На правах рукописи

Азарова Екатерина Сергеевна

Электронные и транспортные свойства периодических и неупорядоченных барьерных структур на основе дираковских материалов

Специальность 01.04.07 — «Физика конденсированного состояния»

ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород 2019 Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (ННГУ).

Научный руководитель Максимова Галина Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической физики физического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского»

Официальные оппоненты:

Кудасов Юрий Бориславович, доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник научно-производственного центра физики (НПЦФ) федерального государственного унитарного предприятия «Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»)

Свинцов Дмитрий Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник — заведующий лабораторией оптоэлектроники двумерных материалов федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ)

Ведущая организация федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева»

Защита состоится <u>27 ноября 2019</u> г. в <u>14.00</u> на заседании диссертационного совета Д 212.166.01 при Нижегородском государственном университете им. Н. И. Лобачевского по адресу: 603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23, корп. 3, конференц-зал. С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского и на сайте **diss.unn.ru**/**952**.

Автореферат разослан «____» ____ 2019 года. Ученый секретарь диссертационного совета Д 212.166.01 кандидат физико-математических наук

Марычев Михаил Олегович

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности темы диссертации

Как известно, к приборам современной микро- и наноэлектроники предъявляются такие требования, как низкое энергопотребление, быстродействие и миниатюризация. Поэтому элементную базу таких устройств должны составлять материалы с высокой подвижностью носителей заряда. В частности, графен, монослой атомов углерода, образующих гексагональную решетку [1–3], обладая определенными преимуществами, проявил себя в качестве кандидата на роль одного из основных материалов микроэлектроники в посткремниевую эпоху.

Графен — это первый истинно двумерный (2D) устойчивый материал, являющийся самым известным из семейства дираковских материалов. Он был получен в 2004 г. в группе А. К. Гейма с помощью метода микромеханического расслоения графита и с момента своего появления обнаружил совершенно уникальные свойства, чем вызвал бурный интерес научного сообщества. Некоторые из характеристик этого материала достигают рекордно высоких значений. Так, при комнатной температуре подвижность носителей в графене $\mu \sim 2 \cdot 10^5$ см² B⁻¹ c⁻¹ [4], а в подвешенном состоянии и при гелиевых температурах достигает значения $6 \cdot 10^6$ см² B⁻¹ c⁻¹. Графен также имеет рекордно высокую теплопроводность κ (от 2000 до 5300 Вт м⁻¹ K⁻¹) и способен выдерживать токи высокой плотности (в миллион раз выше, чем медь) [5]. Он сочетает в себе большую прочность, высокую способность к растяжению, оптическую прозрачность (поглощает лишь 2% света). Но, что еще более важно так это то, что все эти свойства принадлежат одному материалу. Так, например, сочетание проводимости, прозрачности и эластичности может найти применение в гибкой электронике, а прозрачность, непроницаемость и проводимость могут быть использованы при создании прозрачных защитных покрытий. Список таких комбинаций постоянно растет, и возможно какие-то из них приведут к совершенно новым применениям данного материала. Из множества потенциальных применений графена и графеновых структур можно также выделить разработку таких устройств, как транзисторы, почти прозрачные электроды и покрытия, гибкие дисплеи, газовые сенсоры и многое другое.

С другой стороны, интерес теоретиков к графену вызван тем, что низкоэнергетические возбуждения в нем описываются гамильтонианом дираковского типа, так что электроны и дырки оказываются взаимосвязанными. При этом в идеальном графене массовый член в дираковском гамильтониане равен нулю и закон дисперсии квазичастиц становится линейным, а щель между электронной и дырочной зонами исчезает. Таким образом, квазичастицы в этом материале являются безмассовыми дираковскими фермионами (при этом роль скорости света *c* выполняет фермиевская скорость $v_F = c/300$). Это позволяет наблюдать в графене ряд квантовоэлектродинамических эффектов, например, парадокс Клейна [6], или «дрожащее» движение (Zitterbewegung) [7,8]. В рамках одночастичной теории парадокс Клейна заключается в возможности прохождения релятивистского электрона через высокие потенциальные барьеры с вероятностью, близкой к единице. Высота барьеров при этом должна превышать $2mc^2$, для чего необходимы сильные электрические поля: $E \sim 10^{16}$ B/см, что значительно превосходит возможности экспериментальной физики. В графене масса квазичастиц равна нулю, и это ограничение отсутствует. Так, было показано теоретически [9] и подтверждено экспериментально [10], что любой потенциальный барьер является абсолютно прозрачным при нормальном падении на него электронов.

Однако, несмотря на все выдающиеся свойства, использовать графен в микроэлектронике оказалось сложно. И связано это в первую очередь с тем, что для успешного функционирования электронных устройств, например, в транзисторных приложениях, необходима щель в спектре носителей тока, которая у изолированного графена отсутствует. Таким образом, чтобы контролировать транспорт зарядов, необходимо индуцировать запрещенную зону в дираковских точках. Для достижения этой цели было предложено несколько подходов. Один из них реализуется в лентах нанометровой ширины, вырезанных из листа графена, в которых возможное появление щели в спектре обусловлено эффектом размерного квантования. Спектр наноленты зависит от формы ее краев: кресельных (armchair), зигзагообразных (ziqzaq) или смешанного типа [11]. Расчеты электронных свойств графеновых лент, выполненные с помощью теории функционала плотности [12–14], а также результаты работ [15, 16] позволяют утверждать, что ленты с кресельными и зигзагообразными границами должны проявлять только полупроводниковые свойства. В лентах с краями смешанного типа запрещенная зона более сложно зависит от ее ширины и формы краев. Другие способы создания щели базируются на нарушении симметрии, отвечающей за возникновение линейного закона дисперсии, а именно, подрешеточной симметрии в графене. Это реализуется, например, за счет взаимодействия графена с различного рода подложками или химической модификации. Энергетический спектр дираковских электронов в слое графена, эпитаксиально выращенном на подложке SiC был измерен S. Y. Zhou и др. [17], при этом наблюдалось открытие энергетической щели около 260 мэВ. Гидрогенизированный (гидрированный) графен или графан [18–20] тоже является щелевым материалом с запрещенной зоной порядка нескольких эВ. Это 2D материал, в котором каждый атом углерода связан с тремя атомами углерода и одним атомом водорода. Также были предложены другие механизмы для открытия щели в широких листах графена: применение механического напряжения (деформаций) [21, 22], адсорбции атомов и молекул на графеновый слой [23]. Как было показано в работе [24], реализовать конфайнмент безмассовых дираковских частиц на листе графена можно с помощью неоднородного магнитного поля, а также комбинации однородного магнитного поля с электрическим [25, 26].

Интерес научного сообщества вызывают и другие двумерные материалы, которые обладают богатыми спектральными свойствами, что открывает широкие возможности их применения: гексагональный нитрид бора *h*-BN [27], тонкие пленки дихалькогенидов переходных металлов [28], 2D топологические изоляторы, такие, как теллурид (Bi₂Te₃) и селенид (Bi₂Se₃) висмута [29,30] и др. Все эти материалы имеют объемную слоистую структуру со слабым Вандер-Ваальсовым взаимодействием между слоями и сильной ковалентной связью внутри каждого слоя. Кроме того, в последние годы активно изучаются и графеноподобные материалы в частности, силицен [31,32], германен [33,34], фосфорен (см., например, [35]) и 2D гексагональное олово — станен [36, 37]. Близкий родственник графена, силицен, не встречается в природе в свободном состоянии, но наноленты из него были синтезированы на металлических поверхностях. Этот материал имеет слегка изогнутую (low-buckled) гексагональную структуру, так что атомы разных подрешеток находятся в разных плоскостях, перпендикулярно смещенных друг относительно друга. Достаточно сильное, в отличие от графена, спин-орбитальное взаимодействие приводит к открытию щели между валентной зоной и зоной проводимости. А изогнутость структуры, т. е. по сути квазидвумерность силицена, открывает возможность манипулирования шириной запрещенной зоны с помощью перпендикулярного электрического поля, приводящего к неэквивалентности подрешеток. Фосфорен, как и графен, может быть получен методом механического отшелушивания из черного фосфора. Кристаллическая структура фосфорена гексагональная, но не плоская, а «сморщенная» (puckered structure), т. е. отличается высокой степенью анизотропии, что приводит к анизотропии закона дисперсии. Этот материал характеризуется высокой подвижностью носителей при комнатной температуре ($\mu \sim 286 \text{ см}^2 \text{ B}^{-1} \text{ c}^{-1}$), а величина энергетической щели в нем, согласно первопринципным расчетам, колеблется в диапазоне от ~ 1 до 2 эВ [38, 39]. Одним из главных недостатков обсуждаемых графеноподобных материалов является их нестабильность.

Спектр квазичастиц в графене (и других 2D и квази2D гексагональных кристаллах) характеризуется еще одной особенностью — наличием двух неэквивалентных долин [2], т. е. двух минимумов зоны проводимости, что открывает возможность для развития т. н. валлейтроники (valleytronics, от англ. «valley» долина). Эта область графеновой электроники предполагает использование помимо внутренних степеней свободы носителей (заряда и спина) еще и долинной поляризации, также позволяющей записывать информацию в виде «нулей» и «единиц», представленными принадлежностью частиц K или K' долине, и, таким образом, открывает новые возможности для информационных процессов.

Из остальных представителей класса двумерных материалов, о которых говорилось выше, наиболее привлекательными и перспективными на сегодняшний день считаются слоистый нитрид бора и дисульфид молибдена. Кристаллическая структура нитрида бора такая же, как у графена, но заполнена она двумя сортами атомов: бора и азота, что делает этот материал изолятором с шириной запрещенной зоны, составляющей 5,2–6 эВ. В отличие от нитрида бора монослой дисульфида молибдена является полупроводником с запрещенной зоной в 1,8 эВ. На его основе получен фототранзистор, и он используется в биохимических приложениях (более подробно эта тема освещена в обзоре [28]). В последнее время также интенсивно изучаются вертикальные гетероструктуры, состоящие из чередующихся слоев графена и гексагонального нитрида бора (или дихалькогенидов переходных металлов), которые рассматриваются, как одно из основных направлений развития тонкопленочной электроники [40].

Цель и основные задачи

Цель работы состоит в теоретическом исследовании электронных, транспортных и локализационных свойств щелевого графена и других графеноподобных материалов (в частности, силицена) с дираковским спектром. В этой связи решаются следующие задачи:

- 1. Расчет энергетического спектра дираковских частиц в сверхрешетке на основе графена с периодически модулированной энергетической щелью в присутствии внешнего кусочнопостоянного электростатического потенциала;
- 2. Расчет транспортных характеристик (коэффициента прозрачности, кондактанса и фактора Фано) графеновых многобарьерных структур с кусочно-постоянными потенциалом и энергетической щелью. Вычисление обратной длины локализации для неупорядоченных мультибарьерных структур на основе щелевой модификации графена;
- 3. Расчет смещения Гуса-Хенхен электронных пучков в графеновых и силиценовых структурах; определение влияния на сдвиг Гуса-Хенхен щелевого параметра;
- 4. Исследование влияния неоднородностей (дефектов) на электронный спектр и персистентные токи в одномерных кольцах Ааронова-Бома из щелевых дираковских материалов.

Научная новизна диссертации

- 1. Впервые получен электронный спектр дираковских частиц в периодической структуре на основе графена с неоднородной щелью и кусочно-постоянным потенциалом. Обнаружено, что при превышении потенциалом порогового значения в спектре сверхрешетки появляются новые точки Дирака. Найдены координаты дираковских точек в *k*-пространстве, получен закон дисперсии и групповая скорость носителей вблизи этих точек;
- 2. Рассчитаны транспортные характеристики (коэффициент прохождения, кондактанс и фактор Фано) графеновых многобарьерных структур с неоднородной щелью. Впервые получено аналитическое выражение для обратной длины локализации в слабо неупорядоченных щелевых графеновых сверхрешетках, определены условия появления делокализационных резонансов, исследована их устойчивость в зависимости от типа беспорядка и его интенсивности;
- 3. Впервые рассчитан спин- и долинно зависимый сдвиг Гуса-Хенхен в щелевом графене и силицене при отражении электронных пучков от границы неоднородности, а также при прохождении через потенциальный, в т. ч. и ферромагнитный, барьер;

4. Впервые определен энергетический спектр и рассчитаны персистентные токи электронов проводимости в одномерных нанокольцах Ааронова-Бома из щелевых дираковских материалов; выявлено влияние дефектов на электронную структуру и токи.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты выполненного исследования являются важными для понимания особенностей электронного транспорта через различные барьерные структуры на основе щелевых дираковских материалов, для оценки влияния на транспорт неупорядоченности, а также, в ряде случаев, — спиновой и долинной поляризаций носителей. Кроме того, полученные результаты могут быть полезными при анализе функционирования электронных приборов на основе графена и других дираковских материалов (транзисторы, сенсоры, спиновые и долинные сплиттеры...).

Методология и методы исследования

При решении поставленных задач использовался теоретический анализ: решение уравнения дираковского типа для огибающей функции, формализм матрицы переноса, теория возмущений, метод стационарной фазы — а также численные методы.

Положения, выносимые на защиту

- 1. Электронный спектр сверхрешетки на основе графена с *периодически модулированной* энергетической щелью и кусочно-постоянным электростатическим потенциалом становится бесщелевым, начиная с определенного значения приложенного потенциала (являющегося порогом для образования дираковских точек);
- 2. В слабо неупорядоченной многобарьерной структуре на основе щелевой модификации графена с флуктуациями межбарьерной области (или ширины барьера) существуют *точные* (устойчивые к возрастанию степени беспорядка) делокализационные резонансы Фабри-Перо; делокализационные резонансы, обусловленные флуктуациями высоты барьеров, являются *приближеенными*. Для структур с однородной щелью и флуктуирующей высотой барьеров резонансные условия могут быть выполнены при наклонном падении, в то время как в структурах с неоднородной щелью делокализация возможна только для нормально падающих частиц;
- В структурах на основе щелевых дираковских материалов смещение Гуса-Хенхен электронного пучка происходит в условиях не только полного, но и частичного отражения от интерфейса;
- 4. Наличие неоднородности в графеновом (силиценовом) кольце Ааронова-Бома приводит к антикроссингу уровней, следствием чего является сглаженность зависимости персистент-

ного тока от магнитного потока. Во внешнем поперечном электрическом поле персистентный ток неоднородного силиценового кольца не является гладкой функцией магнитного потока. В кольцах Ааронова-Бома из щелевого графена персистентные токи электронов проводимости определяются несколькими *нижними* уровнями зоны вблизи щели и практически не зависят от верхней части спектра, но при высокой степени заселенности зоны не чувствительны к наличию дефекта.

Степень достоверности полученных результатов

Достоверность полученных результатов диссертационного исследования и их обоснованность обеспечивается использованием проверенных методов теоретической физики; выбором внутренне непротиворечивых физических моделей, учитывающих основные свойства исследуемых систем; оптимальным подбором параметров, согласующихся с экспериментальными и расчетными данными, имеющимися в литературе; а также проведением численных расчетов с применением предельных переходов для получения уже известных результатов других авторов в рамках рассматриваемых моделей.

Публикации и апробация результатов работы

Результаты диссертационного исследования опубликованы в 38 работах, среди которых 5 статей [A1-A5] в зарубежных рецензируемых научных журналах, включенных в систему Web of Science, и 33 публикации [A6-A38] в сборниках трудов и тезисов конференций. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

- Международный симпозиум «Нанофизика и наноэлектроника», Н. Новгород (2014–2016, 2018);
- Международная конференция-школа «Материалы нано-, микро-, оптоэлектроники и волоконной оптики: физические свойства и применение», Саранск (2014–2018);
- Международная школа-конференция «Проблемы физики твердого тела и высоких давлений. Идеи и методы физики конденсированного состояния», Сочи (2015);
- Уральская международная зимняя школа по физике полупроводников, Екатеринбург (2016);
- Winter school on Quantum condensed-matter physics, Черноголовка (2017);
- Конференция фонда «Династия», Москва (2014, 2015);
- Школа молодых ученых по физике наноструктурированных и кристаллических материалов, Н. Новгород (2014);

- Всероссийская молодежная конференция «Физика полупроводников и наноструктур, полупроводниковая опто- и наноэлектроника», С.-Петербург (2014, 2017);
- Научные чтения им. академика Н. В. Белова, Н. Новгород (2014);
- Всероссийская школа-конференция «Проблемы физики твердого тела и высоких давлений», Сочи (2016);
- Всероссийская молодежная конференция с международным участием «Актуальные проблемы микро- и наноэлектроники», Уфа (2016);
- Всероссийский молодежный научный форум «Наука будущего наука молодых», Н. Новгород (2017);
- Российская конференция «Графен: молекула и 2D-кристалл», Новосибирск (2019);
- Нижегородская сессия молодых ученых «Естественные и математические науки» (2015–2018).

Результаты работы использовались при выполнении работ по грантам:

- Грант РФФИ 16-32-00712-мол_а (проект «Электронные и транспортные свойства мультибарьерных структур на основе материалов с дираковскими особенностями спектра»; соискатель выступал в роли исполнителя);
- Индивидуальный грант «PhD Student (Аспирант или молодой ученый без степени)» Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (проект «Эффект Гуса-Хенхен в структурах с материалами с дираковскими особенностями электронного спектра»);
- Грант Минобрнауки РФ (задание № 3.2637.2017/4.6) (проект «Наноструктурированные двумерные дираковские и классические материалы: электронные и спиновые структуры; энергетика; оптические свойства»; соискатель выступал в роли исполнителя);
- Грант РФФИ 18-32-00740-мол_а (проект «Магнитозависимые и спин-орбитальные эффекты в низкоразмерных структурах на основе графена и силицена»; соискатель выступал в роли руководителя).

Личный вклад автора

Автором лично, либо в соавторстве при его непосредственном участии, получены численные результаты и аналитические вычисления, представленные в данной работе. Автор диссертации принимал участие в обсуждении и анализе полученных результатов и подготовке работ к печати.

Структура и объем диссетрации

Диссертация состоит из введения, пяти глав (одной обзорной и четырех оригинальных), заключения, списка работ автора по теме диссертационного исследования, библиографического списка, содержащего 228 источников, и трех приложений. Общий объем диссертации составляет 131 страницу, включая 48 рисунков. Список работ автора состоит из 5 статей, опубликованных в рецензируемых научных журналах, и тезисов 33 докладов.

Основное содержание работы

Во Введении обоснованы актуальность и степень разработанности темы диссертационного исследования, сформулированы цель и основные задачи работы, ее новизна, теоретическая и практическая значимость, приведены методы исследования, применявшиеся при решении поставленных задач, и положения, выносимые на защиту. Также представлены сведения о достоверности полученных результатов, их апробации и публикациях. Кроме того, указана информация о личном вкладе автора в получение результатов исследования, о структуре и объеме диссертации.

В **Главе 1** представлен обзор теоретических и экспериментальных работ, касающихся исследований электронных и транспортных свойств структур на основе графена.

В разделе 1.1 обсуждается оптико-графеновая аналогия: показана связь уравнения Дирака, которому подчиняются компоненты волновой функции электронов в графене, с уравнениями Максвелла; продемонстрированы различия в граничных условиях для дираковской волновой функции на границе двух полупространств и для тангенциальных составляющих полей \vec{E} и \vec{H} электромагнитной волны на границе раздела двух диэлектриков. Рассмотрены наиболее яркие явления электронной оптики.

Раздел 1.2 посвящен электронному транспорту в графеновых структурах. В частности, в нем обсуждается парадокс Клейна для безмассовых дираковских фермионов, транспортные характеристики изолированного n-p-перехода, разделяющего электронную и дырочную области в монослойном графене, явление минимальной удельной проводимости и дробовой шум, транспортные свойства многобарьерных графеновых структур, как периодических, так и с беспорядком типа «белый шум».

В разделе 1.3 представлен обзор работ, посвященных сверхрешеткам (СР) на основе графена. Рассмотрены периодические, в основном одномерные, структуры, сформированные в результате приложения к слою графена электростатического потенциала, структуры, образованные периодической последовательностью знакопеременных магнитных барьеров, а также периодической модуляцией массы носителей и скорости Ферми. Кроме того, обсуждаются структуры на основе графена и гексагональных кристаллов, таких как нитрид бора (*h*-BN).

В разделе 1.4 обсуждается оптический эффект Гуса-Хенхен (ГХ) и его электронный аналог в структурах на основе графена. Рассматривается смещение ГХ электронного пучка, отражающегося от плоской границы неоднородности, в частности, p-n-интерфейса. Также обсуждается принципиальная возможность усиления эффекта резонансами пропускания в различных графеновых наноструктурах.

Раздел 1.5 посвящен эффекту Ааронова-Бома (АБ) в графеновых мезоскопических и нанокольцах. Представлен обзор литературных данных о графеновых кольцах разных геометрий и с разными типами границ в присутствии поперечного магнитного поля, как в одночастичном приближении, так и с учетом кулоновского взаимодействия электронов. Приведены сведения об экспериментальных наблюдениях осцилляций кондактанса АБ в графеновых кольцах.

Глава 2 посвящена исследованию электронных свойств дираковских фермионов в графеновой СР, сформированной периодическим распределением внешнего электростатического потенциала V(x) и пространственно-модулированной энергетической щелью $\Delta(x)$, в рамках модели Кронига-Пенни:

$$V(x), \Delta(x) = \begin{cases} V, \Delta & \text{при } a \le x \le l; \\ 0, & \text{при } 0 \le x \le a. \end{cases}$$
(1)

Здесь а – ширина полосок бесщелевого графена в сверхрешетке с периодом l.

В разделе 2.1 методом матрицы переноса получено дисперсионное уравнение

$$\cos(k_0 l) = \cos(k_x a) \cos[q_x (l-a)] + \frac{EV - (\hbar v_F k_x)^2}{(\hbar v_F)^2 k_x q_x} \sin(k_x a) \sin[q_x (l-a)],$$
(2)

где v_F – скорость Ферми, k_0 – блоховский волновой вектор, $k_x = \sqrt{\frac{E^2}{\hbar^2 v_F^2} - k_y^2}, q_x = \sqrt{\frac{(V-E)^2 - \Delta^2}{\hbar^2 v_F^2} - k_y^2}$ – поперечные компоненты волновых векторов квазичастиц вне и внутри барьерных областей CP соответственно.

Энергетический спектр СР, являющийся решением уравнения (2), проанализирован в разделе 2.2. Особое внимание уделено структуре первых двух низкоэнергетических минизон (первой минизоны проводимости и первой валентной минизоны) спектра симметричной сверхрешетки (a = l/2). Обнаружено, что спектр СР на основе графена с модулированной щелью, становится бесщелевым, начиная с порогового значения приложенного потенциала

$$V_c = 2\pi\hbar v_F / l + \sqrt{(2\pi\hbar v_F / l)^2 + \Delta^2}.$$
 (3)

При достижении потенциалом значения $V = V_c$ электронная и дырочная энергетические минизоны соприкасаются в точке $k_0 = k_y = 0$, закрывая минищель: возникает контактная точка (Рисунок 1(a)). Как только электростатический потенциал превышает пороговую величину V_c , щель при $k_0 = k_y = 0$ вновь возникает, но появляются две дополнительные конические дираковские точки, расположенные симметрично на оси k_y (Рисунок 1(б)), которые не исчезают с ростом V. При дальнейшем увеличении потенциала этот сценарий повторяется: при некоторых значениях V, равных

$$V_n = \frac{2\pi n\hbar v_F}{l} + \sqrt{\left(\frac{2\pi n\hbar v_F}{l}\right)^2 + \Delta^2}, \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$
(4)

при $k_0 = k_y = 0$ возникает контактная дираковская точка, а при превышении V_n она исчезает, но возникает пара новых конических точек Дирака.

В разделе 2.3 получен электронный спектр в окрестности дираковских точек. Показано, что вблизи *контактной* точки энергетическая поверхность не является конической и между



Рисунок 1. Энергетические поверхности вблизи (a) контактной точки $k_0 = k_y = 0$ при $V = V_c \approx$ 143 мэВ и (б) конических дираковских точек $k_0 = 0$, $k_y = \pm k_{y1}$ при $V \approx 253$ мэВ, $\Delta = 26, 5$ мэВ.

электронной и дырочной минизонами существует асимметрия. В окрестности *конической* точки энергетическая поверхность представляет из себя наклонный анизотропный конус, степень наклона которого зависит от значения щелевого параметра. Также в данном разделе определены компоненты групповой скорости носителей вблизи дираковских точек. Обнаружена сильная анизотропия скорости частиц.

В разделе 2.4 представлены краткие выводы по гл. 2.

В **Главе 3** исследуются транспортные свойства периодических и неупорядоченных структур с конечным числом прямоугольных барьеров — мультибарьерных структур (МБС) — на основе графена с пространственно неоднородной щелью.

В разделе 3.1 получено выражение для матрицы переноса структуры, состоящей из N графеновых полос с произвольными значениями потенциала V_i и щелевого параметра Δ_i (i = 1, 2, ..., N). Диагональный матричный элемент этой матрицы определяет вероятность прохождения электронной волны через такую структуру.

В разделе 3.2 приведены результаты расчета коэффициента прозрачности T периодических одно- и двухбарьерных структур, а также системы из 30 барьеров ширины d, разделенных межбарьерными областями ширины a. Установлено, что симметричная структура (a = d), сформированная чередованием полос щелевого и бесщелевого графена (1), полностью прозрачна ($T(E_0, \theta_{0m}) = 1$) в условиях формирования в спектре соответствующей сверхрешетки дираковских точек:

$$E_0(V) = \frac{V^2 - \Delta^2}{2V}, \qquad \cos \theta_{0m} = \pi \hbar v_F m/d|E_0|, \qquad m = 1, 2, \dots$$
(5)

При этом число резонансных пиков вероятности прохождения, представленной на Рисунке 2, и их положение, определяемое углом падения частиц θ_0 , не зависят от числа барьеров N и со-



Рисунок 2. Вероятность прохождения T как функция угла падения θ_0 частиц на МБС с a = d = 30 нм для V = 354 мэВ, $\Delta = 50$ мэВ и $E = E_0 \approx 173, 5$ мэВ: N = 1 (штрихпунктирная (синяя) линия), N = 5 (штриховая (красная) линия), N = 30 (сплошная (черная) линия).

ответствуют количеству и положению конических дираковских точек при $k_y > 0$ в спектре соответствующей СР. В то же время, рост N приводит к уменьшению ширины резонансов.

В разделе 3.3 полученные зависимости коэффициента прохождения $T(E, \theta_0)$ используются для расчета в баллистическом режиме кондактанса G (проводимости) и фактора Фано F — показателя дробового шума — для периодических структур на основе щелевого графена. Показано что, как и для бесщелевого графена, возникновение каждой новой дираковской точки в спектре соответствующей СР сопровождается резонансом проводимости и узким провалом фактора Фано. Наличие щелевой фракции в МБС уменьшает величину проводимости между резонансами и проявляется в более сложной зависимости фактора Фано, отличной от псевдодиффузионного поведения F = 1/3, характерного для сверхрешетки на бесщелевом графене.

В разделе 3.4 рассмотрены слабо неупорядоченные графеновые МБС, для которых значение флуктуирующего параметра *s* (например, высоты барьера, его ширины и т. д.) в *n*-й элементарной ячейке может быть представлено в виде $s_n = s(1 + \rho_n)$, где $\rho_n -$ случайные величины с нулевым средним и малой дисперсией $\sigma_s^2 \ll 1$, т. е. $\langle \rho_n \rangle = 0$, $\langle \rho_n \rho_k \rangle = \sigma_s^2 \delta_{nk}$. В этом же разделе приведен метод расчета локализационной длины $L_{loc} = l/\gamma$, где γ – показатель Ляпунова, определяемый коэффициентом прозрачности $T^{(N)}$ *N*-барьерной структуры: $\gamma = -\lim_{N\to\infty} \langle \frac{1}{2N} \ln T^{(N)} \rangle$.

В разделе 3.5 обсуждаются результаты расчета обратной длины локализации в графеновых структурах с беспорядком различных типов. Проводится сравнение аналитических результатов для γ с данными, полученными в результате численного счета.

В подразделе 3.5.1 рассмотрены геометрически неупорядоченные структуры, включая случай возможных корреляций флуктуаций барьерной ширины (d) и межбарьерного расстояния

(а), и рассчитан показатель Ляпунова для них:

$$\gamma_{a,d} = (f^2(E,\theta_0) - 1) \frac{\alpha^2 \sigma_a^2 \sin^2 \beta + \beta^2 \sigma_d^2 \sin^2 \alpha - 2\alpha \beta \sigma_{ad} \sin \alpha \sin \beta \cos \eta}{2 \sin^2 \eta}.$$
 (6)

Здесь $\alpha = k_x a, \beta = q_x d, k_x = \frac{\sqrt{E^2 - \Delta_1^2 - (\hbar v_F k_y)^2}}{\hbar v_F}, q_x = \frac{\sqrt{(E-V)^2 - \Delta_2^2 - (\hbar v_F k_y)^2}}{\hbar v_F}, \sigma_{a,d}$ определяет коррелятор флуктуирующих параметров $\langle \rho_n^a \rho_k^d \rangle = \sigma_{a,d} \delta_{nk}, f = \frac{EV + \Delta_1 \Delta_2 - E^2 + k_y^2 \hbar^2 v_F^2}{k_x q_x \hbar^2 v_F^2}, \eta = k_0 l$ – блоховская фаза, $\Delta_{1,2}$ – щелевой параметр вне и внутри барьерных областей CP соответственно. Показано, что в геометрически неупорядоченных графеновых MBC имеют место делокализационные резонансы Фабри-Перо ($\gamma = 0$). Установлено, что резонансы, связанные с флуктуациями ширины барьера (межбарьерной области) устойчивы к возрастанию степени беспорядка, а эффект корреляций в геометрически неупорядоченных CP проявляется главным образом вблизи точки двойного резонанса: полностью коррелированный беспорядок уменьшает длину локализации, а антикоррелированный приводит к ее возрастанию.

В подразделе 3.5.2 рассчитана и проанализирована обратная длина локализации в МБС с флуктуирующими энергетическими параметрами (потенциал и энергетическая щель). Показано, что делокализационные резонансы, обусловленные энергетическим беспорядком, являются приближенными в отличие от резонансов Фабри-Перо (т. е. разрушаются с ростом величины беспорядка). Установлено, что для неупорядоченных сверхрешеток из чередующихся слоев щелевого и бесщелевого графена при флуктуациях барьерной высоты или щелевого параметра делокализация возможна только для нермально падающих частиц.

В разделе 3.6 сформулированы краткие выводы по гл. 3.

Как известно, оптический эффект Гуса-Хенхен состоит в продольном смещении отраженного луча вдоль границы неоднородности в условиях полного внутреннего отражения. Предмет исследования Главы 4 — электронный аналог этого эффекта в силицене, возникающий как при отражении от границы, так и при прохождении пучка электронных волн через область неоднородности. Полученные результаты применимы также к структурам из других дираковских материалов, в том числе щелевой модификации графена.

В разделе 4.1 обсуждаются гамильтониан и выбор параметров для рассматриваемых систем.

В разделе 4.2 излагается метод и результаты расчета смещения ГХ при отражении электронного пучка от интерфейса, разделяющего силиценовые (или графеновые) структуры, характеризуемые различными параметрами щели и наличием потенциала. Величина смещения (которое при этом может быть положительным или отрицательным) составляет несколько фермиевских длин волн. Установлено, что в щелевой графеновой структуре смещение ГХ является долинно-зависимым. Для силиценовых структур возникает также зависимость от спиновой поляризации вследствие связи долинных и спиновых степеней свободы (Рисунок 3). Впервые обнаружено, что в структурах на основе щелевых дираковских материалов смещение пучка

15



Рисунок 3. Угловая зависимость сдвига ГХ в силицене для электронов, принадлежащих *К*долине (жирные линии) и *К'*-долине (тонкие линии) с проекцией спина «вверх» (сплошные (синие) линии) и «вниз» (штриховые (красные) линии) при $\lambda_{so} = 3,9$ мэВ, V = 11,7 мэВ, $elE_{z1} = 0, elE_{z2} = 1,8\lambda_{so}$ для энергии E = 7,3 мэВ.

происходит в условиях не только полного, но и частичного отражения от интерфейса, т. е. при углах падения, меньших значения θ_c , отвечающего условию полного внутреннего отражения,

$$\theta_c = \arcsin\sqrt{\frac{(E-V)^2 - \Delta_2^2}{E^2 - \Delta_1^2}},\tag{7}$$

где $\Delta_{1,2}$ – щель по разные стороны от границы неоднородности (для структуры, представленной на Рисунке 3, $\theta_c \approx 28, 8^\circ$).

В разделе 4.3 приведены результаты расчета и анализ смещения ГХ при прохождении электронного пучка через потенциальный, в том числе ферромагнитный, барьер в силицене (или графене); обсуждается возможность усиления эффекта ГХ по сравнению со случаем отражения от единичной границы. Показано, что в рассматриваемом случае латеральное смещение имеет выраженный резонансный характер: на резонансах прохождения Фабри-Перо сдвиг ГХ значительно увеличивается (вплоть до сотен фермиевских длин волн) и зависит от параметров структуры. В частности, абсолютное резонансное значение сдвига увеличивается с ростом щелевого параметра внутри барьера. Присутствие ферромагнетика, например, EuO, в барьерной области приводит к зависимости эффективной высоты барьера от проекции спина. Это приводит к тому, что смещение ГХ становится спин-поляризованным в графене, а при наличии поперечного электрического поля, спин- и долинно поляризованным в силицене. Соответственно, параметры структуры можно подобрать таким образом, чтобы для электронов, принадлежащих одной из долин и имеющих определенную проекцию спина, сдвиг был наибольшим.

В разделе 4.4 перечислены краткие выводы по гл. 4.

В Главе 5 рассчитаны и исследованы электронный спектр и равновесные (персистентные) токи (ПТ) в одномерных графеновых или силиценовых кольцах, пронизанных магнитным потоком Ф. Рассмотрено влияние дефектов (неоднородностей) кольца на эти характеристики. В разделе 5.1 найдены волновые функции и спектр энергий массивных дираковских фермионов в идеальном кольце Ааронова-Бома. В единицах $\hbar v_F/R$ (R – радиус кольца) соответствующие собственные энергии периодичны по потоку $\phi = \Phi/\Phi_0$ с периодом 1 и равны

$$E_j^{(\pm)}(\phi) = \pm \sqrt{\Delta^2 + (j+\phi)^2},$$
(8)

где $j = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \ldots, \Phi_0 = h/e$ – квант магнитного потока. Для силиценового кольца в присутствии электрического поля E_z щелевой параметр Δ зависит от произведения долинного η и спинового *s* индексов, так что (8) представляет две группы уровней $E_{j,\eta s}$ (отвечающих значениям $\eta s = 1$ и $\eta s = -1$), которые показаны на Рисунке 4(а) сплошными и пунктирными



Рисунок 4. (а) Зависимость от магнитного потока одноэлектронных уровней (E > 0) для силиценового кольца в электрическом поле $elE_z = 0, 2\lambda_{so}$: $\eta s = 1$ (сплошные линии), $\eta s = -1$ (пунктирные линии), что соответствует щелевым параметрам $\Delta(\eta s = 1) = -0, 44$ и $\Delta(\eta s = -1) = 0, 655$. (б) Персистентный ток для различного числа электронов N, локализованных на нижних уровнях, в зависимости от магнитного потока (для перехода к размерным единицам необходимо умножить $J(\phi)$ на $ev_F/(2\pi R)$). Пунктирные горизонтальные линии показывают нулевой ток в каждом случае.

линиями. Соответствующий термодинамически равновесный (персистентный) ток кольца имеет ступенчатые особенности (Рисунок 4(б)), которые возникают при потоках, соответствующих точкам кроссингов энергетических уровней.

В разделе 5.2 рассмотрено влияние одиночного дефекта на электронный спектр и ПТ.

В подразделе 5.2.1 исследованы электронные состояния в одномерном графеновом кольце. Показано, что наличие дефекта приводит к антикроссингу энергетических уровней. Изучено поведение спектра в зависимости от углового размера дефекта и величины характеризующего его потенциала.

Подраздел 5.2.2 посвящен расчету персистентного тока в графеновом кольце. Показано,

что из-за антикроссингов уровней ПТ уменьшается и сглаживается его зависимость от магнитного потока.

В то же время для неоднородного кольца из силицена в электрическом поле E_z , как показано в подразделе 5.2.3, на кривых зависимости $J(\phi)$ присутствуют как сглаженные, так и резкие ступени.

Раздел 5.3 посвящен изучению влияния заполнения зоны проводимости на эффект AB в одномерном кольце. Показано, что в кольце из щелевого графена, в противоположность полупроводниковому кольцу и структуре из идеального графена, ПТ определяется несколькими *нижними* уровнями зоны вблизи щели и практически не зависит от верхней части спектра. Обнаружено, что персистентные токи электронов проводимости в дираковском кольце при высокой степени заселенности зоны не чувствительны к наличию дефекта.

В разделе 5.4 изучены кольца с множеством упорядоченно расположенных идентичных дефектов и дефектов, потенциалы которых меняются случайным образом. Показано, что наличие одинаковых N_d дефектов, приводит к формированию энергетических подзон из N_d минизон, отвечающих различным значениям блоховского волнового вектора. Неупорядоченное (случайное) изменение высоты барьеров, моделирующих серию дефектов на кольце, из-за потери вращательной симметрии ведет к антикроссингу уровней и к уменьшению амплитуды персистентных токов.

В разделе 5.5 можно ознакомиться с выводами по гл. 5.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

В Приложении А приведен подробный вывод диагонального матричного элемента матрицы переноса структуры, состоящей из N графеновых полос с произвольными значениями потенциала V_i и щелевого параметра Δ_i (i = 1, 2, ..., N).

В **Приложении Б** изложены детали вывода аналитического выражения для обратной длины локализации в слабо неупорядоченных МБС, как в случае независимых флуктуаций параметров, характеризующих структуру, так и с учетом их корреляций.

В **Приложении В** получено дисперсионное уравнение для расчета спектра графенового кольца Ааронова-Бома с несколькими различными дефектами.

Заключение

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

- 1. Показано, что электронный спектр сверхрешетки на основе графена с кусочно-постоянными энергетической щелью и потенциалом становится бесщелевым, начиная с определенного значения приложенного потенциала, являющегося порогом для образования дираковских точек. При этом энергетическая поверхность вблизи контактной дираковской точки (возникающей только при определенных значениях потенциала) не является конической, а между электронной и дырочной минизонами существует асимметрия. В окрестности конической точки энергетическая поверхность представляет из себя наклонный анизотропный конус, степень наклона которого определяется значением щелевого параметра;
- 2. Установлено, что, как и для бесщелевого графена, появление каждой новой дираковской точки в спектре сверхрешетки на основе графена с модулированной щелью сопровождается резонансом проводимости и узким провалом фактора Фано;
- 3. Для слабо неупорядоченных многобарьерных структур на основе графена с постоянной или модулированной щелью получено аналитическое выражение для обратной длины локализации. Показано, что в геометрически неупорядоченных структурах существуют *точные*, т. е. устойчивые к возрастанию степени беспорядка, делокализационные резонансы. В структурах, в которых беспорядок обусловлен малыми флуктуациями высоты барьеров, делокализационные резонансы являются *приближенными*;
- Показано, что для однородных структур при флуктуациях высоты барьеров резонансные условия могут быть выполнены при произвольных углах падения, в то время, как в структурах с пространственно-неоднородной щелью делокализация возможна только для нормально падающих частиц;
- 5. Исследован электронный аналог оптического эффекта Гуса-Хенхен в структурах на основе щелевого графена (или силицена). Обнаружено, что в структурах на основе щелевых дираковских материалов смещение электронного пучка происходит в условиях не только полного, но и *частичного* отражения от границы неоднородности;
- 6. Установлено, что продольный сдвиг электронного пучка в условиях резонансного прохождения через барьер увеличивается с ростом щелевого параметра внутри барьера. Показано, что наличие ферромагнетика и поперечного электрического поля в барьерной области силиценовой структуры делает принципиально возможным выделение из электронного пучка носителей с определенными значениями спинового и долинного индексов;

- 7. Проведено исследование электронного спектра и персистентных токов, обусловленных эффектом Ааронова-Бома в одномерных неоднородных нанокольцах из щелевых дираковских материалов. Наличие дефекта в графеновом (силиценовом) кольце приводит к антикроссингу уровней, следствием чего является сглаженность зависимости персистентного тока от магнитного потока. Этот результат модифицируется в присутствии внешнего поперечного электрического поля для силиценового кольца;
- 8. Обнаружено, что в кольце из щелевого графена, в противоположность полупроводниковому кольцу и структуре из идеального графена, персистентный ток определяется несколькими *нижними* уровнями зоны вблизи щели и при высокой степени заселенности зоны оказывается не чувствителен к наличию дефекта.

Список работ автора по теме диссертационного исследования

Публикации в рецензируемых научных журналах:

- A1. Maksimova, G. M. Graphene superlattice with periodically modulated Dirac gap / G. M. Maksimova, E. S. Azarova, A. V. Telezhnikov, V. A. Burdov // Physical Review B. – 2012. – Vol. 86. – P. 205422-1–205422-7;
- A2. Azarova, E. S. Transport in graphene nanostructures with spatially modulated gap and potential / E. S. Azarova, G. M. Maksimova // Physica E. 2014. Vol. 61. P. 118-124;
- A3. Azarova, E. S. Effect of weak disorder on delocalization properties of gapped graphene superlattices / E. S. Azarova, G. M. Maksimova // Physica E. - 2015. - Vol. 74. - P. 1-9;
- A4. Azarova, E. S. Spin- and valley-dependent Goos-Hänchen effect in silicene and gapped graphene structures / E. S. Azarova, G. M. Maksimova // Journal of Physics and Chemistry of Solids. – 2017. – Vol. 100. – P. 143–147;
- A5. Azarova, E. S. Massive Dirac fermions in one-dimensional inhomogeneous nanorings / E. S. Azarova, G. M. Maksimova, V. A. Burdov // Physica E. - 2019. - Vol. 106. -P. 140-149;

Список литературы

- Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene / K. S. Novoselov [et al] // Nature. 2005. – Vol. 438. – P. 197–200.
- [2] The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto [et al] // Review of Modern Physics. 2009. – Vol. 81. – P. 109–162.
- [3] Katsnelson, M. I. Graphene. Carbon in two dimensions / M. I. Katsnelson New York: Cambridge University Press, 2012. – 351 PP.
- [4] Micrometer-Scale Ballistic Transport in Encapsulated Graphene at Room Temperature / A. S. Mayorov [et al] // Nano Letters. - 2011. - Vol. 11, № 6. - P. 2396-2399.
- [5] Science and technology roadmap for graphene, related two-dimensional crystals, and hybrid systems / A. C. Ferrari [et al] // Nanoscale. - 2015. - Vol. 7. - P. 4598-4810.
- [6] Klein, O. Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac / O. Klein // Zeitschrift für Physik. – 1929. – Vol. 53. – P. 157–165.

- [7] Wave packet dynamics in a monolayer graphene / G. M. Maksimova [et al] // Physical Review
 B. 2008. Vol. 78. P. 235321-1-235321-7.
- [8] Rusin, T. M. Theory of electron Zitterbewegung in graphene probed by femtosecond laser pulses / T. M. Rusin, W. Zawadzki / Physical Review B. - 2009. - Vol. 80. P. 045416-1-045416-9.
- [9] Chiral tunneling and the Klein paradox in graphene / M. I. Katsnelson [et al] // Nature Physics. - 2006. - Vol. 2. - P. 620-625.
- [10] Young, A. F. Quantum interference and Klein tunnelling in graphene heterojunctions / A. F. Young, Ph. Kim // Nature Physics. - 2009. - Vol. 5. - P. 222-226.
- [11] Geim, A. K. The rise of graphene / A. K. Geim, K. S. Novoselov // Nature Materials. 2007. -Vol. 6. - P. 183-191.
- [12] Energy gaps in graphene nanoribbons / Y.-W. Son [et al] // Physical Review Letters. 2006. Vol. 97. P. 216803-1-216803-4.
- [13] Electronic structure and stability of semiconducting graphene nanoribbons / V. Barone [et al] // Nani Letters. - 2006. - Vol. 6, № 12. - P. 2748-2754.
- [14] Quasiparticle energies and band gaps in graphene nanoribbons / L. Yang [et al] // Physical Review Letters. 2007. - Vol. 99. - P. 186801-1-186801-4.
- [15] Energy gaps in zero-dimensional graphene nanoribbons / P. Shemella [et al] // Applied Physics Letters. - 2007. - Vol. 91. - P. 042101-1-042101-3.
- [16] Nonlocal exchange interaction removes half-metallicity in graphene nanoribbons / E. Rudberg [et al] // Nano Letters. - 2007, - vol. 7, № 8. - P. 2211-2213.
- [17] Substrate-induced bandgap opening in epitaxial graphene / S. Y. Zhou [et al] // Nature Materials. - 2007. - Vol. 6. - P. 770-775.
- [18] Accurate electronic band gap of pure and functionalized graphane from GW calculations / S. Lebegue [et al] // Physical Review B. - 2009. - Vol. 79. - P. 245117-1-245117-5.
- [19] Control of Graphene's Properties by Reversible Hydrogenation: Evidence for Graphane / D. C. Elias [et al] // Science. 2009. Vol. 323. P. 610-613.
- [20] Savchenko, A. Transforming Graphene / A. Savchenko // Science. 2009. Vol. 323. -P. 589-590.
- [21] Band structure engineering of graphene by strain: First-principles calculations / G. Gui [et al] // Physical Review B. - 2008. - Vol. 78. - P. 075435-1-075435-6.

- [22] Tight-binding approach to uniaxial strain in graphene / V. M. Pereira [et al] // Physical Review B. - 2009. - Vol. 80. - P. 045401-1-045401-8.
- [23] Inducing energy gaps in monolayer and bilayer graphene: Local density approximation calculations / R. M. Ribeiro [et al] // Physical Review B. - 2008. - Vol. 78. - P. 075442-1-075442-7.
- [24] Magnetic confinement of massless Dirac fermions in graphene / A. De Martino [et al] // Physical Review Letters. - 2007. - Vol. 98. - P. 066802-1-066802-4.
- [25] Magnetic field induced confinement-deconfinement transition in graphene quantum dots / G. Giavaras [et al] // Journal of Physics: Condensed Matter. - 2009. - Vol. 21, № 10. -P. 102201-1-102201-6.
- [26] Giavaras, G. Tunable quantum dots in monolayer graphene / G. Giavaras, F. Nori // Physical Review B. - 2012. - Vol. 85. - P. 165446-1-165446-9.
- [27] Two dimensional hexagonal boron nitride (2D-hBN): synthesis, properties and applications /
 K. Zhang [et al] // Journal of Materials Chemistry C 2017. Vol. 5. P. 11992-12022.
- [28] Чернозатонский, Л. А. Квазидвумерные дихалькогениды переходных металлов: структура, синтез, свойства и применение / Л. А. Чернозатонский, А. А. Артюх // Успехи физических наук. – 2018. – Т. 188, № 1. – С. 3–30.
- [29] Topological insulators in Bi₂Se₃, Bi₂Te₃ and Sb₂Te₃ with a single Dirac cone on the surface / H. Zhang [et al] // Nature Physics. 2009. Vol. 5. P. 438-442.
- [30] Two-dimensional transport-induced linear magneto-resistance in Topological insulator Bi₂Se₃ nanoribbons / H. Tang [et al] // ACS Publications. 2011. Vol. 5, № 9. P. 7510-7516.
- [31] Guzmán-Verri, G. G. Electronic structure of silicon-based nanostructures / G. G. Guzmán-Verri,
 L. C. Lew Yan Voon // Physical Review B. 2007. Vol. 76. P. 075131-1-075131-10.
- [32] Silicene: compelling experimental evidence for graphenelike two-dimensional silicon / P. Vogt [et al] // Physical Review Letters. - 2012. - Vol. 108. - P. 155501-1-155501-5.
- [33] Germanene: a novel two-dimensional germanium allotrope akin to graphene and silicene /
 M. E. Dávila [et al] // New Journal of Physics. 2014. Vol. 16. P. 095002-1-095002-10.
- [34] Germanene: the germanium analogue of graphene / A. Acun [et al] // Journal of Physics: Condensed Matter. - 2015. - Vol. 27, № 44. - P. 11.
- [35] Ezawa, M. Topological origin of quasi-flat edge band in phosphorene / M. Ezawa // New Journal of Physics. - 2014. - Vol. 16. - P. 115004-1- 115004-13.

- [36] Large-gap quantum spin Hall insulators in tin films / Y. Xu [et al] // Physical Review Letters. 2013. – Vol. 111. – P. 136804-1–136804-5.
- [37] Stable two-dimensional dumbbell stanene: A quantum spin Hall insulator / P. Tang [et al] // Physical Review B. - 2014. - Vol. 90. - P. 121408-1-121408-6.
- [38] Phosphorene: an unexplored 2D semiconductor with a high hole mobility / H. Liu [et al] // ACS Publications. - 2014. - Vol. 8, №4. - P. 4033-4041.
- [39] Rudenko, A. N. Quasiparticle band structure and tight-binding model for single- and bilayer black phosphorus / A. N. Rudenko, M. I. Katsnelson // Physical Review B. - 2014. - Vol. 89. -P. 201408-1-201408-5.
- [40] Антонова, И. В. Вертикальные гетероструктуры на основе графена и других монослойных материалов / И. В. Антонова // Физика и техника полупроводников. – 2016. – Т. 50. – С. 67–82.