На правах рукописи

Derth

Дегтярев Владимир Евгеньевич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И СПИНОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУР РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ А^ШВ^V

Специальность 01.04.10 – Физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ Диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> г. Нижний Новгород, 2018 г.

Работа выполнена на кафедре электроники твердого тела физического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель **Хазанова Софья Владиславовна**, кандидат физикоматематических наук, доцент кафедры электроники твердого тела физического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Официальные оппоненты:

Рожанский Игорь Владимирович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник сектора теории оптических и электрических явлений в полупроводниках Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физикотехнический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Загороднев Игорь Витальевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории № 184 "Методов получения тонких пленок и пленочных структур" Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук

Ведущая организация федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)»

Защита состоится «<u>20</u>» <u>марта</u> <u>2019 г.</u> в <u>14:00</u> на заседании диссертационного совета Д 212.166.01 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23, корп. 3, конференц-зал. С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте **diss.unn.ru/885**.

Автореферат разослан «____» ____ 2019 г. Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.166.01 кандидат физико-математических наук

Марычев Михаил Олегович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Одним из основных направлений развития современной наноэлектроники является создание новых и совершенствование существующих полупроводниковых приборов, основанных на наногетероструктурах. Возможности современных методов технологий роста кристаллов (с точностью до нескольких монослоёв) позволяют осуществить переход к созданию структур пониженной размерности, в которых ярко выражены квантовые эффекты [1]: дискретный энергетический спектр, туннелирование, спин-зависимые явления. Электроника на гетероструктурах находит широкое практическое применение в областях телекоммуникационной и вычислительной техники [2], для создания оптических модуляторов, резонансно-туннельных диодов, а также гетероструктурных транзисторов с высокой подвижностью (НЕМТ), приборов спинтроники.

Полупроводники типа А^шВ^v обладают целым рядом свойств, делающих их привлекательными для создания наногетероструктур. Прямозонность, малая эффективная масса электрона, высокое значение g-фактора создают предпосылки их эффективного применения при конструировании приборов оптоэлектроники, спинтроники, а также транзисторов нового поколения. НЕМТ-транзисторы, в свою очередь, являются основой большинства современных устройств СВЧ электроники [3, 4]. Яркими представителями низкоразмерных структур также являются полупроводниковые нанопроволоки и нанотрубки, вызывающие огромный интерес исследователей благодаря высокой степени локализации носителей заряда в одномерной структуре [5]. Вследствие их высокой чувствительности они могут быть использованы в качестве рабочего элемента полевых транзисторов или электрических сенсоров.

Особенностью современного этапа развития наноэлектронных приборов является усложнение их конструкции для создания качественно новых систем связи с улучшенными характеристиками. Поскольку основные параметры приборов зависят от технологии изготовления, оптимизация дизайна гетероструктур является актуальной задачей и должна сопровождаться теоретическими исследованиями электронных транспортных свойств. Требуемые параметры приборов могут быть достигнуты различными способами, такими как введение дополнительного легирования, использование нанопроволок различной геометрии, управление спиновой степенью свободы. Известно, что введение δ-легированных слоёв вблизи квантовой ямы позволяет существенно повысить концентрацию носителей и проводимость двумерного газа без ухудшения подвижности [3]. Наличие в гетероструктурах тяжёлых элементов и асимметрии потенциала приводит к необходимости учёта спин-орбитального взаимодействия (СОВ), которое лежит в основе множества спин-зависимых явлений. Особое место во многих исследованиях последнего времени уделяется вычислению соотношения между параметрами СОВ Рашба и Дрессельхауза [6, 7], играющих важную роль при рассмотрении спиновых эффектов.

Экспериментальное определение многих энергетических и спиновых характеристик квантово-размерных структур остаётся сложной задачей, так как они сильно зависят от кристаллографической ориентации, геометрии структуры, распределения электронной плотности. Поскольку методики их получения и измерения физических характеристик являются сложными и дорогостоящими, весьма важной является задача развития вычислительного подхода к прогнозированию физических процессов.

Одним из методов неразрушающего контроля гетероструктур является метод вольт-фарадного профилирования [8]. Учитывая, что наличие квантово-размерных слоев качественно меняет вид вольт-фарадных характеристик, для более корректной интерпретации экспериментально полученных зависимостей, полезно их сопоставление с результатами численного моделирования. При этом в литературе достаточно мало данных о расчетах вольт-фарадных характеристик и профилей концентрации для структур, содержащих дельта-легированные слои, хотя информация о подобных зависимостях важна при создании многих приборов.

В литературе присутствует ряд работ, посвящённых теоретическому и экспериментальному исследованию свойств нанопроволок. Ранее анализ электронного газа, образуемого в данных структурах, проводился на основе цилиндрической модели, которая исключает азимутальную неравномерность распределения носителей [9]. В работах, посвященных исследованию структур типа «ядро-оболочка» (англ. core-shell) [10, 11], исключается влияние поверхностных состояний и не учитывается влияние диаметра нанопроволоки и температуры. В данной работе проводится количественный анализ распределения электронного газа в InAs гексагональных нанопроволоках, а также влияние на него поверхностных состояний и геометрии структуры.

В ряде работ [12–17] для вычисления параметров СОВ использовалась процедура усреднения однозонного эффективного гамильтониана по состояниям, полученным в приближении огибающей [18]. В большинстве из них [12–14] акцент делался на вычислении параметров СОВ для самой низкой электронной подзоны в КЯ. Основным преимуществом этого подхода является полуаналитический способ получения выражений для параметров СОВ. Однако в этой процедуре не принимается во внимание ряд эффектов, таких как непараболичность зоны проводимости, наиболее существенных для высших подзон размерного квантования, которые могут быть учтены в рамках модели Кейна. При этом расчётов отдельных вкладов в линейное по волновому вектору СОВ Рашба и Дрессельхауза непосредственно в базисе 8-зонной модели Кейна для структур с произвольным видом потенциала не проводилось.

Таким образом, численное моделирование позволяет проследить корреляцию между технологическими параметрами роста и энергетическим спектром структур с произвольным составом и геометрией. Данные расчёты могут быть полезны как на стадии проектирования (т.е. узнавать важные параметры *a priori*), так и на стадии обработки результатов, позволяя совершенствовать методы управления характеристиками приборов.

Цели и задачи диссертационного исследования

Целями данного диссертационного исследования являются:

• Исследование оптоэлектронных и электрофизических характеристик гетероструктур с одномерным квантовым ограничением на основе разработанного алгоритма согласованного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона.

• Исследование закономерностей образования электронного газа в нанопроволоках и нанотрубках на основе обобщённого алгоритма решения уравнений Шрёдингера и Пуассона. Исследование влияния магнитного поля на энергетический спектр и проводимость данных структур.

• Исследование энергетического спектра в структурах с квантовыми ямами с учётом СОВ. Изучение влияния различных параметров гетероструктуры на соотношение параметров Рашба и Дрессельхауза на основе алгоритма численного решения уравнений шрёдингеровского типа с учётом межзонного взаимодействия.

В задачи диссертационного исследования входит:

1. Разработка алгоритма численного решения согласованных уравнений Шрёдингера и Пуассона для структур с одномерным квантовым ограничением и произвольным профилем состава и легирования. Создание процедур пост-обработки результатов численного моделирования для получения спектров фотолюминесценции, вольтфарадных характеристик, профилей наблюдаемой концентрации.

2. Численный расчёт энергетического спектра, профиля зоны проводимости, вольт-фарадных характеристик, спектра фотолюминесценции для гетероструктур $In_xGa_{I-x}As/GaAs$, содержащих квантовые ямы и δ-легированные слои. Оптимизация технологических режимов получения НЕМТ-структур с целью улучшения электрофизических параметров.

3. Усовершенствование алгоритма численного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона для нахождения характеристик произвольных структур с двумерным квантовым ограничением в продольном магнитном поле.

4. Расчёт энергетического спектра, профилей распределения носителей в нанопроволоках и нанотрубках на основе InAs и InAs/Si в зависимости от геометрических параметров, внешнего напряжения и приложенного магнитного поля.

5. Обобщение разработанного алгоритма дискретизации уравнения Шрёдингера для моделирования многозонных гамильтонианов на основе модели Кейна. Разработка методики извлечения из результатов моделирования параметров спинорбитального взаимодействия для каждой из подзон энергетического спектра.

6. Численный расчёт энергетического спектра квантовых ям на основе гетероструктур $In_xGa_{1-x}As$ /GaAs и $In_xGa_{1-x}Sb$ /GaSb в зависимости от профиля состава и приложенного электрического поля. Анализ соотношения параметров спинорбитального взаимодействия Рашба и Дрессельхауза. Выявление условий возникновения устойчивых спиновых хеликсов (англ. persistent spin helices).

<u>Научная новизна</u>

1. На основе самосогласованного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона развит единый численный подход к анализу электрофизических, оптических, спиновых характеристик гетероструктур различной размерности с учётом межзонного взаимодействия.

2. Методами численного расчёта впервые проведён количественный анализ неравномерности распределения электронного газа в нанопроволоках InAs с гексагональным и треугольным поперечным сечением с учётом свойств поверхности данных структур.

3. На основе 8-зонной модели Кейна и конечно-разностной схемы разработана методика численного расчёта отдельного вклада линейных параметров спинорбитального взаимодействия Рашба и Дрессельхауза в структурах с двумерным электронным газом для произвольной электронной подзоны размерного квантования.

4. Методами численного расчёта получены значения внешнего приложенного электрического поля, соответствующие реализации равенства модулей параметров Рашба и Дрессельхауза в гетероструктуре GaAs/InGaAs/GaAs.

Теоретическая и практическая значимость

Разработанный в ходе работы программный комплекс позволяет решать широкий круг задач численного моделирования для наноструктур. В частности, он позволяет проводить количественный и качественный анализ энергетического спектра гетероструктур на основе полупроводников А^{III}В^V с произвольным профилем состава.

Для двойной туннельно-связанной квантовой ямы получены оптимальные геометрические параметры, позволяющие наблюдать эффекты пространственного переноса. В квантовых ямах с односторонним дельта-легированием показано, что с точки зрения управления двумерным каналом и повышения подвижности, более выгодной является конфигурация структуры КЯ перед дельта-слоем.

Полученные в результате моделирования вольт-фарадные, оптические и энергетические характеристики позволяют связать свойства приборов с технологическими особенностями их роста, решать проблемы диагностики и дизайна приборов современной наноэлектроники.

Результаты анализа закономерностей формирования электронного газа в InAs нанопроволоках реальной формы могут быть использованы при конструировании полупроводниковых приборов и тестовых структур на их основе.

Показано, что прикладывая внешнее электрическое поле в структурах $In_xGa_{I-x}As/GaAs$ (100) возможно управление соотношением параметров Рашба и Дрессельхауза, в частности, равенство модулей параметров $|\alpha_n/\beta_n| = 1$, соответствующее реализации устойчивого спинового хеликса. На практике данное состояние позволяет существенно замедлить процессы спиновой релаксации, что является актуальным для дизайна приборов спинтроники.

Методология и методы исследования

При решении поставленных задач применялись апробированные и известные в литературе методы теории твёрдого тела и численного моделирования: приближение огибающей функции, приближение эффективной массы и **k**·**p**-метод для расчёта спектра гетероструктур. Непосредственный численный расчёт проводился на основе согласованного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона с использованием конечноразностной схемы дискретизации.

Положения, выносимые на защиту

1. Численное моделирование профиля наблюдаемой концентрации носителей заряда в квантово-размерных структурах InGaAs/GaAs с дельта-легированными слоями позволяет скорректировать реальные параметры дельта-слоя, в том числе его положение относительно квантовой ямы.

2. Увеличение диаметра гексагональных нанопроволок InAs приводит к усилению локализации носителей заряда вблизи их рёбер. Вследствие этого зависимость плотности заряда от напряжения, приложенного к грани нанопроволоки, носит ступенчатый характер.

3. В гетероструктурах InGaAs/GaAs (100) для высших электронных подзон размерного квантования параметр Дрессельхауза немонотонно зависит от ширины квантовой ямы.

4. При приложении поперечного электрического поля величиной менее 6 мВ/нм в гетероструктурах InGaAs/GaAs (100) возможна реализация равенства модулей параметров Рашба и Дрессельхауза, что соответствует формированию устойчивых спиновых хеликсов.

<u>Личный вклад автора</u>

Автором совместно с научным руководителем была спланирована разработка физических моделей для численного расчёта. Математическая формулировка численных методов и схем дискретизации, их программная верификация, реализация и непосредственные расчёты проводились автором самостоятельно. Автор внёс основной вклад при обсуждении и публикации результатов работы.

Степень достоверности полученных результатов

Достоверность полученных в ходе работы результатов исследования обеспечивается оптимальным выбором физических моделей для описания свойств исследуемых систем, согласованностью с существующими в литературе экспериментальными, теоретическими и расчётными результатами. Дополнительный вклад в достоверность вносят проведённые процедуры верификации алгоритмов численного моделирования по отношению к аналитическим оценкам и литературным данным.

Правильность результатов и выводов, полученных в работе, также неоднократно подтверждалась при её апробации.

Публикации и апробация результатов работы

Оригинальные результаты по теме диссертационного исследования представлены в 27 основных публикациях, из которых 7 — в рецензируемых научных изданиях [A1-A7], 20 — тезисы докладов по материалам диссертационного исследования на всероссийских и международных конференциях.

Результаты диссертации были представлены автором в период с 2013 по 2018 гг. на семинарах в Национальном исследовательском Нижегородском государственным университете им. Н.И. Лобачевского, Институте Полупроводников и Наноэлектроники им. Петера Грюнберга (PGI-9) Исследовательского центра г. Юлих (Германия), а также доложены на международных и всероссийских научных конференциях, таких как:

• XVIII–XXII Международные симпозиумы «Нанофизика и наноэлектроника», 2014–2018 гг., г. Нижний Новгород

• XIII Российская конференция по физике полупроводников, 2–6 октября 2017 г., г. Екатеринбург,

• XV–XVIII Всероссийские молодёжные конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, 2013–2016 гг., г. Санкт-Петербург

• V Всероссийская конференция и школа молодых учёных и специалистов «Физические и физико-химические основы ионной имплантации», 27-31 октября 2014 г., г. Нижний Новгород

• Объединённая конференция "EP2DS-22 / MSS-18", 31 июля – 4 августа 2017 г., Университет штата Пенсильвания, Юниверсити-Парк, шт. Пенсильвания, США

• Конференция "EMN Bangkok Meeting 2017", 12–16 ноября 2017 г., Бангкок, Таиланд

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка сокращений и условных обозначений, списка работ автора по теме диссертационного исследования, а также списка литературы, содержащего 141 наименование. Объём диссертации составляет 157 страниц, включая 75 рисунков и одну таблицу.

Основное содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы исследования и степень её разработанности. Сформулированы цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, приведены использованные в ходе работы методы исследования и положения, выносимые на защиту.

В Главе 1 приводится обзор существующих и используемых в работе методов исследования низкоразмерных структур. Рассматриваются вопросы диагностики данных структур, применения приборов на их основе и методов их получения. Области применения гетероструктур: опто- и спинтроника, высокочувствительные сенсоры, каналы НЕМТ-транзисторов и пр. Основными методами эпитаксиального роста являются молекулярно-лучевая (МЛЭ) и газофазная эпитаксия. Одним из наиболее распространённых методов получения полупроводниковых нанопроволок и нанотрубок является выращивание монокристаллических нитей под каплей Au или In катализатора.

Далее перечислены основные физические подходы, с помощью которых проводится анализ большинства низкоразмерных структур. Представлены модели решения уравнения Шрёдингера для электронной системы кристалла, такие как приближение эффективной массы и **k**·**p**-метод.

Рассмотрены численные методы, используемые для моделирования энергетического спектра носителей в квантово-размерных структурах. Показаны особенности различных методов получения приближённого решения данных дифференциальных уравнений как с помощью дискретизации координатного пространства (методы конечных разностей, конечных объёмов), так и на основе дискретизации импульсного пространства (с помощью разложения решений в ряд Фурье).

В Главе 2 в рамках метода эффективной массы проводится численный расчёт энергетического спектра и моделирование вольт-фарадных характеристик (ВФХ) для структур с одномерным квантовым ограничением. Проведён расчёт энергетического спектра и ВФХ для КЯ и δ-легированных слоёв с учётом их зависимости от геометрии и технологи роста. Схема расчёта основана на численном решении стационарного одноэлектронного уравнения Шрёдингера, согласованного с уравнением Пуассона:

$$\widehat{H}\Psi(\vec{r}) = \left(\sum_{i,j} \hat{p}_i w_{i,j}(\vec{r}) \, \hat{p}_j + V(\vec{r})\right) \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}),\tag{1}$$

где $w_{i,j}(\vec{r})$ -тензор обратной эффективной массы, $\Psi(\vec{r})$ – плавная огибающая волновой функции (ВФ), $V(\vec{r})$ – потенциальная энергия, определяемая разрывом зон и распределением электростатического потенциала: $V(\vec{r}) = \Delta E_C(\vec{r}) - e\varphi(\vec{r})$.

$$\sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i} \varepsilon(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial x_j} \varphi(\vec{r}) = -\frac{e}{\varepsilon_0} \left(p(\vec{r}) - n(\vec{r}) + N_d(\vec{r}) \right), \tag{2}$$

где *n*, *p*, *N*_d – концентрации электронов, дырок и ионизованных примесей соответственно. Выражение для концентрации носителей определяется размерностью квантования. Для непосредственного численного решения использован метод Ньютона с конечноразностной дискретизацией уравнений в координатном пространстве.

Таким образом, решение дискретного уравнения Шрёдингера сводится к решению задачи на нахождение собственных векторов и собственных значений эрмитовой матрицы. Для улучшения сходимости уравнений в данной работе используются метод релаксационных коэффициентов и метод ньютоновской линеаризации.

Далее описывается процедура моделирования вольт-фарадных характеристик (ВФХ) для структур для КЯ и б-легированных слоёв. Методика получения ВФХ

и профилей наблюдаемой ("apparent") концентрации состоит в получении вольткулоновской характеристики $Q(V_i)$. После численного дифференцирования данной зависимости $Q(V_i)$, по данным первой и второй производных в соответствии с работой [8], рассчитываются ВФХ и профиль наблюдаемой концентрации:

$$n_{\rm app}\left(x_{\rm app}\right) = \frac{C^3}{e\varepsilon\varepsilon_0 S^2} \left(\frac{\partial C}{\partial V}\right)^{-1}, \quad x_{\rm app} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{C}.$$
 (3)

В работе были исследованы четыре конфигурации взаимного расположения КЯ и δ-слоя (одиночные КЯ и δ-слой, а также системы КЯ / δ-слой с различным поряд-ком следования по отношению к затворному контакту, см. Рис. 1).

Для каждой конфигурации системы были получены ВФХ и профили наблюдаемой концентрации, исследованы зависимости данных характеристик от геометрических параметров (ширина и состав КЯ, величина легирования δ-слоя). Выявлены закономерности поведения профилей при изменении взаимного расположения слоёв и расстояния между КЯ и δ-слоем (Рис. 1а). Получено пороговое значение концентрации легирования δ-слоя, ниже которого его влияние на энергетический спектр КЯ можно не учитывать.

Различие в расположении δ-слоя относительно КЯ влияет на распределение заряда в данной окрестности и может привести к изменению рабочих характеристиках готовых приборов, таких, как подвижность [19]. Наличие встроенного δ-слоя между поверхностью и КЯ ухудшает возможность управления двумерным каналом. Всё вышеизложенное позволяет сделать предположение, что с точки зрения управления зарядом более выгодной является конфигурация КЯ перед δ-слоем.



Рис. 1. Профили наблюдаемой концентрации для структуры, содержащей δ-слой и КЯ для различного взаимного расположения, полученные в результате моделирования (а.) и в эксперименте (б.)

Глава 3 посвящена анализу образования электронного газа в наноструктурах с двумерным квантовым ограничением: квантовых нанопроволоках и нанотрубках InAs. Современные методы молекулярно-лучевой и газофазной эпитаксии позволяют

экспериментально получать нанопроволоки двух типов формы поперечного сечения: правильную шестиугольную (гексагональную) и треугольную. Энергетический спектр нанопроволок описывается одноэлектронным уравнением Шрёдингера в приближении эффективной массы применительно к случаю двумерного квантового ограничения:

$$-\frac{\hbar^2}{2}\sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(w_{i,j}(x,y) \frac{\partial}{\partial x_j} \psi(x,y) \right) + V(x,y) \psi(x,y) = E \psi(x,y), \tag{4}$$

где $w_{i,j}(x, y)$ –тензор обратной эффективной массы в плоскости квантового ограничения. Учёт перераспределения носителей заряда проводится с помощью согласованного с уравнением Пуассона решения уравнения (4).

В разделе 3.2 представлен алгоритм численного решения системы уравнений Шрёдингера и Пуассона с применением конечно-разностной пространственной дискретизации. Для повышения точности расчётов используется преобразование элементарной ячейки дискретной сетки в параллелограмм. Особое внимание уделено процедуре дискретизации двумерного оператора кинетической энергии ввиду его ведущей роли при решении данных уравнений.

Для решения уравнений Шрёдингера и Пуассона приводится алгоритм нахождения концентрации носителей в системе с двумерным квантовым ограничением. При решении уравнения Пуассона используется граничное условие Дирихле, значение потенциала определяется свойствами поверхностных состояний. При концентрации поверхностных состояний (около 10^{12} см⁻²) предполагается наличие пиннинга уровня Ферми, т.е. фиксация его относительного положения на поверхности. Тогда выражение для потенциала имеет вид $\Delta E_C = -e\varphi = E_F - E_b$.



Рис. 2. Профиль распределения концентрации носителей и потенциала в гексагональной нанопроволоке в зависимости от положения уровня Ферми.

Согласно математической модели, исследуемые в данной работе нанопроволоки считаются однородными и бесконечными по длине, без дефектов упаковки, т.е. основные особенности характеристик определяются моделью поперечного сечения. Как было указано выше, наиболее реальными формами поперечного сечения нанопроволок являются гексагональная и треугольная [20–24]. Кристаллическая решётка рассматриваемых структур имеет тип цинковой обманки (сфалерит), что определяет положение краёв зоны проводимости и эффективную массу. Из-за малого поперечного сечения исследуемых структур (40—120 нм), возникает необходимость учёта эффектов размерного квантования. Вследствие симметрии в структурах, имеющих форму правильного многоугольника, происходит двукратное вырождение уровней размерного квантования.

Можно выделить три режима распределения электронной плотности нанопроволоки в зависимости от геометрии и плотности поверхностных состояний. При небольшой (порядка 10^{11} см⁻²) плотности поверхностных состояний профиль зоны проводимости имеет практически плоскую форму (Рис. 2а.). Электроны сосредоточены вблизи центра нанопроволоки, симметрично относительно оси. С увеличением плотности поверхностных состояний растёт электрическое поле, индуцированное положительным зарядом донорных поверхностных состояний. В результате зона проводимости изгибается вниз, одновременно с этим электронная плотность перераспределяется, приобретая цилиндрическую форму (Рис. 2б.). С дальнейшим увеличением плотности поверхностных состояний (при фиксированном уровне Ферми на уровне нейтральности) распределение остаётся цилиндрическим, однако формируются зоны повышенной концентрации электронов вблизи углов поперечного сечения нанопроволоки (Рис. 2в.).

В работе впервые проводится количественный анализ неравномерности углового (азимутального) распределения электронов. Предполагается, что основной причиной наличия угловой зависимости является размерное квантование, благодаря которому возрастает концентрация носителей областей в углах поперечного сечения нанопроволоки. Исследовано влияние диаметра нанопроволоки и положения уровня Ферми на распределение плотности носителей. Показано, что отношение величины электронной плотности в углах сечения к плотности в центре грани нанопроволоки во всех рассматриваемых случаях не превышает 40%. Следовательно, соседние обогащённые электронами угловые области, независимо от свойств и состояния поверхности нанопроволоки, сильно связаны друг с другом. С ростом концентрации донорного легирования распределение концентрации носителей в диапазоне от 5×10^{17} см⁻³ до 2×10^{18} см⁻³ происходит практически полное выпрямление профиля зоны проводимости.

Далее рассчитывается средняя одномерная концентрация нанопроволок по формуле $n_{1D} = 3\sqrt{3}a^2n_{3D}/2$. Линейное поведение электронной плотности (Рис. 3a) определяется требованием электронейтральности нанопроволоки. Влияние температуры на распределение электронной плотности оказывается незначительным для положения уровня Ферми, близкого к уровню нейтральности ($E_F - E_c = 0,16$ эВ). В то же время для положения уровня Ферми ниже этого значения ($E_F - E_c < 0,06$ эВ) происходит более чем 30% увеличение электронной плотности для диапазона температуры 4–300 К. Данный факт можно легко объяснить проявлением эффекта размерного квантования, вызванного изменением формы профиля зоны проводимости. Сопоставление этого результата с экспериментальными данными позволило объяснить характеристики поверхностных состояний [24].

В работе проведено сравнение результатов расчёта характеристик структур с гексагональным и цилиндрическим поперечным сечением. Несмотря на качественные различия энергетического спектра, зависимости одномерной концентрации совпадают с точностью ~5% для описанных и вписанных радиусов цилиндра. Таким образом, как одномерная, так и средняя концентрация носителей определяются площадью поперечного сечения нанопроволоки.



Рис. 3. Одномерная концентрация носителей в зависимости от диаметра поперечного сечения вместе со значением концентрации для цилиндрической формы сечения (а.); средняя концентрация и распределение носителей под влиянием приложенного на грань напряжения (б.).

Далее показано, что прикладывая напряжение к нижней грани нанопроволоки, можно резко менять распределение электронной концентрации в плоскости поперечного сечения. Зависимость средней плотности концентрации от приложенного напряжения (Рис. 3б.) имеет различимые ступенчатые особенности, соответствующие постепенному обеднению нанопроволоки с ростом напряжения. При этом электронная плотность более быстро спадает при обеднении угловых областей.

В разделе 3.7 приведены результаты моделирования спектра нанопроволок и нанотрубок в магнитном поле, приложенном вдоль оси структуры. Для моделирования влияния магнитного поля, приложенного параллельно оси роста структуры, запишем вид оператора кинетической энергии. При симметричной калибровке векторного потенциала часть гамильтониана, соответствующая свободному движению носителей, остаётся неизменной. В то же время слагаемые гамильтониана, соответствующие размерному квантованию, представлены в виде суммы исходного оператора кинетической энергии, параболической потенциальной энергии и оператора проекции момента импульса на ось свободного движения:

$$\hat{T} = \hat{T}_0 - \sum_{\alpha} \frac{e\hbar A_{\alpha}}{2i} \frac{\partial w(x,y)}{\partial x_{\alpha}} + \frac{1}{2i} e\hbar w(x,y) \hat{L}_z + \frac{1}{8} e^2 B^2 w(x,y) r^2$$
(5)

Записывая оператор кинетической энергии и оператор проекции момента импульса $\hat{L}_z = \sum_{\alpha} \left(y \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial y} \right)$ с учётом пространственной дискретизации, переходим к решению дискретного уравнения Шрёдингера.



Рис. 4. Энергетический спектр (а.) и осцилляции проводимости (б.) в магнитном поле для гексагональных нанотрубок.

Результаты расчётов показывают, что осцилляции спектра в исследуемых структурах являются следствием квантовой интерференции (эффект типа Ааронова-Бома). Энергетический спектр нанотрубок, полученный численно, качественно совпадает с аналитическим спектром идеального кольца в магнитном поле [25]. В случае цилиндрической формы нанотрубок [26] спектр носит непрерывный характер, в то время как энергетический спектр нанотрубок с поперечным сечением, образуемым правильным многоугольником, содержит энергетические щели, вызванные азимутальной периодичностью потенциала стенки нанотрубки (Рис. 4а.). Уровни размерного квантования образуют энергетические зоны с количеством уровней, равным количеству углов поперечного сечения. При этом величина энергетических щелей также меняется при изменении числа углов. Используя формулу проводимости Ландауэра [27], сделана оценка проводимости структуры. Проводимость также носит осциляторный характер (Рис. 4б.), причем период осцилляций определяется геометрическими размерами структуры.

Глава 4 посвящена вопросам численного моделирования энергетического спектра с учётом спин-орбитального взаимодействия (СОВ) в структурах с одномерным квантовым ограничением. Для моделирования СОВ используется 8-зонная модель Кейна с конечно-разностной дискретизацией гамильтониана в реальном пространстве. Переходя от объёмного гамильтониана Кейна к двумерному гамильтониану гетероструктуры, получено матричное уравнение шрёдингеровского типа:

$$\begin{pmatrix} \widehat{H}_{8\times8}\left(k_x, k_y, -i\frac{\partial}{\partial z}\right) + \widehat{I}_{8\times8}V(z) \end{pmatrix} \Psi_{n,s}\left(k_x, k_y, z\right) = \\ = E_{n,s}\left(k_x, k_y\right) \Psi_{n,s}\left(k_x, k_y, z\right).$$
(6)

Параметры данного гамильтониана Кейна являются функциями координаты, матричные элементы, содержащие волновое число в направлении квантования преобразуются при помощи процедуры симметризации [28]. Полученная в результате преобразования объёмного гамильтониана матрица дифференциальных операторов дискретизируется при помощи метода конечных разностей. Вследствие дискретизации, граничные условия для ВФ на границе двух материалов соответствуют непрерывности потока скорости, т.е. подобны граничным условиям Бастарда. Таким образом, задача нахождения энергетического спектра и спинового расщепления для рассматриваемых в работе гетероструктур сводится к решению задачи на собственные значения для конечноразностной матрицы.

Одним из нежелательных последствий дискретизации пространства является появление нефизичных быстро осциллирующих состояний (англ. "spurious states"). Данные состояния присутствуют в численном решении задач с многозонными гамильтонианами и формируют дополнительную, «паразитную» долину в решётке «кристалла», образованного узлами дискретной сетки. В данной работе предложен метод устранения данных состояний из решения путём изменения параметра межзонного взаимодействия валентной зоны и зоны проводимости [29].

Показаны результаты моделирования спинового расщепления для одиночных InGaSb/GaSb KЯ. Так как в малой окрестности центра долины (точки Г) спиновое расщепление практически линейно, при описании данных структур можно использовать линейные параметры СОВ Рашба и Дрессельхауза. Основываясь на аппроксимации численного решения двухзонным линейным гамильтонианом, предложена методика определения линейных по **k** параметров СОВ Рашба и Дрессельхауза для каждой подзоны спектра КЯ. Расчёты показывают, что в структурах с одиночной симметричной КЯ InGaAs/GaAs поведение СОВ Дрессельхауза носит нетривиальный немонотонный характер (Рис. 5а.). С помощью дополнительных расчётов методом эффективной массы доказано, что немонотонное поведение обусловлено эффектом проникновения волновой функции в барьерные области вокруг КЯ, а также большим различием значения объёмного параметра Дрессельхауза γ в материалах данной гетероструктуры. Поскольку доля проникновения в барьерные области увеличивается с ростом номера подзоны, эффект более ярко выражен для высших подзон размерного квантования.

В разделе 4.9 изложены результаты расчётов СОВ Рашба и Дрессельхауза для одиночных КЯ кристаллографического направления (100) в однородном электрическом поле, приложенном вдоль направления роста структуры (Рис. 5б.). Так как параметр Дрессельхауза β определяется только размерами КЯ и номером подзоны, меняя электрическое поле можно достигать равенства параметров Рашба и Дрессельхауза $\alpha_i = \beta_i$ [30], что соответствует режиму устойчивого спинового хеликса [31]. Показано (Рис. 5б.), что для гетеросоединения InGaAs/GaAs данный режим может быть реализован для всех подзон размерного квантования при значениях электрического поля, наблюдаемых в эксперименте.



Рис. 5. Зависимость параметра Дрессельхауза от ширины симметричной InGaAs/GaAs КЯ для трёх подзон размерного квантования (а); зависимость параметров СОВ от величины электрического поля (б.)

Основные выводы и результаты работы

1. С помощью алгоритма численного решения уравнений Шрёдингера и Пуассона проведён расчёт энергетического спектра, профиля зоны проводимости, вольт-фарадных характеристик для структур на основе материалов InGaAs/GaAs, содержащих квантовые ямы и δ-легированные слои. Показано, что конфигурация структуры КЯ перед дельтаслоем является более выгодной с точки зрения управления двумерным каналом и повышения подвижности.

2. Исследованы закономерности образования электронного газа в структурах с двумерным квантовым ограничением – InAs гексагональных нанопроволоках и нанотрубках. При помощи алгоритма решения согласованных уравнений Шрёдингера и Пуассона проведено качественное и количественное описание неравномерности азимутального и радиального распределения концентрации носителей в данных структурах. Проведено численное моделирование осцилляций энергетического спектра и проводимости в нанотрубках InAs с произвольным поперечным сечением, возникающих вследствие эффекта типа Ааронова-Бома. Показано, что величина щели энергетического спектра определяется степенью вращательной симметрии структуры.

3. В рамках 8-зонной модели Кейна, используя конечно-разностную схему с дискретизацией в координатном пространстве, проведён расчёт спинового расщепления в квантовых ямах GaAs/InGaAs и InGaSb/GaSb для каждой из подзон размерного квантования. Из анализа величины спинового расщепления получены значения отдельных вкладов линейных по волновому вектору параметров Рашба и Дрессельхауза. Показано, что в структурах GaAs/InGaAs при определённой величине электрического поля возможно равенство параметров спин-орбитального взаимодействия, что является условием формирования устойчивых спиновых хеликсов.

Список основных работ автора по теме диссертации

Статьи, опубликованные в журналах из списка ВАК:

А1. Туннельно-связанные квантовые ямы InGaAs/GaAs: структура, состав и энергетический спектр С.В. Хазанова, Н.В. Байдусь, Б.Н. Звонков, Д.А. Павлов, Н.В. Малехонова, **В.Е. Дегтярев**, Д.С. Смотрин, И.А. Бобров // ФТП, Т. 46, В. 12, 2012 г., с. 1510–1514

А2. Адмиттанс кольцевых диодных структур с квантовыми ямами InGaAs/InAlAs/InP С.В. Тихов, Н.В. Байдусь, А.А. Бирюков, **В.Е. Дегтярев** // ФТП, Т. 46, В. 12, 2012 г., с. 1561–1565

АЗ. Моделирование эффективного профиля концентрации в гетероструктурах InGaAs/GaAs с δ-легированными слоями С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, С.В. Тихов, Н.В. Байдусь // ФТП, Т. 49, В. 1, 2015 г., с. 53–57

А4. Влияние технологических параметров роста на характеристики двойных туннельно-связанных ям InGaAs/GaAs C.B. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Малехонова, Д.А. Павлов, Н.В. Байдусь // ФТП, Т. 49, В. 1, 2015 г., с. 58–62

А5. Влияние пространственного расположения δ-слоя Si на оптоэлектронные свойства гетеронаноструктур с квантовой ямой InGaAs/GaAs H.C. Волкова, А.П. Горшков, С.В. Тихов, Н.В. Байдусь, С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Д.О. Филатов // ФТП, Т. 49, В. 2, 2015 г., с. 145–148

A6. Features of electron gas in InAs nanowires imposed by interplay between nanowire geometry, doping and surface states **V.E. Degtyarev**, S.V. Khazanova, N.V. Demarina // Nature: Scientific Reports, volume 7, 2017, 3411

А7. Влияние электрического поля на соотношение параметров Рашба и Дрессельхауза в гетероструктурах А^шВ[∨] **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.А. Конаков // ФТП, Т. 51, № 11, с. 1462–1467 (2017)

Тезисы докладов конференций:

A8. Оптимизация параметров роста двойных туннельно-связанных квантовых ям InGaAs/GaAs **B.E. Дегтярев**, С.В. Хазанова // Тезисы докладов пятнадцатой всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, 25–29 ноября 2013 г., г. Санкт-Петербург., с. 43

А9. Влияние пространственного расположения δ-слоя Si на оптоэлектронные свойства гетеронаноструктур с квантовой ямой InGaAs/GaAs H.C. Волкова, С.В. Тихов, А.П. Горшков, Н.В. Байдусь, **В.Е. Дегтярев** // Труды XVIII Международного симпозиума «Нанофизика наноэлектроника», 10–14 марта 2014 г., Нижний Новгород, т. 2, стр. 421–422

А10. Моделирование эффективного профиля концентрации в гетероструктурах InGaAs/GaAs с δ-легированныеми слоями С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Байдусь,

С.В. Тихов // Труды XVIII Международного симпозиума «Нанофизика наноэлектроника», 10–14 марта 2014 г., Нижний Новгород, т. 2, стр. 658–659

А11. Влияние технологических параметров роста на характеристики двойных туннельно-связанных ям InGaAs/GaAs C.B. Хазанова, Н.В. Байдусь, **В.Е. Дегтярев**, Д.А. Павлов, Н.В. Малехонова // Труды XVIII Международного симпозиума «Нанофизика наноэлектроника», 10–14 марта 2014 г., Нижний Новгород, т. 2, стр. 660–661

А12. Влияние геометрии наногетероструктур InGaAs/GaAs на оптические и транспортные свойства С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В Байдусь // Сборник тезисов V всероссийской конференции и школы молодых учёных и специалистов «Физические и физико-химические основы ионной имплантации», 27–31 октября 2014, Нижний Новгород, стр. 113–114

А13. Влияние параметров поперечного сечения на энергетический спектр в InAs квантовых нитях **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, Н.В. Демарина // Тезисы докладов шестнадцатой всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике, 24–28 ноября 2014 г., г. Санкт-Петербург., с. 51

А14. Исследование электрофизических и транспортных свойств гетероструктур InGaAs/GaAs с δ-легированием С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Байдусь // Труды XIX международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 10–14 марта 2015 г., Нижний Новгород, т. 2, стр. 691–692

А15. Энергетический спектр электронов в InAs квантовых нитях с поперечным сечением реальной формы С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Демарина // Труды XIX международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 10–14 марта 2015 г., Нижний Новгород, т. 2, стр. 693–694

А16. Особенности электронного газа в нанотрубках на основе InAs **В.Е. Дегтярев**, А.В. Еремеев, С.В. Хазанова, Н.В. Демарина // Тезисы докладов XVII Всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто - и наноэлектронике, стр. 94

А17. Численный расчет электронного спектра в нанотрубках на основе InAs С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Демарина, А.В. Еремеев // Труды XX международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 14–18 марта 2016 г., стр. 764–765, Нижний Новгород

А18. Расчет спинового расщепления в гетероструктурах на основе полупроводников АШВV **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.А. Конаков, Ю.А. Данилов // Труды XX международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 14–18 марта 2016 г., стр. 556–557, Нижний Новгород

А19. Численный расчёт спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза в квантовых ямах на основе материалов AIIIBV **В.Е. Дегтярев**, А.А. Конаков, С.В. Хазанова // Тезисы докладов XVIII Всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто - и наноэлектронике, стр. 70 А20. Численный расчёт параметров Рашбы и Дрессельхауза в асимметричных квантовых ямах на основе AIIIBV **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.А. Конаков // Труды XXI международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 13–16 марта 2017 г., стр. 574–575, Нижний Новгород

A21. Электронная проводимость планарных InAs нанопроволок, выращенных на Si C.B. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Демарина // Труды XXI международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 13–16 марта 2017 г., стр. 754–755, Нижний Новгород

A22. SU(2) Symmetric Spin-Orbit Coupling in 2D Electron System: the General Description for Quantum Wells with an Arbitrary Growth Direction A. Kozulin, A. Malyshev, V. Degtyarev, S. Khazanova, N. Kirillova, A. Konakov // Joint Conference: EP2DS-22 / MSS-18, Penn State University, Poster Abstract List, July 31–August 4 2017, p. 113

А23. Спиновые хеликсы в двумерных полупроводниковых системах А.С. Козулин, А.И. Малышев, **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.А. Конаков // Тезисы докладов XIII Российской конференции по физике полупроводников, 2017 г., с. 273, Екатеринбург

A24. Formation of Persistent Spin Helices in Semiconductor Quantum Wells with an Arbitrary Growth Direction A.S. Kozulin, **V.E. Degtyarev**, A.I. Malyshev, S.V. Khazanova, D.M. Artamonov, A.A. Konakov // EMN Bangkok Meeting 2017, Program and Abstract, November 12–16, p. 13, Bangkok, Thailand

А25. Спин-орбитальное взаимодействие в полупроводниковых квантовых ямах с произвольным направлением роста Д.М. Артамонов, А.Р. Зайнагутдинов, Д.А. Кулаков, **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.А. Конаков // Труды XXII международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 12–15 марта 2018 г., Т. 2, стр. 544, Нижний Новгород

А26. Расчет параметров Рашба и Дрессельхауза в InGaAs/GaAs квантовых ямах конечной глубины **В.Е. Дегтярев**, С.В. Хазанова, А.С. Белов, А.А. Конаков // Труды XXII международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 12–15 марта 2018 г., Т. 2, стр. 580–581, Нижний Новгород

А27. Моделирование спектра фотолюминесценции глубоких InGaAs/GaAs квантовых ям с учетом деформации в эпитаксиальных слоях С.В. Хазанова, **В.Е. Дегтярев**, Н.В. Байдусь, Н.Н. Григорьева // Труды XXII международного симпозиума «Нанофизика и Наноэлектроника», 12–15 марта 2018 г., Т. 2, стр. 799–800, Нижний Новгород

Список цитируемой литературы

1. Физика низкоразмерных систем / А.Я. Шик, Л.Г. Бакуева, С.Ф. Мусихин, С.А. Рыков. -СПб.: Наука, 2001. - 160с.

2. J. Kavalieros, B. Doyle, S. Datta et al. // Symposium on VLSI Technology. 50–51. 10.1109 (2006).

3. И.С. Васильевский, Г.Б. Галиев, Е.А. Климов и др. // ФТП, , т. 42, в. 9, с. 1102-1109 (2008)

- 4. Г.Б. Галиев, И.С. Васильевский, Е.А. Климов и др. // ФТП, т. 40, в. 12, 2006
- 5. Lieber, Ch. M. // MRS Bulletin 36, 1052 (2011).
- 6. L. Wissinger, U. Rössler, R. Winkler et al. // Phys. Rev. B 58, 15375 (1998).
- 7. P.J. Simmonds, S.N. Holmes, H.E. Beere et al. // J. Appl. Phys. 103, 124506 (2008).
- 8. A.N. Petrovskaya and V.I. Zubkov // Semiconductors 43, 1328 (2009).
- 9. Ö. Gül, N. Demarina, Ch. Blömers et al. // Phys.rev. B. vol. 89, no. 4. P. 045417. (2014)
- 10. A. Bertoni, M. Royo, F. Mahawish, G. Goldoni // Phys. Rev. B 84, 205323 (2011). .
- 11. B. M. Wong, F. Léonard, Q. Li, G.T. Wang // Nano Lett. 11, 3074 (2011).
- 12. P. Pfeffer, W. Zawadzki // Phys. Rev. B 52, R14332 (1995).
- 13. P. Pfeffer // Phys. Rev. B 55, R7359 (1997).
- 14. P. Pfeffer, W. Zawadski // Phys. Rev. B, 59, R5312 (1999).
- 15. E. Bernardes, J. Schliemann, M. Lee et al. //Phys. Rev. Lett. 99, 076603 (2007).
- 16. R.S. Calsaverini, E. Bernardes, J.C. Egues, and D. Loss. // Phys. Rev. B78, 155313 (2008).
- 17. J. Fu and J.C. Egues. // Phys. Rev. B 91, 075408 (2015).
- 18. M.I. D'yakonov, V.Yu. Kachorovskii // Sov. Phys. Semicond., 20, 110 (1986).
- 19. С.В. Хазанова, В.Е. Дегтярев, С.В. Тихов, Н.В. Байдусь // ФТП, Т. 49, в. 1, с. 53–57 (2015)
- 20. Ch. Blömers, T. Grap, M.I. Lepsa, et al. // Appl. Phys. Lett. 101, 152106 (2012)
- 21. C. Blömers, T. Rieger, T. Grap et al. // Nanotechnology 24, 325201 (2013)

22. T. Rieger, D.A. Gruetzmacher, M. Lepsa // Physica Status Solidi/Rapid Research Lett. 7, 840 (2013)

23. K.P. Sladek Realization of III-V semiconductor nano structures towards more efficient (ot-po-) electronic devices // Phd. Thesis RWTH Aachen (2013)

24. V.E. Degtyarev, S.V. Khazanova, N.V. Demarina // Nature: Scientific Reports, volume 7, Article number: 3411 (2017)

25. A. Lorke, R.J. Luyken, A.O. Govorov et al. // Phys Rev. Lett. 84(10), 2223 (2000)

26. N.V. Demarina, M.I. Lepsa, D.A. Gruetzmacher, InAs Nanowires with surface states as building blocks for tube-like electrical sensing devices. In Future Trends in Microelectronics: Frontiers and Innovations; John Wiley & Sons, Inc., 2013; P. 351.

- 27. S. Datta Quantum Transport: Atom to Transistor // Cambridge University Press (2005)
- 28. B.Laikhtmana, S. Suchalkinb and G. Belenky // Superlattices and Microstructures, 111 (2017)

29. Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures / G. Bastard // Les Éditions de Physique, 1988

30. B.A. Bernevig, J. Orenstein, S.-C. Zhang. // Phys. Rev. Lett. 97, 236601 (2006).

31. A.S. Kozulin, A.I. Malyshev and A.A. Konakov // J. Phys.: Conf. Ser. 816, 012023 (2017).