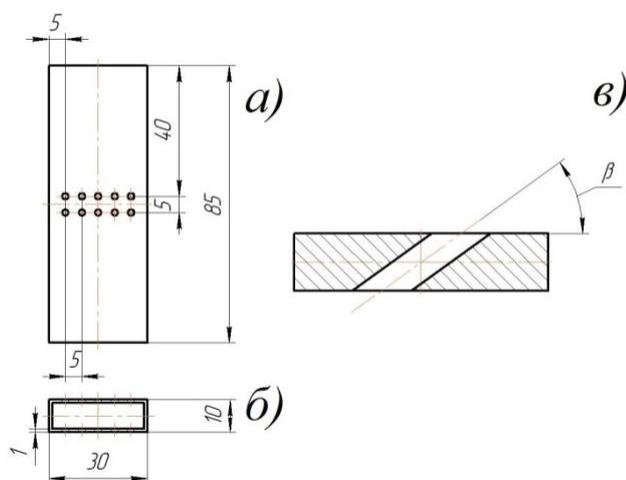


Рис. 4.32

Исследование температурного поля с помощью тепловизора показало, что температурный градиент вблизи нормальных каналов меньше, чем у наклонных. На поверхности наклонных каналов перепад температуры составлял более 250°C .

Результаты испытаний на термоусталость модельных образцов жаровых труб из жаропрочного сплава ВЖ-159 с различным наклоном охлаждающих каналов диаметра 1 мм представлен в табл. 4.18.

Таблица 4.18 - Термоциклическая долговечность модельных образцов до образования макроскопической трещины при испытаниях по режиму $T_{\min} \leftrightarrow T_{\max} = 350 \leftrightarrow 900^{\circ}C$

Угол наклона оси каналов	Диаметр, мм	Число циклов до разрушения (термоциклическая долговечность) N (эксперимент)						Среднее значение числа циклов до разрушения $N_{ср}$ (эксперимент)
$\beta = 90^{\circ}$	1	983	576	851	950	765	1431	926
$\beta = 35^{\circ}$	1	200	117	174	194	156	292	189

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о существенном (~ 5 раз) снижении термоциклической долговечности моделей жаровых труб с каналами, расположенными к поверхности под углом 35° , по сравнению с каналами расположенными под углом 90° .

Результаты испытаний моделей жаровых труб с отверстиями для подвода охлаждающего воздуха диаметром 1; 1,5 и 2 мм перпендикулярно с к поверхности свидетельствуют о незначительном изменении термоциклической долговечности (менее 20%).

Численное решение задачи оценки усталостной долговечности модели образцов жаровой трубы из сплава ВЖ-159 при термоциклическом нагружении было проведено в три этапа путём последовательного решения задач:

- электромагнитной задачи, основанной на уравнении Максвелла [50];
- нестационарной задачи, основанной на решении уравнения теплопроводности [8, 34];
- задачи оценки усталостной долговечности модели жаровой трубы камеры сгорания при термоциклическом нагружении с использованием определяющих соотношений МПС (2.1) – (2.22).

На первом этапе было определено распределение внутренних источников тепла (удельной мощности нагрева) по толщине жаровой трубы. Полученные распределения внутренних источников тепла является нестационарным (зависящим от времени нагрева). В процессе решения связанной электромагнитной и тепловой задач на каждом шаге расчёта из модуля решения тепловой задач и значения текущей температуры передавалось в модель решения электромагнитной задачи для корректировки электрофизических свойств материала.

На втором этапе с применением расчётного кода ANSYS [76] исследовалось нестационарное тепловое состояние охлаждаемого изделия с учётом параметров термоцикла. Граничные условия для решения задачи теплопроводности: температура окружающей среды $T_o = 20^\circ C$, коэффициент теплоотдачи окружающего воздуха $\alpha_T^{(o)} = 25 \text{ Bm}/(\text{m}^2 K)$, коэффициент теплоотдачи охлаждающего воздуха внутри жаровой трубы $\alpha_T^{(i)} = 1900 \text{ Bm}/(\text{m}^2 K)$, удельная мощность нагрева $q = 9 \cdot 10^5 \text{ Bm}/\text{m}^2$ (получено из решения электромагнитной задачи). Минимальная и максимальная температуры нагрева поверхности детали в термоцикле составляют соответственно $T_{\min} = 350^\circ C$ и $T_{\max} = 900^\circ C$.

Численный анализ температурного поля объекта для режима $T_{\max} = 900^\circ C$ на перфорированной поверхности показал, что температурный градиент (перепад температуры) вблизи нормальных каналов меньше, чем у наклонных. На рис. 4.33 видно, температурное поле по толщине объекта неоднородно и перепад температуры вблизи нормальных каналов составляет $164,5^\circ C$, в то время как наклонных каналов – $264,3^\circ C$, что соответствует экспериментальным данным [9].

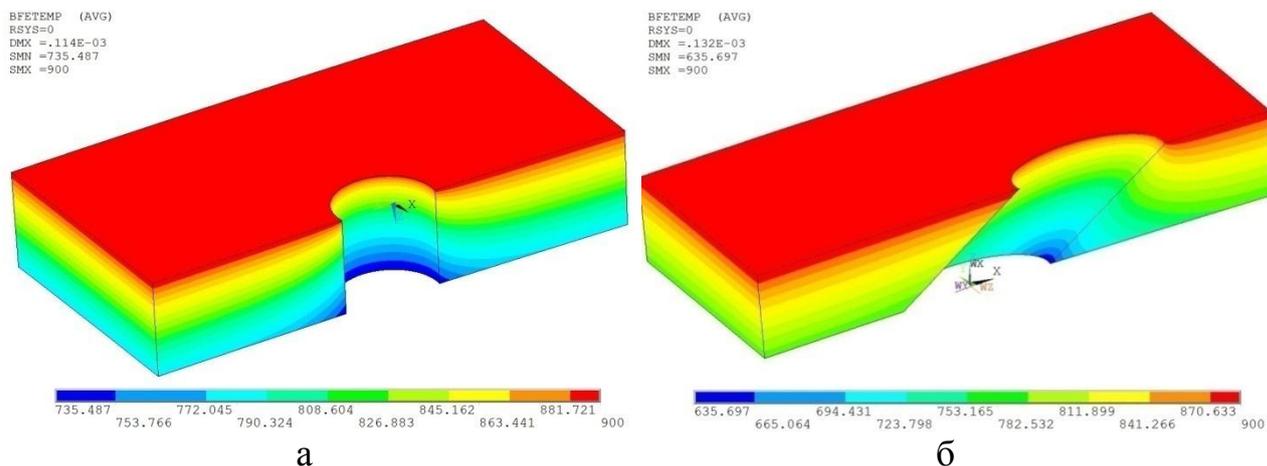


Рис. 4.33

На третьем этапе с использованием рассчитанных температурных полей объекта с использованием определяющих соотношений МПС (2.1) – (2.22) численно решена задача оценки термоциклической долговечности моделей жаровой трубы с различными углами наклона охлаждающих каналов.

Физико-механические характеристики жаропрочного сплава ВЖ-159 [40, 50] и материальные параметры модели МПС (2.1) – (2.22) приведены в табл. 4.19, 4.20.

Таблица 4.19 - Зависимость материальных параметров модели термопластичности жаропрочного сплава ВЖ-159 от температуры T

Температура, T °C	g_1 , МПа	g_2	q_1 , МПа	C_p^o , МПа
20	115000	780	2430	510
350	107000	750	2380	480
650	80000	600	2200	370
800	72000	700	1600	250
850	51800	890	1360	80
900	19700	1000	300	25
1000	16900	1200	250	20

Таблица 4.20 - Зависимость материальных параметров эволюционного уравнения накопления повреждений жаропрочного сплава ВЖ-159 от температуры T

Температура, T °C	W_f , МДж/м ³	Параметры уравнения накопления повреждений при МЦУ	
		α	r
20	50	1	0,3
350	49	1	0,3
800	40	1	0,3
850	5	1	0,3
900	0,5	1	0,3

На рис. 4.34 приведено распределение интенсивности напряжений, а на рис. 4.35 – интенсивности пластических деформаций фрагмента модели жаропрочной трубы с перфорированными отверстиями в районе одного из каналов для второго цикла нагружения в случае нормального ($\beta = 90^\circ$) и наклонного ($\beta = 35^\circ$) охлаждающих отверстий. Видно, что максимальные значения интенсивности напряжений наблюдается внутри стенки жаровой трубы, в то время как максимальные значения интенсивности пластических деформаций наблюдаются вблизи наружной разогретой кромки поверхности канала, где процессы накопления повреждений происходят наиболее интенсивно (наличие макроскопических трещин в эксперименте [9] наблюдалось именно в этом месте). Различие местоположения вышеуказанных характерных зон объясняется, по-видимому, существенной зависимостью физико-механических свойств сплава от температуры и заневоливанием тонкой наружной разогретой поверхности охлаждающего канала более жёсткой холодной частью стенки.

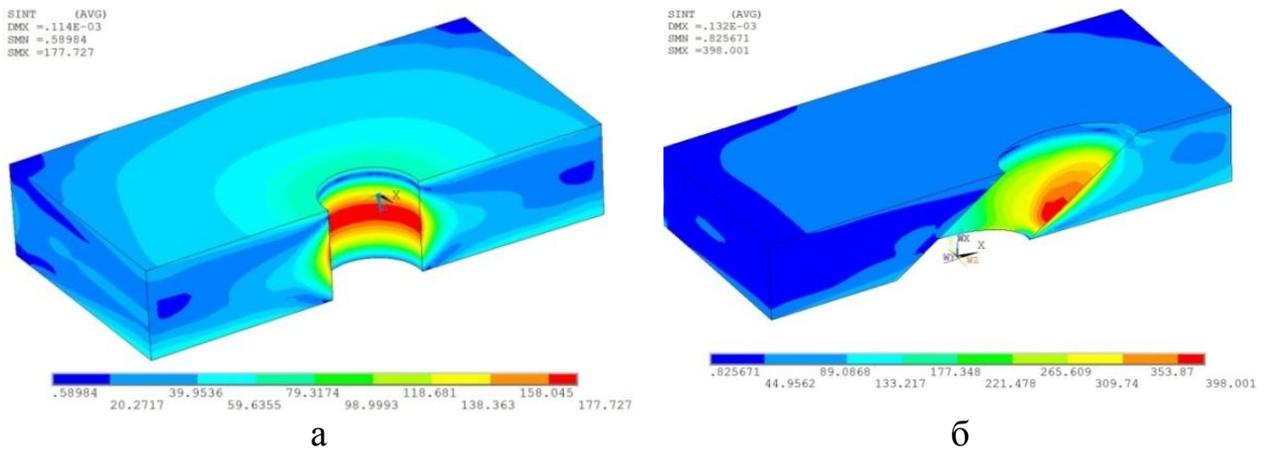


Рис. 4.34

Анализ результатов расчёта кинетики НДС показал, что в наиболее нагруженной зоне (точка А на рис. 4.35) реализуется напряжённое состояние, близкое к плоскому напряжённому состоянию.

На рис. 4.36 представлены зависимости изменения температуры и значений компонент тензора полных деформаций в наиболее нагруженной зоне в зависимости числа шагов нагружения «n» для двух углов наклона охлаждающих каналов соответственно. Видно, что компоненты тензора деформаций e_{11} по отношению к e_{22} и e_{33} изменяются в противофазе, изменение температуры T по отношению к e_{11} также происходит в противофазе.

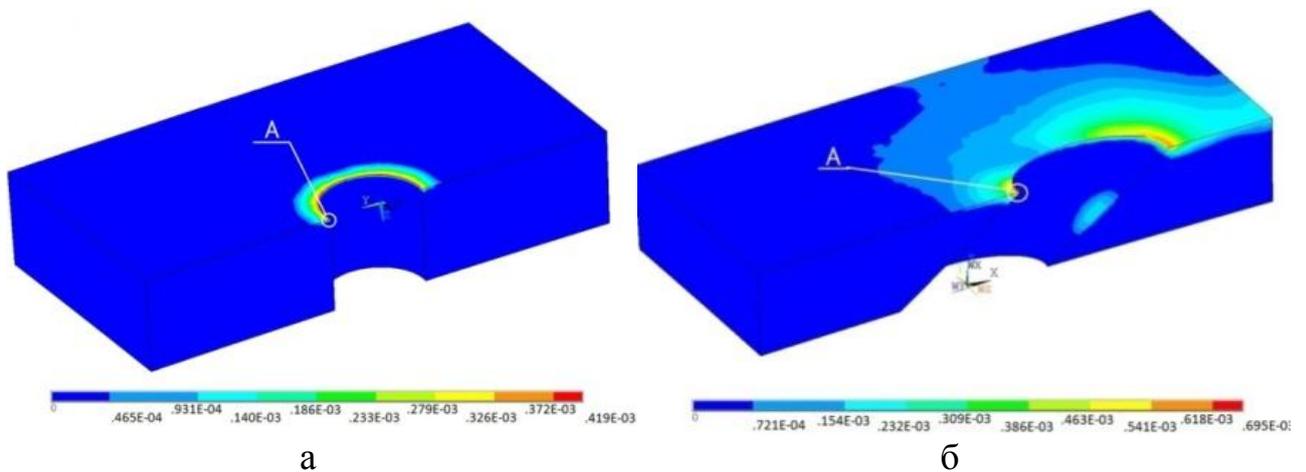


Рис. 4.35

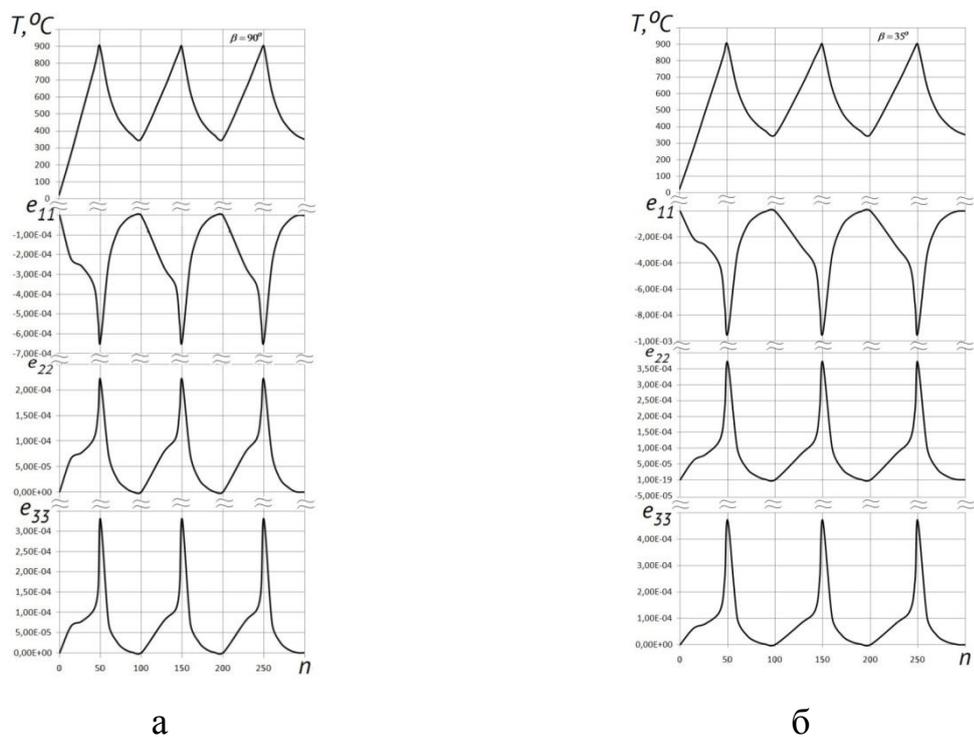


Рис. 4.36

На рис. 4.37 – 4.40 для наиболее нагруженной зоны (точка А на рис. 4.35) приведены петли циклического гистерезиса для десяти циклов термоциклического нагружения по режиму $T_{\min} \leftrightarrow T_{\max} = 350 \leftrightarrow 900^{\circ}C$ и двух углов наклона каналов $\beta = 90^{\circ}$ и $\beta = 35^{\circ}$: $\sigma_{11} \sim e_{11}$ (рис. 4.37), $\sigma_{22} \sim e_{22}$ (рис. 4.38), $\rho_{11}^p \sim e_{11}^p$ (рис. 4.39) и $\rho_{22}^p \sim e_{22}^p$ (рис. 4.40) соответственно, рассчитанные по программе «EXPMODEL» [20].

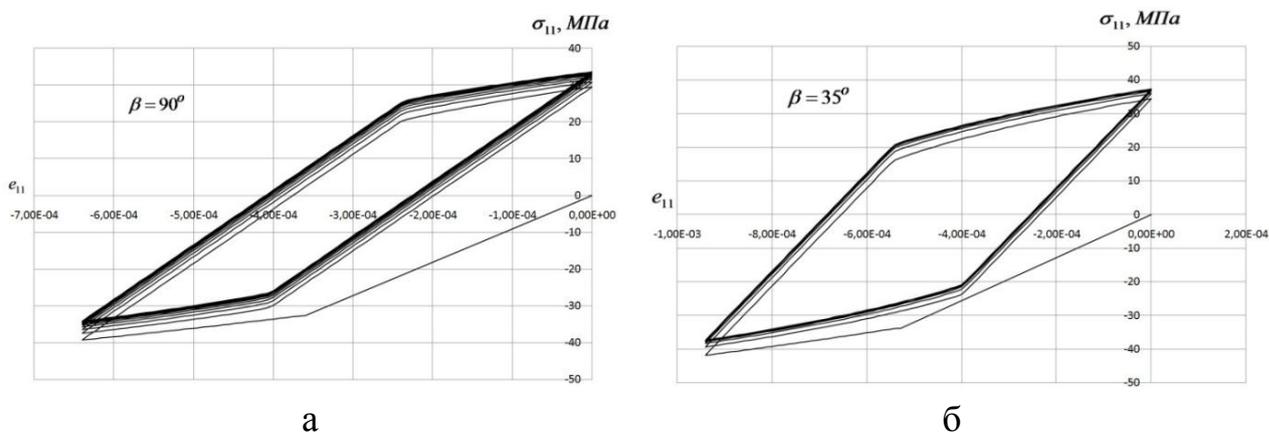
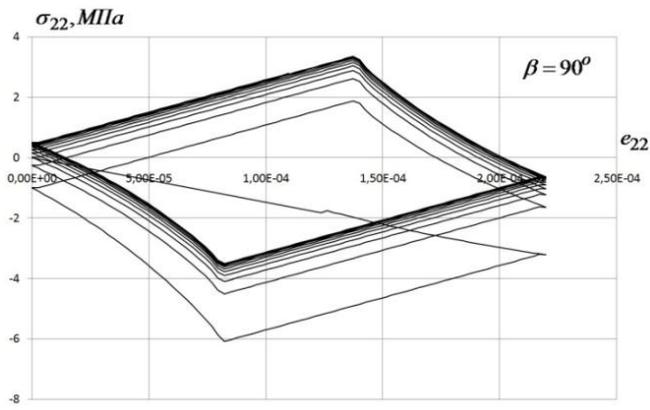
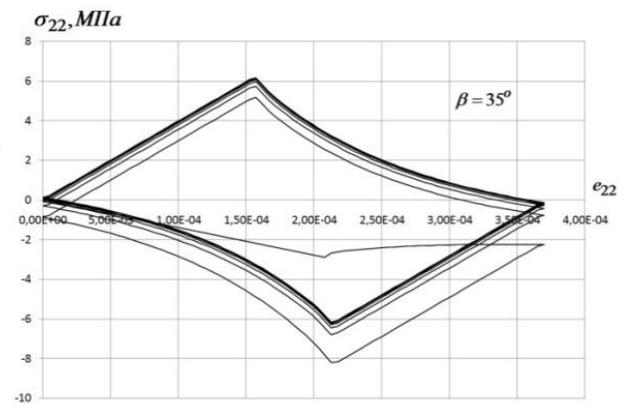


Рис. 4.37

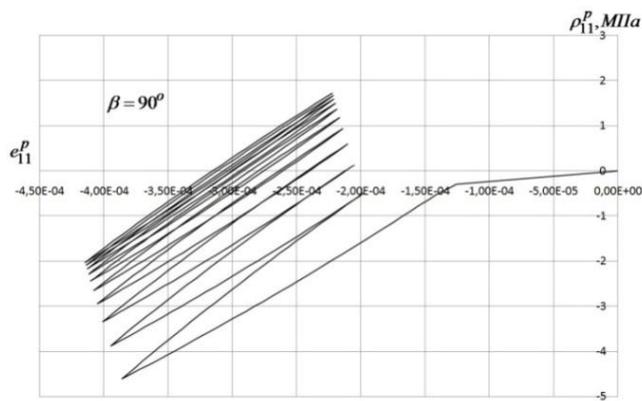


а

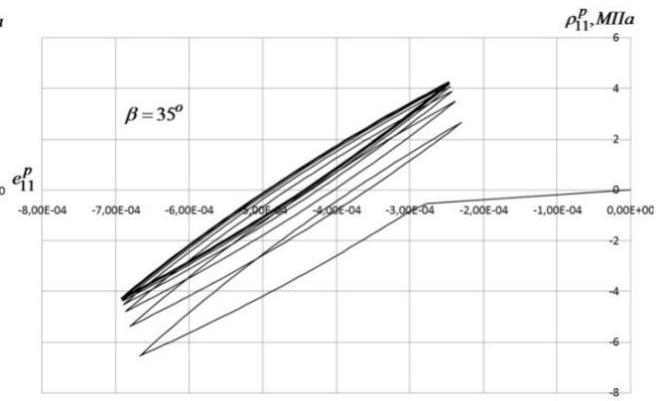


б

Рис. 4.38

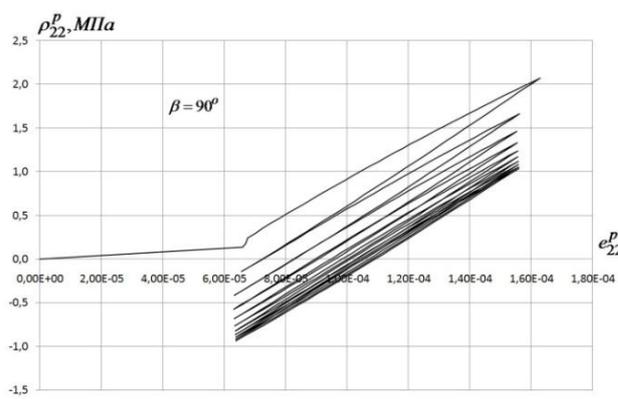


а

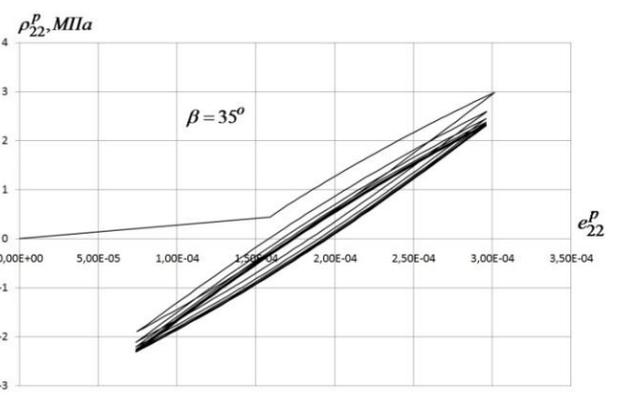


б

Рис. 4.39



а



б

Рис. 4.40

На рис. 4.41 для точки А показаны траектории нагружения (зависимости компонент тензора напряжений $\sigma_{11} \sim \sigma_{22}$) для двух углов наклона охлаждающих каналов. Вид графиков (рис. 4.37–4.41) показывает наличие вращения главных площадок тензоров напряжений и деформаций и несоосность тензоров напряжений, микронапряжений, полных и пластических деформаций.

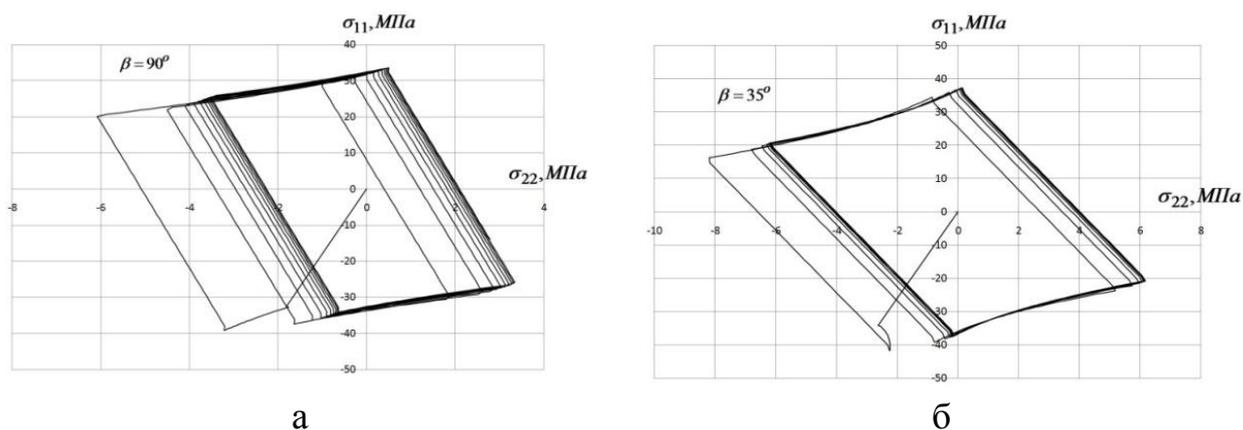


Рис. 4.41

Интегрирование эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений (2.18) в точке А материала позволяет исследовать влияние угла наклона охлаждающих каналов на термическую усталость модели жаровой трубы камеры сгорания. Численные результаты сравнивались с имеющимися опытными данными [9].

Результаты расчётов и их сравнение с имеющимися опытными данными приведены на рис. 4.42 и в табл. 4.21.

На рис. 4.42 показана зависимость величины повреждённости ω от числа циклов нагружения для двух углов наклона перфорированных отверстий.

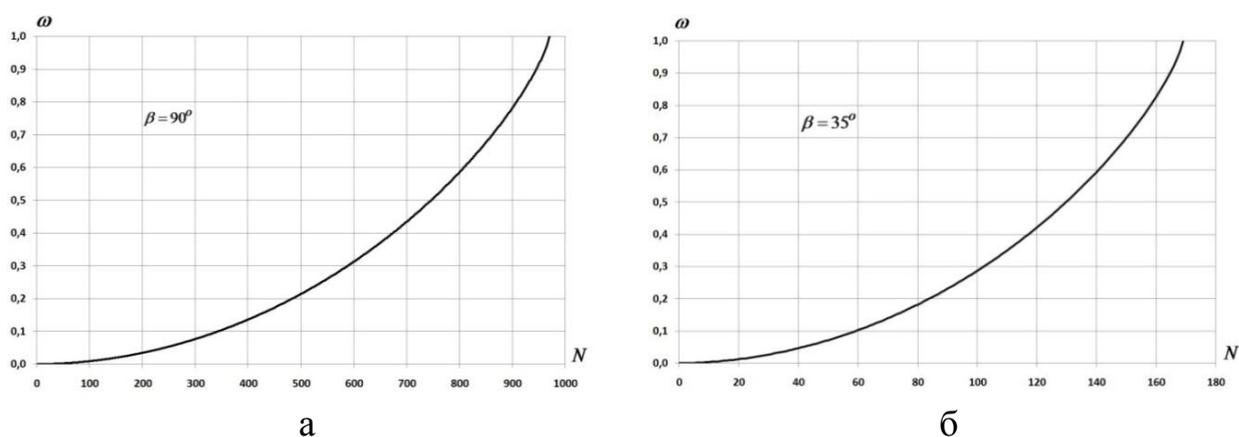


Рис. 4.42

В табл. 4.21 приведено число циклов до разрушения, полученное опытным и расчётным путём, для двух углов наклона охлаждающих каналов. Видно качественное и необходимое для проведения инженерных расчётов количественное совпадение опытных и расчётных данных.

Таблица 4.21 – Экспериментальная и расчетная термоциклическая долговечность модельных образцов

Угол наклона оси каналов	Число циклов до разрушения (термоциклическая долговечность) N (эксперимент)						Среднее значение числа циклов до разрушения $N_{ср}$ (эксперимент)	Число циклов до разрушения N (расчёт)
	983	576	851	950	765	1431		
$\beta = 90^\circ$	983	576	851	950	765	1431	926	972
$\beta = 35^\circ$	200	117	174	194	156	292	189	170

Таким образом, сравнение численных и экспериментальных результатов термоциклической долговечности моделей жаровых труб камер сгорания авиационных ГТД с различными углами наклона охлаждающих каналов в условиях неодноосного напряжённого состояния позволяет сделать вывод о достоверности определяющих соотношений модели МПС Ю.Г.Коротких (2.1) – (2.22) для расчета процессов циклического упругопластического

деформирования и накопления усталостных повреждений при комбинированном термомеханическом нагружении.

Заключение

В процессе проведенных исследований получен ряд новых результатов, краткое содержание которых заключается в следующем:

1. Проведена оценка достоверности модели МПС, предложенной Ю.Г. Коротких, и развитых программных средств для расчета процессов циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений путем проведения численных расчётов и сопоставления их результатов с опытными данными и численными результатами, полученными другими исследователями для произвольных сложных траекторий термоциклического деформирования.

2. Показано, что модель МПС Ю.Г. Коротких учитывает:

- зависимость физико-механических характеристик материала от температуры;
- влияние наличия соотношений между скоростями механической и температурной деформацией;
- эффекты сложного нагружения;
- влияние на процессы накопления повреждений объемности напряженного состояния;
- нелинейность накопления повреждений и нелинейность суммирования повреждений при изменении режима деформирования.

3. Проведена верификация определяющих соотношений МПС Ю.Г. Коротких и получены материальные параметры и скалярные функции для ряда жаропрочных сплавов: Nimonic 80A, Haynes188, ВЖ-159 и ряда других конструкционных сплавов.

4. Представлены результаты численных экспериментов по сложному циклическому термомеханическому деформированию жаропрочных сплавов при комбинированном термомеханическом нагружении. Показано, что:

- для изотермических режимов деформирования наблюдается существенное влияние температуры на усталостную долговечность ряда жаропрочных сплавов;

- неизотермическое циклическое деформирование по сравнению с изотермическим приводит к снижению усталостной долговечности;
- механическое непропорциональное деформирование приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с пропорциональным;
- применяемая в работе модель повреждённой среды качественно и с необходимой для практических расчетов точностью количественно описывает процессы изотермического и неизотермического деформирования и накопления усталостных напряжений при комбинированном термомеханическом нагружении др.

5. Проведён анализ кинетики НДС конкретных конструктивных элементов, подверженных воздействию знакопеременного термоциклического нагружения и выполнен на его основе прогноз усталостной долговечности:

- компактного образца с концентраторами, моделирующего работу «корня» сварного соединения труб системы компенсации давления энергетических установок, работающих в условиях нестационарного теплообмена при термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряжённого состояния;
- моделей жаровых труб камер сгорания авиационных ГТД с различными углами наклона охлаждающих каналов.

6. Установлено, что правило линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена-Майнера) при блочном термоциклическом нарушении материалов и конструкций дает ошибку как в неконсервативную сторону, так и в консервативную сторону.

7. Показано, что используемый в диссертационной работе подход к оценке термоциклической долговечности элементов конструкций при сложном нагружении пригоден для разработки на его основе экспертных систем оценки ресурса ответственных инженерных объектов.

Полученные в диссертации деформационные и прочностные свойства жаропрочных сплавов являются необходимым элементом для дальнейшей

оценки ресурсных характеристик элементов конструкций при термомеханических воздействиях. Результаты работы найдут применение при оценке прочности и ресурса элементов ГТД, конструктивных узлов энергетических установок и др.

Список литературы

- 1 Бакиров М. Б., Потапов В. В., Забрусков И. Ю. Безобразцовая неразрушающая оценка старения металла оборудования и трубопроводов АЭС после длительных сроков эксплуатации / Протокол 19-го заседания рабочей группы по модернизации АЭС, 2000.
- 2 Бантхья, Мукерджи Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жёсткого типа // Теоретические основы инженерных расчетов. 1985. №4. С. 54–60.
- 3 Бобырь, Н.И. Обобщенная модель повреждаемости конструкционных материалов при сложном малоцикловом нагружении / Н.И. Бобырь // Проблемы прочности. –1982. – № 5. – С. 112 – 121.
- 4 Боднер, Линдхолм. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Теоретические основы инженерных расчетов. 1976, №2. С. 51 –8.
- 5 Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1984. – 360с.
- 6 Болотин В.В. Прогнозирование машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312с.
- 7 Бондарь В. С., Фролов А.Н. Математическое моделирование процессов неупругого поведения и накопления повреждения материала при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. 1990, №6. С. 99–107.
- 8 Бычков Н.Г., Лепёшкин А.Р., Першин А.В., Рекин А.Д., Лукаш В.П. Методика испытаний и оценка термоциклической долговечности моделей жаровых труб камер сгорания ГТД с защитными покрытиями с использованием высокочастотного индукционного нагрева // Авиационная техника и технология.–Х., 2004. – №8(16). – С. 158–162.
- 9 Бычков Н.Г., Лепёшкин А.Р., Першин А.В., Рекин А.Д., Лукаш В.П. Исследование термоциклической долговечности деталей с различными

- углами наклона охлаждаемых каналов // Авиационно-космическая техника и технология. 2009. – №10(67). – С. 113–117.
- 10 Волков И.А., Емельянов А.А., Гусева М.А., Волков А.И. Моделирование процесса суммирования повреждений при деградации материала по механизмам усталости и ползучести // Вестник научно-технического развития. № 10 (62), 2014. С. 3–12
- 11 Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.
- 12 Волков И.А., Коротких Ю. Г., Тарасов И. С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // Журнал ПМТФ. Новосибирск: Изд-во Наука, 2009, №5. С. 193–205.
- 13 Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С., Фомин М.Н. Обоснование применимости эволюционного уравнения накопления повреждений для оценки малоциклового усталости металлов. Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник. Вып. 72. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2010. С. 17–24.
- 14 Волков И.А, Коротких Ю.Г. Моделирование процессов усталостной долговечности материалов и конструкций при малоцикловом нагружении // Механика твёрдого тела. Известия РАН. – Москва, 2014. №3. С. 66–78.
- 15 Волков И.А., Коротких Ю. Г., Шишулин Д.Н., Панов В.А. Моделирование процессов накопления усталостных повреждений в конструкционных сталях при блочном малоцикловом нагружении // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. Т. 7, № 1. С. 15 – 22.
- 16 Волков И.А., Казаков А.Д., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Митенков Ф.М., Егунов В.В. Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей с использованием модели деградации, учитывающих усталость

- и ползучесть материала // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, №6. С. 1–14.
- 17 Волков И.А., Коротких Ю. Г., Шишулин Д.Н. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. Т. 3, №3. С. 46–57.
- 18 Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности. – Н. Новгород Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.
- 19 Волков И.А., Казаков Д.А., Коротких Ю. Г. Экспериментально-теоретические методики определения параметров уравнений механики повреждённой среды при усталости и ползучести // Вестник ПНИПУ. Механика. – Пермь, 2012. № 2 С. 30–58.
- 20 Волков И.А., Коротких Ю. Г. Игумнов Л.А., Казаков А.Д., Емельянов А.А., Тарасов И.С., Гусева М.А. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. №. 77 (4). С. 329–343.
- 21 Волков И.А., Коротких Ю. Г., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С. Моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. №. 77 (4). С. 329–343.
- 22 Волков И.А., Коротких Ю.Г. Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Гусева М.А. Моделирование сложного пластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочных сплавах при комбинированном термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. №. 77 (4). С. 329–343.
- 23 Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Оценка усталостной долговечности компактного образца с

- концентраторами при термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряжённого состояния // Проблемы прочности и пластичности. 2016. Вып. 78, № 3. С. 333–349.
- 24 Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Численный анализ термоциклической долговечности моделей жаровых труб с различными углами наклона охлаждающих каналов// Проблемы прочности и пластичности. – 2017. –Вып. 79, № 2. – С. 135-148.
- 25 Волков И.А. Численный анализ откольного разрушения медных пластин при ударном деформировании // ПМТФ.: Новосибирск, 1993. №2. С. 19–24.
- 26 Волков И. А., Коротких Ю.Г., Гусева М.А., Тарасов И.С. Моделирование термопластического деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при комбинированном циклическом термомеханическом нагружении //Материалы VIII: международного научного симпозиума, посвященного 85-летию со дня рождения профессора В.Г. Зубчанинова (Тверь, 9-11 декабря 2015 г.) / Тверь: Тверской государственный технический университет, 2015. С. 156-163.
- 27 Волков И.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Обоснование эволюционного уравнения накопления повреждений при термоциклическом нагружении в условиях сложного напряженного состояния // Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела. Межвузовский сборник научных трудов. Тверской государственный технический университет. – Тверь. – 2017. С. 15–24.
- 28 Вудфорд Д. А. Повреждение при ползучести и концепция остаточной долговечности // Теоретические основы инженерных расчетов. 1979. Т.101, №4. С. 1 - 8.
- 29 Гаруд. Новый подход к расчету усталости при многоосных нагружениях // Теоретические основы инженерных расчетов. 1982. Т.

103, № 2. С. 41–51.

- 30 Гусева М.А., Дудник Ю.Е., Игнатова О.Н., Новиков И.Г., Раевский В.А., Соколов С.С., Чайка Т.И. Упруго-вязко-пластическая модель прочности металлов // Материалы докладов конференции "XX Нижегородская сессия молодых ученых. Естественные, математические науки". – Княгинино: НГИЭУ. – 2015. Стр.174.
- 31 Гусенков А. П., Казанцев А. Г. Прочность при малоцикловом и длительном циклическом нагружении и нагреве // М.:Машиноведение. 1979, № 3. С. 59 – 65.
- 32 Иванова, В.С. Усталостное разрушение металлов / В.С. Иванова. – М.: Металлургиздат, 1963. – 198 С.
- 33 Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности // МТТ. 1967, №3. С. 21–35.
- 34 Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
- 35 Исследование малоцикловой прочности при высоких температурах: Под. ред. С. В. Серенсена. – М.: Наука, 1975.
- 36 Казаков Д. А., Капустин С. А., Коротких Ю. Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций.– Н. Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та. 1999. – 225с.
- 37 Казанцев А. Г. Сопротивление материалов малоцикловой усталости при неизотермическом нагружении // Проблемы прочности. 1983, №7. С. 3-8.
- 38 Капустин С.А. Численное моделирование процессов деформирования конструкций с учётом соотношений механики повреждённой среды // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1990. С. 4–14.
- 39 Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А.. Моделирование нелинейного моделирования и разрушения конструкций в условиях

- многофакторных воздействий на основе МКЭ. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 347с.
- 40 Капустин С.А., Казаков Д.А., Чурилов Ю.А., Галущенко А.И., Вахтеров А.М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести // Проблемы прочности и пластичности. – 2008. – № 70. – С. 98-108.
- 41 Качанов Л. М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 311с.
- 42 Е.В. Киселев, В.Б. Кутьин, В.И. Матюхин, Электрические печи сопротивления. Учебное пособие. Уральский государственный технический университет, Екатеринбург, 2010. 79 с.
- 43 Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984. 624 с.
- 44 Контести, Кайетоб, Леваяян Металлографическое исследование и численное моделирование процесса накопления повреждений при ползучести в образцах с надрезом из нержавеющей стали марки 117-22 SPH // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988, №1. С. 150-162.
- 45 Копьёва О.С., Коротких Ю.Г., Пичков С.Н. Роль различных механизмов деформирования при оценке оборудования АЭС: Учеб. пособие. – Н. Новгород, Изд-во НГТУ. 2006. 98 с.
- 46 Коротких Ю. Г. Описание процессов накопления повреждений материала при неизотермическом вязкопластическом деформировании // Проблемы прочности. 1985 №1. С. 18-23.
- 47 Корум, Сартори. Оценка современной методологии проектирования высокотемпературных элементов конструкций на основе экспериментов по их разрушению // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988, № 1. С. 104 – 118.

- 48 Крайчинович А.П., Сельварий Ю.А. Аналитическая модель разрушения металлов при ползучести // Теоретические основы инженерных расчетов. 1984. Т. 106. №4. С. 101–106.
- 49 Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // Теоретические основы инженерных расчетов. 1985, №1. С. 124-134.
- 50 Лепёшкин А.Р., Бычков Н.Г., Першин А.В. Теплофизические измерения при термоциклировании лопаток газотурбинных двигателей с керамическими покрытиями // Теплофизика высоких температур. 2010, том 48, №5, С. 734–740.
- 51 Макдауэлл. Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1985, №4. С. 98-111.
- 52 Маковкин Г.А. Моделирование циклического упрочнения при блочном непропорциональном деформировании // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Межвуз. сб. – М.: Товарищ, науч. изд. КМК. 1997. С. 62-69.
- 53 Митенков А. М., Кайдалов В. Б., Коротких Ю. Г. и др., Методы обоснования ресурса ЯЭУ. – М.: Машиностроение, 2007. – 445с.
- 54 Митенков Ф.М., Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Панов В.А. Прикладная теория пластичности. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 324 с.
- 55 Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. Изд. второе, Москва, Энергия, 1977. 344 с.
- 56 Мельников Б.Е., Семенов А.С. Энергетическая модель накопления повреждений при малоцикловой усталости // XXI Петербургские чтения по проблемам прочности. К 100-летию со дня рождения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова сборник материалов. 2014. С. 59-61.
- 57 Мруз З. Упрочнение и накопление повреждений в металлах при монотонном и циклическом нагружении // Теоретические основы

- инженерных расчетов. 1983. №2. С. 28–36.
- 58 Мураками. Сущность механики поврежденной среды и её приложение к теории анизотропных повреждений при ползучести // Теоретические основы инженерных расчетов. 1983, №2. С. 44-50.
- 59 Наместникова И.В., Шестериков С.А. Векторное представление параметра поврежденности // Деформация и разрушение твёрдых тел. – М., 1985. С. 43–52.
- 60 Новожилов В. В. О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения // Механика деформируемых тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975. С. 349 – 353.
- 61 Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И., Рыбакина О.Г. Разрыхление и критерий разрушения в условиях ползучести // ДАН СССР. 1983. Т. 270. №4. С. 831–835.
- 62 Пежина. Моделирование закритического поведения и разрушения диссипативного твердого тела // Теоретические основы инженерных расчетов. 1984. Т. 106, № 4. С. 107 – 117.
- 63 Работнов Ю. И. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Изд-во «Наука». Главная редакция ФМЛ, 1966. – 752с.
- 64 Романов, А.Н. Разрушение при малоцикловом нагружении / А.Н. Романов. – М.: Наука, 1988. – 279 С.
- 65 Соболев Н.Д., Егоров В.И., Пирогов Е.Н. Изучение накопления повреждений в условиях неоднородного напряжённого состояния при термоусталостном нагружении // Прочность и деформация материалов в неравномерных физических полях. Вып. II / Сб. статей по ред. проф. д.т.н. Я.Б. Фридмана. МИФИ. М.: Атомиздат, 1968. С. 26 – 33.
- 66 Соси. Модели разрушения при многоосной усталости // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988, № 9. С. 9 – 21.
- 67 Талыпов Г.Б. Пластичность и прочность стали при сложном нагружении – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1968. – 136 с.

- 68 Темис Ю.М. Модель кривой неизотермического циклического деформирования / Ю.М. Темис, А.И. Факеев // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – № 75. – Ч. 1 – С. 5–10.
- 69 Трощенко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 343с.
- 70 Трощенко В. Т., Фомичёв Л. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Проблемы прочности. 1993, № 1. С. 3 – 10.
- 71 Федоров, В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел / В.В. Федоров. – Ташкент: Изд-во ФАИ Узбекской ССР, 1985. – 167 С.
- 72 Чаусов, И.Г. Моделирование кинетики деформирования материала в зоне предразрушения // И.Г. Чаусов, А.З. Богданович // Проблемы прочности – 2003. – №2. – С. 54 – 65.
- 73 Хлыбов А.А., Запекина С.М. Влияние термической усталости на структуру и свойства стали 12Х18Н10Т // Молодежь и XXI век - 2017 материалы VII Международной молодежной научной конференции: в 4 томах. 2017. С. 114-117.
- 74 Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНТИ, 1980. ч. 2. – 152с.
- 75 Шоу Критический обзор критериев механического разрушения / Шоу // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1984. – Т. 106, № 3. – С. 9 – 18.
- 76 ANSYS 12. Training Manual. Release 12.0, 2009.
- 77 Beaver P. W. Biaxial Fatigue and Fracture of Metals: a Review Metals Forum. 1985. vol. 8. p. 14-29.
- 78 Bernard-Connolly M., Biron A., Bue-Quic T. Low-cycle fatigue behaviour and cumulative damage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature // Random Fatigue Life Predictions Asme Publ. 1980. p. 297-302.
- 79 Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // Journal de Mechanique

- et applique. 1983. vol. 2. p. 13 – 32.
- 80 Benallal A., Marquis D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elastoviscoplasticity // *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1987. V.109. P. 326–337.
- 81 Chaboche J. L. Continuous damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation // *Engineering Design*. 1981. vol. 64. p. 233-247.
- 82 Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // *Inter. J. of Plasticity*. – Vol. 5. – No. 3. – 1989. – P. 247–302.
- 83 HAYNES[®] 188 ALLOY. STANDART PRODUCTS by Brand or Alloy Designation H-3001B / Global Headquarters 1020 West Park Avenue, P.O. Box 9013. Kokomo, Indiana 46904-9013 (USA).
- 84 Hulford G. R. Low cycle thermal fatigue. *Mechanics and Mathematical Methods / F Thermal stress II*. Chapter 6. Elsevier Science Publishers B.V. 1987. p. 329 – 428.
- 85 Kalluri S., Bonacuse P.J. An axial-torsional thermomechanical fatigue testing technique / *Preparade for the Symposium on multiaxial fatigue and deformation testing techniques*. Denver, Colorado, may 15. 1995. 25 p.
- 86 Krajcinovic, D. The continuous damage theory of brittle materials / D. Krajcinovic, G.U. Fonseca // *Part I, II, Appl. Mech.* – Vol. 48. – 1981. – P. 809–824.
- 87 Krieg, R.D. A Practical Two Surface Plasticity Theory / R.D. Krieg // *Journal of Applied Mechanics*. – 1975. – V. 42. – P. 641–646.
- 88 Lemaitre, J. Aspect phéno–logique de la rupture par enclommagement / J. Lemaitre, J. L. Chaboche // *Journal de mécanique appliqué*. – 1978. – vol. 2. – P. 317–364.
- 89 Lemaitre J., Chaboche J. Aspect phéno-logique de la rupture par enclommagement // *Journal de mécanique appliqué*. 1978. vol. 2. p. 317 - 364.

- 90 Liang Jin, Pellox R.M., Xie Xishan Thermomechanical fatigue behavior of a nickel base superalloy // Chin. J. Met. Sci. Technol. 1989. V. 5. P. 1–7.
- 91 Savalle S., Caienatd G. Microanureage, micropropagation et endommagement // La Resherche Aerospatiale. 1982. vol. 6. p. 395 – 411.
- 92 Tanaka E., Murakami S. and Ooka M. «Effects of Plastic Strain Amplitudes on Non-proportional Cyclic Plasticity, Acta Mech., Vol. 57, 1985. P. 167-182.
- 93 Tanaka E., Murakami S. and Ooka M. Effects of strain path shapes on nonproportional cyclic plasticity // J. Mech. Phys. Solids. 1985. V. 33. No. 6. P. 559-575.
- 94 Tarasov I.S., Fomin M.N. The numerical analysis of processes elastoplastic of deformation and accumulation of damages to constructional materials (metals and their alloys) at low cyclic weariness. METHODS OF AEROPHYSICAL RESEARCH 15th INTERNATIONAL CONFERENCE. November 1–6, 2010 Akademgorodok, Novosibirsk Russia. P. 123-125.
- 95 Volkov I.A., Egunov V. V., Igumnov L. A, D. A. Kazakov, Yu. G. Korotkikh, and F. M. Mitenkov Assessment of the service life of structural steels by using degradation models with allowance for fatigue and creep of the material // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2015, Vol. 56, No. 6. P. 995–1006.
- 96 Wang J, Chaw C.L. Mixed mode ductile fracture studies with nonproportional loading bazed on continuum damage mechanics // Trans. ASME. J. Eng. Mater. and Technolog. 1989. Vol. 111. № 2. P. 204–209.
- 97 Volkov I.A., Igumnov L.A., Desyatnikova M.A. Defining relations of mechanics of damaged media effected by fatigue and creep // Materials Physics and Mechanics. – 2018. Vol. 36 (1). P. 147 – 153.