ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО»
(НИИМ Нижегородского университета)

На правах рукописи

ОСЕТРОВ ДМИТРИЙ ЛЬВОВИЧ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ И НЕОДНОРОДНОМ НДС С УЧЕТОМ СИЛ ИНЕРЦИИ И ТРЕНИЯ

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических
наук, профессор
Баженов Валентин Георгиевич

Нижний Новгород – 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы

На сегодняшний день известен широкий набор математических моделей нелинейного деформирования и разрушения упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружении. Для применения этих моделей требуются достоверные истинные диаграммы деформирования упругопластических материалов вплоть до разрушения образцов, а также необходимо учитывать изменение вида напряженно-деформированного состояния (НДС). Получить истинные диаграммы деформирования с помощью экспериментальных измерений крайне сложно, так как при испытаниях лабораторные образцы подвергаются неодноосному и неоднородному НДС, а также существенному влиянию краевого эффекта, сил трения и радиальной инерции в экспериментах на растяжение и ударное сжатие. Обычно определение деформационных и прочностных характеристик материала выполняется с использованием экспериментально-аналитических подходов, в которых применяемые аналитические методики основаны на упрощающих гипотезах. Эти методы не позволяют в полной мере учесть при больших деформациях неодноосность и неоднородность НДС в экспериментах на растяжение и ударное сжатие образцов. Таким образом, на сегодняшний день необходимы более эффективные методы определения деформационных и прочностных характеристик материалов для проведения практических расчетов на прочность элементов конструкций с приемлемой точностью.

В связи с этим для определения и исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально развитие экспериментально-расчетного подхода, позволяющего в отличие от экспериментально-аналитических методов без принятия упрощающих гипотез учесть неодноосность и неоднородность НДС. Данный подход основывается на итерационном уточнении характеристик материала, исходя из отличия экспериментальных данных и результатов численного моделирования процессов деформирования испытуемых образцов в эксперименте.

Степень разработанности темы

Анализ моделей деформирования упругопластических материалов, экспериментально-расчетных методов получения деформационных характеристик материала и современных подходов исследования разрушения материалов позволяет сделать следующие выводы.

Для численного моделирования нелинейного поведения материалов требуется достоверные зависимости истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов вплоть до разрушения. При получении этих данных в экспериментах на растяжение и ударное сжатие возникают трудности, связанные с возникающей неодноосностью и неоднородностью НДС в образце, влиянием краевых эффектов, сил трения и радиальной инерции. В связи с этим для получения более достоверных данных о поведении материала целесообразно развивать экспериментально-расчетный подход, который позволяет в полной мере учитывать эти факторы.

Выдвинутая гипотеза «единой кривой» при умеренных пластических деформациях (до 15%) имеет экспериментальное подтверждение не для всех материалов. При больших деформациях влияние вида напряженного состояния на определение диаграмм деформирования экспериментально изучено недостаточно.

Закономерности образования и распространения краевых эффектов до настоящего момента недостаточно изучены. При проведении исследований стараются минимизировать их влияние на результаты путем увеличения рабочей части образцов. Динамические характеристики трения в силу сложности методик их определения также мало изучены. В известных приближенных методиках построения диаграмм деформирования с учётом сил трения и радиальной инерции коэффициенты трения предполагаются известными, тогда как способы их определения в экспериментах на ударное сжатие практически отсутствуют. На сегодняшний день верификация достоверности теоретических подходов оценки радиальной инерции при ударном сжатии образцов-таблеток неизвестна.

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному изучению физических и механических свойств материалов в условиях сверхпластичности. В литературе не описаны общие методики и базовые эксперименты по определению параметров деформационного и скоростного упрочнения материалов в режиме сверхпластичности. Численное моделирование процессов деформирования в режиме сверхпластичности в постановке механики сплошной среды практически не представлено в отечественной литературе.

Для описания процессов разрушения упругопластических материалов с практической точки зрения наиболее предпочтительно использовать модель на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двух параметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева.

Цели и задачи диссертационной работы

Целями диссертационной работы являются развитие экспериментально-расчетных методик и исследования на их основе деформационных и прочностных свойств упругопластических материалов.

Для достижения поставленных целей были определены следующие основные задачи:

1. Исследование образования и распространения краевых эффектов, их влияния на процесс деформирования и образование шейки при растяжении образцов.
2. Исследование влияния вида напряженного состояния на определение истинной диаграммы деформирования упругопластических материалов.

3. Применение экспериментально-расчетного метода для задач определения параметров деформационного и скоростного упрочнения упругопластических материалов в условиях сверхпластичности.

4. Исследование влияния сил трения на динамическое деформирование упруговязкопластических образцов-таблеток, а также определение основных закономерностей их формоизменения в экспериментах на ударное сжатие для металлов и сплавов.

5. Исследование роли радиальной инерции и ее учет при построении динамических диаграмм деформирования для различных металлов и сплавов при скоростях деформаций выше 10^4 1/с в экспериментах на ударное сжатие.

6. Развитие экспериментально-расчетного метода для задач двухпараметрической идентификации: определение коэффициента трения и построение истинной диаграммы деформирования в экспериментах на ударное сжатие образцов-таблеток.

7. Реализация моделей разрушения упругопластических материалов на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двухпараметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева и однопараметрическим критерием прочности Лебедева.

Научная новизна

Определены основные закономерности образования и распространения краевых эффектов, их влияние на процесс деформирования и образование шейки. Предложен и обоснован вычислительными экспериментами параметр подобия процессов неравномерного деформирования образцов при растяжении в виде отношения тангенса угла наклона на истинной диаграмме деформирования к интенсивности напряжений.

Установлено влияние вида напряженного состояния на деформационное упрочнение стали 09Г2С при растяжении и кручении при больших деформациях.

На основе экспериментально-расчетного метода предложена методика определения параметров деформационного и скоростного упрочнения упругопластических материалов в условиях сверхпластичности.

Численно и экспериментально исследовано влияние сил трения на динамическое деформирование упруговязкопластических образцов-таблеток. Установлены основные закономерности их формоизменения для металлов и сплавов. Предложен критерий формоизменения образцов-таблеток.

На основе экспериментально-расчетного подхода проведена верификация и модификация предложенного Дхараном и Хаузером аналитического метода, что позволило вдвое уточнить вклад сил радиальной инерции при построении истинных диаграмм деформирования при ударных нагружениях.

Разработан новый метод двухпараметрической идентификации динамических диаграмм деформирования и коэффициентов трения на контактных поверхностях образцов-таблеток в экспериментах на ударное сжатие, основывающийся на численном моделировании осесимметричной динамической задачи и быстро сходящемся методе последовательных приближений.

Реализованы и апробированы связанные модели разрушения упругопластических материалов на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двухпараметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева и однопараметрическим критерием прочности Лебедева в виде пользовательской модели материала. Полученные результаты применения модели разрушения соответствуют известным экспериментальным фактам.

Теоретическая значимость

Развитие экспериментально-расчетного подхода позволяет существенно расширить возможности экспериментальных методик. Становится возможным идентификация динамических деформационных и прочностных параметров моделей материалов для экспериментов на ударное сжатие образцов-таблеток при неодноосном и неоднородном НДС с учетом влияния краевых эффектов, сил трения и радиальной инерции.

Практическая значимость

Применение численного моделирования и методов идентификации позволяют изучать свойства материалов, процессы деформирования и разрушения образцов с учетом эффектов геометрической и физической нелинейности. Разработанные методики, программное обеспечение и результаты исследований внедрены в расчетную практику ряда организаций (РФЯЦ-ВНИИЭФ, ОКБМ).

Методология и методы диссертационного исследования

В работе использованы методики экспериментально-расчетного подхода идентификации деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов, разработанные в НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. основные закономерности образования и распространения краевых эффектов, их влияние на процесс деформирования и образование шейки при растяжении образцов, а также результаты исследований влияния сил трения на динамическое деформирование упруговязкопластических образцов-таблеток в экспериментах на ударное сжатие;

2. результаты исследования влияния вида напряженного состояния на определение истинной диаграммы деформирования стали 09Г2С при растяжении и кручении;

3. применение экспериментально-расчетной методики определения параметров модели поведения упругопластических материалов в режиме сверхпластичности;

4. верификация и модификация предложенного Дхараном и Хаузером аналитического метода исследования роли радиальной инерции в экспериментах на ударное сжатие;

5. новый метод двухпараметрической идентификации динамических диаграмм деформирования и коэффициентов трения на контактных поверхностях образцов-таблеток в экспериментах на ударное сжатие;

6. программная реализация в программном комплексе LS-DYNA связанных моделей разрушения упругопластических материалов на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двух параметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева и однопараметрическим критерием прочности Лебедева, а также численные результаты их применения.

Степень достоверности результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается решением тестовых задач, исследованием сходимости предложенных методов, сопоставлением численных результатов с теоретическими и экспериментальными данными.

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях:

- XX, XXII, XXIII, XXIII, XXIV международный симпозиум “Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред” (Москва, 2014, 2016, 2017, 2018);
- V международный научный семинар “Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы” (Москва, 2016);
- XI международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (npnj'2016) (Алушта, 2016);
- XX международная конференция “Вычислительная механика и современные прикладные программные системы“ (Алушта, 2017);
- VII международная конференция “Деформация и разрушение материалов и наноматериалов” (Москва, 2017);
- XII международная конференция по прикладной математики и механике в

аэрокосмической отрасли (Алушта, 2018).

Публикации

Основные результаты исследований диссертации опубликованы в 14 публикациях [1-14], из них 13 [1-13] опубликованы в ведущих научных журналах (ВАК) и 9 статей [2, 4, 7-13] – в журналах, индексируемых в международных базах цитирования Scopus и/или Web of Science.

Личный вклад

- проведение численных расчетов с помощью программного средства LS-DYNA [1-14];
- анализ результатов экспериментально-расчетных исследований [1-14];
- исследования влияния краевого эффекта, сил трения и радиальной инерции на деформирование упруговязкопластических образцов в экспериментах на растяжение и ударное сжатие [3, 7-9, 12-14];
- исследования влияния вида напряженного состояния на определение истинной диаграммы деформирования стали 09Г2С при растяжении и кручении [4, 5, 10, 11, 14];
- разработка и реализация методики определения параметров деформационного и скоростного упрочнения упругопластических материалов в условиях сверхпластичности [6];
- разработка и реализация нового метода двухпараметрической идентификации коэффициента трения и истинной диаграммы деформирования в экспериментах на ударное сжатие образцов-таблеток [3, 7, 9, 13, 14];
- программная реализация в программном комплексе LS-DYNA связанных моделей разрушения упругопластических материалов на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двухпараметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева и однопараметрическим критерием прочности Лебедева [14].

В совместных работах Баженову В.Г. принадлежит постановка задачи, общее руководство численных исследований и анализ результатов; Осетрову С.Л. принадлежит постановка задачи и анализ результатов; Нагорных Е.В. помощь в исследованиях деформирования образцов при кручении.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Работа содержит 129 листов машинописного текста, 89 рисунков, 194 наименований библиографического списка литературы.

Диссертационная работа выполнена при поддержке

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» в рамках соглашения № 14.578.21.0246 (уникальный идентификатор RFMEFI57817X0246).

Благодарности

Автор выражает благодарность сотрудникам НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского Баженову В.Г., Осетрову С.Л., Нагорных Е.В., Кибец А.И., Барановой М.С. за консультации в проведении численных расчетов, Казакову Д.А, Жегалову Д.В. и Коробову В.Б. за помощь в проведении экспериментов.

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

1.1 Модели деформирования упругопластических материалов

Для современных расчетов на прочность элементов конструкций требуется применение моделей нелинейного деформирования материалов. На данный момент представлены общие фундаментальные постулаты и положения. В практических расчетах применение этих моделей вызывает трудности в оснащении их материальными функциями и константами. Поэтому должна быть разработана и экспериментально обоснована методика определения параметров этих моделей.

На сегодняшний день полностью разработанной и экспериментально обоснованной является теория упругости, описываемая законом Гука. Описание области пластического деформирования материалов является одной из основных задач механики сплошных сред, что свидетельствует о большом количестве разработанных моделей теории пластичности [15-18]. Полученное многообразие свойств упругопластических материалов затрудняет создание для практических расчетов феноменологической модели, определяющей взаимосвязь между всем набором накопленных экспериментальных результатов. Для путей нагружения так называемых лучевых или близких к ним широко применялась теория малых упругопластических деформаций [16, 19-22], которая из-за относительной простоты соотношений достаточно хорошо описывает процесс деформирования материалов. В настоящее время только общая теория пластичности Ильюшина А.А. [19] на основе экспериментально подтвержденного постулата изотропии может описать поведение материала при произвольных сложных путях нагружения. Предложенная им методика СН-ЭВМ [20, 23, 24] является экспериментально-вычислительной процедурой для решения задач теории пластичности. Для прикладных задач применение этой методики сопровождается существенными трудностями [20, 25, 26].

Работы Сен-Венана, Мизеса и Леви дают начало развитию теорий типа течения [16], которые достаточно успешно применялись для решения прикладных задач. Развитие этих теорий привело к появлению дифференциальных теорий пластичности, согласно которым пластическое деформирование развивается по нормали к поверхности текучести материала (ассоциированный закон течения). При этом поверхность текучести в пространстве напряжений может перемещаться и изменять форму. Обзор теорий течений представлен в [15-18, 27, 28].

В [16, 29] представлено сопоставление теорий течения с теорией пластичности А. А. Ильюшина. Таким образом, теория течения качественно лучше соответствует экспериментальным данным для траекторий в виде двухзвенных ломанных по сравнению с деформационной теорией. При этом авторами опровергается гипотеза ассоциированного закона течения. Однако некоторые экспериментально-теоретические результаты подтверждают применимость теорий течения при описании упругопластического деформирования, а также теории течения достаточно хорошо описывают предельные случаи [16]. В связи с этим, применяя дифференциальную теорию пластичности или другие теории, необходимо проводить анализ полученных результатов [20].

Существенному развитию дифференциальных моделей теории пластичности поспособствовали работы авторов [17, 18, 30-41]. Из многочисленных исследований следует, что применение теории течения с комбинированным (кинематическим и изотропным) упрочнением позволяет описывать процессы упругопластического деформирования умеренной кривизны [42].

В качестве описания деформирования материала согласно теории пластичности используется гипотеза «единой кривой», которая означает задание свойств материала в виде кривой зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций (либо параметра Одквиста), не зависящей от вида НДС [43]. Гипотеза «единой кривой» была выдвинута Людвиком П. [44]. В дальнейшем гипотеза подвергалась многочисленным экспериментальным проверкам при простом и сложном напряженном состоянии во многих работах для деформаций не более 10-20% [44].

Опыты Р. Шмидта [45], в которых медные и стальные трубчатые образцы нагружались пропорционально растяжением и кручением до деформаций 20%. подтвердили универсальность закона упрочнения. В опытах Е. Дэвиса [44] медные и стальные (марка не указана) трубки подвергались нагружению при различных соотношениях растягивающей силы и внутреннего давления до разрушения. Выявлено, что для меди при деформациях до 15% диаграмма деформирования не зависит от вида напряженного состояния, при деформациях от 15% до 30% наблюдается разброс экспериментальных данных, не превышающий 15%. Для стальных образцов диаграмма деформирования не зависит от вида напряженного состояния при деформациях до 110%. Результаты аналогичных опытов А.А. Жукова [44], проводимых для трубчатых образцов из сталей ЭИ415, 30ХН3А и хромоникелевой, свидетельствуют о независимости диаграммы деформирования от типа напряженного состояния при деформациях до 15%. В работе [46] тонкостенные трубы из стали Х18Н10Т подвергались пропорциональному нагружению наружным, внутренним давлениями и осевой силой в различных соотношениях. Наибольшее расхождение кривых «интенсивность напряжений – интенсивность деформаций» по напряжениям составило 7%, максимальные деформации достигали 50%. В работе [47] представлено экспериментальное исследование процесса деформирования образцов алюминиевого сплава Д16Т при различных видах комбинированного нагружения растяжением, сжатием, кручением и внутренним давлением. Отмечена зависимость диаграммы деформирования данного сплава от вида напряженного состояния даже при малых деформациях до 5%. В работе [48] также отмечается существенное отличие зависимостей второго инварианта тензора напряжений от второго инварианта тензора деформаций при растяжении, кручении и растяжении с кручением цилиндрических образцов из алюминиевого сплава Д16Т при деформациях до 15%.

В исследовании [49] не выявлено зависимости диаграммы деформирования стали 09Г2С от вида нагружения (растяжение, сжатие, сдвиг) при деформациях до 15%. В работе [50] истинные диаграммы деформирования стали 12Х18Н10Т, построенные на основе экспериментов на кручение и растяжение сплошных цилиндрических образцов, практически совпадают при деформациях до 80%, что свидетельствует о независимости диаграммы деформирования от вида напряженного состояния при больших деформациях для данного материала. В статье [51] построение диаграммы деформирования титанового сплава ВТ9 в условиях сверхпластичности осуществлялось по экспериментальным данным на растяжение с кручением отдельно через осевое усилие и через крутящий момент. В рамках погрешности эксперимента полученные диаграммы деформирования практически совпали.

Таким образом, универсальность закона упрочнения при умеренных пластических деформациях (до 15%) имеет экспериментальное подтверждение не для всех материалов. При больших деформациях зависимость упрочнения материала от вида напряженного состояния экспериментально изучена недостаточно.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию поведения наноструктурных материалов при различных воздействиях [52]. Эти материалы обладают уникальными механическими свойствами. Формирование наноструктур в различных металлах и сплавах может привести к высокопрочному состоянию, а также к появлению сверхпластичности, при которой деформация составляет сотни и тысячи процентов удлинения при растяжении. В наноструктурных материалах сверхпластичность достигается при относительно низких температурах и высоких скоростях деформаций. Явление сверхпластичности наблюдается также и в микрокристаллических материалах при их деформировании в определенном температурно-скоростном диапазоне ($T = (0{,}5\text{-}0{,}6)T_{пл}$, $\dot{e} = 10^{-4}\text{-}10^{-3}$ $с^{-1}$).

Большинство исследователей уделяют внимание экспериментальному изучению физических и механических свойств материалов в условиях сверхпластичности [53-56]. Вопросы разработки определяющих соотношений поведения материалов в условиях сверхпластичности, оснащения их необходимыми материальными функциями и константами мало изучены [57-63]. Исследование применимости моделей осложняется большим количеством факторов, влияющих на поведение материалов в режиме сверхпластичности. Для оснащения определяющих соотношений с учетом вида НДС необходимо проводить большое количество экспериментальных исследований поведения материалов на микро- и макроуровне [58]. В большинстве случаев проводятся экспериментальные исследования поведения материалов в режиме сверхпластичности при одноосном растяжении образцов. В [64] рассматривается процесс одноосного растяжения стержней из упругопластических материалов в условиях сверхпластичности с учетом зависимости свойств от скорости деформаций. В [65, 66] для описания режима сверхпластичности принимаются реологические соотношения. На основе этой модели численно решено большое количество технологических задач глубокой формовки пластин в режиме сверхпластичности [67-75]. При моделировании использовалась безмоментная теория пластин и оболочек. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментами.

В практических задачах для численного моделирования деформирования и предельных состояний элементов конструкций требуются достоверные зависимости истинных диаграмм деформирования материалов до момента разрушения. Диаграммы деформирования обычно строятся на основе экспериментов на растяжение образцов, а для получения динамических диаграмм деформирования используют эксперименты на ударное сжатие образцов-таблеток.

1.2 Испытания на растяжение и ударное сжатие образцов

Самым распространенным способом изучения свойств упругопластических материалов являются эксперименты на растяжение цилиндрических стержней и оболочек. В [76] отмечается, что использование предположения о равномерном деформировании рабочей части образца в расчете НДС приводит к погрешностям по напряжениям до 20% и по деформациям до 40%. При растяжении вблизи головок образца НДС является трехосным, участки вблизи краев растягиваются в меньшей степени, чем участки, расположенные в середине образца [77]. Это обусловленно влиянием нелинейного краевого эффекта, который распространяется от краев образца в зависимости от степени деформации. Закономерности образования и распространения краевых эффектов до настоящего момента мало изучены. При проведении исследований стараются минимизировать их влияние на результаты путем увеличения рабочей части образцов.

Помимо нелинейного краевого эффекта неодноосность и неоднородность НДС в образцах при растяжении проявляется в виде локализации процесса деформирования. Условие максимальной нагрузки как критерий момента потери устойчивости пластического деформирования ввел Консидер А. в виде метода подкасательной [44, 78-82], согласно которому критическую деформацию можно определить из условия: $K = 1$, где параметр $K = \dfrac{1}{\sigma_i}\dfrac{d\sigma_i}{de_i}$, σ_i – интенсивность истинных напряжений, e_i – интенсивность логарифмических деформаций.

В [83, 84] отмечается, что могут не совпадать моменты достижения нагрузкой максимального значения и локализации пластического деформирования. Условная диаграмма деформирования, полученная при растяжении образца, может иметь при достижении максимальных значений горизонтальный участок, вначале которого начинается процесс локализации пластического деформирования (образование шейки), а в конце участка происходит развитие этого процесса [81, 82]. Авторы считают, что образование шейки начинается при достижении нагрузкой максимума [85], до достижения максимума [86] или после него [87]. Таким образом, на сегодняшний день однозначного ответа на вопрос «Когда начинает образовываться шейка?» нет.

Локализация деформаций в шейке реализуется в минимальном поперечном сечении, область которой ограничена точками перегиба профиля шейки [82, 88, 89]. Теоретический анализ формообразования шеек и их сопоставление с экспериментальными результатами можно найти в [79, 82, 89, 90]. В [91, 92] приводятся результаты численных и экспериментальных исследований места образования шейки при растяжении цилиндрических образцов. В [93] приводятся результаты экспериментальных исследований влияния первоначальной длины образцов на процесс локализации деформаций в виде шейки. Представленные в вышеперечисленных работах исследования основаны на упрощенных моделях поведения материалов и не учитывают роль краевых эффектов. Из анализа литературы можно сделать вывод, что процесс образования и развития краевых эффектов, оценка их влияния на потерю устойчивости пластического деформирования и локализацию деформаций мало изучены.

Для моделирования динамических процессов в конструкциях необходимо знание динамических диаграмм деформирования, которое можно получить экспериментально методом прямого удара или разрезного стержня Гопкинсона [94] в экспериментах на сжатие образцов-таблеток. В этих экспериментах влияние сил трения приводит к существенному формоизменению и неоднородности НДС образцов-таблеток. Динамические характеристики трения мало изучены в силу сложности методик их определения. Известно, что так называемое сухое трение быстро уменьшается в зависимости от тангенциальной скорости и давления. Обзор теоретических и экспериментальных исследований трения и его учета при ударном сжатии образцов-таблеток представлен в [94]. Отметим, что известные численно-аналитические методики учёта сил трения и радиальной инерции предполагают знание коэффициента сухого трения (по Кулону) и однородность напряженно-деформированного состояния образцов-таблеток, что существенно ограничивает их применимость при построении динамических диаграмм деформирования [94].

В настоящее время экспериментальные методы достаточно развиты, чтобы испытывать материалы при скоростях деформаций от 10^4 1/с до 10^7 1/с. С помощью стандартного разрезного стержня Гопкинсона невозможно достичь скоростей деформаций выше 10^4 1/с. Целый набор методов испытаний был разработан по принципу прямого удара, где имеется только один стержень Гопкинсона, или труба, применяемые для передачи информации о деформациях с помощью измерения продольных упругих волн, что позволяет расшифровать поведение материала. Концепция прямого удара очень полезна в различных приложениях, при сжатии, сдвиге и при растяжении [94].

Метод прямого удара является достаточно гибким, чтобы варьировать начальными параметрами при испытаниях по мере необходимости. Например, длина ударника может быть оптимизирована в зависимости от высоты образца и кинетической энергии. В оригинальном устройстве Дхарана и Хаузера [95] диаметр ударника был значительно больше, чем диаметр стержня Гопкинсона, отношение составляло 6,26. При этом диспергируется большая часть энергии упругих волн в ударнике и волна, отраженная от свободного конца ударника, существенно уменьшается.

При высокой скорости деформации в испытаниях на сжатие осевыми и радиальными силами инерциями нельзя пренебрегать. В работах Клепачко [96] и Клепачко, Хаузера [97] эффекты инерции были исследованы в испытаниях на ударное сжатие. Позднее более детальный анализ вклада силы инерции и трения приведен в работах Малиновского и Клепачко [98].

В работе Дхарана и Хаузера [95] теоретически оценивалась радиальная инерция при ударном сжатии образца-таблетки. Проверить имеющимися инструментальными средствами этот метод построения динамических диаграмм деформирования с учетом сил радиальной инерции достаточно сложно. На сегодняшний день верификация его достоверности неизвестна.

1.3 Экспериментально-расчетные методы идентификации свойств материалов

Для получения зависимостей, описывающих поведение упругопластических материалов при сложных путях нагружения, Ильюшиным А.А впервые был предложен экспериментально-расчетный подход (метод СН-ЭВМ) [19, 23, 24]. Этот метод заключается в сравнении результатов численных расчетов и экспериментов при сложном нагружении. Процесс нагружения разделялся на некоторое количество шагов. На каждом шаге изначально выполнялся численный расчет с упрощенными определяющими соотношениями. Далее при различии экспериментальных и полученных расчетных траекторий деформаций (напряжений) выполняется итерационное уточнение определяющих соотношений. Затем выполняется переход к следующему шагу нагружения и т.д. Реализация этого метода достаточно трудоемка [25, 26]. В связи с этим получил применение теоретический СН-ЭВМ метод [42, 99], в котором экспериментальные зависимости заменяются имеющимися частными теориями пластичности описания соответствующего процесса нагружения.

В механике композиционных материалов широкое применение получили методы идентификации физико-механических характеристик материала, которые основываются на решении обратных задач и методах оптимизации [100-116]. На основе этих методов в [117-120] использовался экспериментально-расчетный подход для построения истинных диаграмм деформирования материалов при растяжении образцов с прямоугольным поперечным сечением. Диаграммы деформирования строились вплоть до момента разрушения образцов. Построение диаграмм деформирования выполнялось на основе полученных экспериментальных данных осевого усилия и изменения размеров прямоугольного сечения образца в шейке с помощью предложенных аналитических соотношений П. Бриджмена [88] для сплошных цилиндрических образцов. Полученные результаты расчета и эксперимента достаточно хорошо согласуются.

В последнее время предлагаются методики идентификации коэффициентов модели материалов в режиме сверхпластичности [65, 66] на основе минимизации отклонения результатов вычислительных и натурных экспериментов формовки пластин и оболочек [121]. Численный расчет проводится на основе безмоментной теории пластин и оболочек. В [122, 123] предлагаются методики определения коэффициентов на основе заданных экспериментальных значений напряжений и скорости деформаций. В [124] предлагается методика определения параметров при проведении технологических экспериментов формовки цилиндрических и сферических оболочек из листовых заготовок. Методика основана на решении задачи прогиба мембраны и итерационном уточнении коэффициента скоростного упрочнения до совпадения результатов расчета и эксперимента. Для предлагаемых методик показано, что для получения значений с приемлемой для инженерных расчетов точностью достаточно двух-трех экспериментов. Следует заметить, что безмоментная теория плохо применима при решении контактных задач и не позволяет описать потерю устойчивости пластического деформирования и локализацию деформаций по толщине оболочки. В литературе не описаны общие методики и базовые эксперименты по определению параметров деформационного и скоростного упрочнения материалов в режиме сверхпластичности.

Численное моделирование процессов деформирования в режиме сверхпластичности на основе соотношений [64-66] в постановке механики сплошной среды практически не представлено в отечественной литературе. Это обусловлено сложностью численной реализации конечно-элементной модели при больших деформациях и искажением сетки. Для численного моделирования процессов сверхпластичности, при которых деформации достигают более 100%, предпочтительным является применение динамической постановки задач. Обычно моделирование процессов сверхпластичности осуществляется в квазистатической постановке аналогично задачам ползучести. Динамическая постановка является наиболее общей и позволяет описать контактные взаимодействия, большие деформации, предельные состояния и локализацию деформаций.

На сегодняшний день предложен экспериментально-расчетный метод для получения деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов [125-129]. Предлагаемый метод защищен патентом [125] и прошел верификацию при исследовании процессов деформирования, предельных состояний и разрушения лабораторных образцов и элементов конструкций [126-132]. Построение истинных диаграмм деформирования основывается на итерационной процедуре уточнения диаграмм в зависимости от относительного отличия значений экспериментальных и полученных численно расчетных параметров. Начальное приближение истинной диаграммы деформирования определяется с помощью приближенных аналитических зависимостей. Коррекция диаграммы выполняется до совпадения экспериментальных и полученных расчетных параметров с заданной погрешностью. Численное моделирование процессов деформирования лабораторных образцов и элементов конструкций осуществляется с помощью современных программных средств, что позволяет по сравнению с аналитическими подходами [88] в полной мере учесть неодноосность и неоднородность НДС при больших деформациях, а также влияние краевых эффектов. Таким образом, целесообразно развивать экспериментально-расчетный метод в значительной мере свободный от ограничений применения аналитических подходов.

1.4 Методы численного моделирования процессов деформирования упругопластических материалов

На сегодняшний день известно большое количество методов численного моделирования процессов деформирования упругопластических материалов [133-139], но при этом не разработано единого эффективного численного метода решения задач упругопластического деформирования конструкций. Из множества численных методов выделяют метод конечных разностей, метод конечных элементов и вариационно-разностный метод.

Метод конечных разностей [140-143] вследствие аппроксимации производных представляет систему дифференциальных уравнений в частных производных в виде некоторых конечно-разностных соотношений. Область решения задачи разбивается на множество ячеек с вершинами, определяющими конечно-разностную сетку. Численное решение значений неизвестных функций находятся в узлах построенной разностной сетки. Для аппроксимации частных производных широкое применение из-за своей простоты получила схема «крест» [144]. Трудности применения простейших аппроксимаций численных схем возникают в зонах с неоднородной сеткой или рядом с границей области решения. Для устранения этого используют так называемую «естественную» аппроксимацию частных производных [145, 146]. Также у метода существует проблема аппроксимации граничных условий на производные, для устранения которой применяют интегральные формулировки задач.

Метод конечных элементов [147-153] использует разбиение расчетной области на так называемые конечные элементы, в которых принимается система базисных функций (функции форм). Численное решение определяется вследствие минимизации вариационной задачи на множестве заданных базисных функций. Преимуществом этого метода является исключение стадии формулировки краевой задачи для системы дифференциальных уравнений. В связи с этим метод конечных элементов получил широкое применение в решении практических задач. Метод конечных элементов используется во многих международных программных комплексах ANSYS, LS-DYNA, NASTRAN, ABAQUS и т.д.

Вариационно-разностный метод [143, 154-156], можно сказать, что занимает некоторое промежуточное положение между методом конечных разностей и методом конечных элементов. В отличие от метода конечных разностей построение конечно-разностных соотношений выполняется для вариационного уравнения. Этот метод применим к расчетным областям сложной формы, имеющим неоднородную и нерегулярную разностную сетку.

Для задач в динамической постановке численные схемы интегрирования по времени разделяют на явные [146, 157], неявные [141, 158] и смешанные [159, 160] схемы. Для решения быстропротекающих (высокочастотных) динамических задач эффективнее использовать явные схемы с мелким шагом интегрирования по времени, а для низкочастотных задач – неявные схемы. Явные схемы являются условно устойчивыми. Для явных схем шаг по времени вычисляется через отношение минимального характерного размера конечного элемента и величины скорости звука в материале с учетом коэффициента запаса (условие Куранта). Шаг по времени неявных схем в основном выбирается из условий требуемой точности решения. Смешанные (явные и неявные) схемы интегрирования уравнений движения по времени являются целесообразными, однако из-за применения разных способов интегрирования проявляются проблемы стыковки отдельных зон расчетной области.

Для описания деформирования тел в механике сплошных сред в зависимости от выбора независимых переменных различают подходы Лагранжа [146, 161] и Эйлера [142, 162]. В процессе деформирования элементов конструкций при лагранжевом подходе конечно-элементная сетка изменяется в принятой системе отсчета, а при эйлеровом подходе конечно-элементная сетка остается неизменной. Преимущества и недостатки этих подходов описаны в [161-164].

1.5 Модели разрушения упругопластических материалов

Изучение процессов разрушения упругопластических материалов элементов конструкций при квазистатических и динамических нагрузках является наиболее сложной задачей механики деформируемого твердого тела. Это обусловлено тем, что разрушение является финальной стадией и для его анализа необходимо учитывать деформационные свойства материала и их изменение в процессе деформирования элементов конструкции. Экспериментальные данные свидетельствуют, что на разрушение конструкционных материалов при квазистатических и динамических нагрузках кроме деформационных свойств существенное влияние оказывает вид НДС и его история изменения. Обзор современных моделей разрушения приведен в [165, 166]. В современных моделях разрушения применяются различные параметры, характеризующие вид НДС. Наиболее распространенными [167-172] являются жесткость напряженного состояния ψ_σ, угол фазы девиатора напряжений φ_σ и параметры Надаи-Лоде $\mu_\sigma, \mu_\varepsilon$.

Из анализа современных работ по моделированию процессов разрушения можно сделать вывод о том, что на сегодняшний момент не существует универсального подхода или модели, описывающей процессы разрушения в полном объеме. Исходя из многообразия факторов и причин разрушения материалов, более целесообразным является создание некоторой составной модели поврежденного материала, состоящей из более простых независимых моделей. Каждая из моделей должна удовлетворительно описывать отдельные эффекты, а их взаимное влияние может быть учтено путем введения общих допущений и параметров. Такой подход позволяет значительно упростить реализацию моделей и возможность с приемлемой для расчетов точностью проводить исследования для типовых процессов деформирования и разрушения.

Модели разрушения [173] упругопластических материалов при квазистатическом и динамическом нагружении включают в себя:

- критерий прочности – определяет поверхность или скалярную величину, при достижении которой параметр поврежденности достигает критического значения и происходит локальное разрушение элемента конструкции;
- кинетическое уравнение накопления повреждений – служит для оценки степени деструктивных изменений в материале при образовании микроповреждений и микротрещин в процессе деформирования.

На практике используют как связанные модели накопления повреждений [174], в которых учитывается влияние параметра поврежденности на характеристики материала или процесса деформирования, так и несвязанные модели, в которых данная взаимосвязь не закладывается.

На сегодняшний день известно более 200 различных критериев прочности материалов [32, 167-171, 175-177]. Различают деформационные, силовые, энергетические и комбинированные критерии. Деформационные критерии в большей степени основываются на деформациях и инвариантах тензора деформаций, силовые – на напряжениях и инвариантах тензора напряжений, энергетические – на внутренней энергии, комбинированные – соответственно на сочетании параметров. Использование конкретного критерия в значительной мере зависит от вида материала (пластичные или хрупкие), типа нагружения (квазистатическое или динамическое, стационарное или нестационарное) и типа разрушения (откол, отрыв, сдвиг, фазовые переходы, трещинообразование, множественное разрушение и пр.). Критерии различаются по количеству используемых параметров, которые учитывают влияние вида НДС на прочность материала. Наиболее предпочтительны с точки зрения практической применимости являются двух (типа Писаренко-Лебедева) или трех параметрические критерии, которые позволяют определять разрушение для разных видов материала, типов нагружения и разрушения. Использование большего количества параметров является трудозатратным при верификации и экспериментальном оснащении константами.

Кинетическое уравнение накопления повреждений [32, 171, 173, 174] является зависимостью, основанной на линейном или нелинейном суммировании параметра поврежденности в процессе деформирования с учетом вида НДС. Параметр поврежденности обычно задается в виде скалярной или тензорной величины, которая определяет степень поврежденности материала. В качестве скалярного параметра используют эквивалентные напряжения, интенсивность тензора напряжения или деформаций, параметр Одквиста, внутреннюю энергию и пр. Тензорный параметр поврежденности более адекватно описывает процесс разрушения при нестационарных процессах деформирования, но использование его для практических задач затруднительно из-за невозможности провести корректную верификацию и эксперименты для оснащения необходимыми параметрами.

Процессы деформирования и разрушения упругопластических элементов конструкций при динамическом нагружении [32, 171, 173] характеризуются сложным НДС, переменностью скорости деформаций, эффектами знакопеременности деформирования (динамический эффект Баушингера) и сложными траекториями нагружения. Для оснащения моделей разрушения требуется наличие истинных диаграмм деформирования при нескольких уровнях скоростей деформаций с одновременной фиксацией параметров НДС в момент разрушения. Современное состояние экспериментальной базы и средств измерения соответствующих параметров НДС в нужном диапазоне скоростей деформаций не позволяют получить необходимые экспериментальные данные. Учитывая указанные обстоятельства, представляются оправданными относительно простые формулировки моделей динамического деформирования и разрушения, учитывающие основные факторы, влияющие на рассматриваемые процессы. На практике наиболее известными подходами к аппроксимации истинной диаграммы деформирования в зависимости от скорости деформаций и температуры являются уравнения Johnson-Cook, Steinberg-Guinan, Zerilli-Armstrong, Cowper-Symonds, Gurson-Tvergaard. Для использования данных аппроксимаций требуется проведение предварительных исследований применимости уравнений, в особенности при больших деформациях и разрушении материалов.

На практике для описания процессов накопления повреждений при динамическом деформировании используются подходы, условно разделенные на два класса:

1) Процессы квазиравновесного накопления повреждений.

К первому классу относятся процессы динамического деформирования, в которых параметры НДС не превышают предела прочности, и скорость деформации соответствует установившемуся режиму, либо плавно меняется (без скачкообразных изменений). В этом случае в модели разрушения явно не учитывают параметр времени, а только через зависимость скорости деформаций от времени.

Для данного класса процессов математические модели разрушения формулируются в подавляющем большинстве на основе моделей квазистатического деформирования [32, 171, 173] с учетом интенсивности скорости пластических деформаций $\dot{\varepsilon}_i^p = \sqrt{2/3\, \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}$, где $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ - тензор скорости пластических деформаций. Обычно производится модификация моделей разрушения, одним из следующих вариантов:

- введением зависимости предела текучести от скорости деформаций;
- введением зависимости истинной диаграммы деформирования от скорости деформаций;
- введением так называемых «коэффициентов динамичности» K^d.

2) Процессы существенно неравновесного накопления повреждений

Ко второму классу относятся процессы с локальными кратковременными превышениями пределов прочности, однако состояние разрушения наступает только после истечения некоторого интервала времени, в течение которого происходит накопление критического уровня повреждений (т.н. запаздывание разрушения). В этих случаях процесс накопления повреждений будет существенно неравновесным и модель разрушения должна явно включать параметр время. Типичный пример неравновесного разрушения - «откольное» разрушение. Отметим, что финальные стадии разрушения (образование и распространение трещин) всегда неравновесны. Основные особенности неравновесного разрушения и подходы к моделированию процессов неравновесного разрушений подробно изложены в работах [178-180].

Исходя из проведенного анализа современного состояния моделей разрушения упругопластических материалов при квазистатических и динамических нагружениях можно сделать вывод, что с практической точки зрения наиболее предпочтительно использовать модель на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с критерием прочности типа Писаренко-Лебедева. Данная модель применима при квазиравновесных процессах разрушения упругопластических материалов при квазистатических и динамических нагружениях при скоростях деформаций до 10^4 1/с.

1.6 Выводы из обзора

Анализ моделей деформирования упругопластических материалов, экспериментально-расчетных методов получения деформационных характеристик материала и современных подходов исследования разрушения материалов позволяет сделать следующие выводы.

Для численного моделирования нелинейного поведения материалов требуется достоверные зависимости истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов вплоть до разрушения. При получении этих данных в экспериментах на растяжение и ударное сжатие возникают трудности, связанные с возникающей неодноосностью и неоднородностью НДС в образце, влиянием краевых эффектов, сил трения и радиальной инерции. В связи с этим для получения более достоверных данных о поведении материала целесообразно развивать экспериментально-расчетный подход, который позволяет в полной мере учитывать эти факторы.

Выдвинутая гипотеза «единой кривой» при умеренных пластических деформациях (до 15%) имеет экспериментальное подтверждение не для всех материалов. При больших деформациях влияние вида напряженного состояния на определение диаграмм деформирования экспериментально изучено недостаточно.

Закономерности образования и распространения краевых эффектов до настоящего момента недостаточно изучены. При проведении исследований стараются минимизировать их влияние на результаты путем увеличения рабочей части образцов. Динамические характеристики трения в силу сложности методик их определения также мало изучены. В известных приближенных методиках построения диаграмм деформирования с учётом сил трения и радиальной инерции коэффициенты трения предполагаются известными, тогда как способы их определения в экспериментах на ударное сжатие практически отсутствуют. На сегодняшний день верификация достоверности теоретических подходов оценки радиальной инерции при ударном сжатии образцов-таблеток неизвестна.

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному изучению физических и механических свойств материалов в условиях сверхпластичности. В литературе не описаны общие методики и базовые эксперименты по определению параметров деформационного и скоростного упрочнения материалов в режиме сверхпластичности. Численное моделирование процессов деформирования в режиме сверхпластичности в постановке механики сплошной среды практически не представлено в отечественной литературе.

Для описания процессов разрушения упругопластических материалов с практической точки зрения наиболее предпочтительно использовать модель на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двух параметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева.

2. ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА И МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Численное решение задач осуществлялось в динамической осесимметричной постановке с использованием пакетов прикладных программ LS-DYNA (лицензия № 244793) [181] и «Динамика-2» [182].

Программа LS-DYNA предназначена для решения широкого круга нелинейных двумерных и трехмерных задач механики сплошной среды в динамической и квазистатической постановке. В программе реализован метод конечных элементов с явной и неявной схемой интегрирования по времени. Определяющие соотношения программы и их численная реализация подробно описаны в [183]. LS-DYNA содержит большую библиотеку конечных элементов с упрощенной (одноточечной) и полной схемой интегрирования. Для моделирования поведения материала программа имеет широкий набор моделей материалов, а также возможность их пользовательского программирования. При этом для задач моделирования разрушения элементов конструкций в программе достаточно большое количество реализовано современных моделей разрушения. Для моделирования контактного взаимодействия сред в программе реализовано более 30 высокоэффективных алгоритмов, учитывающих множество особенностей контактного взаимодействия (скольжение, сухое и вязкое трение, пробивание, контакт абсолютно твердых тел с деформируемыми).

Программа «Динамика-2» применяется для решения двумерных динамических и квазистатических задач механики сплошной среды. Для численного решения задач деформирования элементов конструкций в программе использован вариационно-разностный метод, развитие которого осуществляли Баженов В.Г. и его ученики. Этот метод в программе «Динамика-2» реализован Зефировым С.В [182, 184]. В следующих ниже разделах главы приведены определяющие соотношения программы «Динамика-2».

2.1 Определяющая система уравнений

Рассматривается односвязная область сплошной среды Ω с контуром Γ:

$$\Omega = \bigcup_j \Omega_j \,,\ \Gamma = \bigcup_j \Gamma_j \,,\ j = \overline{1, D}\,. \tag{2.1}$$

Уравнения движения сплошной среды в переменных Лагранжа следуют из вариационного принципа Журдена в неподвижной цилиндрической системе координат r, θ, z (Oz – ось вращения):

$$\begin{aligned}
&\iint_\Omega \left(\sigma_{rr}\delta\dot{e}_{rr} + \sigma_{\theta\theta}\delta\dot{e}_{\theta\theta} + \sigma_{zz}\delta\dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz}\delta\dot{e}_{rz}\right) rd\Omega + \\
&+ \iint_\Omega \rho\left(\ddot{u}_r\delta\dot{u}_r + \ddot{u}_z\delta\dot{u}_z\right) rd\Omega - \int_\Gamma \left(p_r\delta\dot{u}_r + p_z\delta\dot{u}_z\right) rd\Gamma -, \\
&- \int_\Gamma \left(q_r\delta\dot{u}_r + q_z\delta\dot{u}_z\right) rd\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{2.2}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши, $\dot{e}_{ij}$ – компоненты тензора скоростей деформаций (симметричной части градиента скорости перемещений), $\dot{u}_i$ – скорость перемещений, ρ – плотность материала, p_i, q_i – компоненты поверхностной нагрузки и контактного давления. Связь тензора скоростей деформаций со скоростями перемещений следующая:

$$\dot{e}_{rr} = \dot{u}_{r,r}\,,\ \dot{e}_{\theta\theta} = \dot{u}_r r^{-1}\,,\ \dot{e}_{zz} = \dot{u}_{z,z}\,,\ \dot{e}_{rz} = \frac{1}{2}\left(\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z}\right). \tag{2.3}$$

Согласно (1.3), уравнение (1.2) запишется:

$$\begin{aligned}
&\iint_\Omega (\sigma_{rr}\delta\dot{u}_{rr} + \sigma_{\theta\theta}r^{-1}\delta\dot{u}_r + \sigma_{zz}\delta\dot{u}_{z,z} + \sigma_{rz}(\delta\dot{u}_{r,z} + \delta\dot{u}_{z,r}) + \rho(\ddot{u}_r\delta\dot{u}_r + \ddot{u}_z\delta\dot{u}_z))rd\Omega - \\
&- \int_\Gamma (p_r\delta\dot{u}_r + p_z\delta\dot{u}_z)rd\Gamma - \int_\Gamma \left(q_r\delta\dot{u}_r + q_z\delta\dot{u}_z\right) rd\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Аналогично уравнению (2.4) для многосвязной области Ω с границей Γ уравнение записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\sum_{d=1}^{D}(\iint_{\Omega_d} (\sigma_{rr}\delta\dot{u}_{rr} + \sigma_{\theta\theta}r^{-1}\delta\dot{u}_r + \sigma_{zz}\delta\dot{u}_{z,z} + \sigma_{rz}(\delta\dot{u}_{r,z} + \delta\dot{u}_{z,r}) + \rho(\ddot{u}_r\delta\dot{u}_r + \ddot{u}_z\delta\dot{u}_z))rd\Omega - \\
&- \int_{\Gamma_d} (p_r\delta\dot{u}_r + p_z\delta\dot{u}_z)rd\Gamma - \int_{\Gamma_d} (q_r\delta\dot{u}_r + q_z\delta\dot{u}_z)\, rd\Gamma)^{(d)} = 0
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Для повышения точности численного интегрирования уравнений (2.4) и (2.5) вводят новые переменные $\dot{v}_r = r\dot{u}_r$, $\dot{v}_z = r\dot{u}_z$ [185]. Таким образом, выражения скоростей деформаций (2.3) и уравнения (2.4) и (2.5) соответственно запишутся в следующем виде

$$\dot{e}_{rr} = r^{-1}\dot{v}_{r,r} - r^{-2}\dot{v}_r\,,\ \dot{e}_{\theta\theta} = r^{-1}\dot{v}_r\,,\ \dot{e}_{zz} = r^{-1}\dot{v}_{z,z}\,,\ \dot{e}_{rz} = \frac{1}{2}\left(r^{-1}\dot{v}_{r,z} + r^{-1}\dot{v}_{z,r} - r^{-2}\dot{v}_z\right), \tag{2.6}$$

$$\iint_{\Omega}[\sigma_{rr}\delta\dot{v}_{r,r}+\sigma_{zz}\delta\dot{v}_{z,z}+\sigma_{rz}(\delta\dot{v}_{r,z}+\delta\dot{v}_{z,r})-\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}\delta\dot{v}_r-\frac{\sigma_{rz}}{r}\delta\dot{v}_z+\rho(\ddot{u}_r\delta\dot{v}_r+\ddot{u}_z\delta\dot{v}_z)]d\Omega- \atop -\int_{\Gamma}(p_r\delta\dot{v}_r+p_z\delta\dot{v}_z)d\Gamma-\int_{\Gamma}(q_r\delta\dot{v}_r+q_z\delta\dot{v}_z)d\Gamma=0 \quad , \tag{2.7}$$

$$\sum_{d=1}^{D}(\iint_{\Omega_d}[\sigma_{rr}\delta\dot{v}_{rr}+\sigma_{zz}\delta\dot{v}_{z,z}+\sigma_{rz}(\delta\dot{v}_{r,z}+\delta\dot{v}_{z,r})-\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}\delta\dot{v}_r-\frac{\sigma_{rz}}{r}\delta\dot{v}_z+\rho(\ddot{u}_r\delta\dot{v}_r+\ddot{u}_z\delta\dot{v}_z)]d\Omega- \atop -\int_{\Gamma_d}(p_r\delta\dot{v}_r+p_z\delta\dot{v}_z)d\Gamma-\int_{\Gamma_d}(q_r\delta\dot{v}_r+q_z\delta\dot{v}_z)d\Gamma)^{(d)}=0 \quad . \tag{2.8}$$

Для выполнения условий кинематической совместности на линии сопряжения Γ^* подобластей Ω_j предполагается, что подобласти жестко соединены между собой. Таким образом, условия кинематической совместности записываются

$$\delta\dot{v}_i^{\cdot}(s,t)\Big|_{S\in\Gamma^*}=\delta\dot{v}_i^{\cdot\cdot}(s,t)\Big|_{s\in\Gamma^*},\ddot{u}_i^{\cdot}(s,t)\Big|_{S\in\Gamma^*}=\ddot{u}_i^{\cdot\cdot}(s,t)\Big|_{s\in\Gamma^*},\ i=r,z. \tag{2.9}$$

Упругопластические свойства материалов определялись теорией течения с изотропным и кинематическим упрочнением. Для задач в осесимметричной постановке тензор деформаций и тензор напряжений имеют вид

$$e_{ij}=\begin{pmatrix} e_{rr} & e_{rz} & 0 \\ e_{zr} & e_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & e_{\theta\theta} \end{pmatrix},\ \sigma_{ij}=\begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{rz} & 0 \\ \sigma_{zr} & \sigma_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\theta\theta} \end{pmatrix}. \tag{2.10}$$

Скорость деформаций $\dot{e}_{ij}$ представляется в виде

$$\dot{e}_{ij}=\dot{e}_{ij}^{y}+\dot{e}_{ij}^{p}, \tag{2.11}$$

где $\dot{e}_{ij}^{y}$, $\dot{e}_{ij}^{p}$ – скорости упругих и пластических составляющих тензора деформаций.

Скоростью шаровых составляющих напряжений $\dot{\sigma}$ и деформаций $\dot{e}$ имеют следующую линейную связь

$$\dot{\sigma}=3K\dot{e},\ \dot{\sigma}=1/3\cdot(\dot{\sigma}_{rr}+\dot{\sigma}_{zz}+\dot{\sigma}_{\theta\theta}),\ \dot{e}=1/3\cdot(\dot{e}_{rr}+\dot{e}_{zz}+\dot{e}_{\theta\theta}),\ \dot{e}_{rr}^{p}+\dot{e}_{zz}^{p}+\dot{e}_{\theta\theta}^{p}=0 \tag{2.12}$$

где K – модуль объемного сжатия.

Скорость девиатора напряжений $\dot{\sigma}'_{ij}=\dot{\sigma}_{ij}-\delta_{ij}\dot{\sigma}$ определяется через скорость упругих составляющих девиатора деформаций $\dot{e}'^{y}_{ij}=\dot{e}_{ij}-\delta_{ij}\dot{e}-\dot{e}_{ij}^{p}$ в виде

$$D_J\sigma'_{ij}=2G\dot{e}'^{y}_{ij},\ D_J\sigma'_{ij}=\dot{\sigma}'_{ij}-\dot{\omega}_{ik}\sigma'_{kj}-\dot{\omega}_{jk}\sigma'_{ik},\ \dot{\omega}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\dot{u}_{i,j}-\dot{u}_{j,i}\right), \tag{2.13}$$

где D_J – производная Яуманна, G – модуль сдвига, δ_{ij} – символ Кронекера.

Поверхность текучести используется в форме Мизеса. Соотношения теории течения с изотропным и кинематическим упрочнением

$$\dot{e}_{ij}^{p} = \dot{\lambda} s_{ij}\,,\ s_{ij}s_{ij} = \frac{2}{3}C(æ)^2\,,\ s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma - \rho_{ij}\,,\ \dot{\rho}_{ij} = 2g\dot{e}_{ij}^{p}\,,$$

$$g = g(J_{2\rho})\,,\ \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij}dt\,, \quad J_{2\rho} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\rho_{ij}\rho_{ij}}\,, \tag{2.14}$$

где $C = C(æ)$ – радиус поверхности текучести, $æ = \sqrt{\frac{2}{3}}\int_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^{p}\dot{e}_{ij}^{p}}\,dt$ – параметр Одквиста, ρ_{ij} – тензор микронапряжений (центр поверхности текучести), g – модуль анизотропного упрочнения, принимающийся в первом приближении [33-36]

$g = g_0 - (g_0 - g_*)sign(\rho_{ij}s_{ij})\,,\ g_* = g_*(J_{2\rho})\,,\ g_0 = g_*(J_{2\rho} = 0)\,.$

При пластическом деформировании материала параметр $\dot{\lambda}$ выражается через необратимую часть элементарной работы $\dot{\lambda} = \frac{3}{2}\frac{s_{ij}\dot{e}_{ij}^{p}}{C^2}$, а при деформировании материала в упругой области принимается $\dot{\lambda} = 0$. Скалярные функции $C(æ)$, $g(J_{2\rho})$ определяются из экспериментов [33-36].

Для процессов простого активного нагружения можно использовать только изотропное упрочнение, в котором не учитывается смещение поверхности текучести (эффект Баушингера). В связи с этим в уравнениях (2.14) тензор микронапряжений $\rho_{ij} = 0$ и для задания свойств материала используется истинная диаграмма деформирования $\sigma_i(æ)$ (радиус поверхности текучести $C = \sigma_i(æ)$).

2.2 Вариационно-разностный метод

Численное решение вариационного уравнения (2.8) находится с помощью явной конечно-разностной схемой «крест» [186]. Область сплошной средой Ω на плоскости roz разбивается на множество произвольных топологических четырехугольников (блоков) Ω_j $(j=\overline{1,D})$. Блоки разбиваются на регулярную сетку четырехугольных ячеек. На линии сопряжения блоков Γ^* узлы совпадают. Численное представление пространственных производных некоторой функции $f = f(r,z)$ имеет следующий вид [145]

$$\frac{\partial f}{\partial l} \approx \sum_{p=1}^{N} a_p^l f_p, \quad l = r, z,$$

$$a_p^r = -\frac{z_{p+1}-z_{p-1}}{2\Delta\Omega}, \quad a_p^z = \frac{r_{p+1}-r_{p-1}}{2\Delta\Omega}, \tag{2.15}$$

$$\Delta\Omega = -\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{N} r_p(z_{p+1}-z_{p-1}),$$

$$b_{N+1} = b_1, \quad b_0 = b_N, \quad b = r, z, f,$$

где N – количество вершин ячейки ($N=4$), $\Delta\Omega$ – площадь ячейки.

Значение функции f в центре ячейки принимается

$$< f > = \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} f_p. \tag{2.16}$$

В узлах конечно-разностной сетки вычисляются перемещения и скорости перемещений, в центрах ячеек – тензор напряжений и тензор скоростей деформаций. Расчет задачи деформирования сплошной среды разбивается на временные моменты $t^0, t^1, ..., t^k, ...$ ($\Delta t^{k+1} = t^{k+1} - t^k$). Таким образом, численный аналог вариационного уравнения (2.8) представляется в виде

$$\begin{gathered}\sum_{d=1}^{D}\Big(\sum_{l=1}^{N_\Omega^d}\{[\sigma_{rr}\sum_{p=1}^{4} a_p^r(\delta\dot v_r)_p + \sigma_{zz}\sum_{p=1}^{4} a_p^z(\delta\dot v_z)_p + \sigma_{rz}(\sum_{p=1}^{4} a_p^z(\delta\dot v_r)_p + \sum_{p=1}^{4} a_p^r(\delta\dot v_z)_p) \\ -(4<r>)^{-1}(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})\sum_{p=1}^{4}(\delta\dot v_r)_p - (4<r>)^{-1}\sigma_{rz}\sum_{p=1}^{4}(\delta\dot v_z)_p + \\ +4^{-1}\rho(\sum_{p=1}^{4}(\ddot u_r\delta\dot v_r)_p + \sum_{p=1}^{4}(\ddot u_z\delta\dot v_z)_p)]\Delta\Omega\}^{(l)} - \\ -\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{N_\Gamma^d}\{(p_r)_{p+1/2}[(\delta\dot v_r)_{p+1} + (\delta\dot v_r)_p] + (p_z)_{p+1/2}[(\delta\dot v_z)_{p+1} + (\delta\dot v_z)_p] + \\ +(q_r)_{p+1/2}[(\delta\dot v_r)_{p+1} + (\delta\dot v_r)_p] + (q_z)_{p+1/2}[(\delta\dot v_z)_{p+1} + (\delta\dot v_z)_p]\}\Delta\Gamma_{p+1/2}\Big)^{(d)} = 0\end{gathered}, \tag{2.17}$$

где N_Ω^d – количество ячеек сетки блока с номером d, N_Γ^d – количество сторон граничных ячеек контура Γ^d.

Объединяя слагаемые при вариациях $(\delta\dot{v}_r)_j, (\delta\dot{v}_z)_j$, уравнение (2.17) запишется

$$\sum_{j=1}^{N_\Sigma}\left[\left(M\ddot{u}_r - F_r\right)_j\left(\delta\dot{v}_r\right)_j + \left(M\ddot{u}_z - F_z\right)_j\left(\delta\dot{v}_z\right)_j\right] = 0, \tag{2.18}$$

где N_Σ – суммарное количество узлов расчетной области.

В силу независимости вариаций $(\delta\dot{v}_r)_j, (\delta\dot{v}_z)_j$ получается система вариационных уравнений

$$\begin{cases} (M\ddot{u}_r - F_r)_j(\delta\dot{v}_r)_j = 0 \\ (M\ddot{u}_z - F_z)_j(\delta\dot{v}_z)_j = 0 \\ j = \overline{1, N_\Sigma} \end{cases}. \tag{2.19}$$

Так как вариации скоростей являются произвольными, то (2.19) преобразуется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} (M\ddot{u}_r)_j = (F_r)_j \\ (M\ddot{u}_z)_j = (F_z)_j \\ j = \overline{1, N_\Sigma} \end{cases}, \tag{2.20}$$

где F_r, F_z – обобщенные силы расчетного узла j, M – узловая масса.

Вклады ячеек сплошной среды в расчетный узел j ячейки l имеют следующий вид

$$(B_r^l)_j = -[(\sigma_{rr}a_j^r + \sigma_{rz}a_j^z - (4 < r >)^{-1}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}))\Delta\Omega\,]^l,$$

$$(B_z^l)_j = -[(\sigma_{zz}a_j^z + \sigma_{rz}a_j^r - (4 < r >)^{-1}\sigma_{rz})\Delta\Omega\,]^l,$$

$$(M^l)_j = (4^{-1}\rho\Delta\Omega\,)^l, \tag{2.21}$$

$$(C_r^l)_j = \frac{1}{2}((p_r + q_r)\Delta S\,)^l_{j\pm 1/2},$$

$$(C_z^l)_j = \frac{1}{2}((p_z + q_z)\Delta S\,)^l_{j\pm 1/2}.$$

Тогда обобщенные силы и узловая масса системы уравнений (2.20) запишутся

$$(F_r)_j = \sum_{l=1}^{w}(B_r^l)_j,\ (F_z)_j = \sum_{l=1}^{w}(B_z^l)_j,\ (M)_j = \sum_{l=1}^{w}(M^l)_j, \tag{2.22}$$

для границы Γ сплошной среды

$$\begin{gathered} (F_r)_j = \sum_{l=1}^{w}[(B_r^l) + (C_r^l)],\ (F_z)_j = \sum_{l=1}^{w}[(B_z^l) + (C_z^l)], \\ (M)_j = \sum_{l=1}^{w}(M^l)_j \end{gathered} \tag{2.23}$$

где w – число ячеек, принадлежащих узлу j.

Численное интегрирование уравнений (2.20) по времени имеет следующий вид

$$(\dot{u}_\alpha)_j^{k+1/2} = (\dot{u}_\alpha)_j^{k-1/2} + (F_\alpha)_j^k \frac{\Delta t^{k+1/2}}{(M)_j^k},$$

$$(u_\alpha)_j^{k+1} = (u_\alpha)_j^k + (\dot{u})_j^{k+1/2} \Delta t^{k+1}, \tag{2.24}$$

$$\Delta t^{k+1/2} = \frac{1}{2}(\Delta t^{k+1} + \Delta t^k); \quad \alpha = r, z; \quad j = \overline{1, N_\Sigma}.$$

Явная конечно-разностная схема является условно устойчивой. Выбор временного шага Δt в (2.24) определяется из условия [133]

$$\Delta t_l \le \frac{1}{c}\min(h_i), \quad \Delta t_j = \min_l \Delta t_l, \; \Delta t = \min_j \Delta t_j, \quad l = \overline{1, N_\Omega}, \quad j = \overline{1, D}, \tag{2.25}$$

где h_i – высота элементарной ячейки, $c = [(K + \frac{4}{3}G)/\rho]^{1/2}$ – скорость звука.

2.3 Алгоритм численного расчета

Расчетная область Ω (расчетная модель) покрывается топологическими четырехугольниками (блоками) Ω_j $(j=\overline{1,D})$. Блоки Ω_j разбиваются на регулярную сетку четырехугольных ячеек. На границе Γ расчетной модели прикладываются поверхностные нагрузки, а также задаются начальные условия расчетной модели по перемещениям и скоростям. В начальный момент времени граничные условия определяют исходное НДС расчетной модели.

Для расчетного момента времени $t=t^{k+1}$ определяются обобщенные силы и узловая масса системы уравнений движения $(F_r)_j, (F_z)_j, (M)_j$ $(j=\overline{1,N_\Sigma})$ на основе НДС, полученного с предыдущего момента времени $t=t^k$. Выбор временного шага Δt^{k+1} осуществляется из условия устойчивости (2.25).

По найденному НДС расчетной модели момента времени $t=t^k$ с использованием соотношений (2.24) определяются компоненты скоростей $(\dot{u}_r)_j^{k+1/2}, (\dot{u}_z)_j^{k+1/2}$ и перемещений $(u_r)_j^{k+1}, (u_z)_j^{k+1}$ $(j=\overline{1,N_\Sigma})$ для узлов сетки. Скорости и перемещения на линии сопряжении блоков Γ^* определяются из условий (2.9).

На момент времени $t=t^{k+1}$ координаты узлов разностной сетки в исходной системе координат рассчитывается следующим образом:

$$\alpha_j^{k+1} = \alpha_j^0 + \sum_{p=1}^{k+1} (\dot{u}_\alpha)_j^{p-1/2} \Delta t^p, \tag{2.26}$$

$\alpha = r, z; j=\overline{1,N_\Sigma}$.

В соответствии с (2.3), (2.15) и (2.16) определяются

$$(\dot{e}_{rr})_l^{k+1/2} = \sum_{p=1}^{N} \left[(a_p^r)(\dot{u}_r)_p\right]_l^{k+1/2},$$

$$(\dot{e}_{zz})_l^{k+1/2} = \sum_{p=1}^{N} \left[(a_p^z)(\dot{u}_z)_p\right]_l^{k+1/2},$$

$$(\dot{e}_{\beta\beta})_l^{k+1/2} = (4<r>^{k+1/2})^{-1} \sum_{p=1}^{N} \left[(\dot{u}_r)_p\right]_l^{k+1/2}, \tag{2.27}$$

$$(\dot{e}_{rz})_l^{k+1/2} = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{N} \left[(a_p^r)(\dot{u}_z)_p\right]_l^{k+1/2} + \frac{1}{2}\sum_{p+1}^{N} \left[(a_p^z)(\dot{u}_r)_p\right]_l^{k+1/2},$$

$$(\dot{\omega}_{rz})_l^{k+1/2} = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{N} \left[(a_p^r)(\dot{u}_z)_p\right]_l^{k+1/2} - \frac{1}{2}\sum_{p+1}^{N} \left[(a_p^z)(\dot{u}_r)_p\right]_l^{k+1/2},$$

где l - номер ячейки.

Приращение деформаций определяются следующим образом:

$$(\Delta e_{ij})_l^{k+1} = (\dot{e}_{ij})_l^{k+1/2}\Delta t^{k+1},$$

$$(\Delta \omega)_l^{k+1} = (\dot{\omega}_{rz})_l^{k+1/2}\Delta t^{k+1}. \qquad (2.28)$$

В связи с этим тензор деформаций $(e_{ij})_l^{k+1} = (e_{ij})_l^k + (\Delta e_{ij})_l^{k+1}$.

Приращения пластических деформаций в ячейках расчетной сетки определяются с использованием соотношений (2.14). На основе полученных приращений деформаций (2.28) определяется тензор напряжений

$$(\Delta\sigma)_l^{k+1} = 3K(\Delta e)_l^{k+1},\ (\Delta\sigma'_{ij})^{k+1} = 2G(\Delta e'_{ij})^{k+1}, \qquad (2.29)$$

$$s_{ij}^{k+1} = (\sigma'_{ij})^k + (\Delta\sigma'_{ij})^{k+1} - (\rho_{ij})^k.$$

Далее производится проверка условия текучести. При $\sqrt{(s_{ij}s_{ij})^{k+1}} \le \sqrt{\frac{2}{3}}C(æ^k)$ материал деформируется в упругой области (2.12), (2.13) ($(\Delta e_{ij}^p)^{k+1} = 0$), иначе определяются приращения пластических деформаций на основе соотношений теории течения (2.14)

$$(\Delta e_{ij}^p)^{k+1} = \Delta\lambda^* s_{ij}^{k+1},\ \Delta\lambda^* = \frac{1}{2(G+g+\frac{1}{3}q)}\cdot\left[1-\frac{\sqrt{\frac{2}{3}}C(æ^k)}{\sqrt{(s_{ij}s_{ij})^{k+1}}}\right],$$

$$(\Deltaæ)^{k+1} = \Delta\lambda^*\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{(s_{ij}s_{ij})^{k+1}},\ æ^{k+1} = æ^k + (\Deltaæ)^{k+1},\ (\rho_{ij})^{k+1} = \rho_{ij}^k + 2g(\Delta e_{ij}^p)^{k+1} \qquad (2.30)$$

где $q = \left[C(æ^k + (\Deltaæ)^{k+1}) - C(æ^k)\right]/(\Deltaæ)^{k+1}$, $g = g^0 - (g^0 - g^k)\cdot sign(\rho_{ij}^k s_{ij}^0)$, $g^k = g(J_{2\rho}^k)$.

Исходя из того, что параметры g и q зависят от Δe_{ij}^p, приращения Δe_{ij}^p находятся с помощью итерационной процедуры «посадки» девиатора напряжений на поверхность текучести, которая обладает квадратичной скоростью сходимости [33-36]. Условие остановки итерационного процесса является $\left|\frac{\sqrt{(s_{ij}s_{ij})^{k+1}}}{\sqrt{\frac{2}{3}}C(æ^{k+1})} - 1\right| < e \approx 0.01 \div 0.001$.

В соответствии с (2.12), (2.13) определяются компоненты тензора напряжений

$$(\Delta e_{ij}^y)^{k+1} = (\Delta e_{ij})^{k+1} - (\Delta e_{ij}^p)^{k+1},\ (\Delta e'^y_{ij})^{k+1} = (\Delta e_{ij}^y)^{k+1} - \delta_{ij}(\Delta e)^{k+1},$$

$$(\Delta\sigma'_{ij})^{k+1} = 2G(\Delta e'^y_{ij})^{k+1} + t_{ij}^k,\ (\Delta\sigma)^{k+1} = 3K(\Delta e)^{k+1} \qquad (2.31)$$

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \sigma_{ij}^k + (\Delta\sigma'_{ij})^{k+1} + \delta_{ij}(\Delta\sigma)^{k+1}$$

В соотношениях (2.31) параметры t_{ij}^{k} учитывают вращение ячейки как твердого целого, которые выражаются следующим образом [146]

$$t_{rr}^{k} = -(\sigma_{rr}^{k} - \sigma_{zz}^{k})\sin^{2}(-\Delta\omega^{k+1}) + 2\sigma_{rz}^{k}\sin(-\Delta\omega^{k+1}),$$
$$t_{zz}^{k} = -t_{rr}^{k}, \quad t_{\beta\beta}^{k} = 0, \tag{2.32}$$
$$t_{rz}^{k} = -2\sigma_{rz}^{k}\sin^{2}(-\Delta\omega^{k+1}) - (\sigma_{rr}^{k} - \sigma_{zz}^{k})\sin(-\Delta\omega^{k+1}).$$

На временном шаге угол поворота ячейки $\Delta\omega^{k+1}$ достаточно мал и тогда принимают

$$\sin(\Delta\omega^{k+1}) \approx \Delta\omega^{k+1}. \tag{2.33}$$

Таким образом, для каждого момента времени определяется НДС расчетной модели.

Контактные усилия q_r, q_z в уравнении движения (2.2) вычисляются в процессе численного решения задачи [185]. Для упрощения предполагается, что контакт возможен только между отдельными элементами конструкций, которые являются односвязными подобластями Ω_j, ограниченными контурами Γ_j.

В местах контактных границ (Γ_j) используется местная система координат s,ξ, где s определяет направление касательной, а ξ определяет нормаль к деформированной поверхности. Контакт применяется как с трением, так и без трения вдоль касательной к поверхности [185].

Модель контакта без трения:

$$\begin{cases} \dot{u}'_{\xi} = \dot{u}''_{\xi} \\ q'_{\xi} = -q''_{\xi} \end{cases}, \qquad q_{\xi} = q'_{\xi} = \begin{cases} 0, & q_{\xi} \geq 0 \\ q_{\xi}, & q_{\xi} < 0 \end{cases}, \tag{2.34}$$

$$q'_{s} = q''_{s} = 0.$$

Модель контакта с трением:

$$\begin{cases} \dot{u}'_{\xi} = \dot{u}''_{\xi} \\ q'_{\xi} = -q''_{\xi} \end{cases}, \; q_{\xi} = q'_{\xi} = \begin{cases} 0, & q_{\xi} \geq 0 \\ q_{\xi}, & q_{\xi} < 0 \end{cases}, \tag{2.35}$$

$$\begin{cases} \dot{u}'_{s} = \dot{u}''_{s} \\ q'_{s} = -q''_{s} \end{cases}, \quad q_{s} = q'_{s} = \begin{cases} q_{s}, & |q_{s}| \leq k_{\xi}|q_{\xi}| \\ k_{\xi}|q_{\xi}|sign(q_{s}), & |q_{s}| > k_{\xi}|q_{\xi}| \end{cases}.$$

Модель контакта учитывает как взаимодействие, так и отрыв контактирующих поверхностей друг от друга. Поэтому в условиях (2.34), (2.35) учитываются только сжимающие усилия. Для определения контактных усилий применяется симметричный алгоритм на несогласованных сетках [186].

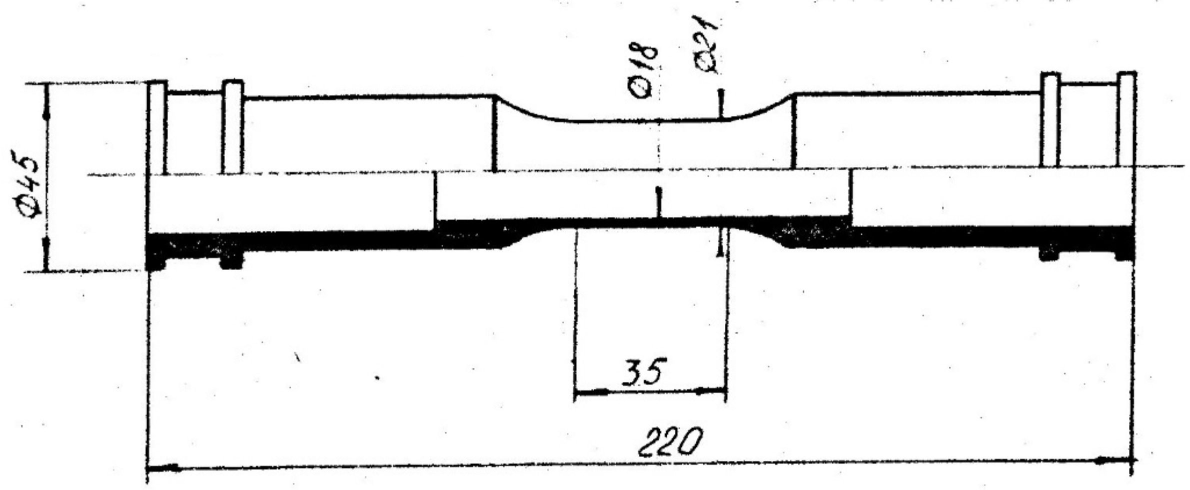
3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА РАСТЯЖЕНИЕ

3.1 Экспериментально-расчетный подход для построения истинных диаграмм деформирования

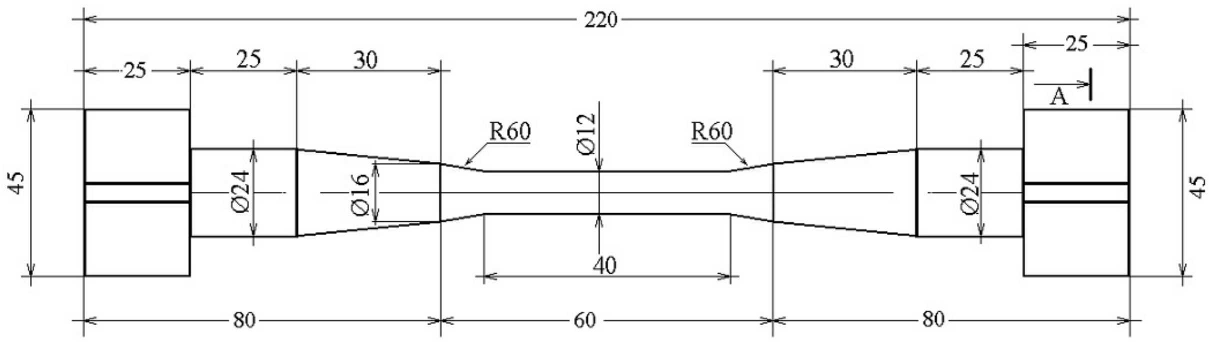
На основе экспериментально-расчетного подхода в [125-129] разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных свойств упругопластических материалов при монотонных нагружениях элементов конструкции вплоть до разрушения. В основу этих методик входит решение обратной задачи определения параметров математической модели с помощью последовательного решения ряда прямых задач. В этом случае область применимости экспериментально-расчетной методики определяется используемой математической моделью упругопластических материалов.

В качестве необходимых экспериментальных данных при растяжении образца требуются его начальная геометрическая модель и зависимость осевой силы от удлинения. Методика построения истинных диаграмм деформирования основана на итерационной процедуре корректировки зависимости интенсивности напряжений σ_i от интенсивности деформаций e_i. Корректировка диаграммы деформирования выполняется из-за соответствующей разницы полученных зависимостей осевых сил в эксперименте $F_Э$ и расчете F_p. При одинаковом удлинении образца вычисляется отношение $\beta = F_Э / F_P$. Далее определяется взаимосвязь между максимальной интенсивностью деформаций e_i^* в модели образца и соответствующим удлинением. На основе этого производится корректировка диаграммы деформирования $\overline{\sigma}_i(e_i^*) = \beta\sigma_i(e_i^*)$ до совпадения с заданной точностью полученных зависимостей осевых сил в эксперименте и расчете. В качестве начального приближения диаграммы деформирования может использоваться любая диаграмма упрочняющегося материала. При этом скорость сходимости итерационной процедуры практически не зависит от начального приближения. Наиболее эффективным алгоритмом построения диаграмм деформирования является корректировка диаграммы деформирования на каждом расчетном шаге нагружения в процессе растяжения образца.

В экспериментах использовались лабораторные цилиндрические образцы из стали 12Х18Н10Т трубчатой и сплошной формы. Перед каждым испытанием проводился контрольный обмер конкретного образца. На рисунке 3.1 представлены размеры цилиндрических образцов трубчатой и сплошной формы для стали 12Х18Н10Т. На рисунке 3.2 представлены полученные экспериментальные условные диаграммы деформирования (F – осевое усилие на торце, A – первоначальная площадь поперечного сечения образца, L_0 – первоначальная длина рабочей части образца, ΔL – перемещение торца в процессе нагружения).



Образец трубчатой формы



Образец сплошной формы

Рисунок 3.1 – Размеры образцов 12Х18Н10Т, мм

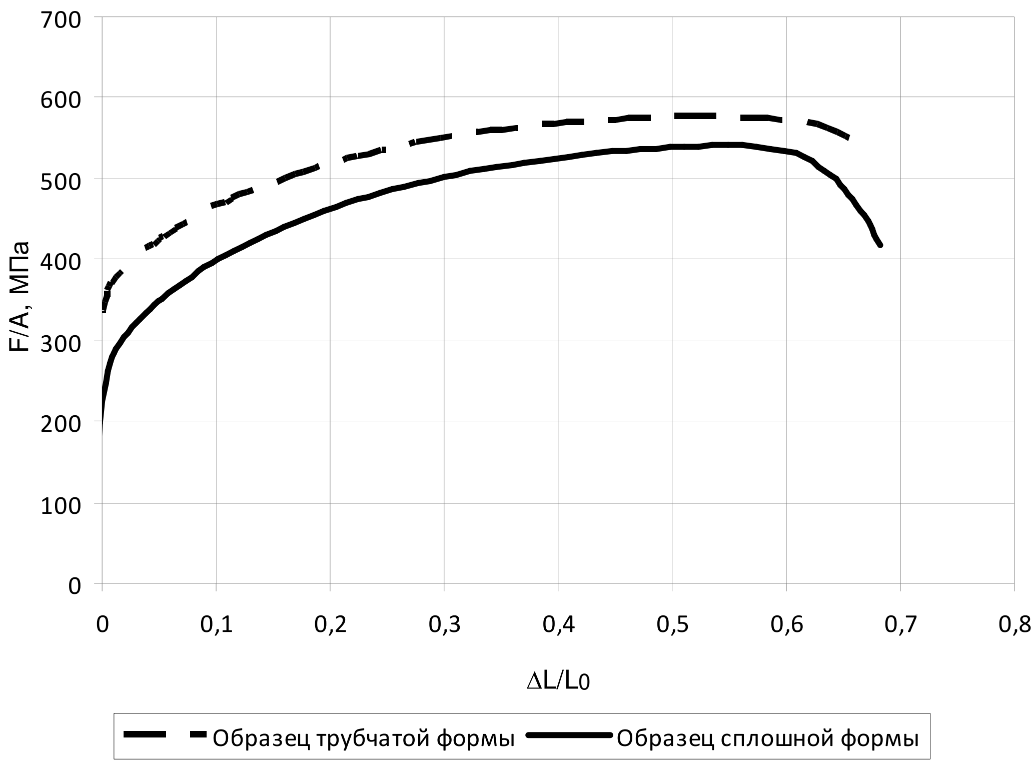
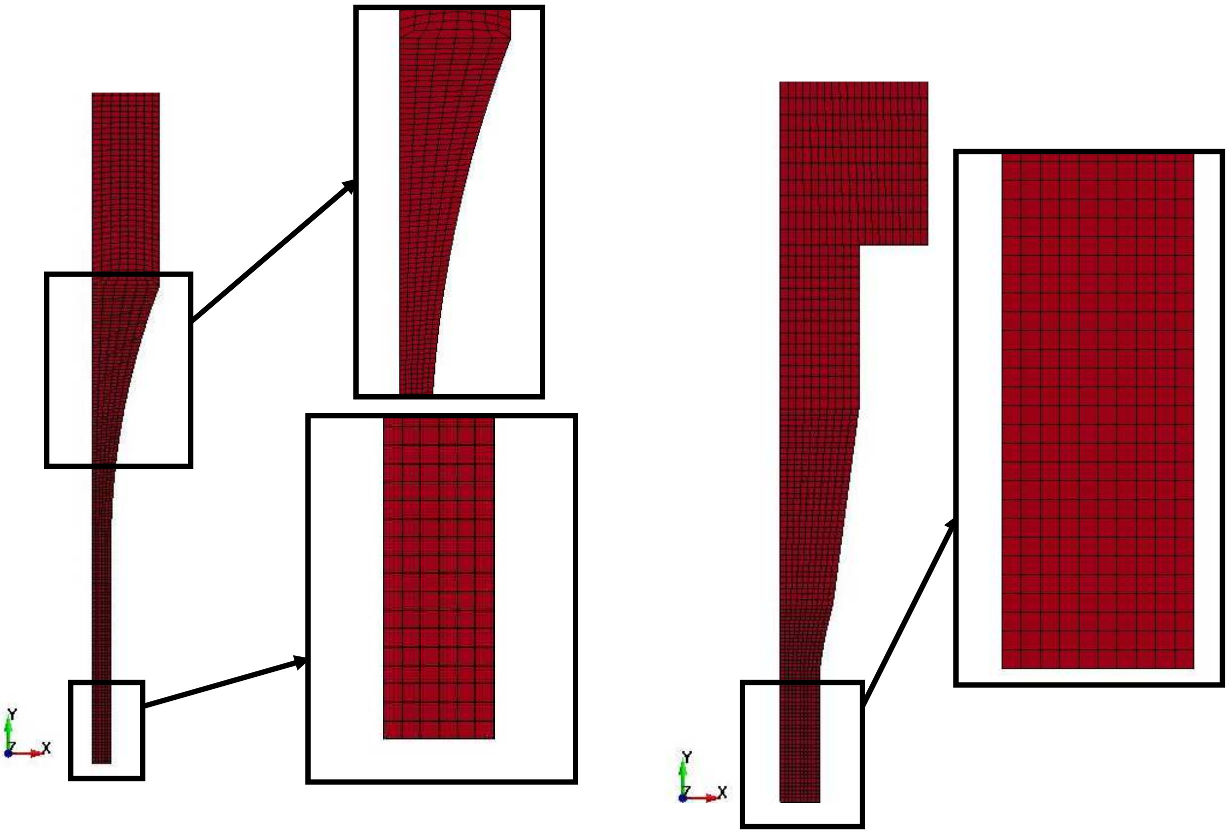


Рисунок 3.2 – Экспериментальные условные диаграммы деформирования стали 12Х18Н10Т

Численное решение задач проводилось в осесимметричной постановке. Расчетные схемы образцов представлены на рисунке 3.3, где y – ось вращения, y=0 – плоскость симметрии. Один торец образца жестко закреплялся, другой двигался с постоянной скоростью 1 м/с.

Упругие характеристики материала стали 12Х18Н10Т принимались следующими: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$. Плотность материала $\rho = 7850$ кг/м^3.



Образец трубчатой формы Образец сплошной формы

Рисунок 3.3 – Конечно-элементные модели образцов

Первоначально численное решение задачи выполнялось с начальным приближением диаграммы деформирования. В предположении несжимаемости материала и равномерного деформирования рабочей части испытуемых образцов начальное приближение диаграммы деформирования определялось по экспериментальной зависимости осевой силы F

$$æ = \ln(1+\frac{\Delta L}{L_0}),\ \sigma_i = \frac{F}{A}(1+\frac{\Delta L}{L_0}).$$

Из относительной разницы значений осевых усилий в эксперименте $F_Э$ и численном расчете F_p проводилась итерационная процедура корректировки диаграммы деформирования $\overline{\sigma}_i = \overline{\sigma}_i(æ)$ по формуле $\overline{\sigma}_i = \beta\sigma_i$, где $\beta = F_Э / F_P$, æ – параметр Одквиста. Итерационная процедура корректировки выполнялась до совпадения экспериментальных и расчетных осевых сил с погрешностью менее 1 % (рисунок 3.4, сплошная серая линия – эксперимент, пунктирная – итерационная процедура экспериментально-расчетного подхода). До сходимости итерационного процесса достаточно шести итераций.

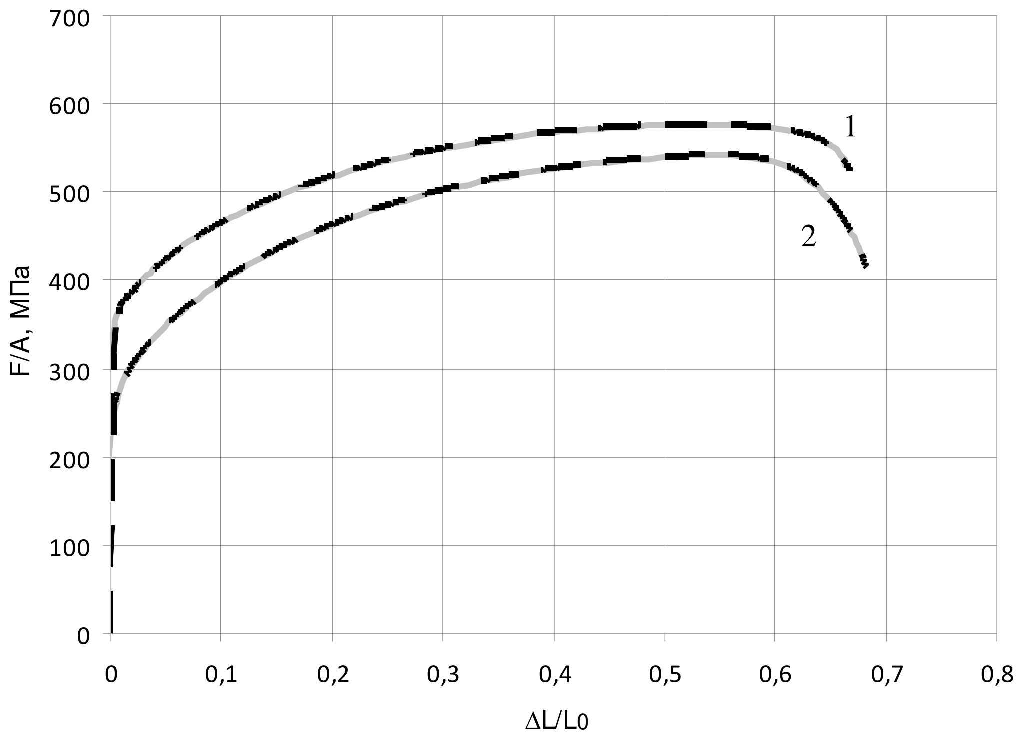


Рисунок 3.4 – Условные диаграммы деформирования, полученные в результате итерационной процедуры экспериментально-расчетного подхода: 1 – образец трубчатой формы, 2 – образец сплошной формы

Полученные в процессе корректировки диаграммы деформирования представлены на рисунок 3.5 (пунктирные линии – начальное приближение). На рисунке введены следующие обозначения: σ_i – интенсивность напряжений, e_i- интенсивность пластических деформаций (параметр Одквиста).

На рисунках 3.6 и 3.7 показано распределение интенсивности пластических деформаций e_i образцов соответственно трубчатой и сплошной формы с учетом полученных диаграмм деформирования при различных моментах времени.

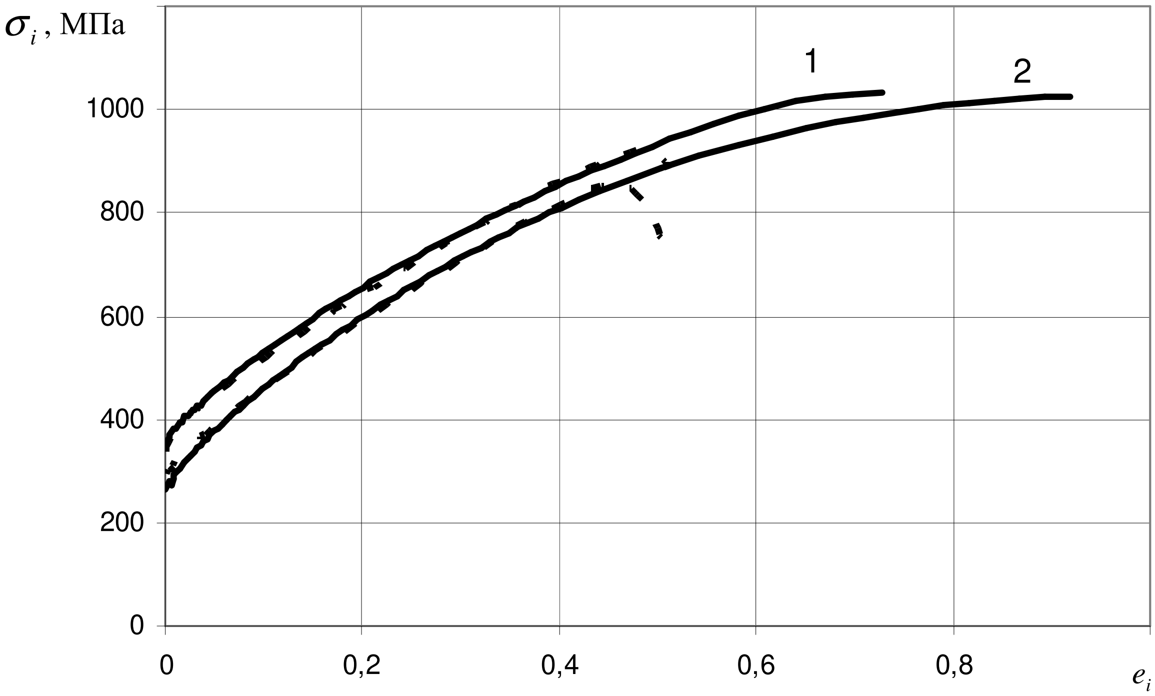


Рисунок 3.5 – Полученные истинные диаграммы деформирования:1 – образец трубчатой формы, 2 – образец сплошной формы

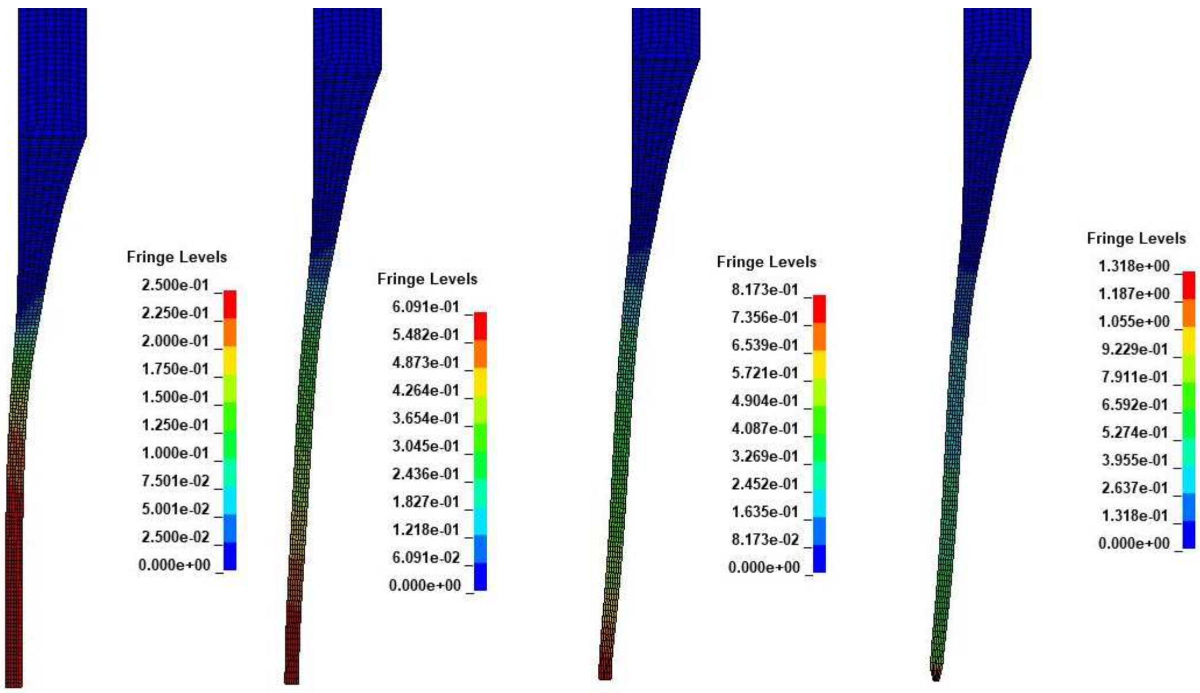


Рисунок 3.6 – Распределение интенсивности пластических деформаций e_i в трубчатом цилиндрическом образце

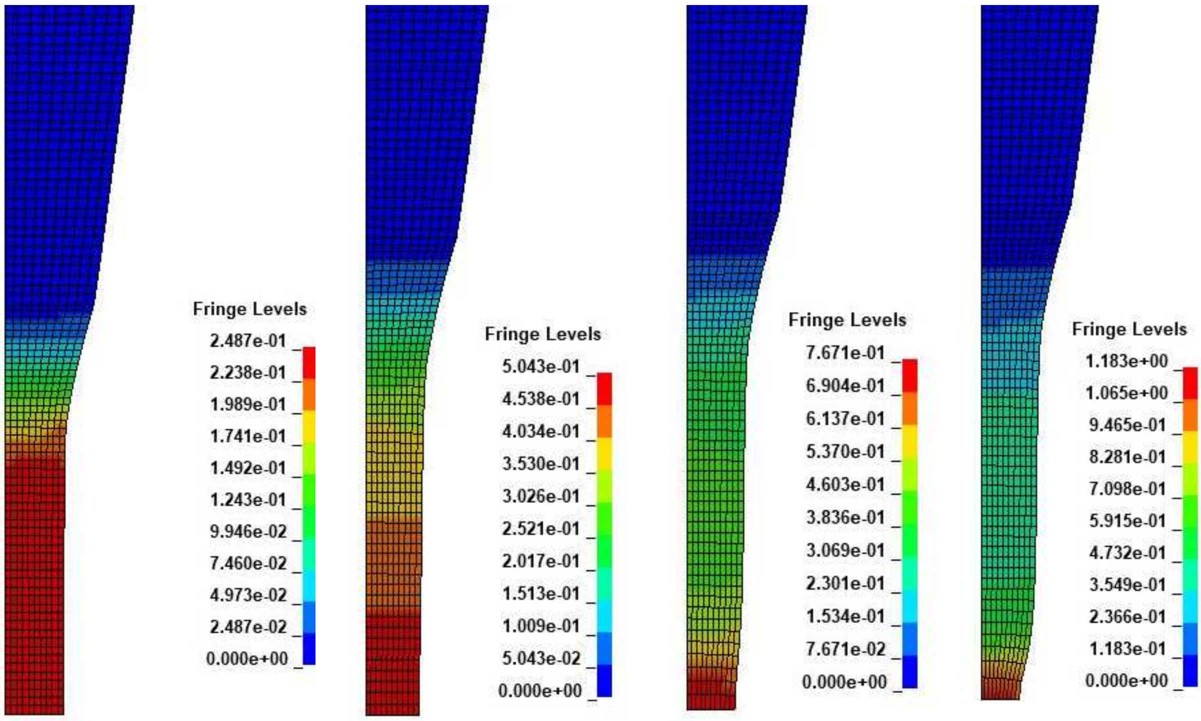


Рисунок 3.7 – Распределение интенсивности пластических деформаций e_i в сплошном цилиндрическом образце

3.2 Краевые эффекты при больших деформациях образцов

Численное моделирование задач квазистатического растяжения образцов осуществлялось в динамической постановке. Скорость нагружения задавалась таким образом, чтобы динамические эффекты были пренебрежимо малы.

Рассматривались образцы (рисунок 3.8): цилиндрический сплошной стержень и цилиндрические оболочки с толщиной $R_0 / h_0 = 4{,}5$ («тонкая» оболочка) и $R_0 / h_0 = 1{,}5$ («толстая» оболочка), где R_0 – первоначальный радиус, h_0 – первоначальная толщина оболочки. Первоначальная длина рабочей части образцов L_0 составляет $3d_0$, $5d_0$ и $8d_0$, где d_0 – первоначальный диаметр рабочей части образцов.

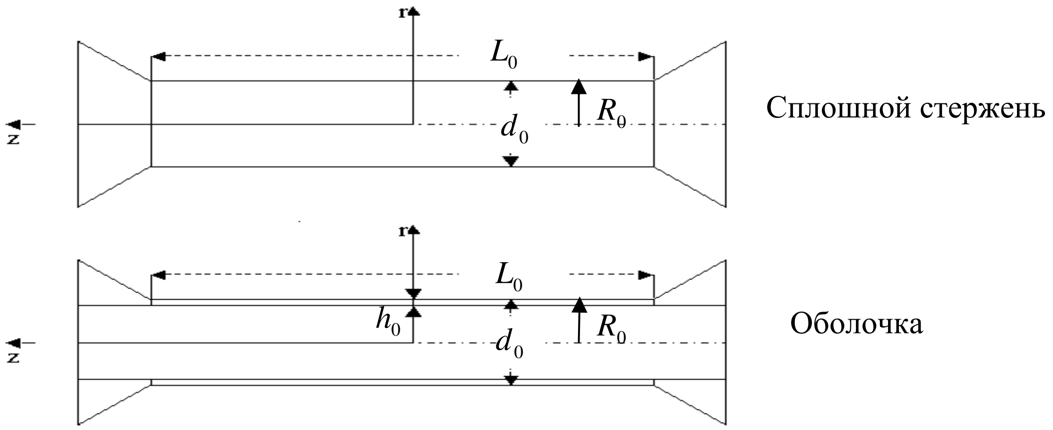


Рисунок 3.8 – Геометрические параметры образцов

На рисунке 3.9 приведены используемые при расчетах истинные диаграммы деформирования и соответствующие им значения параметра K, характеризующего отношение тангенса угла наклона на соответствующей истинной диаграмме деформирования к интенсивности истинных напряжений $K = \frac{1}{\sigma_i}\frac{d\sigma_i}{de_i}$. На рисунке 3.9 по основной оси ординат отложена интенсивность истинных напряжений (σ_i), по оси абсцисс – интенсивность логарифмических деформаций (e_i), по вспомогательной оси ординат – параметр K. Заметим, что кривая 1 соответствует построенной ранее диаграмме для стали марки 12Х18Н10Т [127]. Кривые 2 - 4 построены для зависимостей $K(e_i) > K_{\text{ст}}(e_i)$, $K(e_i) = K_{\text{ст}}(e_i)$, $K(e_i) < K_{\text{ст}}(e_i)$ соответственно (зависимость $K_{\text{ст}}(e_i)$ соответствует диаграмме стали марки 12Х18Н10Т).

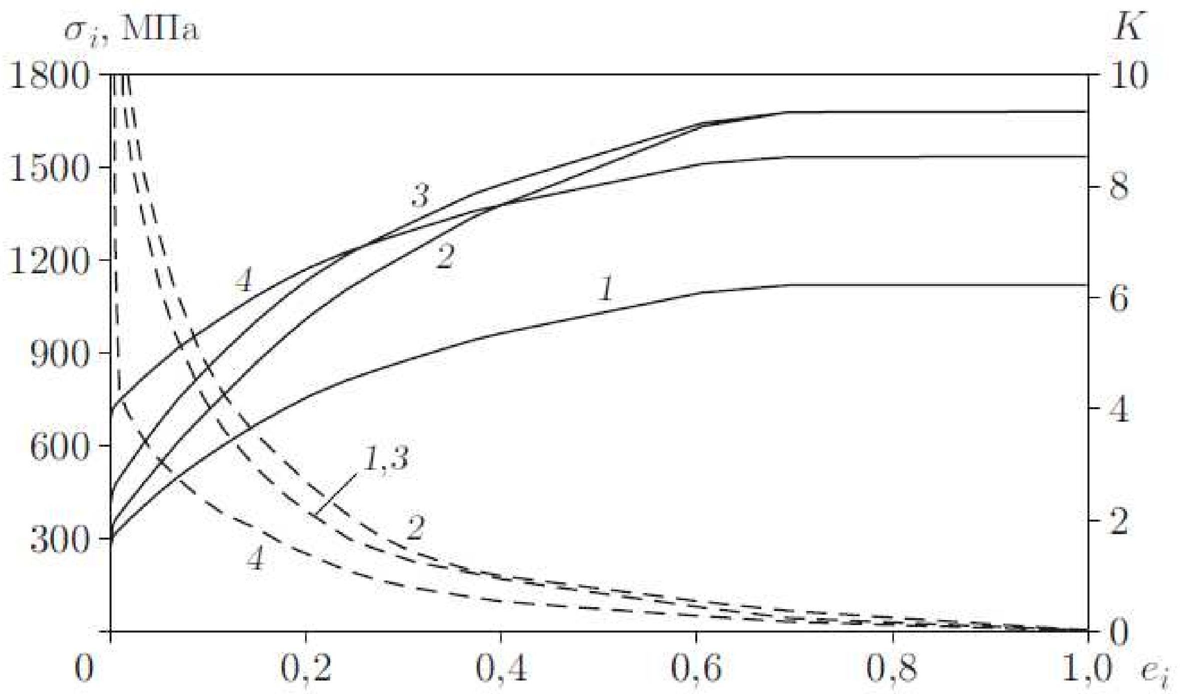


Рисунок 3.9 – Истинные диаграммы деформирования (сплошные линии) и зависимость $K(e_i)$ (пунктирные линии): 1 – сталь марки 12Х18Н10Т, 2 – $K(e_i) > K_{\text{ст}}(e_i)$, 3 – $K(e_i) = K_{\text{ст}}(e_i)$, 4 – $K(e_i) < K_{\text{ст}}(e_i)$

На рисунках 3.10 – 3.12 представлены результаты численного моделирования растяжения образцов. Введены обозначения: Δe_i – разница между значением интенсивности логарифмических деформаций в точках на внешней поверхности (либо на оси вращения) и в плоскости симметрии образца, s/d_0 – первоначальное расстояние от границы рабочей части образца до плоскости симметрии образца, отнесенное к первоначальному диаметру образца. На рисунке 3.10 показаны результаты расчета цилиндрических стержней при растяжении до $\Delta L / L_0 = 0{,}308$, выполненных из материала 12Х18Н10Т и первоначальными длинами $3d_0$ (сплошные линии), $5d_0$ (пунктирные линии) и $8d_0$ (маркеры). Цифрой 1 обозначены распределение Δe_i на оси вращения, 2 – на внешней поверхности стержня. На рисунке 3.11 представлены результаты расчета при растяжении до $\Delta L / L_0 = 0{,}35$ цилиндрического стержня (кривая 1), «толстой» (кривая 2) и «тонкой» (кривая 3) цилиндрической оболочки, выполненных из материала 12Х18Н10Т и первоначальной длиной $5d_0$. На рисунке 3.12 изображены результаты расчета сплошного цилиндрического стержня при растяжении до $\Delta L / L_0 = 0{,}224$ и первоначальной длиной $5d_0$ при различных истинных диаграммах деформирования материала (кривые 1 – 4 соответствуют номерам диаграмм на рисунке 3.9).

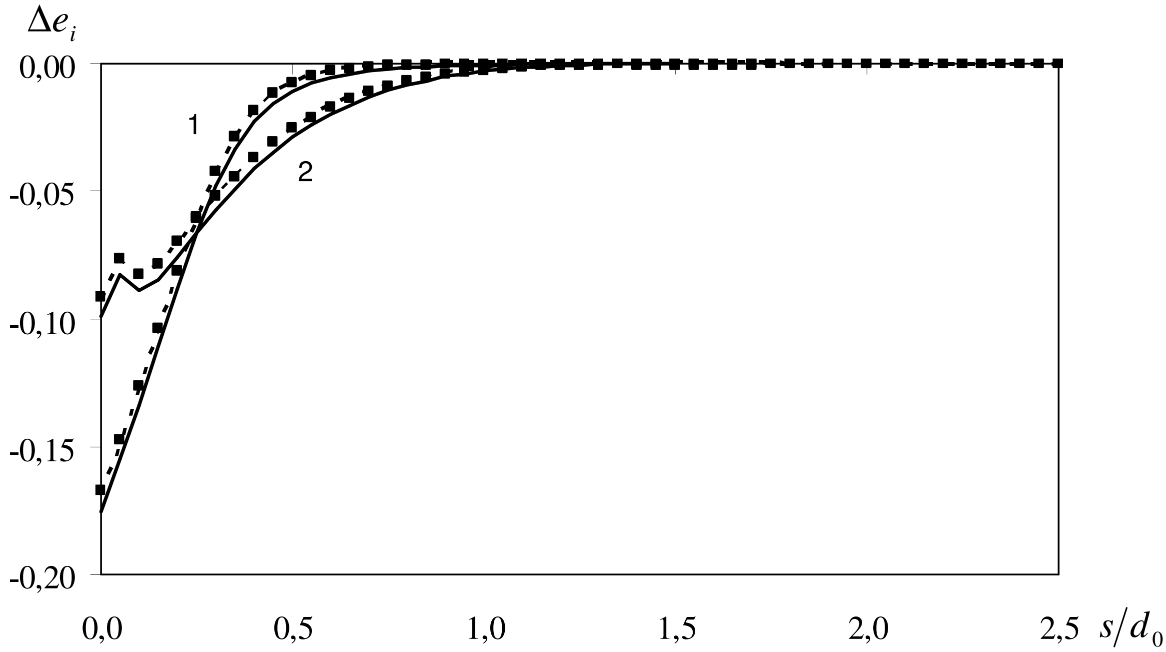


Рисунок 3.10 – Распределение деформации на оси вращения (кривая 1) и вдоль внешней поверхности (кривая 2) цилиндрического стержня при различной первоначальной длине образцов $3d_0$ (сплошные линии), $5d_0$ (пунктирные линии) и $8d_0$ (пунктирные линии с маркерами)

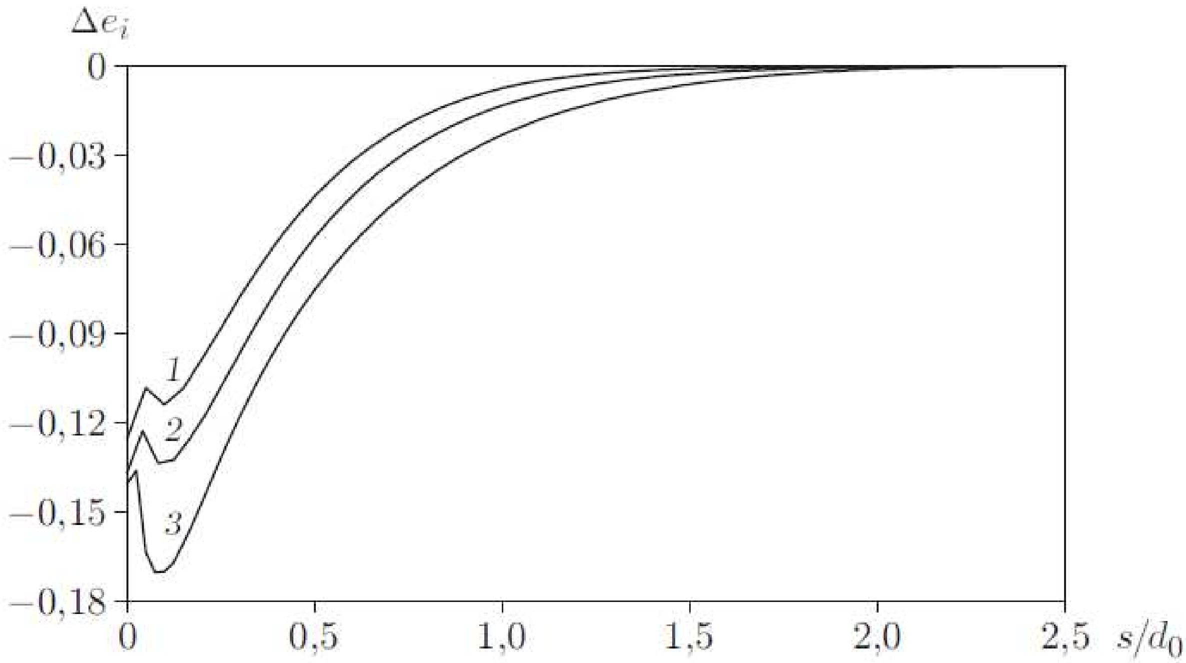


Рисунок 3.11 – Распределение деформации по длине цилиндрического стержня (кривая 1), «толстой» (кривая 2) и «тонкой» (кривая 3) цилиндрических оболочек, выполненных из стали марки 12Х18Н10Т (начальная длина $5d_0$, $\Delta L / L_0 = 0{,}35$), при растяжении

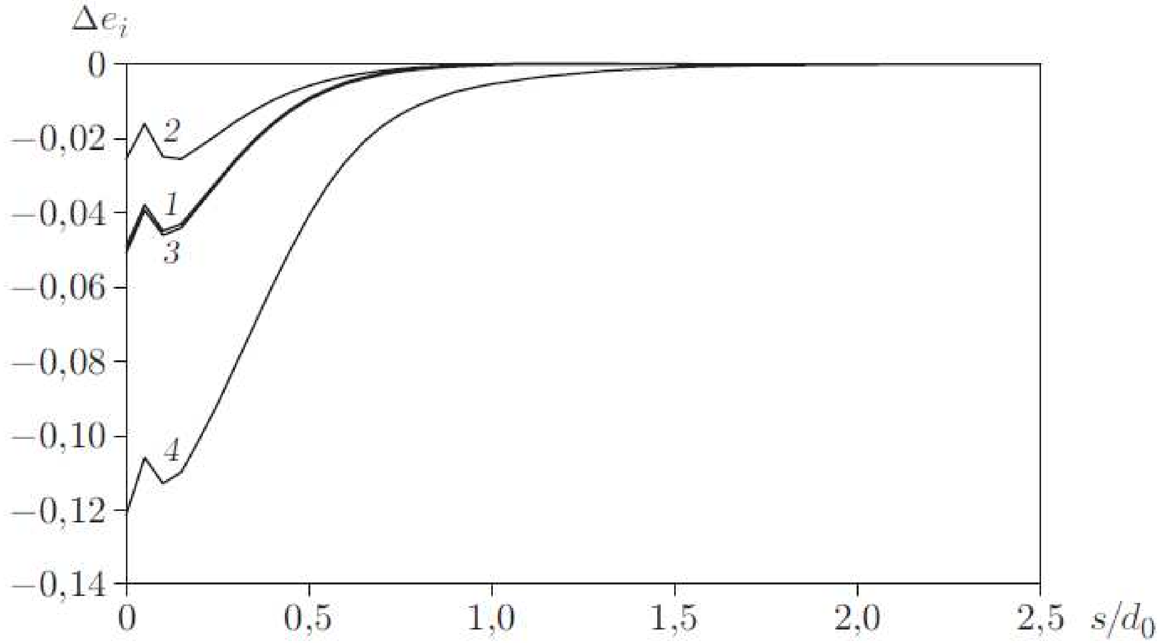


Рисунок 3.12 – Распределение деформации по длине сплошного цилиндрического стержня при растяжении (начальная длина $5d_0$, $\Delta L / L_0 = 0{,}224$): 1 – сталь марки 12Х18Н10Т, 2 – $K(e_i) > K_{\text{ст}}(e_i)$, 3 – $K(e_i) = K_{\text{ст}}(e_i)$, 4 – $K(e_i) < K_{\text{ст}}(e_i)$

Краевой эффект приводит к снижению интенсивности деформаций при приближении к границе рабочей части образцов (рисунки 3.10 – 3.12). Неравномерность распределения деформаций вдоль поверхности образцов приближенно соответствует конусу, причем максимальные отклонения возникают вблизи границ рабочей части. Здесь есть участок, где интенсивность деформаций начинает возрастать, а затем снижаться (рисунки 3.10 – 3.12), ввиду возникновения зон частичной разгрузки. Зона краевого эффекта на наружной поверхности образцов распространяется на расстояние d_0, на оси вращения стержней и внутренней поверхности оболочек на расстояние $d_0/2$. Максимальные отклонения на оси вращения стержня и внутренней поверхности оболочек существенно превосходят соответствующие значения на наружной поверхности (рисунок 3.10). При дальнейшем растяжении происходит рост угла наклона конусов, но зона распространения краевого эффекта при этом не увеличивается. При первоначальной длине образцов менее $2d_0$ краевые эффекты полностью смыкаются, т.е. в таких образцах отсутствует зона равномерного деформирования даже на первоначальном этапе нагружения. При отклонениях более 10% в средней части образцов происходит формирование второго конуса и НДС становится неравномерным по всей длине образца (рисунки 3.11, 3.12).

Краевые эффекты в образцах существенно зависят от истинной диаграммы деформирования материала. При уменьшении параметра K неравномерность деформаций увеличивается (рисунок 3.12). При разных истинных диаграммах материала, но одинаковом параметре *K* (кривые 1 и 3 на рисунке 3.9) распространение краевого эффекта идентично.

Результаты расчета, представленные на рисунке 3.11, показывают:

- Краевые эффекты в сплошных стержнях проявляются в меньшей степени, чем в оболочках.
- При увеличении толщин оболочек роль краевых эффектов снижается.

Таким образом, при проведении натурных и вычислительных экспериментов желательно использовать сплошные образцы.На рисунке 3.13 показано изменение интенсивности логарифмической деформации e_i в центре плоскости симметрии стержня с первоначальной длиной $5d_0$ в зависимости от условной деформации растяжения ($\Delta L/L_0$, где ΔL – перемещение торца рабочей части образца, L_0 – первоначальная длина рабочей части образца). Графики, отмеченные номерами 1 - 4, являются результатами расчета с соответствующими истинными диаграммами деформирования на рисунке 3.9. Значения интенсивности логарифмических деформаций, определенных по критерию Консидера (параметр $K=1$) для каждой диаграммы показаны пунктирными линиями.

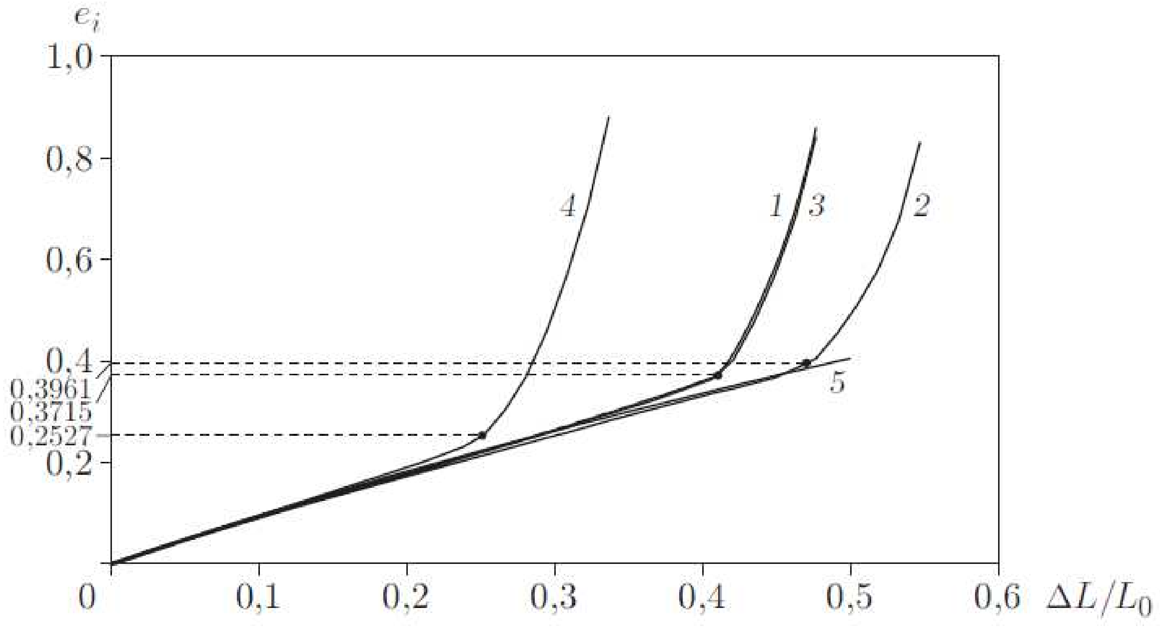


Рисунок 3.13 – Зависимость интенсивности логарифмической деформации в центре плоскости симметрии стержня e_i от условной деформации растяжения $\Delta L/L_0$ при различных диаграммах деформирования (начальная длина образца $5d_0$): 1 – сталь марки 12Х18Н10Т, 2 – $K(e_i) > K_{\text{ст}}(e_i)$, 3 – $K(e_i) = K_{\text{ст}}(e_i)$, 4 – $K(e_i) < K_{\text{ст}}(e_i)$, 5 – зависимость $e_i = \ln(1+\Delta L/L_0)$ без учета краевых эффектов; ординаты точек – значения e_i, определенные по критерию $K=1$

На рисунке 3.14 представлены результаты численного моделирования растяжения цилиндрического стержня (кривые 1 и 1'), «толстой» (кривые 2 и 2') и «тонкой» (кривые 3 и 3') цилиндрической оболочки с истинной диаграммой деформирования стали 12Х18Н10Т и первоначальной длиной $5d_0$. Кривые 1 – 3 соответствуют изменению интенсивности логарифмической деформации (основная ось ординат e_i) в центре плоскости симметрии в зависимости от условной деформации образцов ($\Delta L/L_0$). Кривая 4 соответствует изменению интенсивности деформаций $e_i = \ln(1+\Delta L/L_0)$ без учета влияния краевых эффектов. Кривые 1' – 3' соответствуют зависимости условных напряжений (вспомогательная ось ординат F/S_0, где F – растягивающая расчетная сила, S_0 – первоначальная площадь рабочей части образца) от условных деформаций образцов $\Delta L/L_0$. Пунктирной кривой 5 отмечено значение интенсивности логарифмической деформации e_i, определенное по критерию Консидера (параметр $K=1$) для стали 12Х18Н10Т. Пунктирными вертикальными линиями отмечены значения условных деформаций $\Delta L/L_0$ в момент потери устойчивости по критерию Консидера.

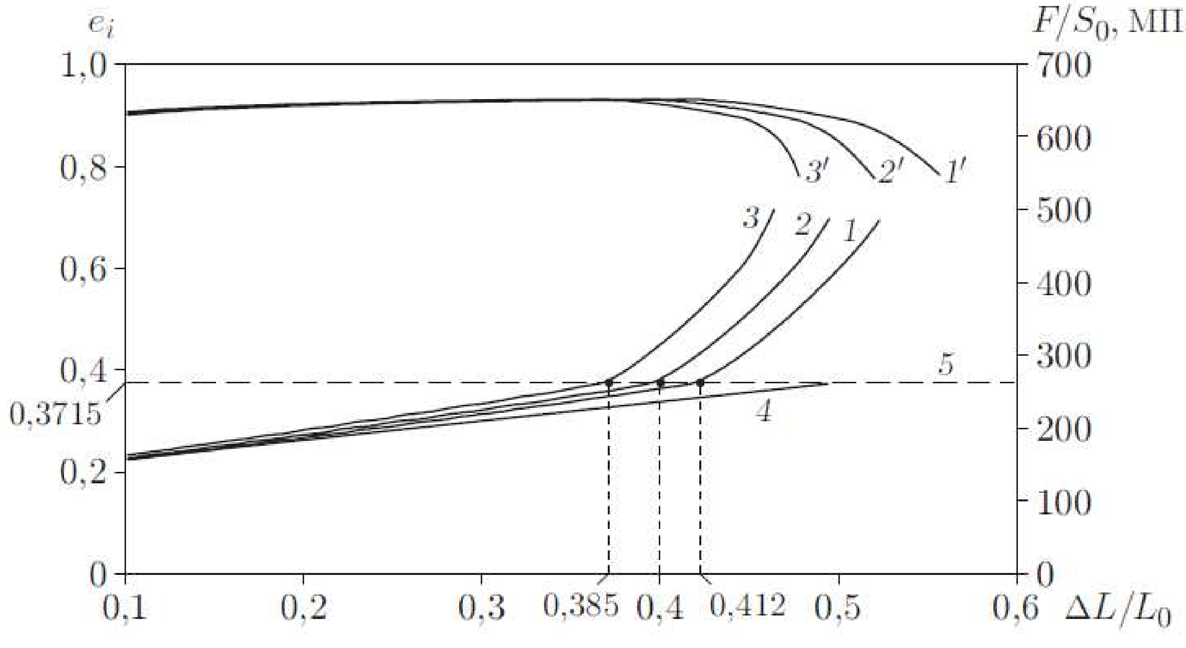


Рисунок 3.14 – Зависимости интенсивности логарифмических деформаций e_i в центре плоскости симметрии (1-3) и условных напряжений F/S_0 (1'-3') от $\Delta L/L_0$ для стали марки 12Х18Н10Т (начальная длина образца $5d_0$): 1, 1' – растяжение цилиндрического стержня, 2, 2' – растяжение «толстой» цилиндрической оболочки, 3, 3' – растяжение «тонкой» цилиндрической оболочки, 4 – зависимость $e_i = \ln(1+\Delta L/L_0)$ без учета краевых эффектов, 5 – значения e_i, определенные по критерию $K=1$; абсциссы точек – значения $\Delta L/L_0$ в момент потери устойчивости, определенные по критерию $K=1$

На рисунке 3.15 пунктирной линией показана истинная диаграмма деформирования стали 12Х18Н10Т, сплошными линиями – истинные диаграммы деформирования, полученные по формулам: $e_i = \ln(1 + \Delta L / L_0)$, $\sigma_i = (F / S_0)(1 + \Delta L / L_0)$. Для этого использовалась зависимость силы F от перемещения ΔL, рассчитанная с использованием диаграммы деформирования стали 12Х18Н10Т с учетом краевых эффектов при растяжении цилиндрического стержня (кривая 1), «толстой» (кривая 2) и «тонкой» (кривая 3) цилиндрической оболочки.

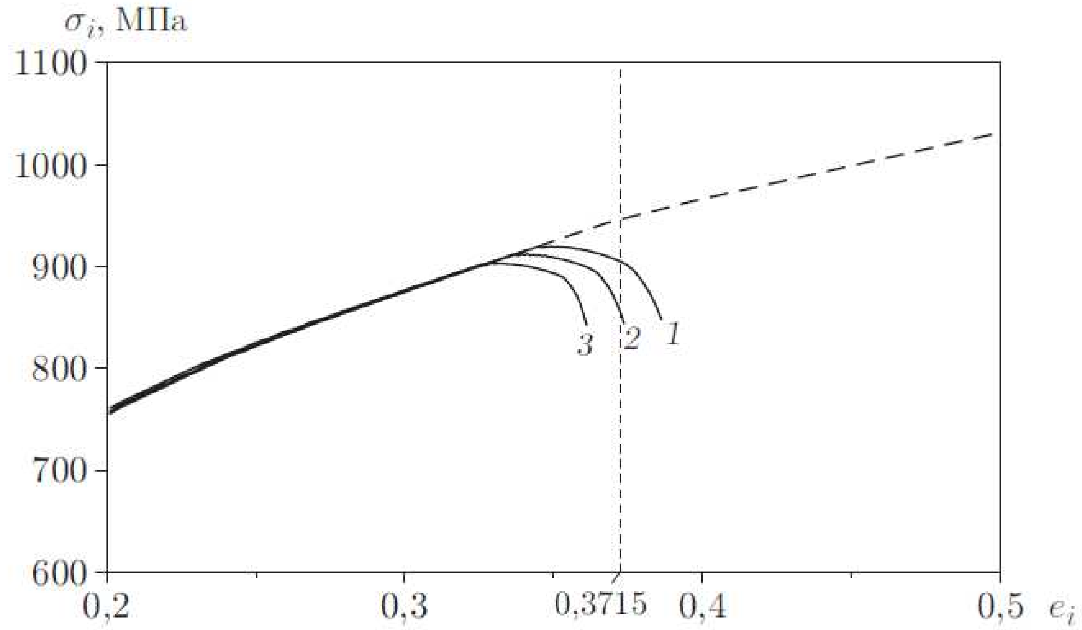


Рисунок 3.15 – Зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций (начальная длина образца $5d_0$): 1 – растяжение цилиндрического стержня, 2 – растяжение «толстой» цилиндрической оболочки, 3 – растяжение «тонкой» цилиндрической оболочки; пунктирная линия – истинная диаграмма деформирования стали марки 12Х18Н10Т; абсцисса точки – значение e_i, определенное по критерию $K = 1$

Локализация процесса деформирования начинается при достижении интенсивностью деформаций критического значения, определяемого по критерию Консидера (параметр $K = 1$), что соответствует началу падения напряжений на условной диаграмме деформирования (рисунок 3.13, 3.14). При численном моделировании шейка образуется на плоскости симметрии. В экспериментальных исследованиях шейка может мигрировать от плоскости симметрии к границе рабочей части образца. Связано это с несовершенством геометрии образцов, краевыми эффектами и неоднородностью характеристик упругопластических материалов. Место возникновения шейки всегда соответствует максимальному значению интенсивности деформаций в объеме образца.

Развитие краевого эффекта приводит к увеличению скорости роста интенсивности деформаций в зоне равномерного НДС, поэтому критическое значение ($K = 1$) достигается при меньших удлинениях образцов (рисунки 3.13, 3.14):

- В оболочках шейка возникает при меньших удлинениях, чем в сплошных стержнях.
- При уменьшении толщины оболочки шейка образуется при меньших удлинениях.
- Уменьшение рабочей длины образцов приводит к возникновению шейки при меньших удлинениях.

Если параметр K истинной диаграммы деформирования достаточно большой (выше, чем для диаграмм 1 и 3 рисунка 3.9), то влияние краевых эффектов незначительно. При разных истинных диаграммах деформирования, но одинаковом параметре K интенсивности деформаций в месте образования шейки совпадают (рисунок 3.13).

При построении истинной диаграммы деформирования для образцов с первоначальной длиной более $3d_0$ можно пренебречь краевыми эффектами до максимума на условной диаграмме деформирования (рисунок 3.15). Полученное максимальное значение интенсивности логарифмических деформаций не будет совпадать со значением, определяемым критерием Консидера (параметр $K = 1$) и различие будет тем больше, чем сильнее проявляются краевые эффекты. Таким образом, определение момента потери устойчивости пластического деформирования согласно максимуму на условной диаграмме может привести к значительной погрешности. Поэтому начало локализации деформаций можно оценить только при построении полной истинной диаграммы деформирования до разрушения на основе экспериментально-расчетного метода [125-129].

На рисунках 3.16 – 3.18 показаны формоизменения рабочей части образцов (от плоскости симметрии до края рабочей части) при одинаковых значениях интенсивности логарифмических деформаций в центре шейки. На рисунках введены обозначения: R / R_0 – отношение текущего R и первоначального радиуса R_0, s/d_0 – отношение первоначального расстояния от плоскости симметрии образца к первоначальному диаметру.

На рисунке 3.16 показаны формоизменения цилиндрических стержней с первоначальной длиной $3d_0$, $5d_0$ и $8d_0$ в момент потери устойчивости пластического деформирования $e_i = 0{,}3715$ (пунктирные линии) и после образования шейки $e_i = 0{,}8$ (сплошные линии). Подписи на графиках соответствуют первоначальной длине образцов.

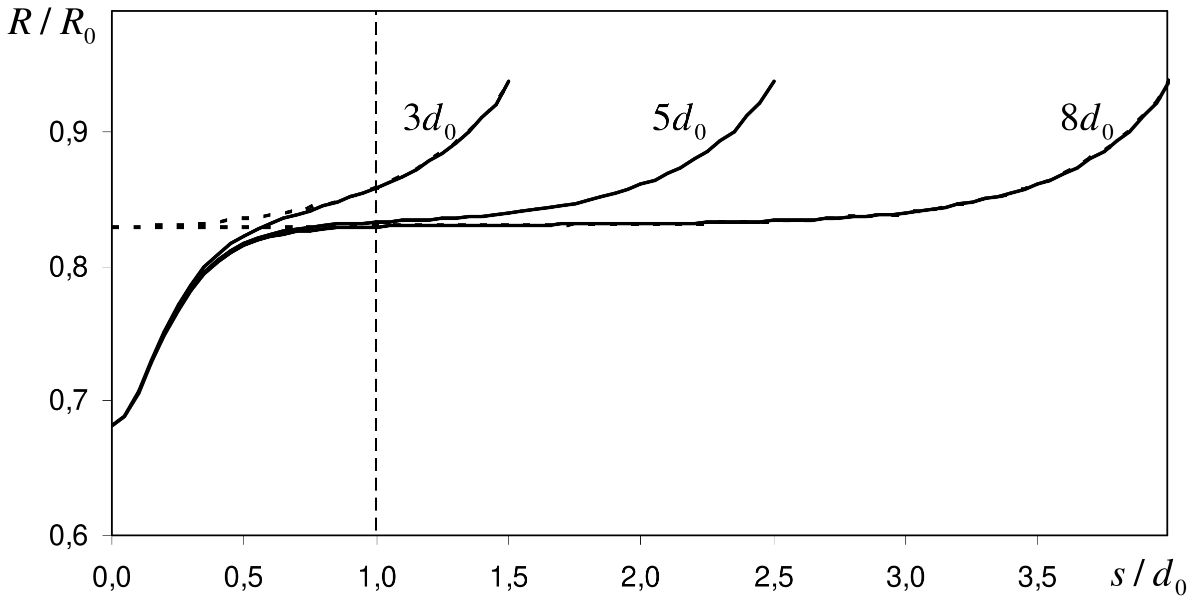


Рисунок 3.16 – Формоизменения цилиндрического стержня после образования шейки при различной первоначальной длине образца в момент потери устойчивости пластического деформирования $e_i = 0{,}3715$ (пунктирные линии) и после образования шейки $e_i = 0{,}8$ (сплошные линии).

На рисунке 3.17 показаны формоизменения цилиндрического стержня (сплошная линия), «толстой» (пунктирная линия) и «тонкой» (пунктирная серая линия) цилиндрической оболочки с первоначальной длиной $5d_0$ после образования шейки ($e_i = 0{,}65$).

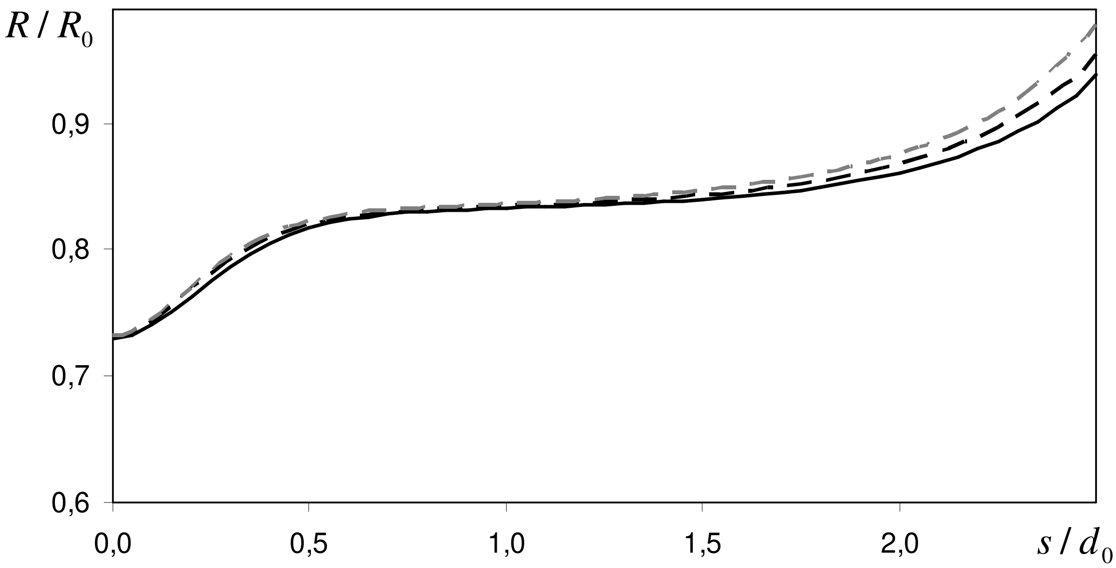


Рисунок 3.17 – Формоизменения цилиндрического стержня (сплошная линия), «толстой» (пунктирная линия) и «тонкой» (серая пунктирная линия) цилиндрической оболочки с первоначальной длиной $5d_0$ после образования шейки ($e_i = 0{,}65$)

На рисунке 3.18 показаны формоизменения цилиндрического стержня с первоначальной длиной $5d_0$ после образования шейки ($e_i = 0{,}65$) при различных истинных диаграммах деформирования (кривые 1 – 4 соответствуют диаграммам на рисунке 3.9).

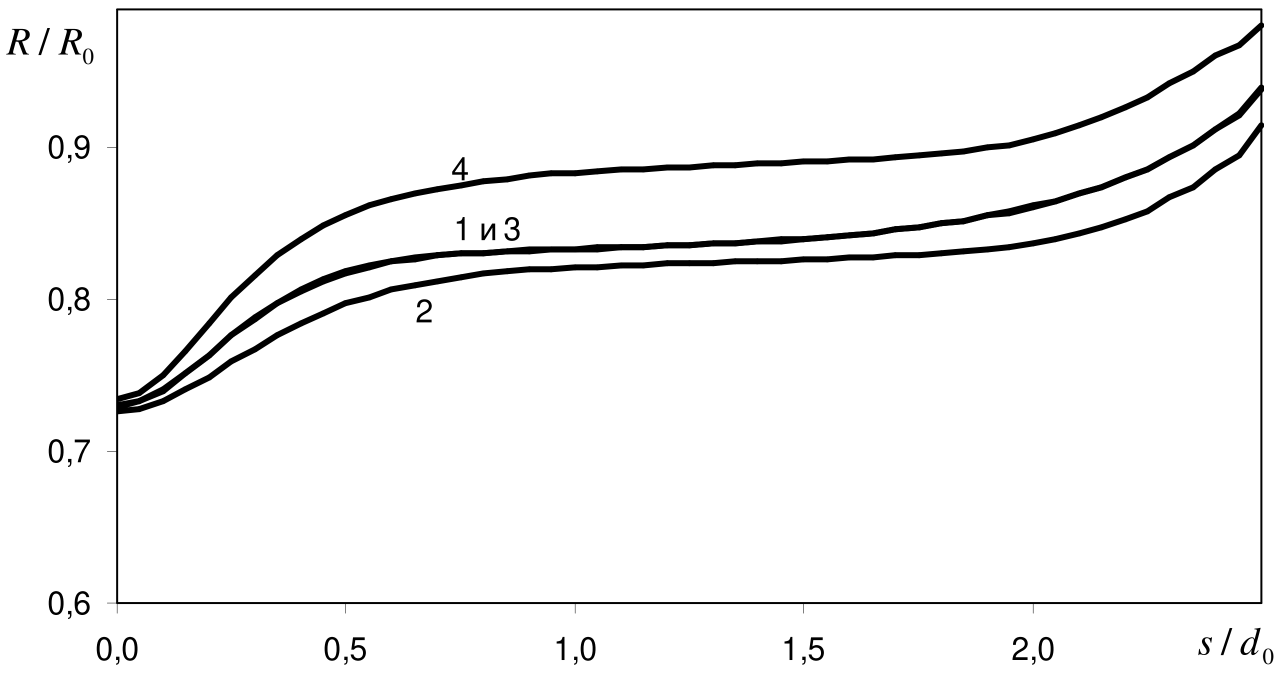


Рисунок 3.18 – Формоизменения цилиндрического стержня с первоначальной длиной $5d_0$ после образования шейки ($e_i = 0{,}65$) при различных истинных диаграммах деформирования: 1 – сталь марки 12Х18Н10Т, 2 – $K(e_i) > K_{\text{ст}}(e_i)$, 3 – $K(e_i) = K_{\text{ст}}(e_i)$, 4 – $K(e_i) < K_{\text{ст}}(e_i)$

Максимальная зона локализации деформаций составляет не более $2d_0$ и практически не зависит от первоначальной длины, поперечного сечения рассматриваемых образцов и диаграммы деформирования. При дальнейшем растяжении образца зона локализации процесса активного деформирования уменьшается.

Для образцов с первоначальной длиной более $3d_0$ наименьший радиус и форма шейки практически не зависят от поперечного сечения и первоначальной длины образца (рисунок 3.16, 3.17). Таким образом, зная наименьший радиус стержня или оболочки, можно определить значение интенсивности деформаций в минимальном сечении шейки независимо от формы образца, так как в этом случае имеет место НДС, близкое к одноосному.

Форма шейки зависит от истинной диаграммы деформирования материала (рисунок 3.18). При уменьшении параметра K шейка становится более локализованной, процесс деформирования быстрее смещается к центру и радиус уменьшается с большей скоростью. При разных истинных диаграммах деформирования, но одинаковом параметре K, форма шеек идентична.

На основе экспериментально-расчетного подхода проведены исследования процессов растяжения упругопластических цилиндрических стержней и оболочек. Определены основные закономерности образования и распространения краевых эффектов, их влияние на процесс деформирования и образование шейки. Выявлены максимальные зоны распространения краевых эффектов и локализации деформаций в образцах. Даны рекомендации по первоначальным размерам цилиндрических образцов для изучения развития краевых эффектов, образования шейки и построения истинных диаграмм деформирования. Сделан вывод, что образование шейки начинается при достижении интенсивностью деформаций критического значения, определяемого по критерию Консидера, что соответствует началу падения напряжений на условной диаграмме деформирования. Введен параметр K равный отношению тангенса угла наклона на истинной диаграмме деформирования к интенсивности напряжений ($K = \frac{1}{\sigma_i}\frac{d\sigma_i}{de_i}$). Сделан вывод, что при различных истинных диаграммах деформирования, но одинаковом параметре K, процессы неравномерного деформирования при растяжении совпадают. При уменьшении параметра K скорость развития краевых эффектов и локализации деформаций увеличиваются. Определены значения параметра K, при которых влияние краевых эффектов на процесс деформирования незначительно. В итоге сделан вывод, что параметр K является параметром подобия процессов неравномерного деформирования цилиндрических образцов при растяжении.

3.3 Влияние вида НДС на диаграмму деформирования малоуглеродистой стали

В данном разделе представлен экспериментально-расчетный анализ [5,10,11] процессов деформирования сплошных цилиндрических образцов из стали 09Г2С при нагружении кручением и растяжением до разрушения. Истинная диаграмма деформирования при кручении была получена с. н. с. к.ф.-м. н. НИИМ ННГУ Нагорных Е.В на основе программы «Динамика-2», развитой для решения обобщенных осесимметричных задач кручения-растяжения [5,10,11].

Численные решения квазистатических задач растяжения осуществлялись в динамической постановке. Скорость растяжения при этом подбиралась из условия малости влияния сил инерции. Геометрические размеры образца (рисунок 3.19): радиус и длина рабочей части $R_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ м, $L_1 / R_1 = 10{,}333$, размеры переходной части $R_2 / R_1 = 1$, $L_2 / R_1 = 1$, радиус и длина цилиндрического захвата $R_3 / R_1 = 2$, $L_3 / R_1 = 12{,}166$, общая длина образца $L = 0{,}22$ м. Упругие характеристики материала стали 09Г2С принимались следующими: модуль объемного сжатия $K = 1{,}667 \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $G = 7{,}692 \cdot 10^4$ МПа, плотность $\rho = 7850$ кг/м^3.

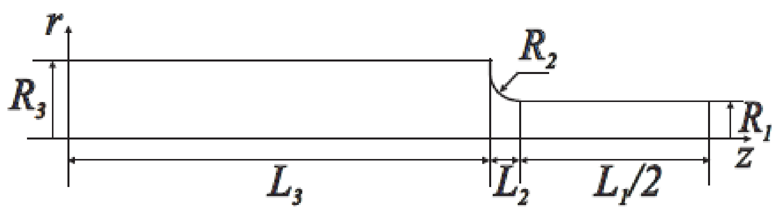


Рисунок 3.19 – Геометрические параметры образца

На основе проведенных экспериментов на растяжение и кручение образцов в НИИМ ННГУ строились истинные диаграммы деформирования для стали 09Г2С. На рисунке 3.20 приведены экспериментальные зависимости осевой силы от условной осевой деформации $F = F(\bar{e}_{zz})$ и крутящего момента от условной сдвиговой деформации $M = M(\bar{e}_{\beta z})$, где $\bar{e}_{zz} = \dfrac{u_z}{L_0}$, $\bar{e}_{\beta z} = \dfrac{R_1 \theta}{2L_0}$, ($L_0 = \dfrac{L_1}{2}$) – условная осевая и сдвиговая деформации соответственно на поверхности рабочей части образца, u_z – осевое перемещение, θ – угол закручивания между торцами. На рисунке 3.21 сплошной линией отмечена истинная диаграмма деформирования, построенная из экспериментальных данных (рисунок 3.20) по монотонному кручению до разрушения образца по методике [50], пунктирной – по одноосному растяжению по экспериментально-расчетному методу [125-130]. Итерационная процедура корректировки диаграмм деформирования выполнялась до совпадения экспериментальных и расчетных зависимостей осевой силы и крутящего момента с погрешностью менее 1 %. На рисунках 3.22 и 3.23 приведены экспериментальная (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы $F = F(\bar{e}_{zz})$ и крутящего момента $M = M(\bar{e}_{\beta z})$, полученные с использованием построенных истинных диаграмм деформирования (рисунок 3.21) при растяжении (пунктирная линия) и кручении (сплошная линия).

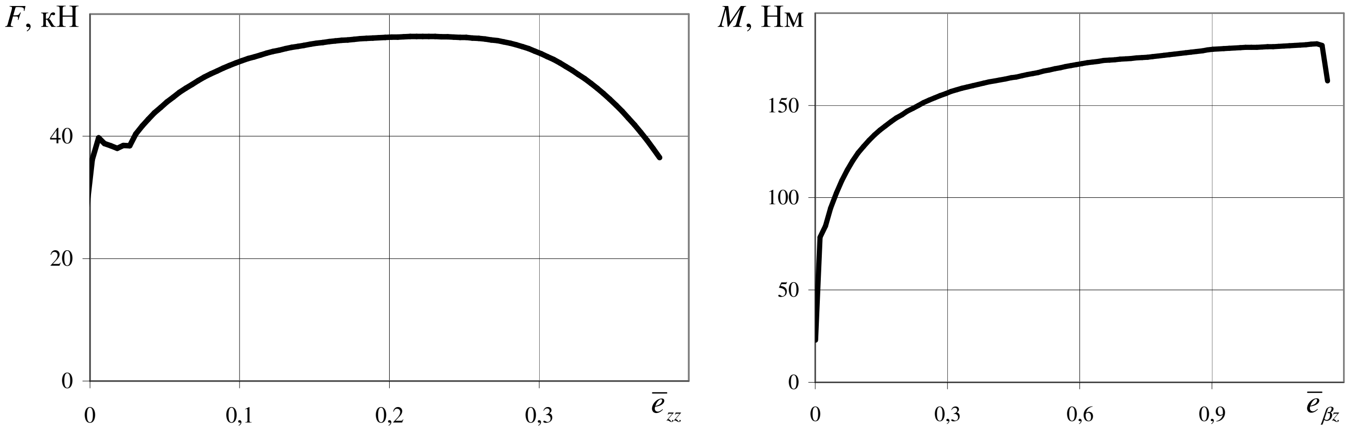


Рисунок 3.20 – Экспериментальные зависимости осевой силы $F = F(\bar{e}_{zz})$ и крутящего момента $M = M(\bar{e}_{\beta z})$

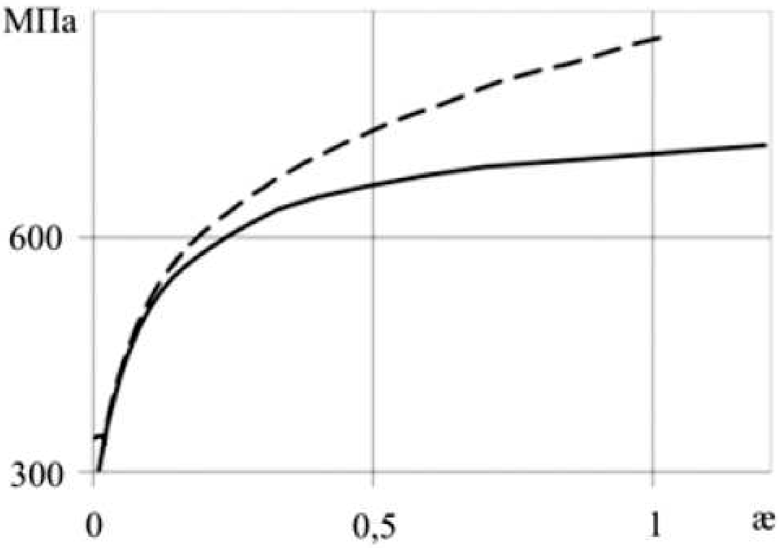


Рисунок 3.21 – Истинные диаграммы деформирования стали 09Г2С при растяжении (пунктирная линия) и кручении (сплошная линия)

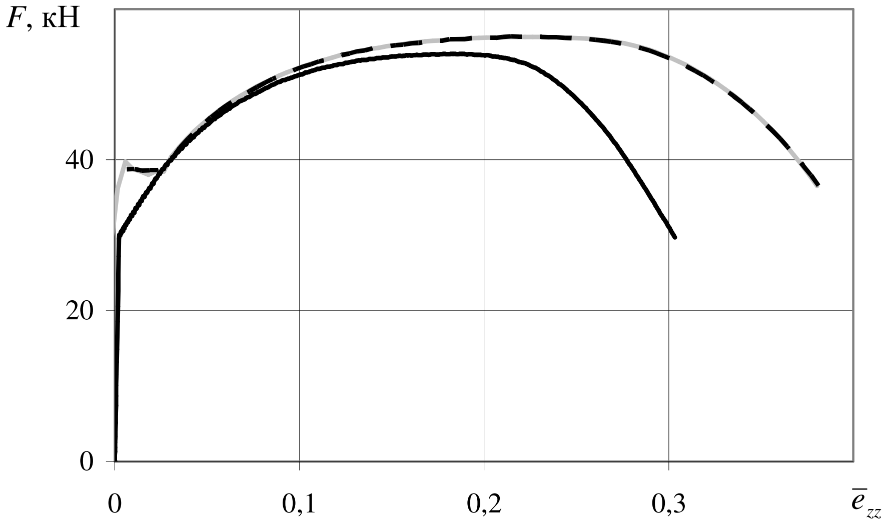


Рисунок 3.22 – Зависимости осевой силы от условной осевой деформации при растяжении образцов, полученные в эксперименте (сплошная серая линия) и в расчете с использованием построенных диаграмм деформирования при растяжении (пунктирная линия) и кручении (сплошная линия)

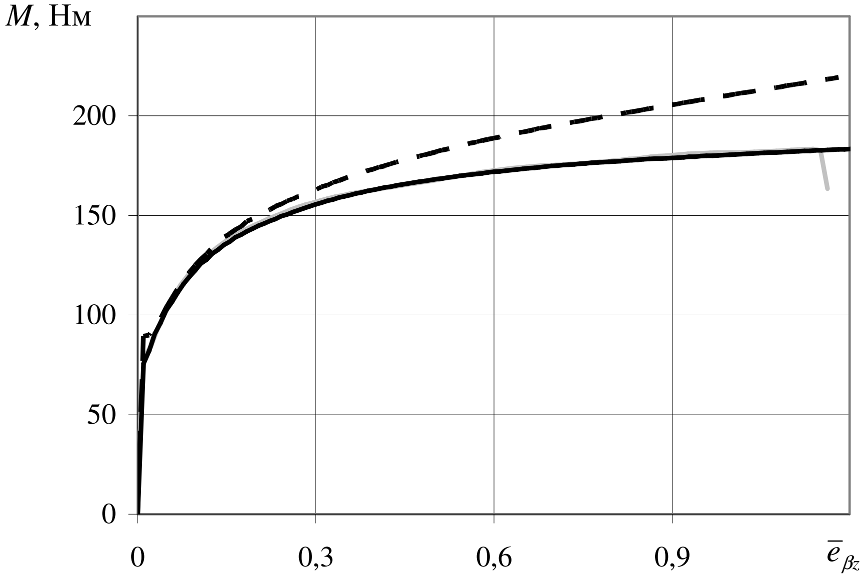


Рисунок 3.23 – Зависимости крутящего момента от условной сдвиговой деформации на поверхности рабочей части образца при кручении, полученные в эксперименте (сплошная серая линия) и в расчете с использованием построенных диаграмм деформирования при растяжении (пунктирная линия) и кручении (сплошная линия)

На экспериментальной диаграмме растяжения стали 09Г2С имеется площадка текучести, предел текучести при растяжении $\sigma_т = 340$ МПа. Истинные диаграммы деформирования, построенные при этих двух видах нагружения (рисунок 3.21), при величине параметра Одквиста $0{,}02 < æ < 0{,}1$ практически совпадают, что согласуется с известными из литературы данными [44]. При величине параметра Одквиста $æ = 0{,}2$ (момент начала образования шейки при одноосном растяжении) расхождение между кривыми составляет 4.5%, при $æ = 1$ – 17%. На рисунках 3.22 и 3.23 представлена аналогичная картина расхождения экспериментальных и расчетных кривых осевой силы и крутящего момента.

Построенные истинные диаграммы деформирования на основе проведенных экспериментов на растяжение и кручение сплошных образцов (рисунок 3.20) для стали 09Г2С практически совпадают до величины параметра Одквиста 15 % и существенно отличаются при больших деформациях (рисунок 3.21), что вызвано чувствительностью пластических свойств исследуемого материала к виду напряженного состояния. В результате численного моделирования процессов деформирования образцов из стали 09Г2С при монотонном кинематическом нагружении растяжением и кручением до разрушения получено совпадение с экспериментальными данными по интегральным характеристикам (усилиям и моментам) для образцов с гладкой поверхностью с погрешностью менее 1 %.

3.4 Моделирование деформирования образцов в режиме сверхпластичности

В [64] рассматривается процесс одноосного растяжения стержней из упругопластических материалов с учетом зависимости свойств от скорости деформаций. Вводится связь между интенсивностью напряжений и скоростью деформаций при растяжении образцов в условиях сверхпластичности в виде

$$\sigma_i = \tilde{\sigma}_i(e_i)\left(\frac{\dot{e}_i}{\dot{e}_i^*}\right)^n, \tag{3.1}$$

где $\tilde{\sigma}_i(e_i)$ – истинная диаграмма, полученная при одноосном растяжении; $\dot{e}_i$ – текущая интенсивность скорости деформаций; $\dot{e}_i^*$ – постоянная скорость деформации, при которой получена диаграмма $\tilde{\sigma}_i(e_i)$; n – коэффициент скоростной чувствительности.

Из (3.1) видно, что степень влияния скоростного упрочнения характеризуется коэффициентом n. В [64] показано, что для соблюдения устойчивости пластического деформирования при растяжении коэффициент n должен находиться в пределах $1/3 \le n \le 1$. Для ряда материалов экспериментально показано [188], что коэффициент n изменяется в пределах от 0,3 до 0,7.

В [125-129] предложены экспериментально-расчетные методики построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов на основе анализа отклонений экспериментальной и расчетной зависимости силы от перемещения образцов. Используя данный подход, можно определять параметры модели (3.1) при растяжении образцов в режиме сверхпластичности. На основе экспериментальной зависимости силы от перемещения определяется истинная диаграмма деформирования материала $\tilde{\sigma}_i(e_i)$ при постоянной скорости деформаций. Затем находится значение коэффициента скоростного упрочнения n на основе линейного экстраполирования и метода деления отрезка пополам пропорционально отклонению зависимости силы от перемещения в эксперименте и расчете при различных значениях коэффициента.

В [51] проводился эксперимент растяжения цилиндрического стержня из сплава титана ВТ9 в режиме сверхпластичности при температуре 950 °С и постоянной скорости деформации $2 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$. Эксперимент проводится при условии, что цилиндрический стержень с текущей длиной L растягивается с осевой скоростью $\dot{L}$ таким образом, что выполняется соотношение

$$\frac{\dot{L}}{L} = c = const, \text{ где } L = L_0 e^{ct}, \ L_0 \text{ – начальная длина образца.} \tag{3.2}$$

На рисунке 3.24 представлена полученная в [51] зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня, где L_0 – начальная длина образца, ΔL – перемещение торца в процессе нагружения, F – растягивающее усилие на торце. Начальный радиус и длина рабочей части образца $R_0 = 0{,}5$ см, $L_0 = 3{,}5$ см соответственно.

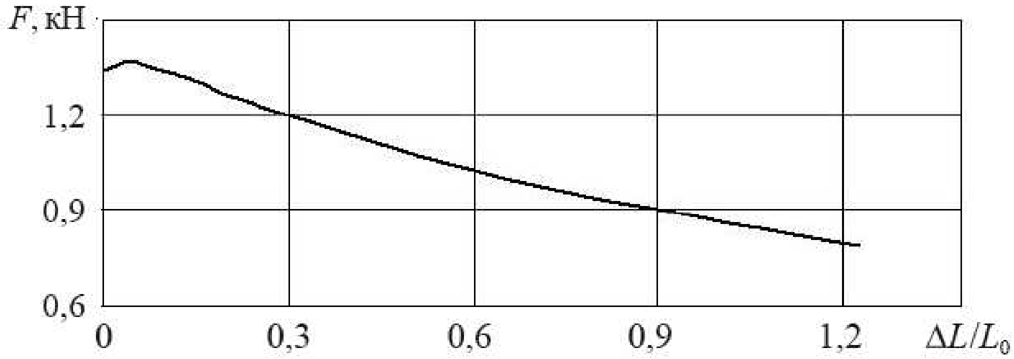


Рисунок 3.24 – Экспериментальная зависимость растягивающего усилия на торце от относительного удлинения

Для оснащения модели (3.1) сначала определяем истинную диаграмму деформирования материала при постоянной скорости деформаций. В предположении несжимаемости материала, равномерного и одноосного распределения деформаций и напряжений в стержне строим истинную диаграмму деформирования сплава титана ВТ9 $\tilde{\sigma}_i(e_i)$ (рисунок 3.25) по формулам

$$\sigma_i = \frac{F}{\pi R^2}, \; R = R_0\sqrt{\frac{L_0}{L}}, \; e_i = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right), \tag{3.3}$$

где σ_i – интенсивность истинных напряжений; e_i – интенсивность логарифмических деформаций.

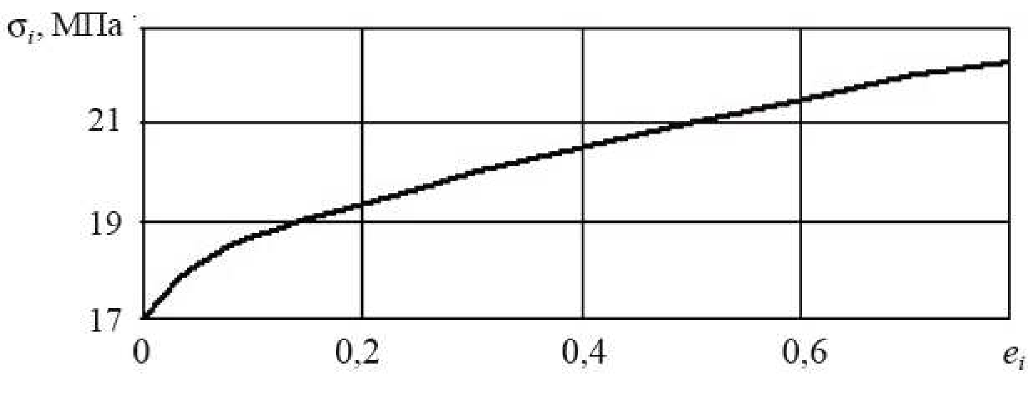


Рисунок 3.25 – Построенная истинная диаграмма деформирования сплава титана ВТ9

Для проведения расчетов в режиме сверхпластичности определяется скоростной режим $V(t)$ растяжения стержня согласно условию (3.2).

Следует отметить, что при растяжении стержней с учетом зависимости свойств материалов от скорости деформаций (3.1) пластические деформации возникают и в опорных частях стержня, так как скорость деформаций здесь меньше, чем в рабочей части стержня. Для того чтобы попасть в скоростной режим (3.2), начальную длину L_0 необходимо задавать с учетом всей деформированной части стержня. На основе вычислительных экспериментов для рассматриваемой задачи получено значение $L_0 = 5$ см.

Численное моделирование растяжения стержня проводилось с учетом плоскости симметрии. На рисунке 3.26 показаны результаты численного решения задачи растяжения стержня с использованием построенной истинной диаграммой деформирования (рисунок 3.25).

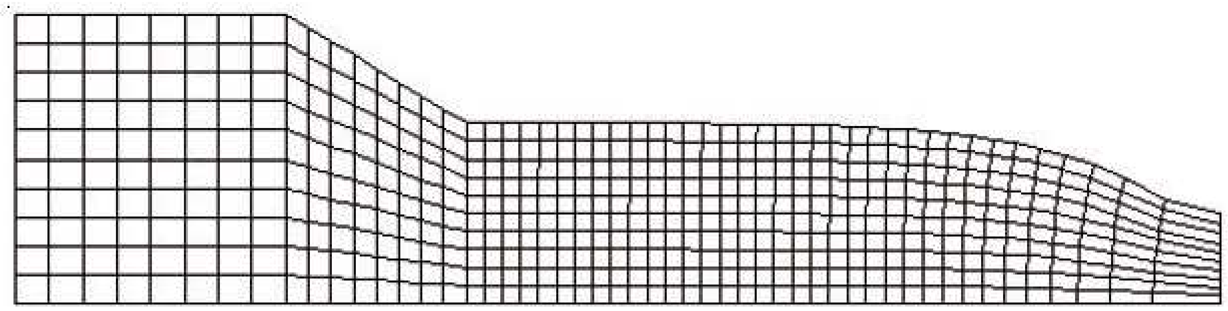


Рисунок 3.26 – Формоизменение стержня при растяжении без учета влияния скорости деформаций на свойства материала

На рисунке 3.27 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения образца (сплошная линия – результат расчета, пунктирная – результат эксперимента). До значений максимальных осевых усилий наблюдается совпадение результатов эксперимента и расчета, а на закритической ветви – существенное расхождение результатов из-за локализации деформаций при образовании шейки (рисунок 3.26).

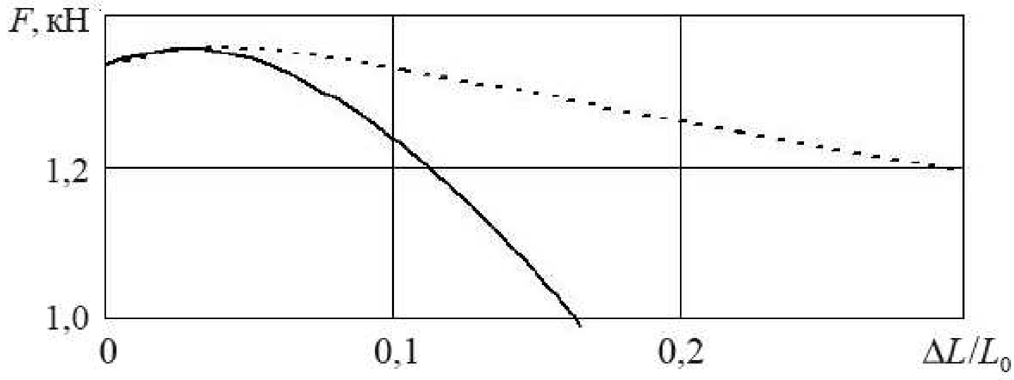


Рисунок 3.27 – Зависимость расчетного (сплошная линия) и экспериментального (пунктирная линия) осевого усилия на торце от относительного удлинения образца

При растяжении стержня из упругопластического материала, свойства которого мало чувствительны к изменению скорости деформаций, происходит образование шейки [44]. Момент потери устойчивости пластического деформирования соответствует максимуму на диаграмме сила – перемещение. Критерием начала образования шейки служит условие $dF = 0$.

При деформировании стержня в режиме сверхпластичности наблюдается максимум на условной диаграмме деформирования, но ярко выраженной локализации деформаций в этом случае не происходит. В зоне образования шейки скорость деформаций резко возрастает и происходит сглаживание концентраторов напряжений и деформаций.

Для определения параметра скоростного упрочнения (3.1) первоначально проводится численное моделирование растяжения стержня с учетом влияния скоростного упрочнения со значением коэффициента $n = 0{,}1$. На рисунке 3.28 представлены результаты численного решения осесимметричной задачи растяжения стержня с плоскостью симметрии.

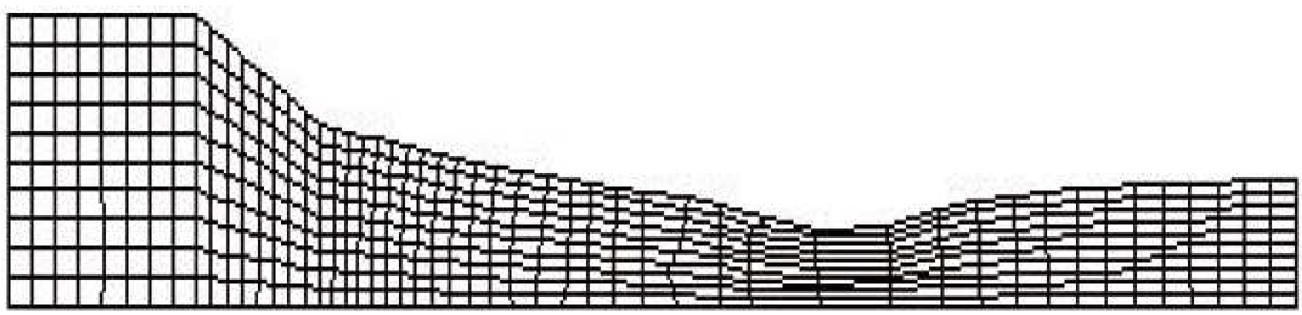


Рисунок 3.28 – Формоизменение стержня при растяжении с учетом влияния скорости деформаций на свойства материала ($n = 0{,}1$)

На рисунке 3.29 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня (сплошная линия — результат расчета, пунктирная — результат эксперимента).

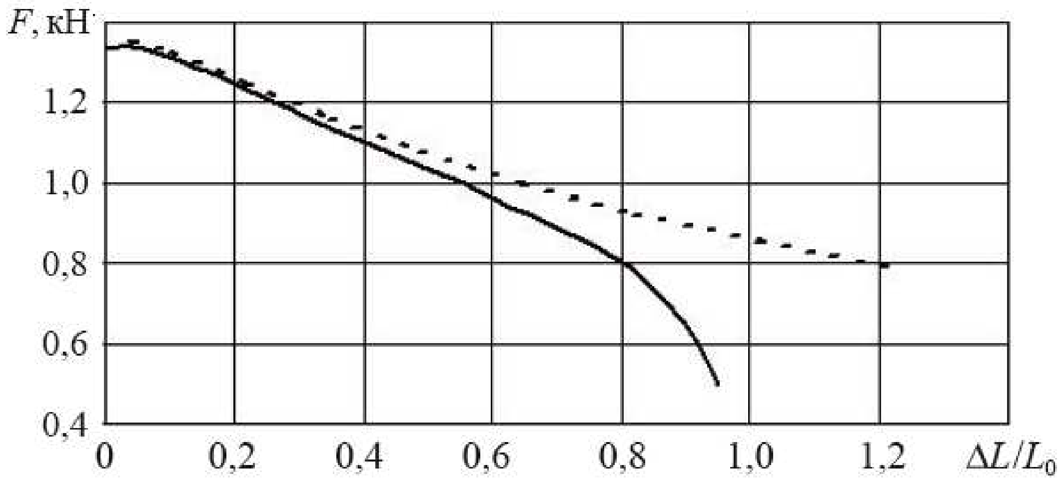


Рисунок 3.29 – Зависимость расчетного (сплошная линия, $n = 0{,}1$) и экспериментального (пунктирная линия) осевого усилия на торце от относительного удлинения образца

Далее проводится корректировка значения коэффициента n пропорционально отклонению значений силы в эксперименте и расчете. Для рассматриваемой задачи растяжения стержня из сплава титана ВТ9 при температуре 950 °С и при постоянной скорости деформаций $2 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$ наилучшее согласование с экспериментом получено при значении коэффициента $n = 0{,}55$. На рисунке 3.30 представлены результаты численного решения задачи растяжения стержня с плоскостью симметрии и учетом влияния скорости деформаций на свойства материала в виде (3.1) с коэффициентом $n = 0{,}55$. Как видно из рисунка, при растяжение не происходит локализации деформаций в виде шейки.

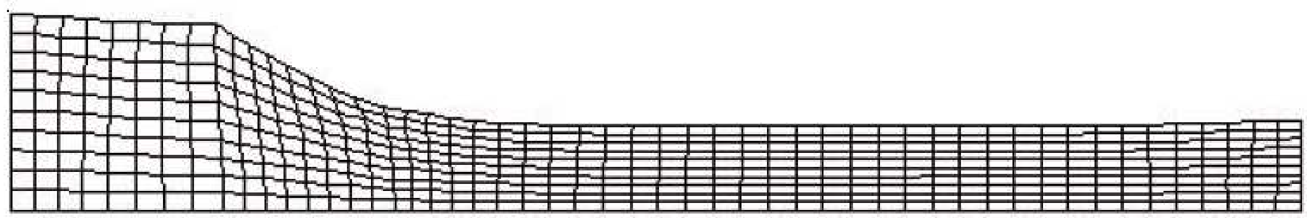


Рисунок 3.30 – Формоизменение стержня при растяжении с учетом влияния скорости деформаций на свойства материала ($n = 0{,}55$)

На рисунке 3.31 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня (сплошная линия – результат расчета, штриховая – результат эксперимента). В этом случае экспериментальная и расчетная зависимости осевых усилий от относительного удлинения стержня практически совпадают.

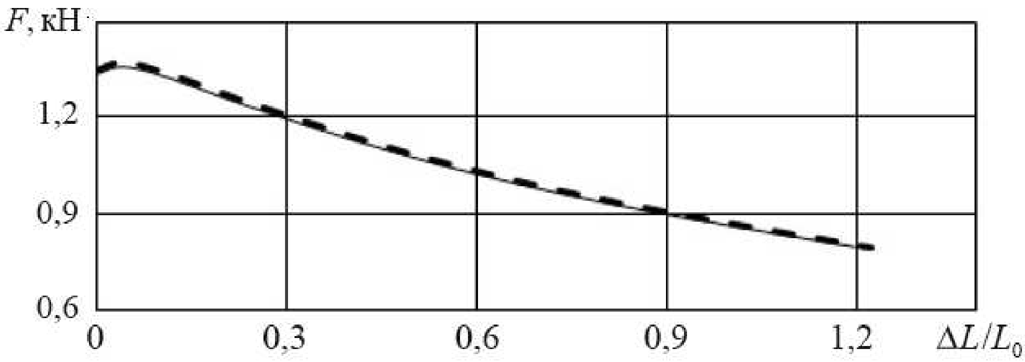


Рисунок 3.31 – Зависимость расчетного (сплошная линия, $n = 0{,}55$) и экспериментального (пунктирная линия) осевого усилия на торце от относительного удлинения образца

Проведен сравнительный анализ результатов численного и натурного экспериментов растяжения цилиндрического стержня из сплава титана ВТ9 в режиме сверхпластичности. В качестве определяющих соотношений поведения материала в режиме сверхпластичности рассматривалась зависимость (3.1). На основе экспериментально-расчетного подхода предложена методика определения коэффициента скоростного упрочнения n на основе одного эксперимента растяжения образца с постоянной скоростью деформаций. Для сплава титана ВТ9 при температуре 950 °С и скорости деформации $2\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$ определено значение коэффициента $n = 0{,}55$, при котором получено хорошее соответствие с экспериментальным результатом. Этот подход можно применять и при других видах нагружения в режиме сверхпластичности независимо от формы поперечного сечения образцов. Данный подход основывается на итерационном уточнении характеристик материала, исходя из отличия экспериментальных данных и результатов численного моделирования процессов деформирования испытуемых образцов в эксперименте. Таким образом, область применимости экспериментально-расчетной методики определяется областью применимости математической модели упругопластических сред с учетом скоростного упрочнения.

4. ИДЕНТИФИКАЦИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ СЖАТИЕ

4.1 Роль сил трения при упругопластическом деформировании образцов-таблеток

Проведено численное моделирование процессов деформирования в системе ударник-образец-мерный стержень в осесимметричной постановке. На нижней границе опорного диска (мерного стержня) задавались нулевые граничные условия во времени – жесткая заделка. На верхней границе диска-ударника задавались нулевые тангенциальные перемещения и нормальная скорость, которая определяется из экспериментов на ударное сжатие по методике, описанной в [189, 190]. Между контактными границами дисков и образцов-таблеток задавались условия одностороннего контактного взаимодействия с учетом сухого трения по закону Кулона с коэффициентами трения 0; 0.1; 0.2; 0.3. При больших деформациях из-за искажения конечно-элементной сетки вблизи границ контактной области необходимо применять процедуру коррекции сетки в процессе деформирования, причем многократно. На рисунке 4.1 представлены конечно-элементная модель системы ударник-образец-мерный стержень с геометрическими параметрами (L_0, R_0 – начальная высота и радиус образца) и результат коррекции конечно-элементной сетки в процессе деформирования образца. Ударник и мерный стержень моделировались упругими телами: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона ν=0,3. Плотность материала $\rho = 7850$ кг/м^3.

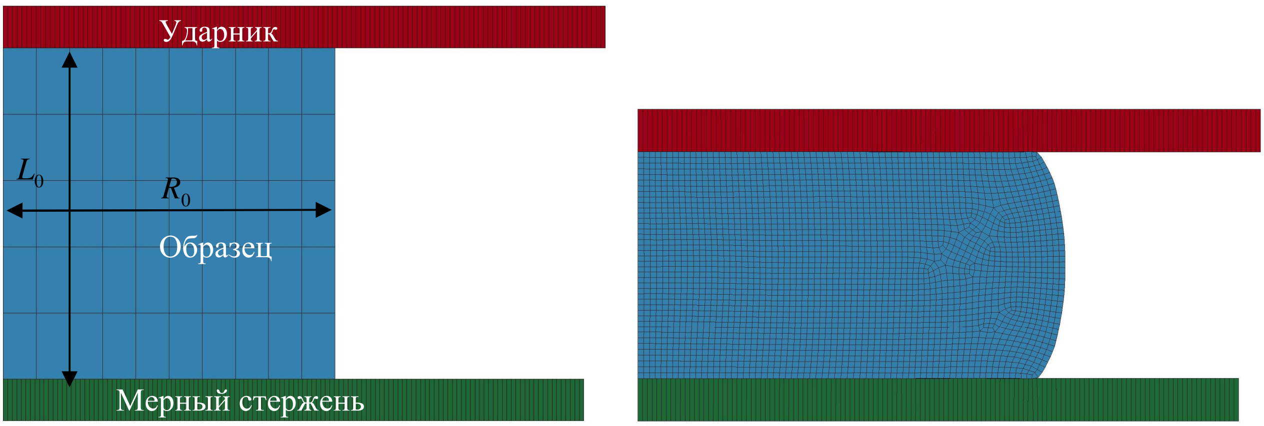


Рисунок 4.1 – Конечно-элементная модель системы ударник-образец-мерный стержень с геометрическими параметрами и ее коррекция в процессе деформирования образца

Сначала исследовалась роль коэффициента трения и степени деформации на напряженно-деформированное состояние образцов-таблеток из сталей 12Х18Н10Т и 09Г2С мало чувствительных к скорости деформации, а затем свинца С1 сильно чувствительного к скорости деформации. Диаграммы деформирования сталей 12Х18Н10Т и 09Г2С получены экспериментально-расчетным методом [125-129] при растяжении образцов и представлены на рисунке 4.2.

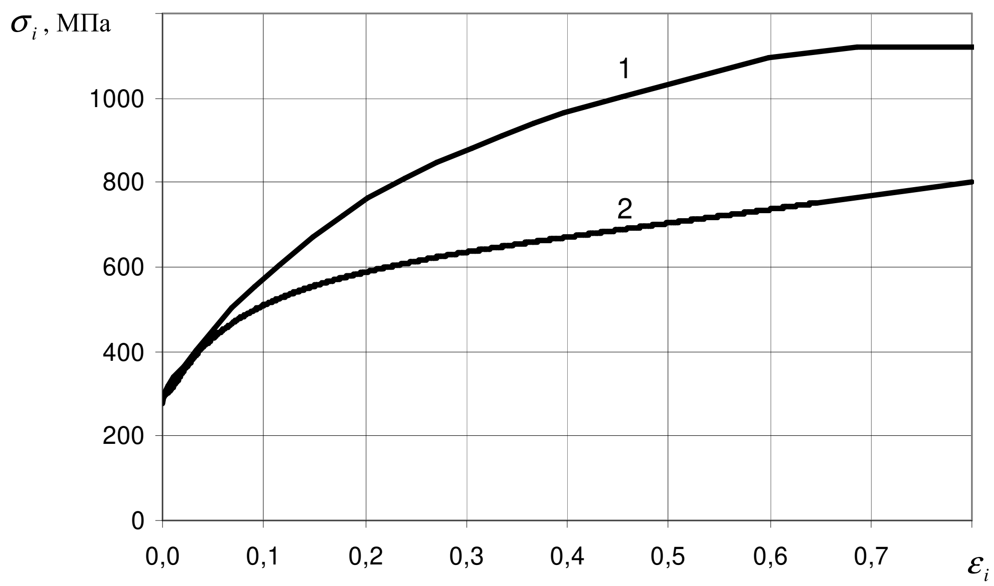


Рисунок 4.2 – Диаграммы деформирования сталей 12Х18Н10Т (кривая 1) и 09Г2С (кривая 2)

Истинные динамические диаграммы деформирования свинца задавались в виде $\sigma(\varepsilon,\dot{\varepsilon}) = \sigma_T(\dot{\varepsilon}) + \sigma(\varepsilon)$ (т/см2), где $\sigma_T(\dot{\varepsilon}) = 4\cdot 10^{-6}\dot{\varepsilon}^2 - 0{,}0004\dot{\varepsilon}$, $\sigma(\varepsilon) = 5{,}5849\varepsilon + 2{,}063$.

Скорость перемещений на ударяемой поверхности задавалась таким образом, чтобы скорость осевых деформаций $\dot{\varepsilon}_0 = \dot{u}/L$ в образце-таблетке без учета трения была постоянной ($\dot{u} = L_0\dot{\varepsilon}_0 e^{-\dot{\varepsilon}_0 t}$, где L_0, L – начальная и текущая высота образца-таблетки).

На рисунке 4.3 представлены формоизменения и распределения интенсивностей истинных пластических деформаций в образце-таблетке ($L_0/R_0 = 2$, $R_0 = 10$ мм – начальный радиус образца) при условных деформациях осадки 50% и коэффициенте трения 0.3 для мало чувствительных к скорости деформаций материалов 09Г2С (рисунок 4.3 а) и 12Х18Н10Т (рисунок 4.3 б), а также вязкопластического свинца при средних скоростях осевых деформаций $\dot{\varepsilon}_0 = 500$ 1/с (рисунок 4.3 в) и $\dot{\varepsilon}_0 = 1000$ 1/с (рисунок 4.3 г).

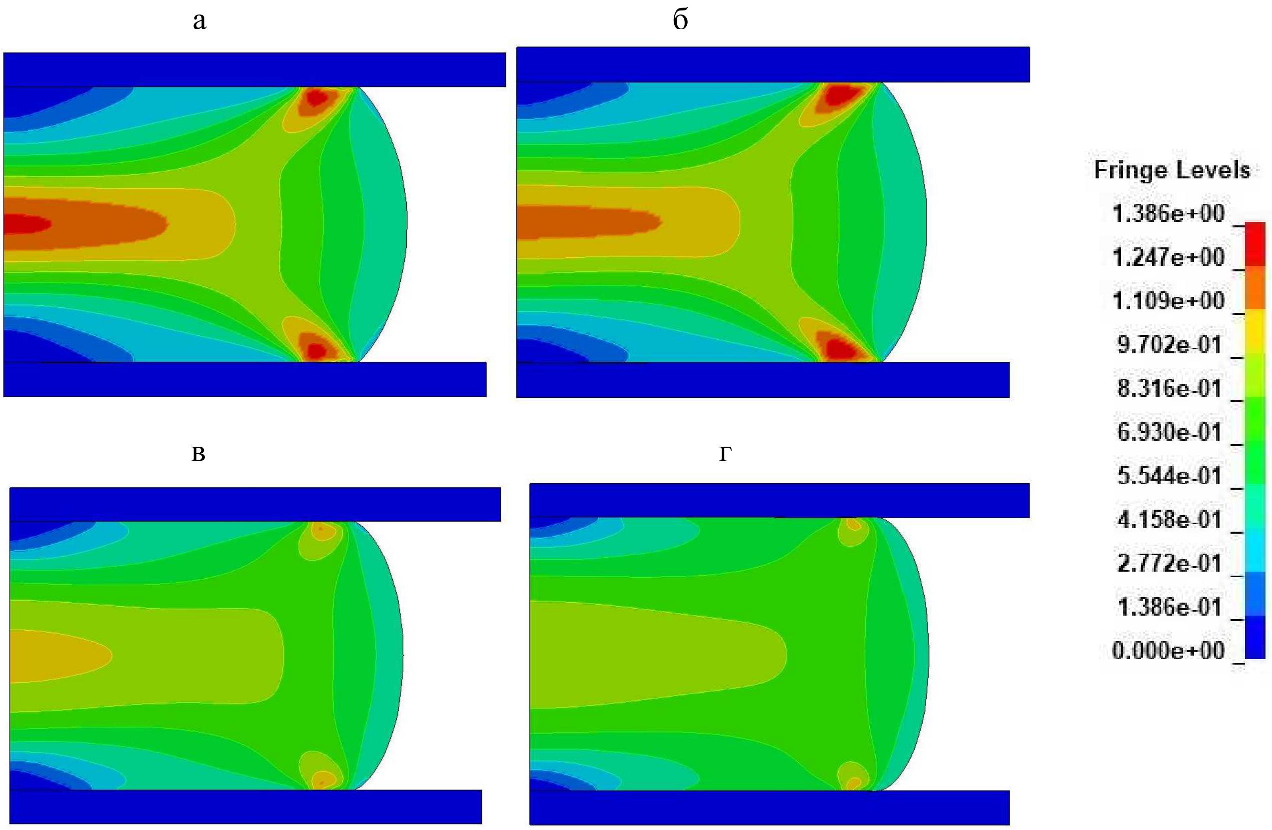


Рисунок 4.3 – Формоизменения образцов - таблеток ($L_0 / R_0 = 2$) при осадке $u / L_0 = 0.5$ и соответствующие им распределения интенсивностей истинных деформаций для сталей 09Г2С (а), 12Х18Н10Т (б) и свинца при скоростях осевых деформаций $\dot{\varepsilon}_0 = 500$ 1/с (в) и $\dot{\varepsilon}_0 = 1000$ 1/с (г)

При учете трения НДС таблеток неоднородно. Неоднородность существенно возрастает при увеличении сил трения и степеней деформаций. Максимальные пластические деформации и осевые напряжения возникают в области, примыкающей к центру таблетки. По мере деформации эти области расширяются. Уровень осевых напряжений здесь в разы больше, чем вблизи границ таблетки. Максимальные сдвиговые напряжения и деформации возникают в области границ контакта «образец-ударник» и «образец-мерный стержень». Их уровень значительно меньше максимальных осевых деформаций и напряжений. Максимальные радиальные напряжения развиваются вблизи оси таблетки и достигают значений одного порядка с осевыми напряжениями. Истинные пластические деформации при коэффициенте трения 0.3 превышают 100 % при осадке 50 %. Для вязкопластических материалов, чувствительных к скорости деформации, например, свинца, с увеличением скорости удара и соответственно скорости деформаций роль трения возрастает из-за существенной неоднородности скоростей деформаций в образце-таблетке.

Формоизменение боковой поверхности образцов главным образом зависит от отношения L_0 / R_0, величины силы (коэффициента трения) и степени сжатия. Эти формоизменения можно охарактеризовать отношением h / L, где $h = R - (R_н + R_в)/2$, а $R(z)$ – радиус контура арки деформированного образца (z – ось образца), $R_н$, $R_в$, L – минимальные нижний и верхний радиусы контура арки и высота деформированного образца, соответственно.

На рисунке 4.4 приведено относительное формоизменение арки h / L по высоте образца z / L при условных деформациях осадки 50 % при коэффициенте трения 0,3 для образцов-таблеток $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ ($R_0 = 10$ мм).

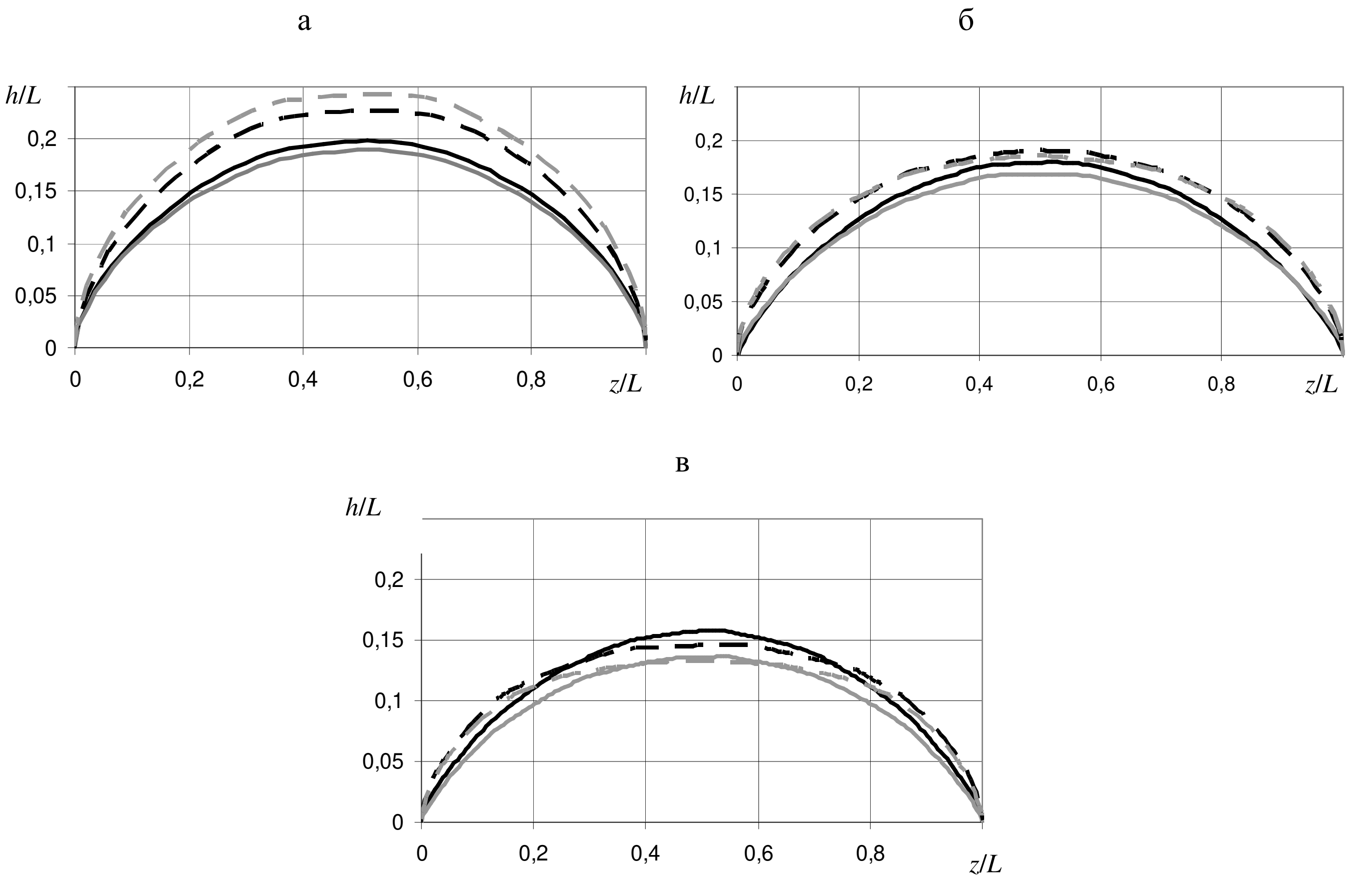
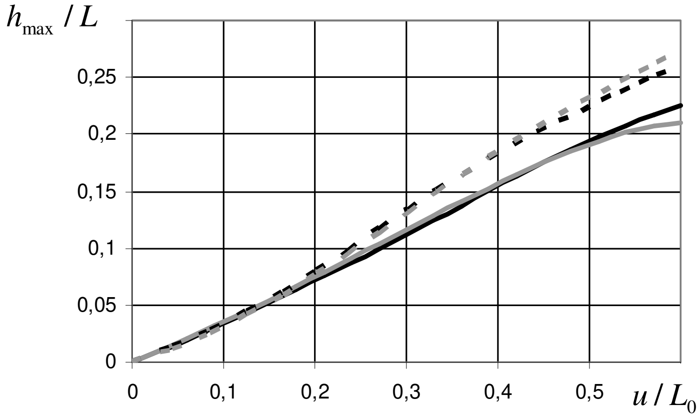


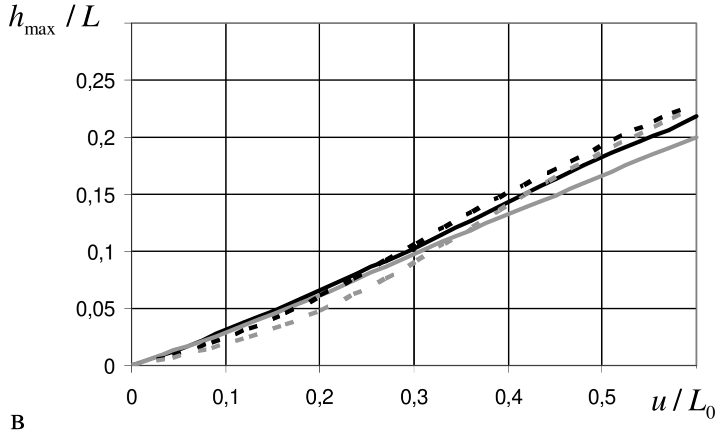
Рисунок 4.4 – Формоизменение боковой поверхности (арок) h / L образцов $L_0 / R_0 = 1$ (а), $L_0 / R_0 = 2$ (б) и $L_0 / R_0 = 3$ (в) от высоты образца z/L при условных деформациях осадки 50 % и коэффициенте трения 0,3 для сталей 09Г2С, 12Х18Н10Т (сплошные черная и серая линии, соответственно) и свинца при $\dot{\varepsilon}_0 = 500$ 1/с и $\dot{\varepsilon}_0 = 1000$ 1/с (пунктирные черная и серая линии, соответственно)

На рисунке 4.5 приведены изменения максимальной высоты арки $h_{\max} = R_{\max} - (R_н + R_в)/2$ ($R_{\max}$ – максимальный радиус деформированного образца) от осадки образцов – таблеток (отношения изменения высоты деформированного образца u к первоначальной высоте недеформированного образца L_0).

а



б



в

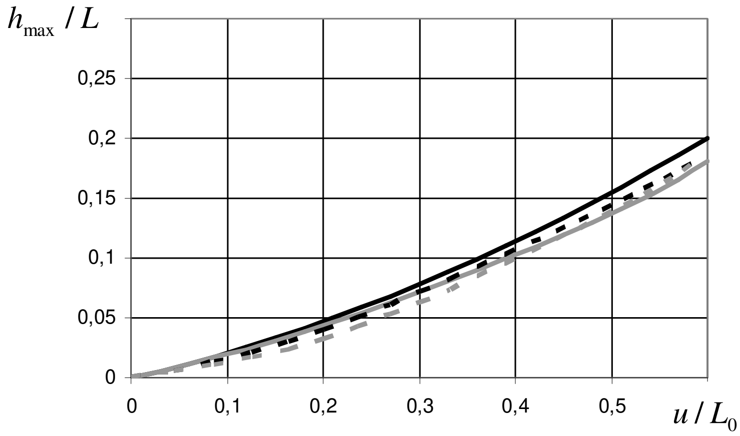


Рисунок 4.5 – Изменение максимальной высоты арки образца-таблетки $L_0 / R_0 = 1$ (а), $L_0 / R_0 = 2$ (б) и $L_0 / R_0 = 3$ (в) от осадки u / L_0 при коэффициенте трения 0,3 для сталей 09Г2С, 12Х18Н10Т (сплошные черная и серая линии, соответственно) и свинца при $\dot{\varepsilon}_0 = 500$ 1/с и $\dot{\varepsilon}_0 = 1000$ 1/с (пунктирные черная и серая линии, соответственно)

Путем математического моделирования было исследовано влияние краевых эффектов на построение диаграмм деформирования по результатам испытания образцов-таблеток при отношениях $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ при коэффициентах трения 0,1 и 0,3. Построенные диаграммы деформирования представлены на рисунке 4.6 (а, б, в, г). На рисунке 4.6 (а, б) изображены диаграммы для стали 09Г2С при коэффициентах трения 0,1 и 0,3, а на рисунке 4.6 (в, г) – для свинца ($\dot{\varepsilon}_0 = 500$ 1/с) при коэффициентах трения 0,1 и 0,3, соответственно. Сплошными черными линиями изображены истинные диаграммы деформирования для стали 09Г2С (рисунок 4.6 а, б) и свинца (рисунок 4.6 в, г), а сплошными серыми, штриховыми и штрихпунктирными линиями – диаграммы, полученные соответственно для образцов $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ без учета сил трения.

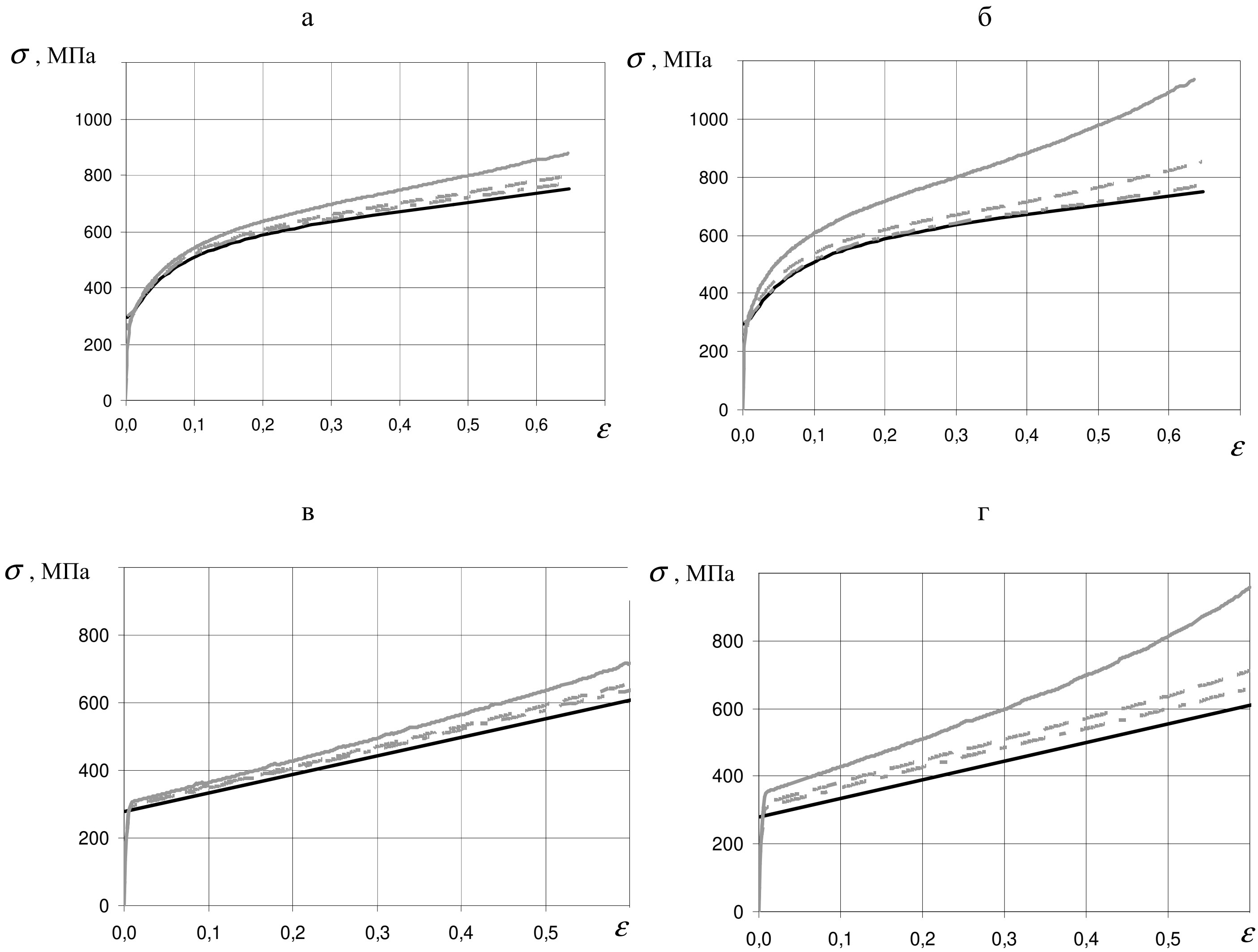


Рисунок 4.6 – Диаграммы деформирования, построенные с учетом и без учета сил трения, для стали 09Г2С (а, б) и свинца (в, г) при скорости деформации $\dot{\varepsilon} = \dot{u} / L = 500$ 1/с и коэффициентах трения 0,1 (а, в) и 0,3 (б, г): сплошные черные линии – истинные диаграммы деформирования, сплошные серые, штриховые и штрихпунктирные линии – диаграммы, полученные соответственно для образцов $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ без учета сил трения.

На рисунке 4.7 приведена относительная погрешность δ в определении диаграмм деформирования без учета сил трения для 09Г2С и свинца (при скорости деформации $\dot{\varepsilon} = \dot{u} / L = 500$ 1/с) от степени деформации ε при коэффициенте трения 0,2 и размерах образца $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

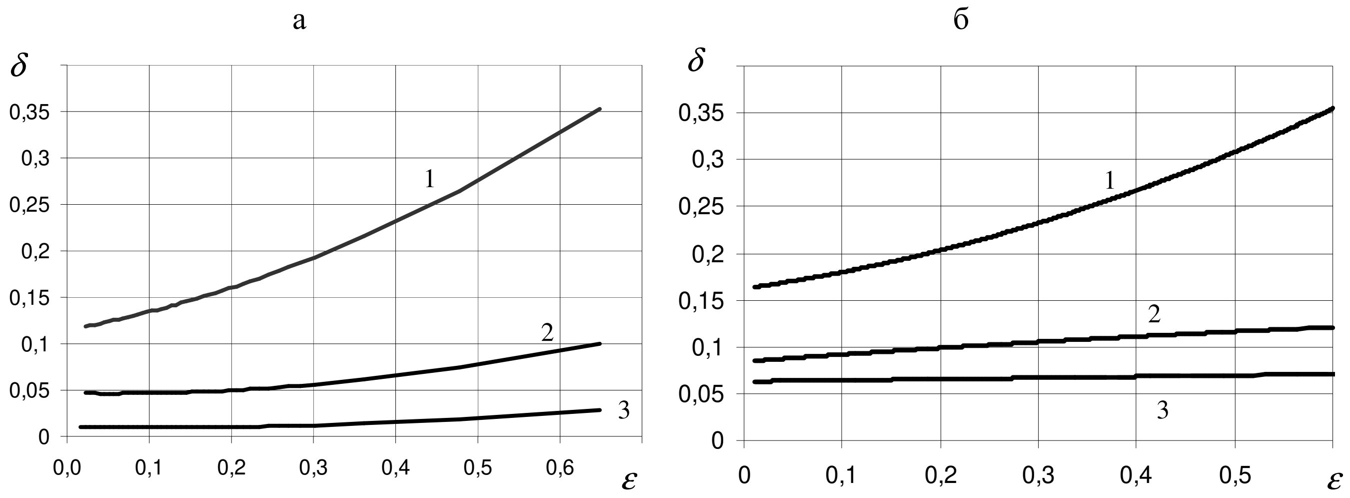


Рисунок 4.7 – Относительные погрешности δ в определении диаграмм деформирования без учета сил трения от степени деформации ε при коэффициенте трения 0,2 и размерах образцов $L_0 / R_0 = 1$, $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 3$ (кривые 1, 2 и 3, соответственно) для стали 09Г2С (а) и свинца при скорости деформации $\dot{\varepsilon} = \dot{u} / L = 500$ 1/с (б)

Таким образом, не учет формоизменения образца при построении диаграмм деформирования может привести к существенным погрешностям, как это следует из анализа результатов, представленных на рисунках 4.6 и 4.7. Погрешность определяется главным образом величиной коэффициента трения и размерами образца. При этом величина погрешности в построении диаграмм деформирования для материалов чувствительных к скорости деформаций выше, чем для малочувствительных. С увеличением степени деформации погрешности не учета трения возрастают. Роль краевых эффектов возрастает с увеличением коэффициента трения и уменьшением отношения L_0 / R_0. При размерах образца более $L_0 / R_0 = 3$ влияние краевых эффектов несущественно при коэффициенте трения менее 0,3, что позволяет строить истинные диаграммы деформирования с достаточной точностью без учета сил трения.

Параметр бочкообразования – высота арки мало зависит от диаграмм динамического деформирования упругопластических материалов, так как при деформациях более 1 % они практически не сжимаемы, что и определяет картину пластического течения и формоизменения образцов-таблеток. При использовании закона сухого трения Кулона сила трения прямо пропорциональна нормальному давлению, которое определяется диаграммой деформирования и степенью деформации. Поэтому имеет место однозначное соответствие между высотой арки и коэффициентом трения в процессе осадки образцов-таблеток из различных металлов с одинаковой первоначальной геометрией. В дальнейшем используем эту закономерность для определения сил сухого и вязкого трения в динамических натурных экспериментах при построении диаграмм деформирования.

4.2 Учет радиальной инерции при высоких скоростях ударного сжатия образцов-таблеток

В работе Дхарана и Хаузера [95] теоретически оценивалась радиальная инерция при ударном сжатии образца–таблетки со скоростью $V_x(t)$. Рассматривался цилиндрический образец с начальными размерами (рисунок 4.8): радиус R_0 и длина L_{s0}. В процессе деформирования радиус $R(t)$ и длина $L_s(t)$ образца в любой момент времени определялись из условия несжимаемости материала. Силами трения на подвижной и неподвижной контактных поверхностях пренебрегали.

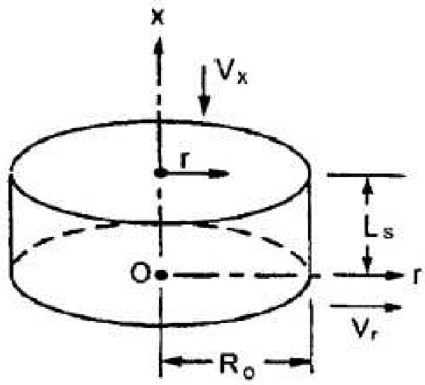


Рисунок 4.8 – Расчетная модель

При этих допущениях напряжения и деформации будут изменяться только вдоль радиуса за счет сил радиальной инерции, которые известны, так как скорость сжатия образца–таблетки определяется в эксперименте. Путем интегрирования сил инерции вдоль радиуса от свободной внешней поверхности ($r = R$) до оси вращения ($r = 0$) определено радиальное напряжение в виде [95]

$$\sigma_r(t) = \frac{\rho}{4L_{s0}(1-\varepsilon_n(t))}\left[\frac{3V_x^2(t)}{2L_{s0}(1-\varepsilon_n(t))} + \frac{dV_x}{dt}\right]\cdot\left[\frac{R_0^2}{(1-\varepsilon_n(t))} - r^2\right], \tag{4.1}$$

где ρ – плотность материала, $\varepsilon_n(t)$ – условная осевая деформация образца.

Максимальное значение $\sigma_r(t)$ имеет место при $r = 0$, то есть на оси образца. Дхаран и Хаузер [95] предположили, что радиальное напряжение не зависит от r и равно $\sigma_r(t) = \alpha[\sigma_r(t)_{\max}]$, $\alpha_{\min} \le \alpha \le 1$. В дальнейшем авторы [95] полагают, что $\alpha = 1$ является удовлетворительным приближением. В связи с этим, при испытании на сжатие с постоянной скоростью $V_x = const$ формула (4.1) преобразуется к виду

$$\sigma_r(t) = \frac{3}{8}\rho\left(\frac{R_0}{L_{s0}}\right)^2 \frac{V_x^2}{(1-\varepsilon_n(t))^2} \ . \tag{4.2}$$

Скорректированное истинное напряжение будет равно

$$\sigma(t) = \sigma_x(t) - \sigma_r(t), \ (\sigma_r(t) = \sigma_\theta(t)). \tag{4.3}$$

Здесь $\sigma_x(t)$ – усредненное осевое напряжение, полученное из эксперимента, $\sigma_\theta(t)$ – окружное напряжение.

В работе Дхарана и Хаузера испытания проводились на отожженных алюминиевых образцах со скоростью удара $V_x = 110$ м/с. Полученное ими осевое напряжение в эксперименте приведено на рисунке 4.9. Проверить имеющимися инструментальными средствами экспериментально–аналитический метод [95] построения динамических диаграмм деформирования с учетом сил радиальной инерции достаточно сложно. На сегодняшний день верификация его достоверности неизвестна. Проведем оценку погрешностей экспериментально-аналитического метода [95] путем численного моделирования процесса деформирования образца-таблетки в осесимметричной постановке.

На основе экспериментально-расчетного подхода [125-129] и экспериментальных данных (сила – перемещение) по ударному сжатию алюминия [95] определена итерационным методом динамическая диаграмма деформирования алюминия с учетом радиальной инерции при неизменных скоростях удара. Размеры образца принимались в соответствии с [95] с начальным радиусом $R_0 = 3{,}2$ мм и начальной длиной $L_{s0} = 1{,}6$ мм. На рисунке 4.9 представлены диаграммы деформирования и соответствующие им радиальные напряжения, полученные с помощью экспериментально-расчетного метода [125-129] и методики Дхарана и Хаузера при значении коэффициента $\alpha = 1$.

Полученная зависимость осевого напряжения $\sigma_x(\varepsilon)$ на рисунке 4.9 является усредненным значением по поперечному сечению образца. Усредненное значение радиального напряжения, с учетом (4.1), можно получить в виде

$$\alpha = \frac{\frac{1}{A}\int\limits_A \sigma_r(t)\ dA}{\sigma_r(t)_{\max}} = \frac{\frac{2}{R^2}\int\limits_0^R \sigma_r(t)\ rdr}{\sigma_r(t)_{\max}} = 0{,}5 \,,$$

где A – площадь поперечного сечения образца. Таким образом, принятие условия $\sigma_r(t) = \sigma_r(t)_{\max}$, что соответствует $\alpha = 1$, приводит к завышению сил радиальной инерции в два раза и существенной погрешности (рисунок 4.9) в построении истинной диаграммы деформирования.

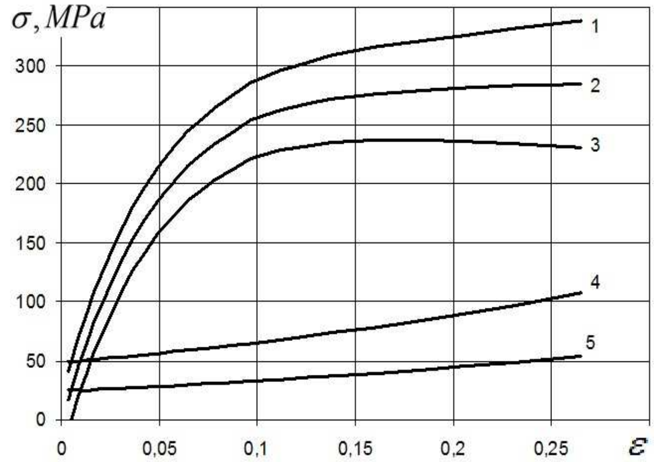


Рисунок 4.9 – Истинные диаграммы деформирования и соответствующие им радиальные напряжения в алюминиевом образце: 1 – осевое напряжение $\sigma_x(\varepsilon)$ из эксперимента [95]; 2 – истинная диаграмма деформирования, полученная экспериментально-расчетным методом; 3 – истинная диаграмма деформирования, полученная методом [95] при коэффициенте α = 1; 4 и 5 – радиальные напряжения, соответствующие диаграммам 3 и 2.

При использовании методики Дхарана и Хаузера с коэффициентом $\alpha = 0{,}5$ ($\sigma_r(t) = 0.5 \cdot \sigma_r(t)_{\max}$) наблюдается совпадение построенной диаграммы деформирования с диаграммой, полученной экспериментально-расчетным методом (рисунок 4.9). Таким образом, применение модифицированной методики [95] позволяет с высокой точностью строить динамические диаграммы деформирования упругопластических материалов.

Исследование степени влияния учета радиальной инерции на динамические диаграммы деформирования проводилось для стали 12Х18Н10Т и алюминия. Размеры образцов принимались с радиусом $R_0 = 3{,}2$ мм и с различными начальными длинами L_{s0}. Задавалась постоянно действующая осевая скорость ударного сжатия $V_x = 110$ м/с. Для устранения осцилляций численного решения вдоль оси образца задавалась линейно распределенная начальная скорость удара, а по радиусу, исходя из условия несжимаемости, линейно распределенная начальная скорость $V_{r0} = \dfrac{r}{2L_{s0}} V_x$ $(0 \le r \le R_0)$. Расчеты проводились без учета влияния сил трения.

На основе полученных численных результатов и формул (4.1) – (4.3) на рисунке 4.10 построены зависимости, характеризующие уровень безразмерных радиальных напряжений $\sigma_r / \left(\rho V_x^2\right)$ в экспериментах на ударное сжатие образцов-таблеток от скорости деформаций осевого сжатия V_x / L_s при $V_x = const$.

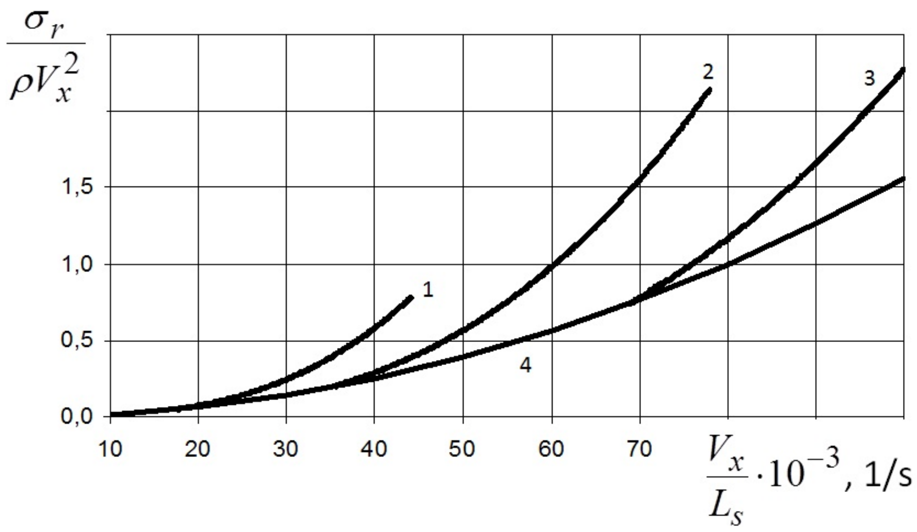


Рисунок 4.10 – Зависимость безразмерных радиальных напряжений в образцах-таблетках от скоростей деформаций осевого сжатия: 1 – деформирование образца с начальной длиной $L_{s0} = 6{,}4$ мм; 2 – деформирование образца с начальной длиной $L_{s0} = 3{,}2$ мм; 3 – деформирование образца с начальной длиной $L_{s0} = 1{,}6$ мм; 4 – огибающая кривая численных результатов

Анализ полученных численных результатов позволил сделать вывод, что радиальные ускорения в экспериментах на ударное сжатие при деформациях более 2 % практически не зависят от деформационных свойств материала, что обусловлено малой сжимаемостью упругопластических сталей и сплавов. Построенная огибающая кривая на рисунке 4.10 характеризует степень радиальной инерции при малом изменении радиуса образца. Основное влияние на радиальные силы инерции оказывают плотность материала, скорость деформирования и величина радиуса образца-таблетки.

На рисунке 4.11 представлена величина ошибки при построении диаграмм деформирования без учета радиальной инерции для стали 12Х18Н10Т и алюминия. На рисунке 4.11 введены обозначения: $\Delta\sigma = \sigma' - \sigma$, где σ' и σ – диаграммы деформирования, построенные без учета радиальной инерции и с учетом радиальной инерции соответственно; $\sigma_{0.2}$ – предел текучести материала.

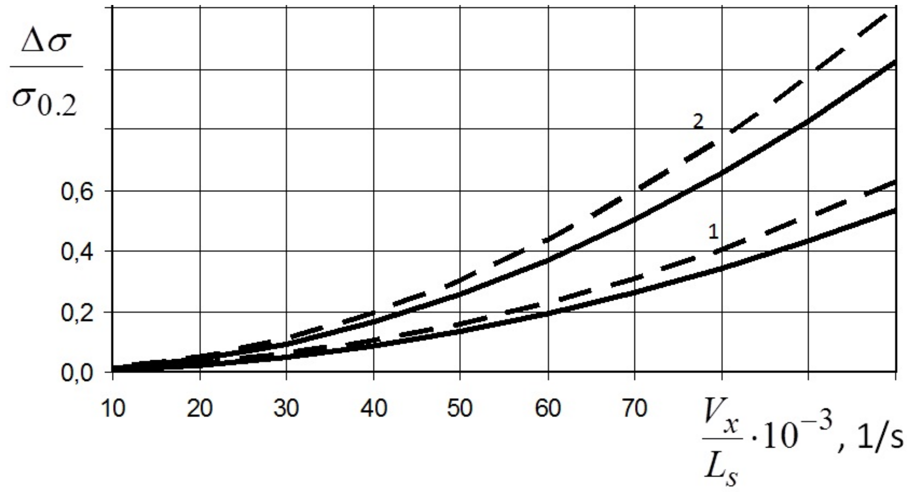


Рисунок 4.11 – Ошибки построения диаграмм деформирования без учета радиальной инерции для стали 12Х18Н10Т и алюминия при осадке образца $\Delta L_s / L_{s0} = 0{,}03$ (сплошная линия) и $\Delta L_s / L_{s0} = 0{,}15$ (пунктирная линия): 1 – алюминий; 2 – сталь 12Х18Н10Т

Из рисунка 4.11 следует, что с увеличением степени деформаций погрешность в определении истинных диаграмм деформирования вследствие увеличения радиуса образца без учета радиальной инерции возрастает.

Приведенные зависимости радиальных и окружных напряжений (3.1) – (3.3) вдоль радиуса образца-таблетки с высокой точностью совпадают с численными результатами решения задачи в осесимметричной постановке. С практической точки зрения аналитические зависимости [95] весьма просты и достаточно точны для оценки степени влияния радиальной инерции в экспериментах на ударное сжатие образцов-таблеток из металлов и сплавов с учетом предложенной модификации.

4.3 Построение динамических диаграмм деформирования с учетом сил сухого и вязкого трения

Предлагаемый экспериментально-расчетный метод определения динамических диаграмм деформирования и сил трения в экспериментах на ударное сжатие образцов-таблеток заключается в следующем итерационном алгоритме. Первоначально диаграммы деформирования строятся по экспериментальной осевой силе при коэффициенте трения равным нулю при однородном напряженно-деформированном состоянии. Затем осуществляется итерационный процесс определения коэффициентов трения с найденной диаграммой деформирования. В процессе итераций корректируются коэффициенты трения на нижней и верхней поверхностях образцов-таблеток посредством линейной интерполяции (экстраполяции) по разности высот арок в расчете и эксперименте до сходимости. В начальном приближении коэффициент трения задается равным 0,15. Далее производится уточнение динамических диаграмм деформирования. Диаграммы деформирования строятся по предложенной ранее процедуре экспериментально-расчетного подхода [125-129]. При значительных различиях в диаграммах деформирования, построенных без учета и с учетом сил трения, производится уточнение коэффициентов трения и т.д.

Далее представлена процедура предложенной экспериментально-расчетной методики. В качестве требуемых экспериментальных данных на ударное сжатие образцов-таблеток использовались результаты численного эксперимента. Численное решение задач проводилось в осесимметричной постановке. В качестве расчетной схемы эксперимента на ударное сжатие образцов-таблеток использовалась расчетная модель из раздела 4.1. Материалом образцов-таблеток принималась сталь 09Г2С. Упругие характеристики стали 09Г2С: модуль упругости $E = 2\cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона ν=0.3. Плотность материала ρ = 7850 кг/м^3. Искомой истинной диаграммой деформирования выступала диаграмма стали 09Г2С, приведенная на рисунке 4.2. Использовались образцы-таблетки с размерами $L_0 / R_0 = 2$ и $L_0 / R_0 = 1$ ($R_0 = 10$ мм – начальный радиус образца, L_0 – начальная высота образца).

Изначально численный эксперимент проводился для образца-таблетки $L_0 / R_0 = 2$ при действии постоянных коэффициентов трения на верхней и нижней контактных поверхностях 0,2 и 0,3, соответственно. Образец деформировался до $\Delta L / L_0 = 0{,}5$ (ΔL – изменение высоты образца). На рисунках 4.12 и 4.13 приведены полученные экспериментальные данные.

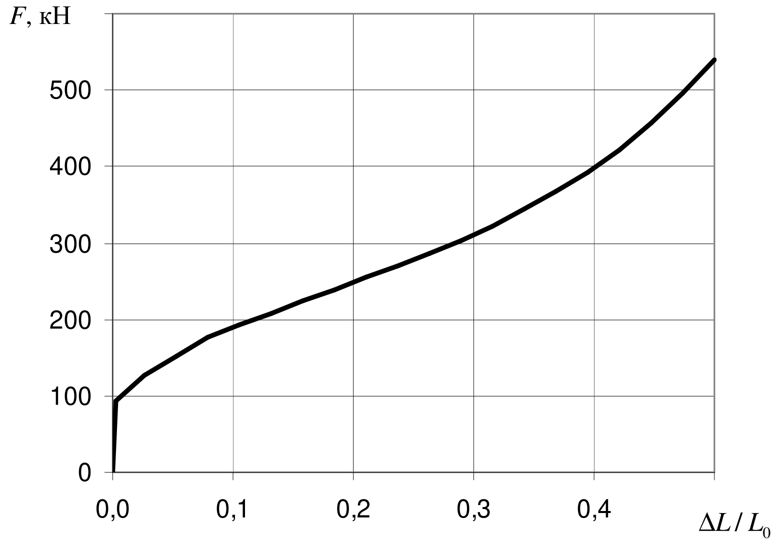


Рисунок 4.12 – Экспериментальная зависимость осевой силы от осадки $\Delta L / L_0$

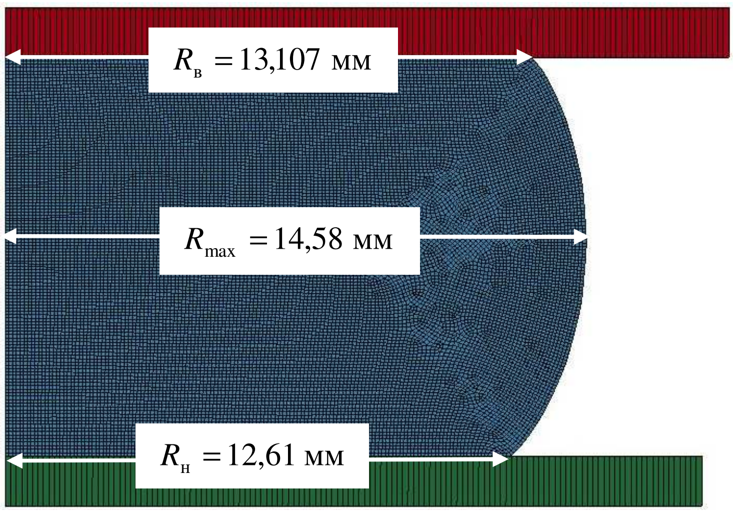


Рисунок 4.13 – Формоизменение боковой поверхности образца-таблетки $L_0 / R_0 = 2$ при осадке $\Delta L / L_0 = 0{,}5$

Начальное приближение диаграммы деформирования определялось в предположении несжимаемости материала и однородности НДС по следующим соотношениям:

$$e_i = -\ln\left(1 - \frac{\Delta L}{L_0}\right), \;\; \sigma_i = \frac{F}{\pi R_0^2}\left(1 - \frac{\Delta L}{L_0}\right). \qquad (4.4)$$

На рисунке 4.14 представлены первое приближение диаграммы деформирования (сплошная серая линия) и искомая истинная диаграмма деформирования (сплошная черная линия) стали 09Г2С.

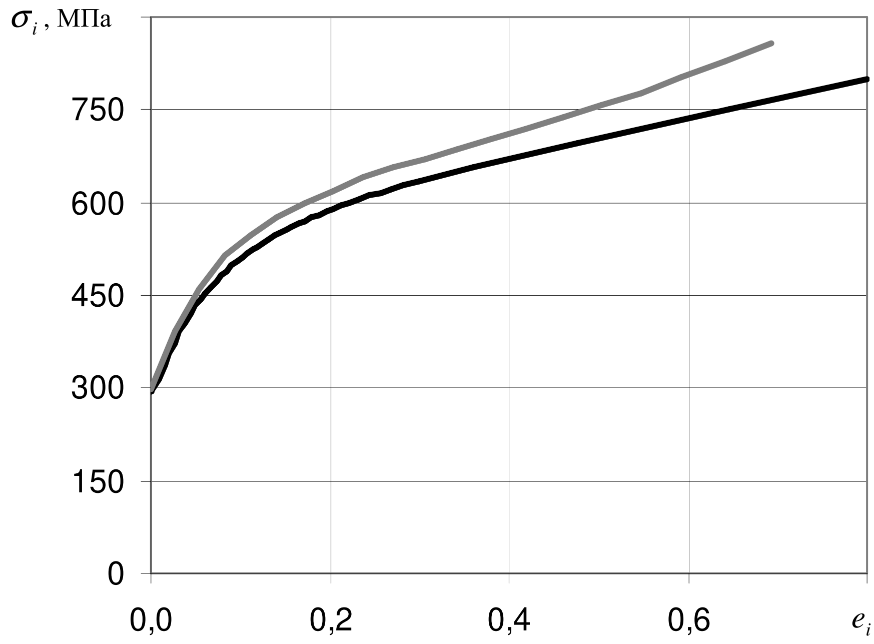


Рисунок 4.14 – Первое приближение диаграммы деформирования (сплошная серая линия) и искомая истинная диаграмма деформирования (сплошная черная линия) стали 09Г2С

С найденной диаграммой деформирования производился итерационный процесс корректировки коэффициента трения. Корректировка коэффициентов трения выполнялась посредством линейной интерполяции (экстраполяции) по разности высот арок на нижней $h = R_{\max} - R_{н}$ и верхней $h = R_{\max} - R_{в}$ поверхностях образцов в расчете и эксперименте (рисунок 3.13) с погрешностью 3%. Коэффициент трения в первом приближение выбирался равным 0,15. На рисунках 4.15 и 4.16 показана итерационная процедура определения коэффициентов трения на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки по соответствующей разнице высот арок в расчете $h_{р}$ и эксперименте $h_{э}$. На рисунке 4.15 приведено относительное отклонение высот арок $\delta h = (h_{э} - h_{р}) / h_{э}$ в расчете $h_{р}$ и эксперименте $h_{э}$ на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки.

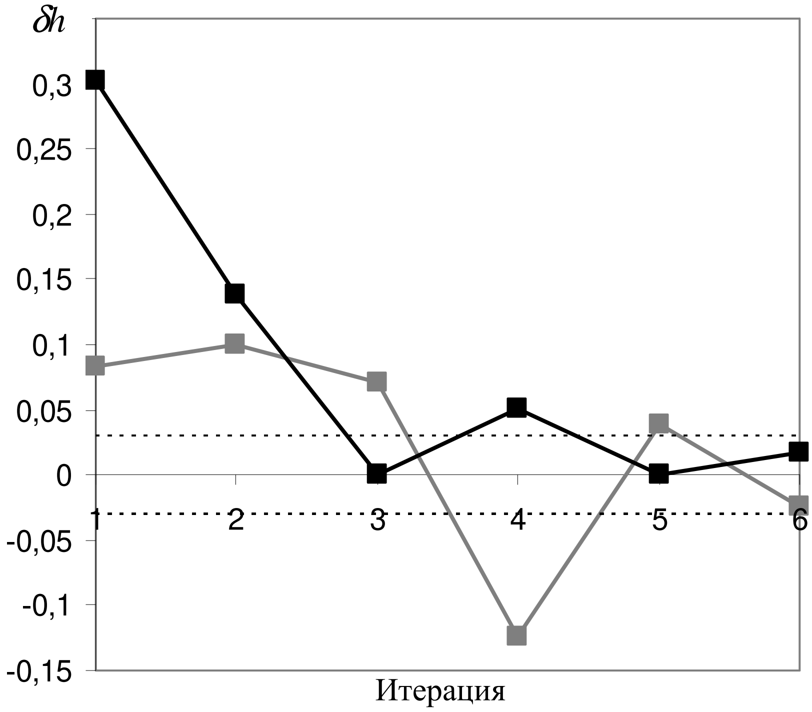


Рисунок 4.15 – Изменение относительного отклонения высот арок δh в расчете и эксперименте на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки при итерационной процедуре с установленной погрешностью 3% (пунктирные линии)

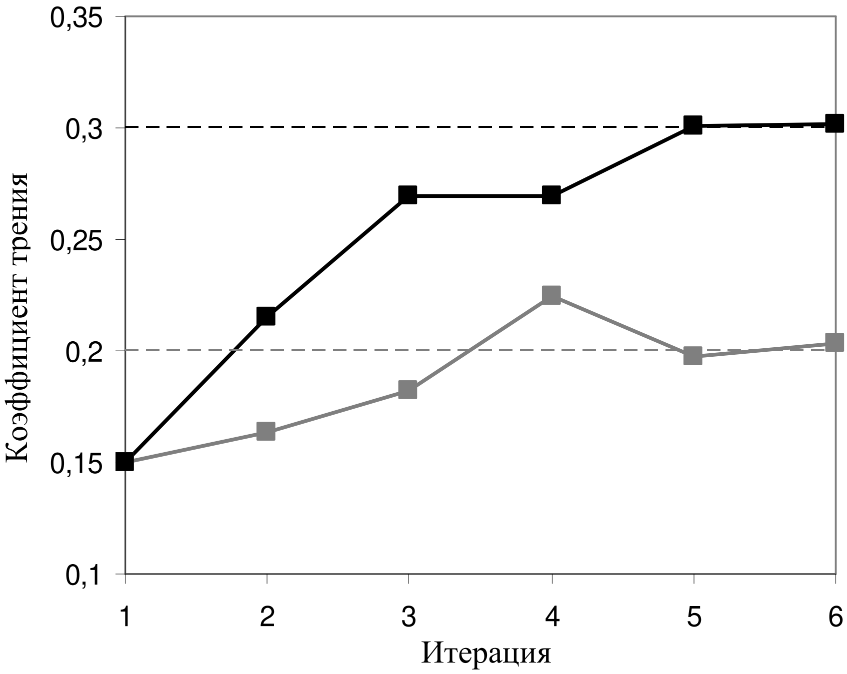


Рисунок 4.16 – Корректировка коэффициентов трения на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки при итерационной процедуре

С найденными коэффициентами трения производилось уточнение истинной диаграммы деформирования по предложенной ранее процедуре экспериментально-расчетного подхода [125-129]. На рисунке 4.17 представлена экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и изменение расчетной зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре, а на рисунке 4.18 – искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и итерационный процесс определения диаграммы деформирования (пунктирные черные линии).

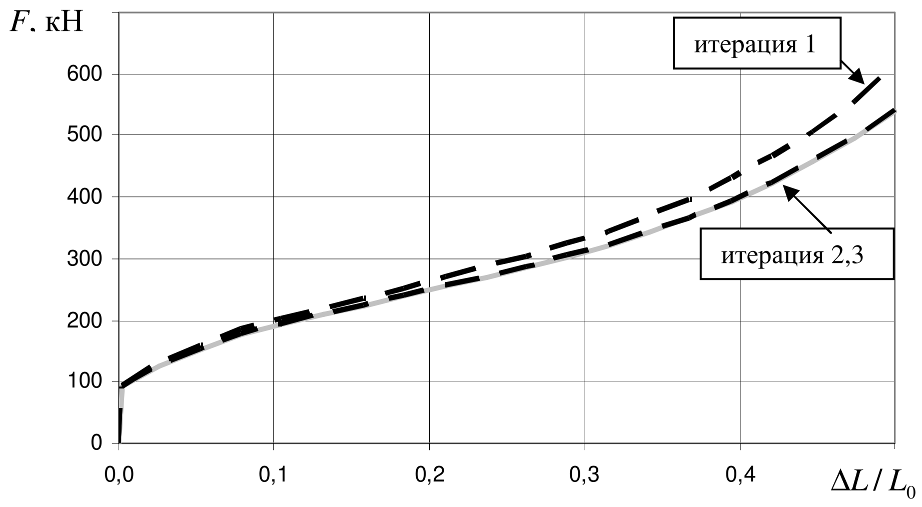


Рисунок 4.17 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре

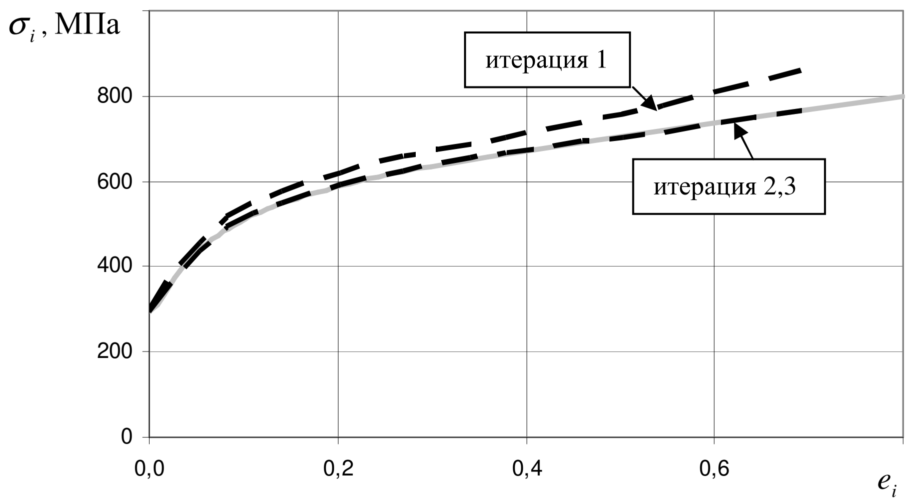


Рисунок 4.18 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре

Диаграмма деформирования определена при погрешности в осевой силе менее 1%. С определенной диаграммой деформирования относительное отклонение высот арок составило $\delta h < 1\%$ и в связи с этим выполнена остановка итерационного процесса. Таким образом, с помощью предложенной экспериментально-расчетной методики получены истинная диаграмма деформирования стали 09Г2С (рисунок 4.18) и коэффициенты трения на верхней и нижней поверхности образца-таблетки (рисунок 4.16). При этом следует отметить, что для образцов с размерами $L_0 / R_0 \geq 2$ достаточно одного итерационного прохода по определению коэффициентов трения и диаграммы деформирования.

Далее рассматривался численный эксперимент для низкого образца-таблетки $L_0 / R_0 = 1$ при действии постоянного коэффициента трения на верхней и нижней контактных поверхностях 0,3. Образец аналогично деформировался до $\Delta L / L_0 = 0{,}5$. На рисунках 4.19 и 4.20 приведены полученные экспериментальные данные.

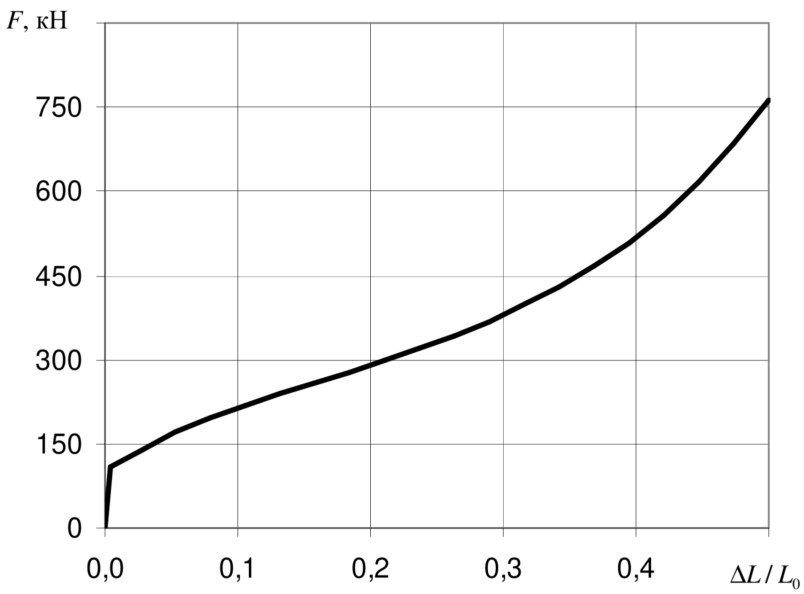


Рисунок 4.19 – Экспериментальная зависимость осевой силы от осадки $\Delta L / L_0$

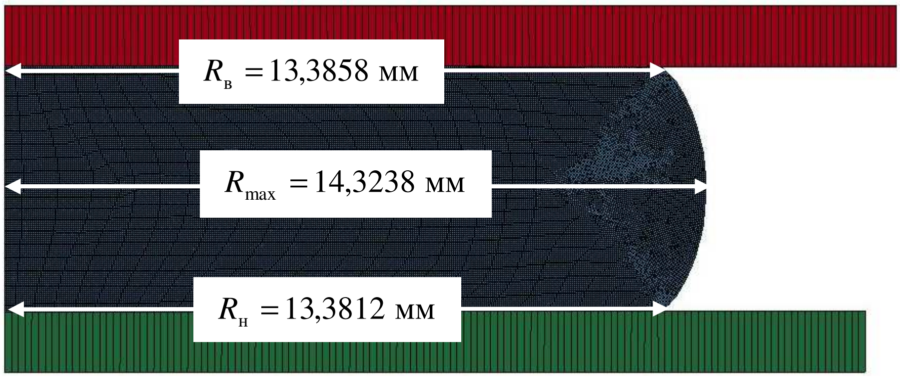


Рисунок 4.20 – Формоизменение боковой поверхности образца-таблетки $L_0 / R_0 = 1$ при осадке $\Delta L / L_0 = 0{,}5$

По формулам (4.4) определялось начальное приближение диаграммы деформирования (сплошная серая линия), которая приведена на рисунке 4.21 совместно с искомой истинной диаграммой деформирования стали 09Г2С (сплошная черная линия).

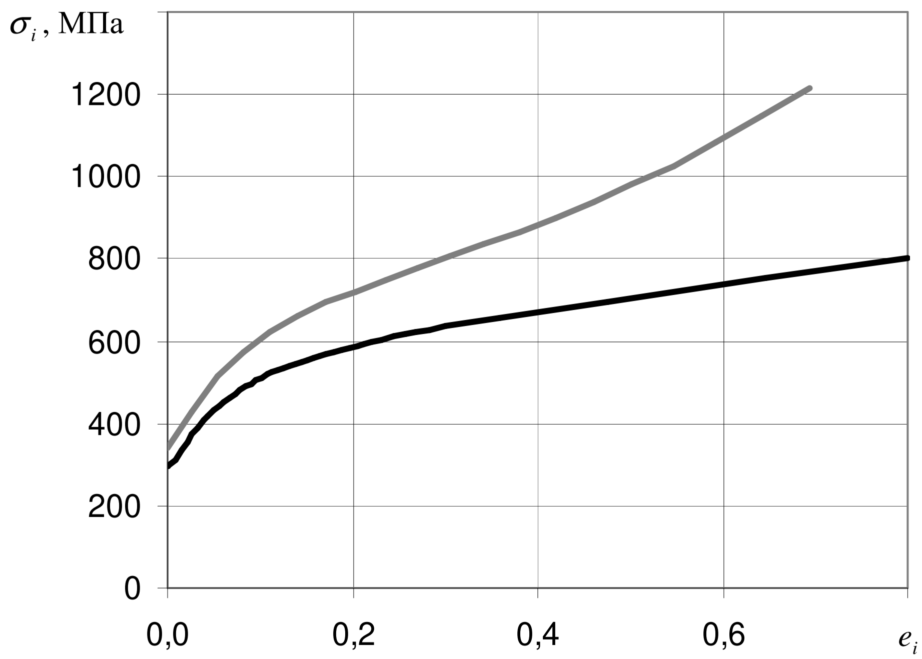


Рисунок 4.21 – Первое приближение диаграммы деформирования (сплошная серая линия) и искомая истинная диаграмма деформирования (сплошная черная линия) стали 09Г2С

Из-за отсутствия несимметрии формоизменения образца-таблетки высота арки определялась $h = R_{\max} - (R_{в} + R_{н})/2$. Далее выполнялся итерационный процесс по определению коэффициента трения и диаграммы деформирования, который представлен на рисунках 4.22 – 4.33.

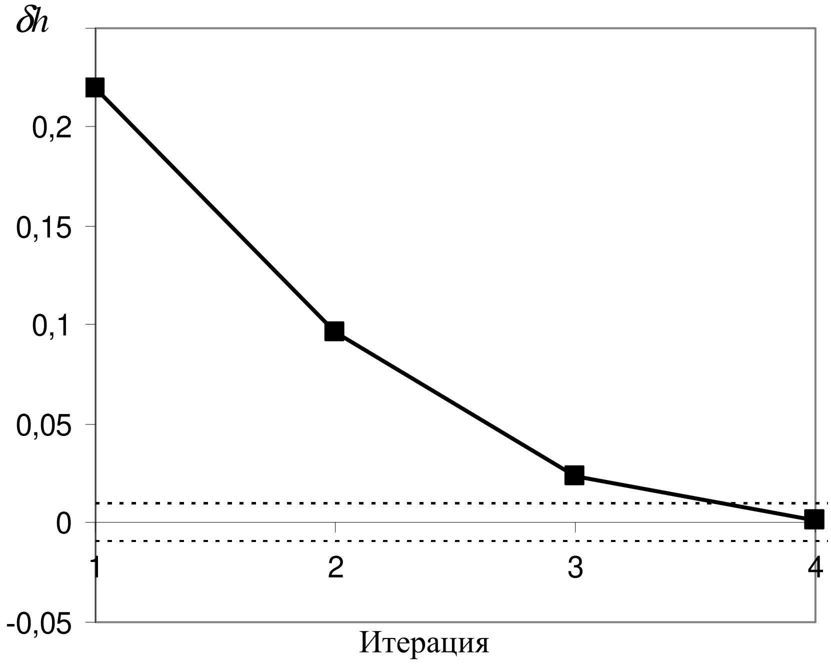


Рисунок 4.22 – Изменение относительного отклонения высоты арки δh образца-таблетки в расчете и эксперименте при 1-ом итерационном проходе с установленной погрешностью 1% (пунктирные линии)

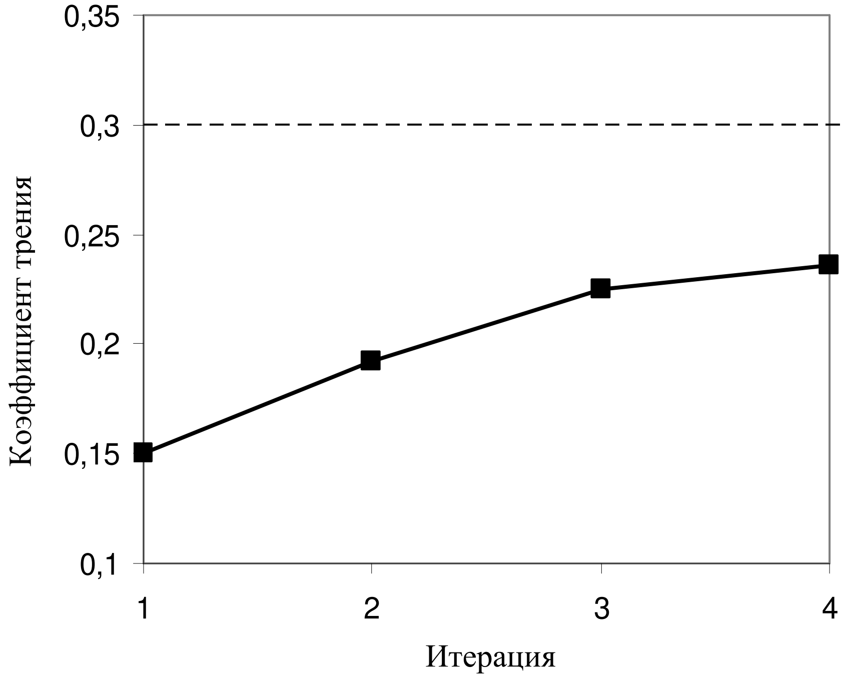


Рисунок 4.23 – Корректировка коэффициента трения образца-таблетки при 1-ом итерационном проходе

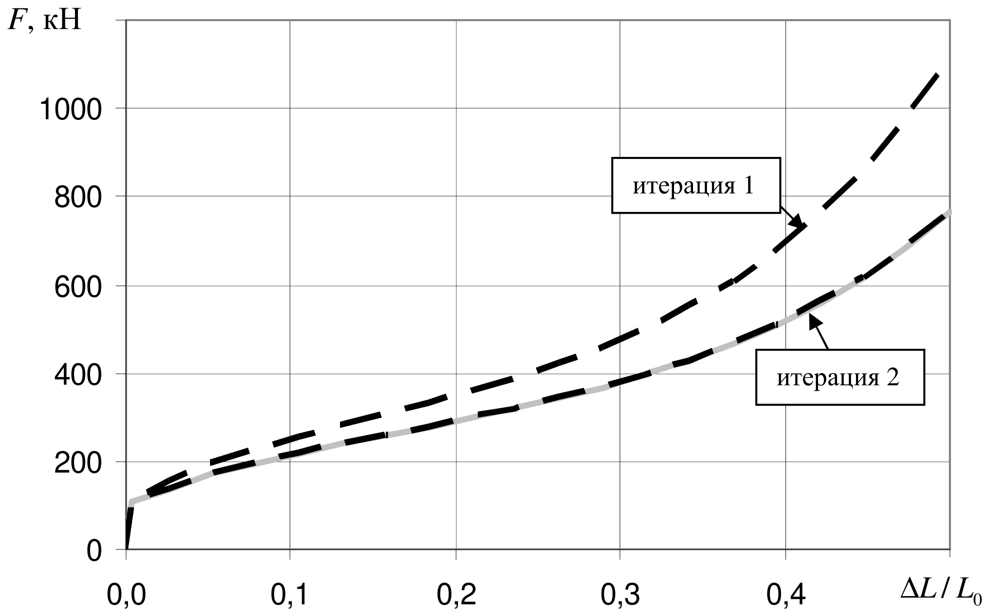


Рисунок 4.24 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при 1-ом итерационном проходе

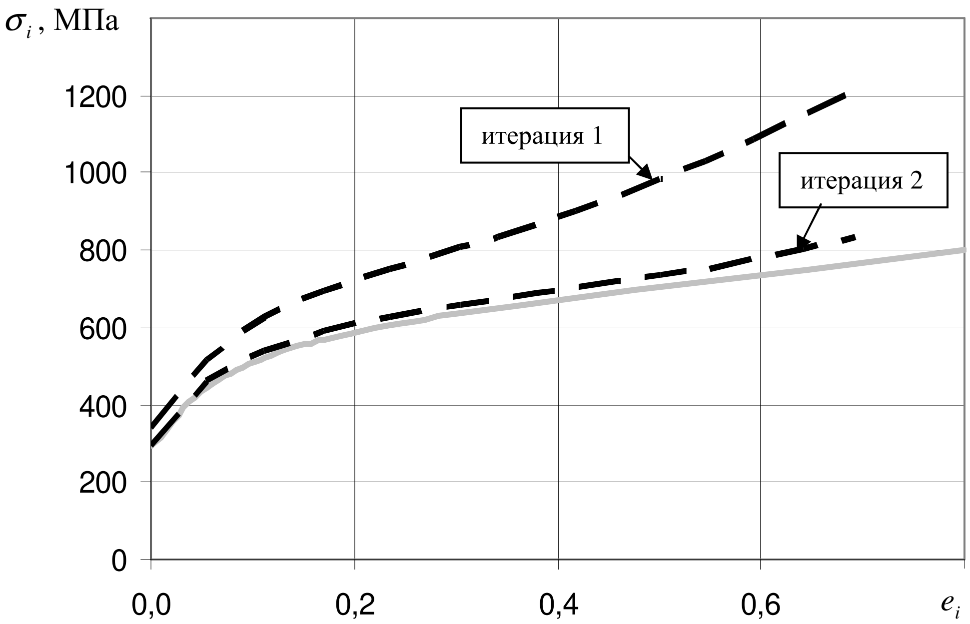


Рисунок 4.25 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при 1-ом итерационном проходе

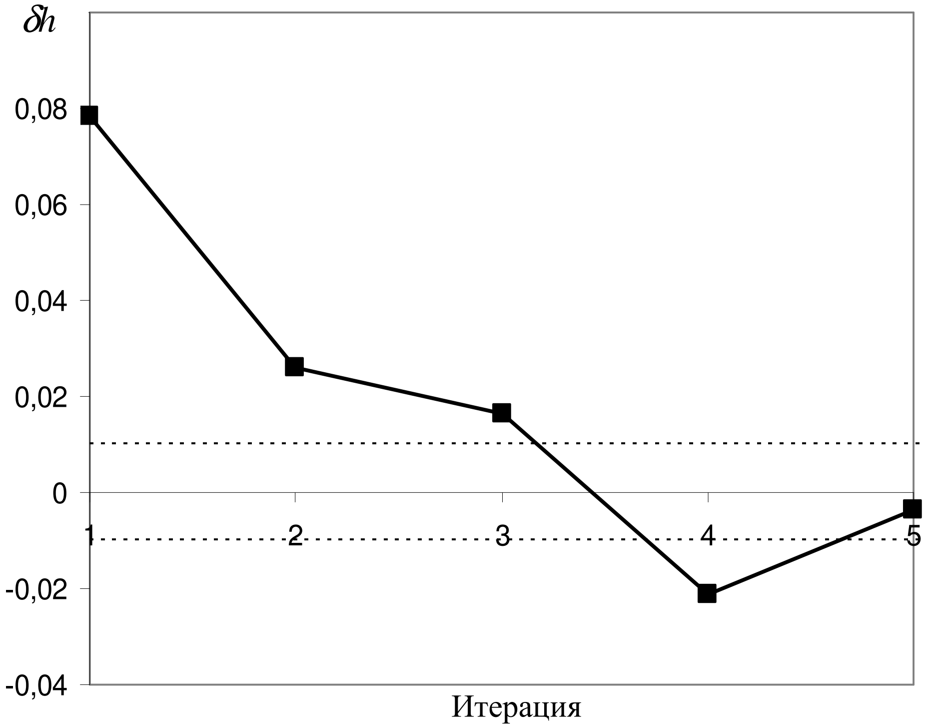


Рисунок 4.26 – Изменение относительного отклонения высоты арки δh образца-таблетки в расчете и эксперименте при 2-ом итерационном проходе с установленной погрешностью 1% (пунктирные линии)

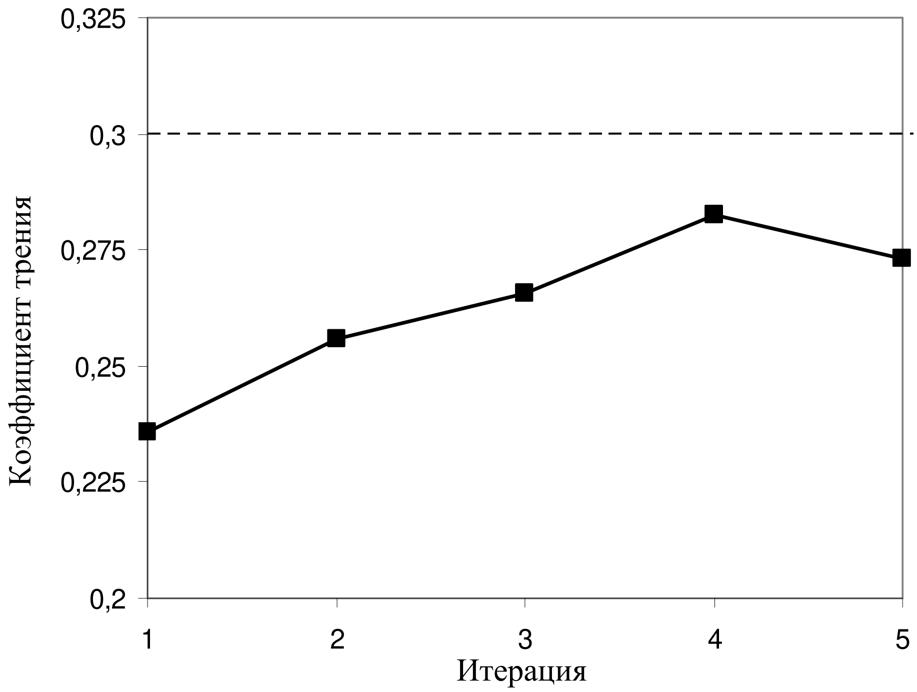


Рисунок 4.27 – Корректировка коэффициента трения образца-таблетки при 2-ом итерационном проходе

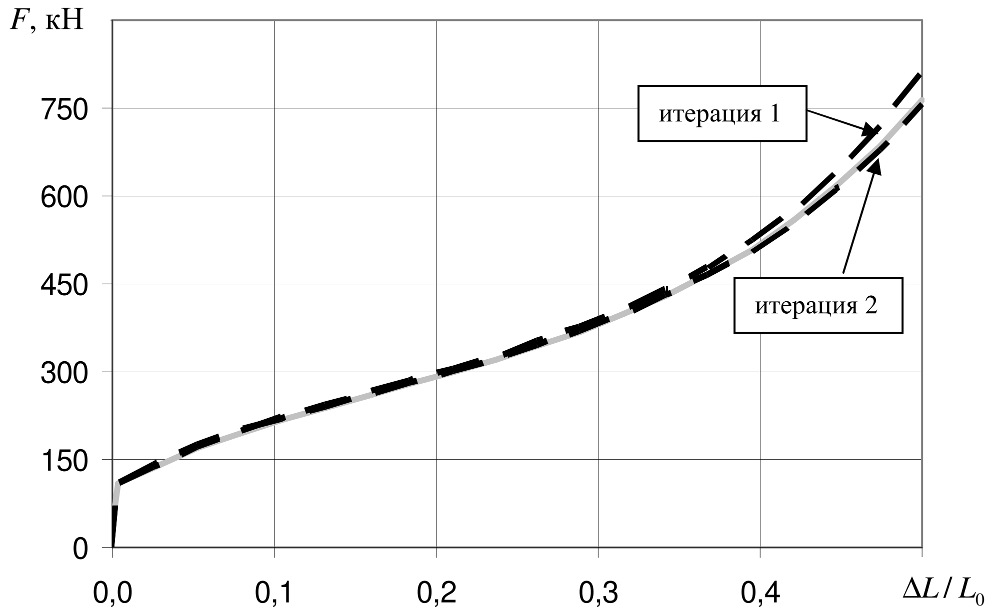


Рисунок 4.28 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при 2-ом итерационном проходе

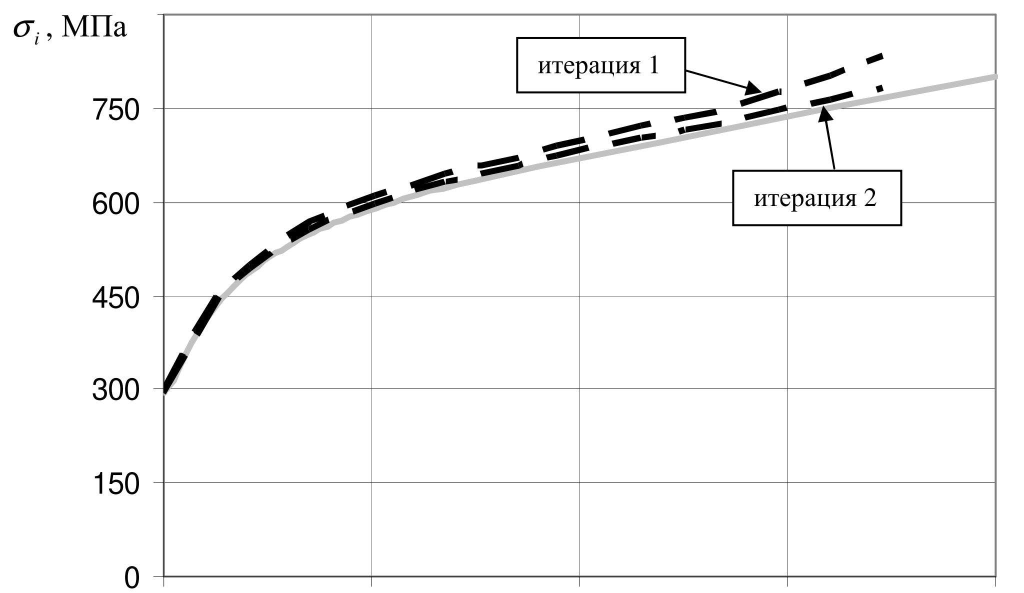


Рисунок 4.29 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при 2-ом итерационном проходе

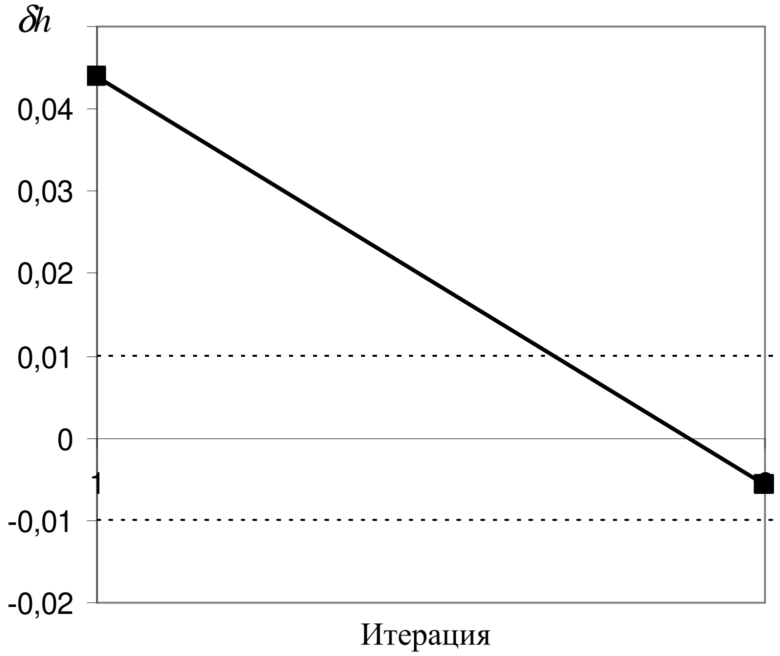


Рисунок 4.30 – Изменение относительного отклонения высоты арки δh образца-таблетки в расчете и эксперименте при 3-ем итерационном проходе с установленной погрешностью 1% (пунктирные линии)

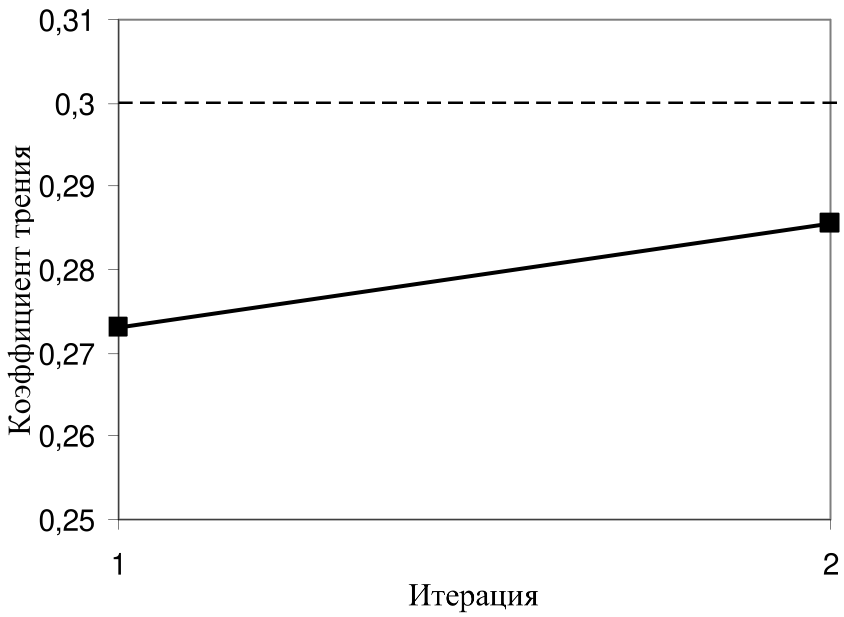


Рисунок 4.31 – Корректировка коэффициента трения образца-таблетки при 3-ем итерационном проходе

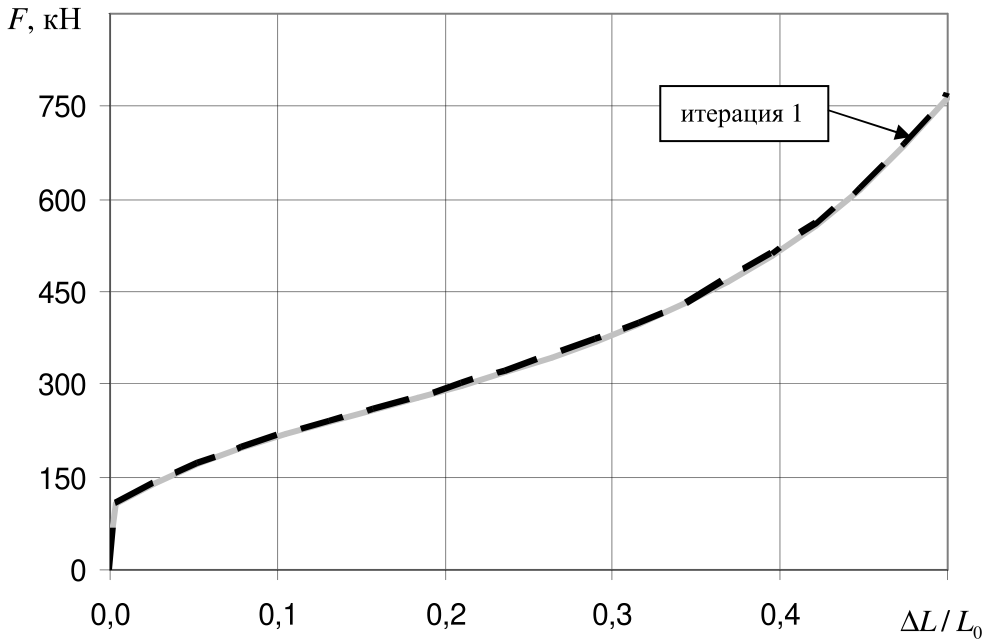


Рисунок 4.32 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетная зависимость осевой силы (пунктирная черная линия) при 3-ем итерационном проходе

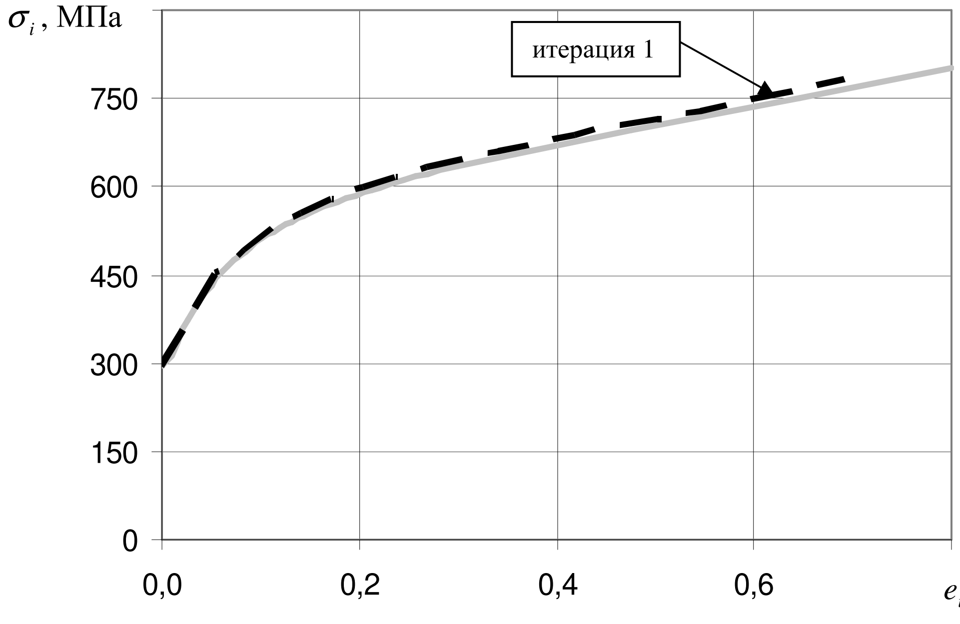


Рисунок 4.33 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученная диаграмма деформирования (пунктирная черная линия) при 3-ем итерационном проходе

Согласно полученным результатам для образцов-таблеток $L_0 / R_0 = 1$ определенный коэффициент трения (рисунок 4.31) имеет погрешность 5%, а определенная истинная диаграмма деформирования (рисунок 4.33) – погрешность 2%. Для низких образцов-таблеток $L_0 / R_0 = 1$ при больших пластических деформациях влияние краевых эффектов существенно возрастает, что приводит к высокой чувствительности в определении коэффициентов трения и истинной диаграммы деформирования.

В связи с этим для низких образцов-таблеток $L_0 / R_0 = 1$ предлагается проведение эксперимента на ударное сжатие образцов-таблеток по этапам с ограничителями перемещений. Совместное определение коэффициентов трения и диаграммы деформирования осуществляется на первом этапе испытаний при осадке $\Delta L / L_0 = 0{,}1$. На последующих этапах испытаний корректируется только истинная диаграмма деформирования и предполагается, что коэффициент трения является постоянным. Для того чтобы коэффициент трения в процессе деформирования практически не изменялся, средняя скорость деформаций образца поддерживается постоянной посредством корректировки скорости удара на каждом этапе испытаний.

Далее приведены результаты применения предложенного подхода для образца-таблетки $L_0 / R_0 = 1$ при действии постоянных коэффициентов трения на верхней и нижней контактных поверхностях 0,2 и 0,3, соответственно. Численное испытание на ударное сжатие образца-таблетки выполнялось в 3 этапа при осадках $\Delta L / L_0 = 0{,}1$, $\Delta L / L_0 = 0{,}3$, $\Delta L / L_0 = 0{,}5$. На рисунках 4.34 и 4.35 представлены полученные экспериментальные данные.

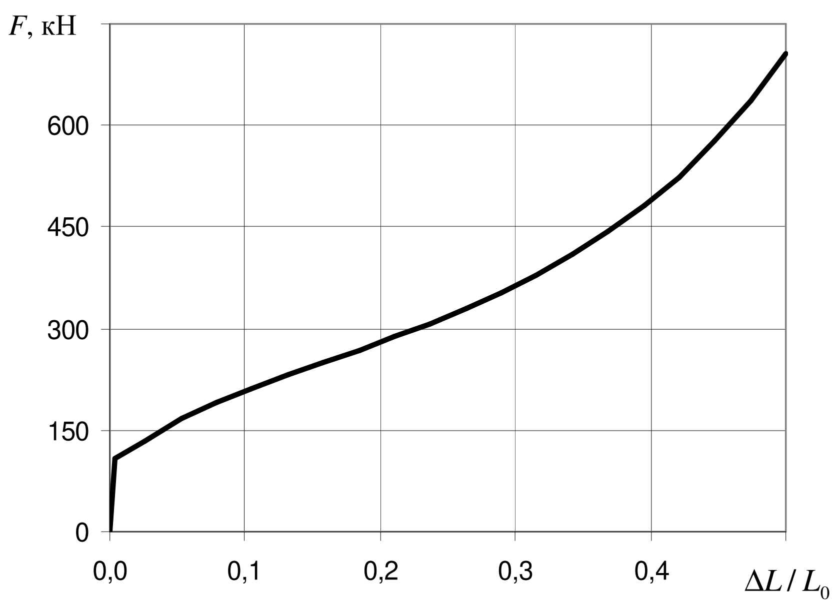


Рисунок 4.34 – Экспериментальная зависимость осевой силы от осадки $\Delta L / L_0$

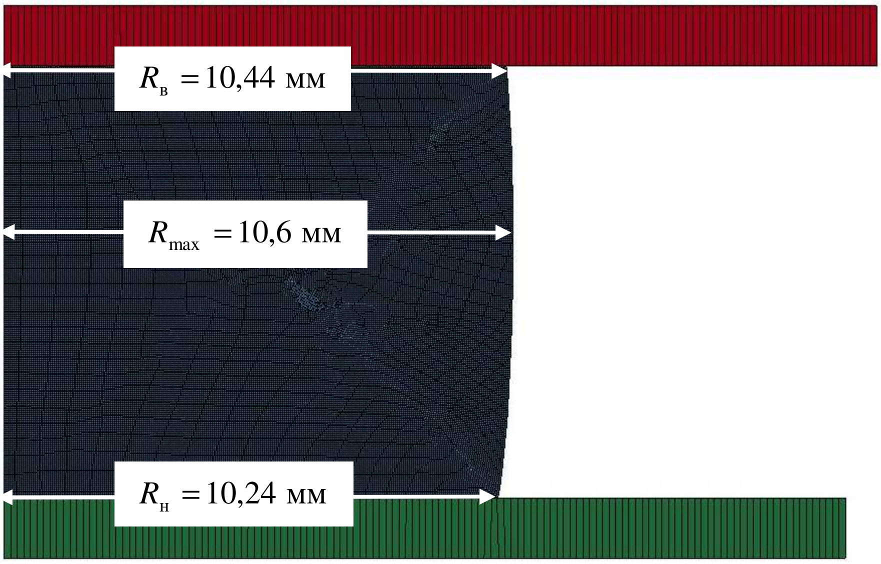


Рисунок 4.35 – Формоизменение боковой поверхности образца-таблетки $L_0 / R_0 = 1$ при осадке $\Delta L / L_0 = 0,1$

На рисунках 4.36 – 4.39 приведен итерационный процесс по определению коэффициента трения и диаграммы деформирования на первом этапе испытаний.

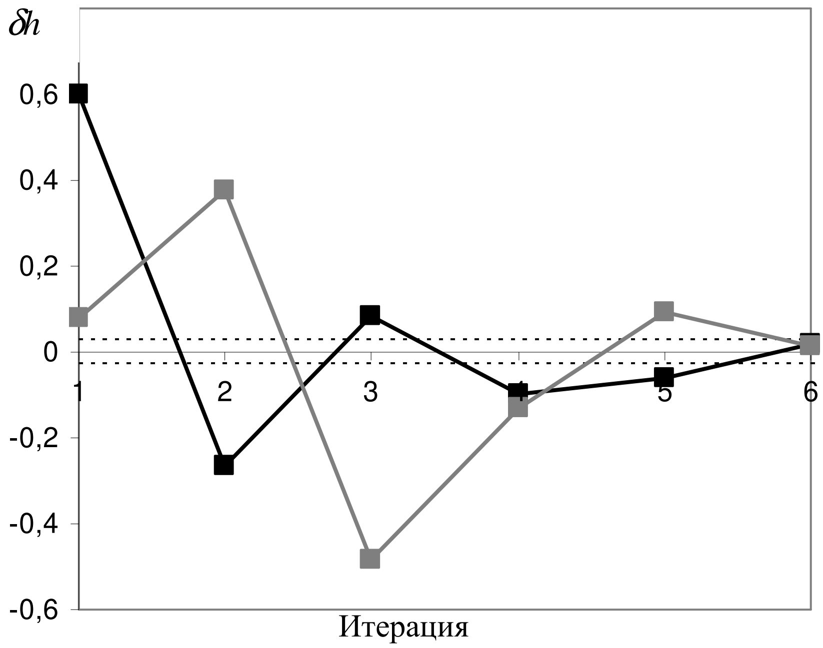


Рисунок 4.36 – Изменение относительного отклонения высот арок δh в расчете и эксперименте на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки при итерационной процедуре с установленной погрешностью 3% (пунктирные линии) на 1-ом этапе испытаний

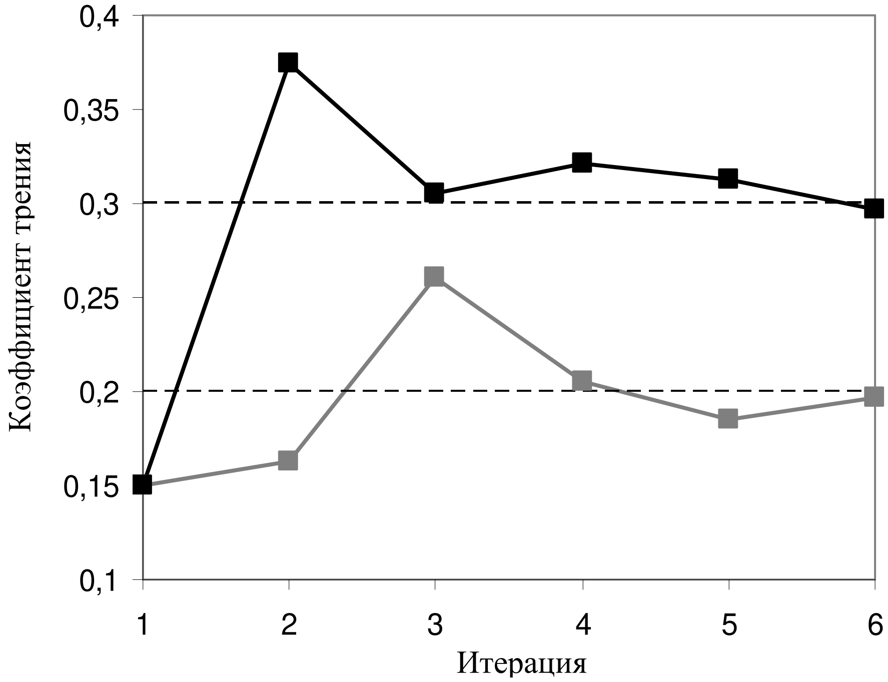


Рисунок 4.37 – Корректировка коэффициентов трения на нижней (черная линия с маркерами) и верхней (серая линия с маркерами) поверхности образца-таблетки при итерационной процедуре на 1-ом этапе испытаний

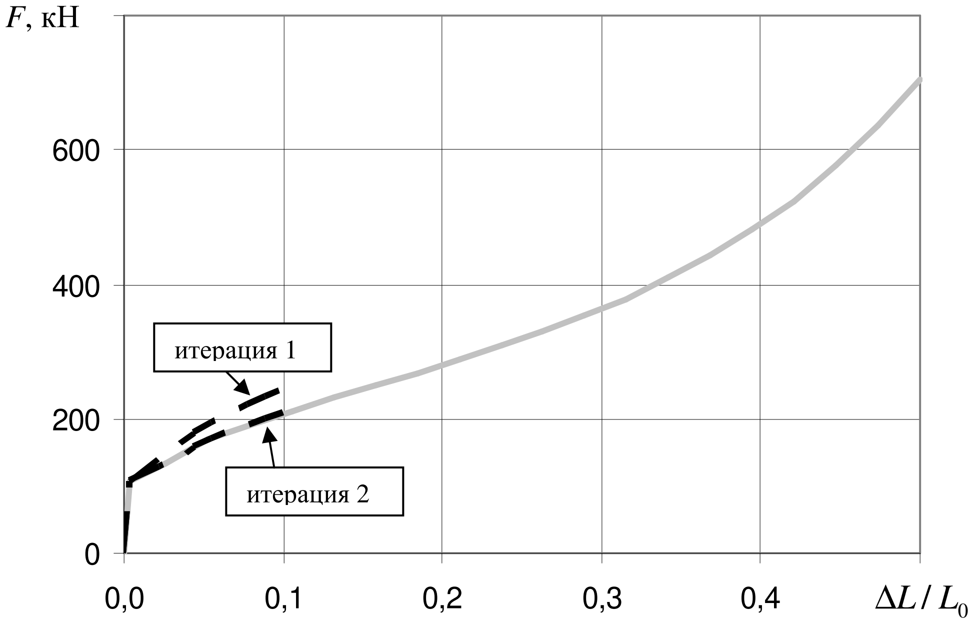


Рисунок 4.38 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 1-ом этапе испытаний

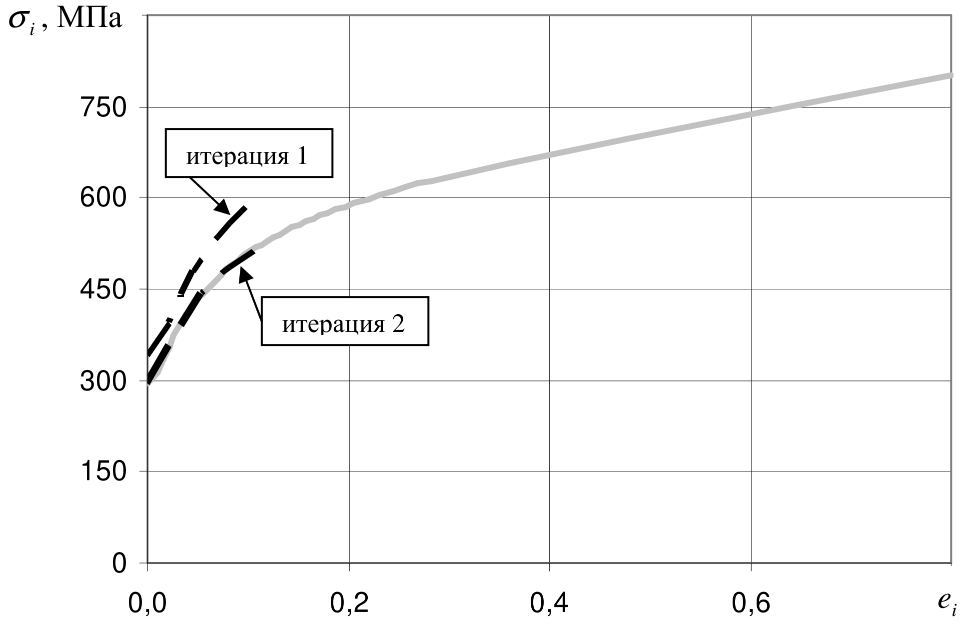


Рисунок 4.39 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 1-ом этапе испытаний

При определенной диаграмме деформирования относительное отклонение высот арок образца составило $\delta h < 3\%$. Для определения коэффициентов трения и диаграммы деформирования на первом этапе испытаний достаточно одного итерационного прохода. На последующих этапах испытания осуществлялась только корректировка диаграммы деформирования, которая представлена на рисунках 4.40 – 4.43.

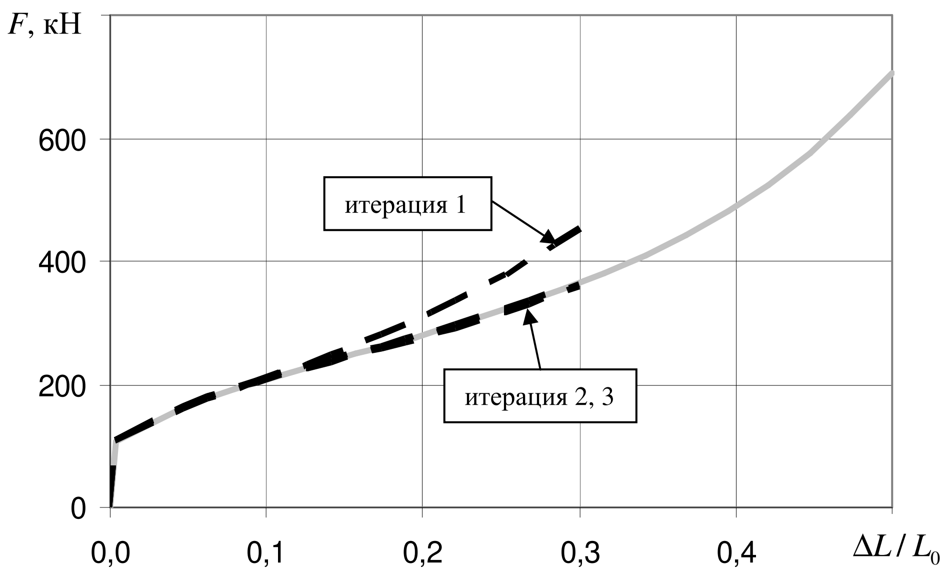


Рисунок 4.40 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 2-ом этапе испытаний

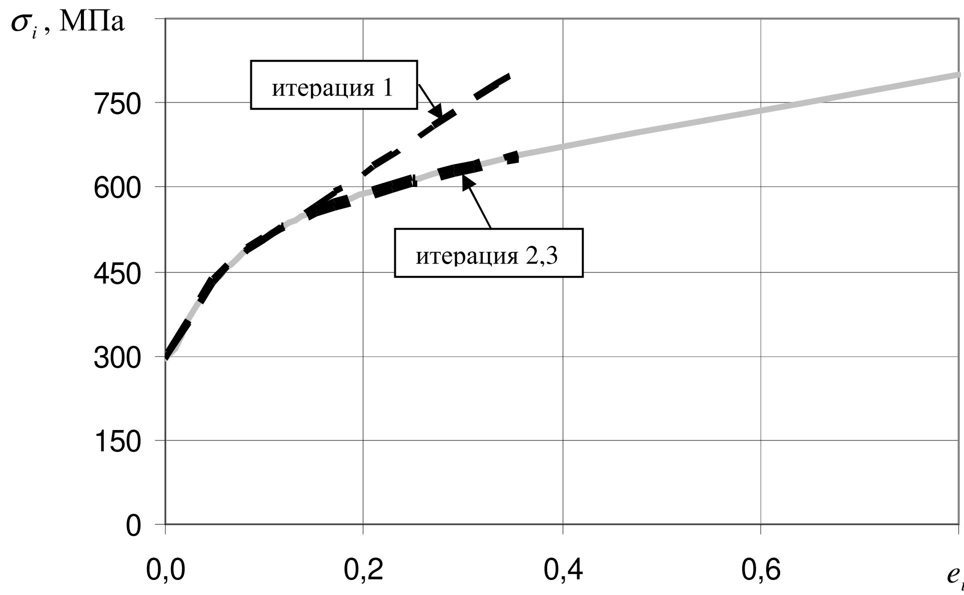


Рисунок 4.41 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 2-ом этапе испытаний

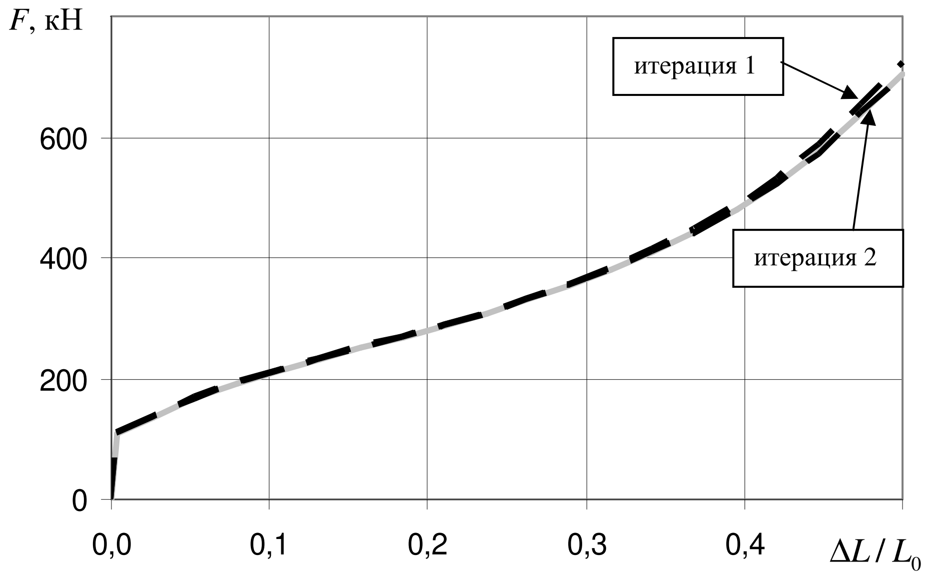


Рисунок 4.42 – Экспериментальная зависимость осевой силы (сплошная серая линия) и расчетные зависимости осевой силы (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 3-ем этапе испытаний

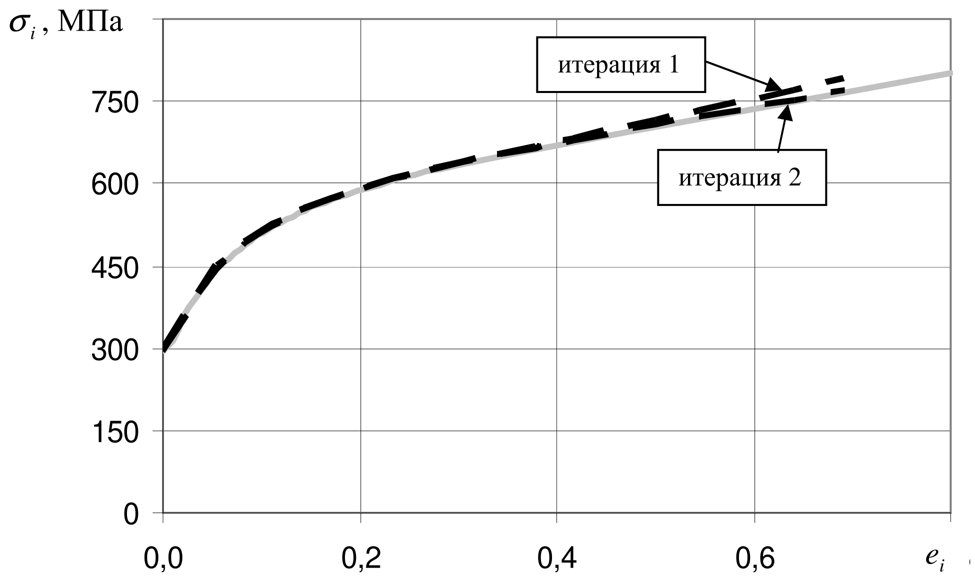


Рисунок 4.43 – Искомая диаграмма деформирования стали 09Г2С (сплошная серая линия) и полученные диаграммы деформирования (пунктирные черные линии) при итерационной процедуре на 3-ем этапе испытаний

Полученные коэффициенты трения (рисунок 4.37) имеют погрешность менее 2%, а построенная истинная диаграмма деформирования стали 09Г2С (рисунок 4.43) – погрешность менее 1%. Таким образом, предложенные экспериментально-расчетные подходы позволяют с достаточно высокой точностью совместно определять коэффициенты трения на каждой контактной поверхности образца-таблетки и строить истинную диаграмму деформирования. Следует отметить, что если первое приближение диаграммы деформирования является практически подобной к искомой диаграмме (раздел 3.2), то при этих диаграммах деформирования формоизменение образца-таблетки идентично и, следовательно, задача определения коэффициента трения и диаграммы деформирования распадается на решение двух независимых задач. Такое наблюдается при несущественном влиянии краевых эффектов для образцов с размерами $L_0 / R_0 \geq 2$, а также при малых осадках $\Delta L / L_0 = 0{,}1$ образцов $L_0 / R_0 = 1$.

На основе предложенных подходов определены коэффициенты трения в экспериментах при однократном ударном сжатии образцов-таблеток из стали 09Г2С (R_0 = 5 мм, L_0/R_0 = 3) и свинца С1 (R_0 = 20 мм, L_0/R_0 = 1). Истинные диаграммы деформирования для стали 09Г2С и свинца С1 принимались из раздела 4.1, которые являются подобными диаграммами этих материалов. На рисунке 4.44 приведены зависимости коэффициентов сухого трения на нижней и верхней поверхностях от скорости деформации при ударном нагружении образцов-таблеток для стали 09Г2С (R_0 = 5 мм, L_0/R_0 = 3) и свинца С1 (R_0 = 20 мм, L_0/R_0 = 1), полученные из экспериментов на газодинамической копровой установке по приведенному выше алгоритму. Коэффициенты трения для нижней и верхней контактных поверхностей корректировались одновременно в каждой итерации в соответствии с формоизменениями нижней и верхней частей образцов-таблеток.

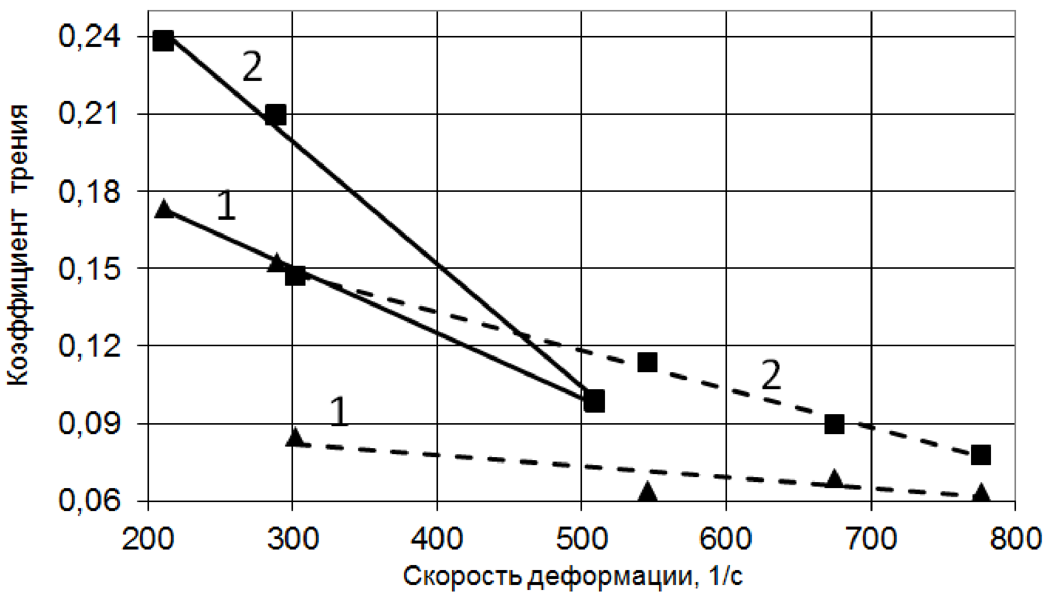


Рисунок 4.44 – Изменение коэффициентов сухого трения от скорости деформации (на нижней поверхности - кривые 1, на верхней поверхности - кривые 2) для 09Г2С и свинца (пунктирные и сплошные линии соответственно).

Для образцов-таблеток из стали 09Г2С (R_0 = 5 мм, L_0/R_0 = 3) испытания на пневматическом копре проводились при скоростях удара 10-12 м/с в четыре этапа с ограничителями перемещений: 1) 1,5 мм; 2) 3 мм; 3) 4,5 мм; 4) 6 мм. Поэтапное нагружение позволяет с большей точностью получить зависимость сил сухого и вязкого трения от скорости нагружения (скоростей деформаций). Эксперименты на ударное сжатие образцов-таблеток проводились без смазки и со смазкой ЦИАТИМ 201, а также с наиболее часто применяемой в экспериментах фторопластовой пленкой. Применение смазки ЦИАТИМ 201 и фторопластовой пленки оказывает практически одинаковое влияние на формоизменение образцов в эксперименте и, следовательно, силы трения. Для оценки возникающих на контактных границах образца-таблетки сил вязкого трения в экспериментах со смазкой применялся приведенный выше алгоритм для определения сил сухого трения. Этот подход позволяет оценить силы сухого и вязкого трения в каждом конкретном эксперименте ударного сжатия и провести их сопоставление через найденные коэффициенты трения. Несмотря на физическое различие механизмов сухого и вязкого трения и не применимость в общем случае модели Кулона для описания закономерностей гидродинамического сопротивления при наличии смазки между контактными поверхностями, рассмотренный выше подход позволяет оценить силы вязкого трения, которые однозначным образом связаны со степенью формоизменения образца. На рисунке 4.45 приведены зависимости коэффициентов сухого и вязкого трения на нижней и верхней поверхностях от скорости деформации при ударном нагружении образцов-таблеток для стали 09Г2С, полученные из экспериментов на газодинамической копровой установке по приведенному выше алгоритму.

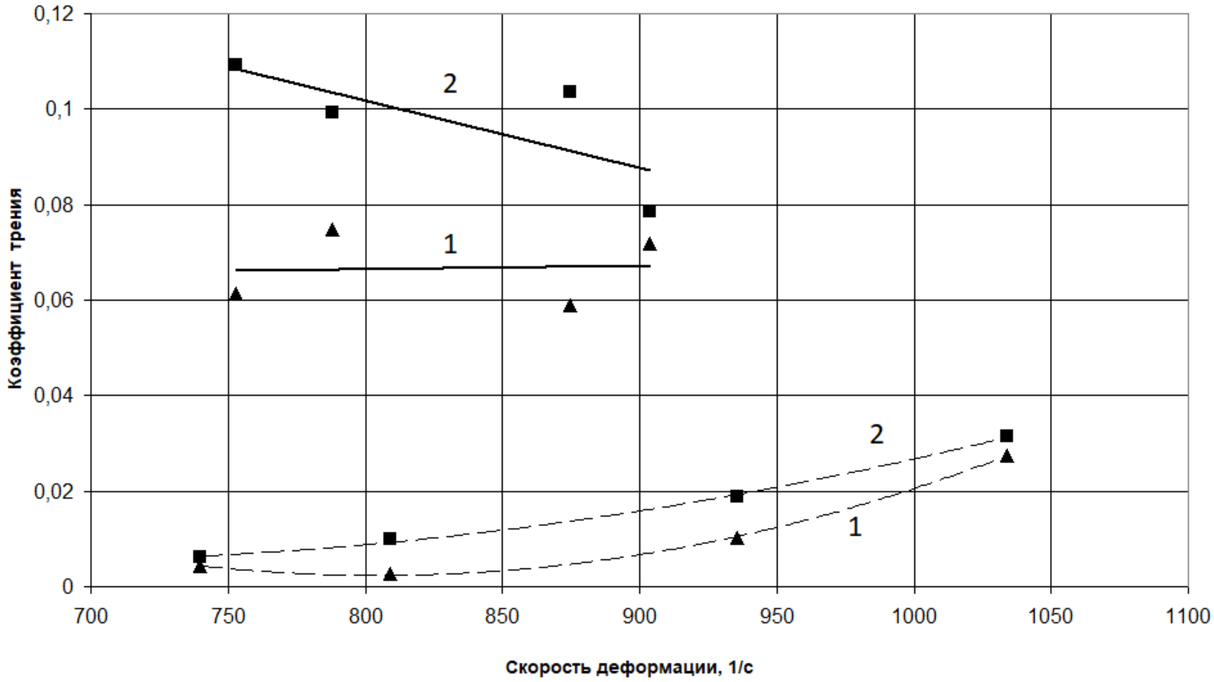


Рисунок 4.45 – Изменение коэффициентов сухого (сплошные линии) и вязкого (пунктирные линии) трения от скорости деформации (на нижней поверхности - кривые 1, на верхней поверхности - кривые 2) для 09Г2С

С увеличением скорости деформации полученные коэффициенты сухого трения уменьшаются, что соответствует известной физической закономерности. Интересно заметить, что с увеличением скорости удара (скоростей деформаций) наблюдаются противоположные закономерности изменения сил сухого и вязкого трения. С увеличением скоростей деформаций силы сухого трения уменьшаются, а при наличии смазки – увеличиваются, что вполне согласуется с гидродинамической теорией смазки [191]. Очевидно, что существенное уменьшение сил трения за счет смазки имеет место при скоростях деформаций менее 10^3 1/с. Однако, при больших скоростях деформаций и высоких давлениях эффект смазки быстро уменьшается.

5. РЕАЛИЗАЦИЯ И АПРОБАЦИЯ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЕЙ РАЗРУШЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

5.1 Определяющие соотношения моделей разрушения

Предлагаемые модели разрушения основаны на использовании критериев прочности в сочетании с кинетическими моделями накопления повреждений. Данный подход является наиболее предпочтительным при решении прикладных задач, как с точки зрения реализации, так и с точки зрения возможностей экспериментального оснащения материальными функциями и константами. Одним из наиболее предпочтительных вариантов критериев прочности является критерий типа Писаренко-Лебедева:

$$\chi\sigma_i + (1-\chi)\sigma_1 A^{1-\psi_\sigma} = \sigma_P, \tag{5.1}$$

где σ_i, σ_1 - интенсивность напряжений и наибольшее главное напряжение, $A<1$ – параметр неоднородности материала, $\psi_\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/\sigma_i$ – коэффициент жесткости напряженного состояния, $\chi = \sigma_P / \sigma_C$, где σ_P и σ_C - пределы прочности на растяжение и сжатие соответственно. Первое слагаемое в (5.1) характеризует упругопластические, а второе – хрупкие свойства материала при разрушении.

Далее проведем преобразования критерия прочности и запишем выражение для максимального главного напряжения σ_1 через инвариантные характеристики вида текущего напряженного состояния $\varphi_\sigma, \psi_\sigma$ следующим образом:

$$\sigma_1 = \frac{1}{3}\sigma_i\left[2\cos(\varphi_\sigma) + \psi_\sigma\right]. \tag{5.2}$$

Отметим, что величина $\cos(\varphi_\sigma)$ в (5.2) меняется в пределах от 1 до 0.5.

С учетом соотношения (5.2) критерий прочности (5.1) представим в следующем виде:

$$\sigma_i \frac{1}{3}\left[3\chi + (1-\chi)(2\cos(\varphi_\sigma) + \psi_\sigma)A^{1-\psi_\sigma}\right] = \sigma_P \tag{5.3}$$

Параметр χ, характеризующий степень хрупкости материала, задается из диапазона от 0 до 1, так, что при $\chi = 1$ характеризует материал как идеально пластичный, а при $\chi = 0$ – как идеально хрупкий. Для некоторых конструкционных материалов ориентировочные значения χ приведены в таблице 5.1 [167, 168, 175].

Таблица 5.1

Материалы	χ	Материалы	χ
Чугуны		Баббиты	0.5-0.8
высокопрочные	0.2-0.3	Металлокерамика	0.1-0.4
ковкие	0.7-0.95	Термореактивные	
модифицированные	04-0.5	пластмассы	0.2-0.5
серые	0.2-0.4	Углеграфитовые	
Стали		композиции, графиты	0.2-0.6
углеродистые	0.9-1.0	Стекло, ситаллы	0.07-0.2
инструментальные			
после термообработки	0.4-0.5		

Параметр A характеризует разброс прочностных свойств материала и коррелирует с параметром m теории хрупкой прочности Вейбулла [171]:

$$A \sim 1 - \frac{1}{m}. \tag{5.4}$$

Параметр A изменяется в диапазоне от 0 до 1. В работе [171], например, для стали 20 величина, аналогичная *A*, была принята равной *0.6*. Для определения параметров A и χ требуется проведение дополнительных натурных экспериментов.

В работах [167-169] проведен подробный анализ критерия прочности (5.1). Авторы работ подчеркивают, что критерий (5.1) разрабатывался для описания предельных состояний именно квазихрупких материалов, но в дальнейшем данный критерий успешно использовался и для пластичных материалов. Широкий диапазон изменения коэффициента $0 < \chi < 1$ позволяет учитывать особенности свойств материала и его склонность к разрушениям отрывом или сдвигом. Предельные значения $\chi = 1$ и $\chi = 0$ описывают поведение идеально пластичных и идеально хрупких материалов соответственно.

В качестве кинетического уравнения накопления повреждений наиболее предпочтительной для практического применения является схема линейного суммирования повреждений, которая может быть представлена следующим образом [171]:

$$\omega(\lambda) = \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\lambda^*(\sigma_{ij}(\lambda))}, \tag{5.5}$$

где λ - переменная, характеризующая процесс упругопластического деформирования, а λ^* - предельное значение этой переменной при различных видах НДС.

Соотношения (5.5) должны быть дополнены критерием разрушения:

$$\omega(\lambda)=1, \tag{5.6}$$

выражающий исчерпание возможностей материала упругопластически деформироваться.

Для получения функции λ^* используются критерии прочности конструкционных материалов вида $f(\sigma_{ij}, e_{ij})=0$. При этом критерий должен учитывать влияние вида НДС на разрушение и иметь необходимую степень экспериментального обоснования. Преимущество подобного подхода к построению модели разрушения заключается в том, что при проведении моделирования возможно использование имеющейся экспериментальной информации о характеристиках материала, полученной в квазистатических экспериментах.

Для упругопластических материалов одним из вариантов функции скорости накопления повреждения [173], в котором в качестве параметра λ выступает интенсивность напряжений, является:

$$\dot{\omega}=\frac{\dot{\sigma}_i}{\sigma_i^*-\sigma_{T0}}, \tag{5.7}$$

$$\sigma_i^*=\frac{\sigma_p}{\chi+\frac{(1-\chi)}{3}\left(2\cos(\varphi_\sigma)+\psi_\sigma\right)A^{1-\psi_\sigma}}, \tag{5.8}$$

где σ_{T0} – начальный предел текучести, σ_i^* – предельное значение интенсивности напряжений, определяемое критерием прочности Писаренко-Лебедева (5.3).

Соотношение (5.7) представляет собой кинетическое уравнение накопления повреждений. В этом случае переменной λ для схемы суммирования повреждений (5.5) будет являться интенсивность напряжений. Следует заметить, что подход (5.7), (5.8) рекомендуется использовать для квазихрупких материалов, которые разрушаются при деформациях 3-5% без потери устойчивости пластического деформирования. Данное ограничение обусловлено использованием интенсивности напряжений в качестве меры поврежденности, что приводит к значительным ошибкам определения момента, места и уровня деформаций при разрушении при больших деформациях, в особенности при динамическом нагружении. Это связано с уменьшением угла наклона касательной на истинной диаграмме деформирования при больших деформациях, что влечет за собой большую чувствительность к изменению интенсивности напряжений, т.е. при незначительных изменениях напряжений происходит значительное изменений деформаций, особенно это проявляется при динамических нагрузках, где преобладает волновой процесс.

Поэтому на практике в большей степени используются подходы к определению функции накопления повреждений на основе деформационных и энергетических параметров λ с учетом функции влияния [177, 192-194]

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda^* f(\psi_\sigma, \mu_\sigma, \mu_e, \varphi_\sigma, ...)}, \tag{5.9}$$

где λ - переменная, параметризующая процесс упругопластического деформирования, а λ^* - предельное значение этой переменной, $f(\psi_\sigma, \mu_\sigma, \mu_e, \varphi_\sigma, ...)$ - безразмерная функция, характеризующее влияния вида НДС на степень поврежденности материала.

В качестве параметра λ будем использовать параметр Одквиста ($æ = \sqrt{\frac{2}{3}} \int\limits_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p} dt$, где $\dot{e}_{ij}^p$ - тензор скоростей пластических деформаций). В качестве предельного значения $æ^*$ будем использовать значения параметра Одквиста при разрушении при растяжении $æ_p$.

В качестве функции влияния $f(\psi_\sigma, \mu_\sigma, \mu_e, \varphi_\sigma, ...)$ рассматриваются:

- однопараметрическая модель Лебедева [194]:

$$f(\psi_\sigma) = B^{(\psi_\sigma - 1)}, \tag{5.10}$$

где B – характеристика чувствительности материала к виду НДС;

- двухпараметрическая модель Писаренко-Лебедева:

$$f(\psi_\sigma, \varphi_\sigma) = \frac{æ_{\mathrm{i}}(\sigma_i^*)}{æ_{\mathrm{p}}}, \tag{5.11}$$

где $æ_{\mathrm{p}}$ - предельное значение параметра Одквиста при растяжении, σ_i^* – предельное значение интенсивности напряжений (5.8), $æ_{\mathrm{i}}(\sigma_i^*)$ - обратная функция истиной диаграммы деформирования, т.е. зависимость параметра Одквиста от интенсивности напряжений.

На практике используют как связанные модели накопления повреждений [174], в которых учитывается влияние параметра поврежденности на характеристики материала или процесса деформирования, так и несвязанные модели, в которых данная взаимосвязь не закладывается.

Связанная модель разрушения обычно основывается на учете влияния параметра поврежденности ω на свойства материала:

$$K = K(1 - \omega^n);$$

$$G = G(1 - \omega^n);$$

$$\sigma_i = \sigma_i(æ)(1 - \omega^n);$$

где K, G – упругие характеристики материала модуль объемного сжатия и модуль сдвига соответственно, $\sigma_i(æ)$ - истинная диаграмма деформирования ($æ = \sqrt{\frac{2}{3}} \int\limits_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p} dt$ - параметр

Одквиста). Параметр *n* определяется путем экспериментально-расчетных исследований свойств материала до момента разрушения при различных видах НДС.

В связанной модели накопления повреждения между скоростью девиатора напряжений $\dot{\sigma}'_{ij}$ и скоростью упругих составляющих девиатора деформаций $\dot{e}'^{y}_{ij}$ имеется следующая связь:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'^{y}_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \; \dot{G} = \frac{dG}{d\omega}\dot{\omega},$$

где G – модуль сдвига.

Связь между скоростью шаровых составляющих напряжений $\dot{\sigma}$ и деформаций $\dot{e}$ определяется в виде:

$$\dot{\sigma} = 3K\dot{e} + \frac{\dot{K}}{K}\sigma, \; \dot{K} = \frac{dK}{d\omega}\dot{\omega},$$

где K – модуль объемного сжатия.

На сегодняшний день рекомендаций по границам использования параметров связанной модели, параметров накопления повреждений и функции влияния для конкретного класса задач или процессов деформирования не существует. Поэтому для решения практических задач необходимо проведение исследования применимости моделей разрушения на основе экспериментально-теоретических исследований.

Программная реализация связанной двухпараметрической модели разрушения Писаренко-Лебедева выполнялась в виде пользовательской модели упругопластического материала с изотропным упрочнением в программных комплексах «Динамика-2» и LS-DYNA. Для однопараметрической модели разрушения Лебедева программная реализация аналогична за исключением вычисления функции влияния $f(\psi_\sigma)$ (5.10).

5.2 Растяжение цилиндрических образцов

Численное моделирование процесса накопления повреждений проводилось при квазистатическом растяжении сплошного стержня и цилиндрической оболочки. В качестве материала рассматривалась сталь 09Г2С. Использовались связанная модель Писаренко-Лебедева с параметрами A = 0.9, χ = 0.9 и n = 10 и связанная модель Лебедева с параметрами B =0,6 и n = 10. Полученные экспериментально-расчетным методом истинные диаграммы деформирования при растяжении сплошного стержня и цилиндрической оболочки приведены на рисунке 5.1. Упругие характеристики материала принимались следующими: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$. Плотность материала: $\rho = 7850$ кг/м^3. В качестве предела прочности на растяжение σ_P и предельного значения параметра Одквиста при растяжении $æ_p$ брались соответствующие значения на истинных диаграммах деформирования сплошного стержня и цилиндрической оболочки (рисунок 5.1) в момент разрушения. Отметим, что для получения физически достоверных результатов приходилось принимать различные значения $æ_p$ и σ_P для сплошного стержня и цилиндрической оболочки, т.к. особенности деформирования материала сталь 09Г2С (различия диаграмм деформирования при растяжении и кручении) не позволяют применить модель Писаренко-Лебедева для описания его разрушения при различных видах НДС. Целесообразно использование локальных аппроксимаций на основе модели Писаренко-Лебедева при различных видах НДС на основе соответствующих экспериментальных данных по растяжению и кручению. При комбинированных последовательных нагружениях необходимо изменять параметры модели разрушения.

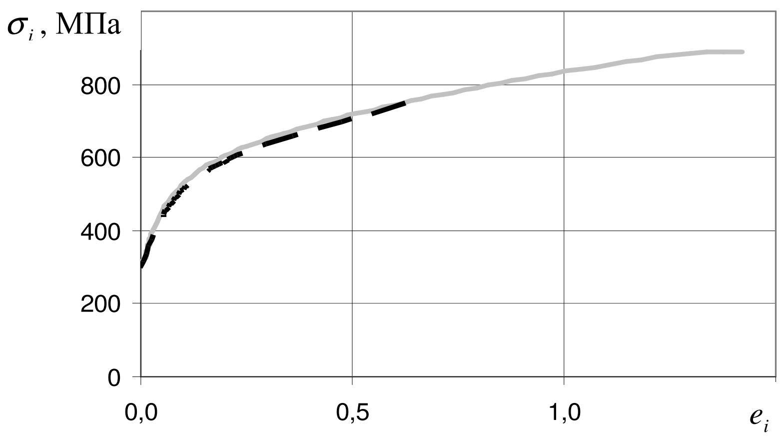


Рисунок 5.1 – Полученные истинные диаграммы деформирования при растяжении оболочки (пунктирная черная линия) и стержня (сплошная серая линия)

Конечно-элементные модели образцов представлены на рисунках 5.2 и 5.3 (y – ось вращения, y=0 – плоскость симметрии). При численном моделировании на плоскости симметрии задавались осевые перемещения и сдвиговые напряжения равными нулю, на другом конце задавалась постоянная скорость нагружения.

Рисунок 5.2 – Конечно-элементная модель сплошного стержня

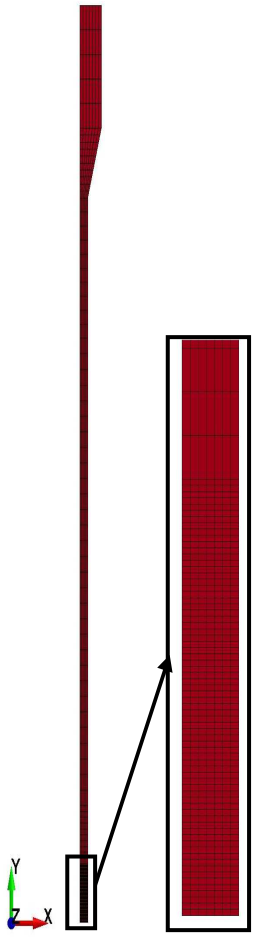
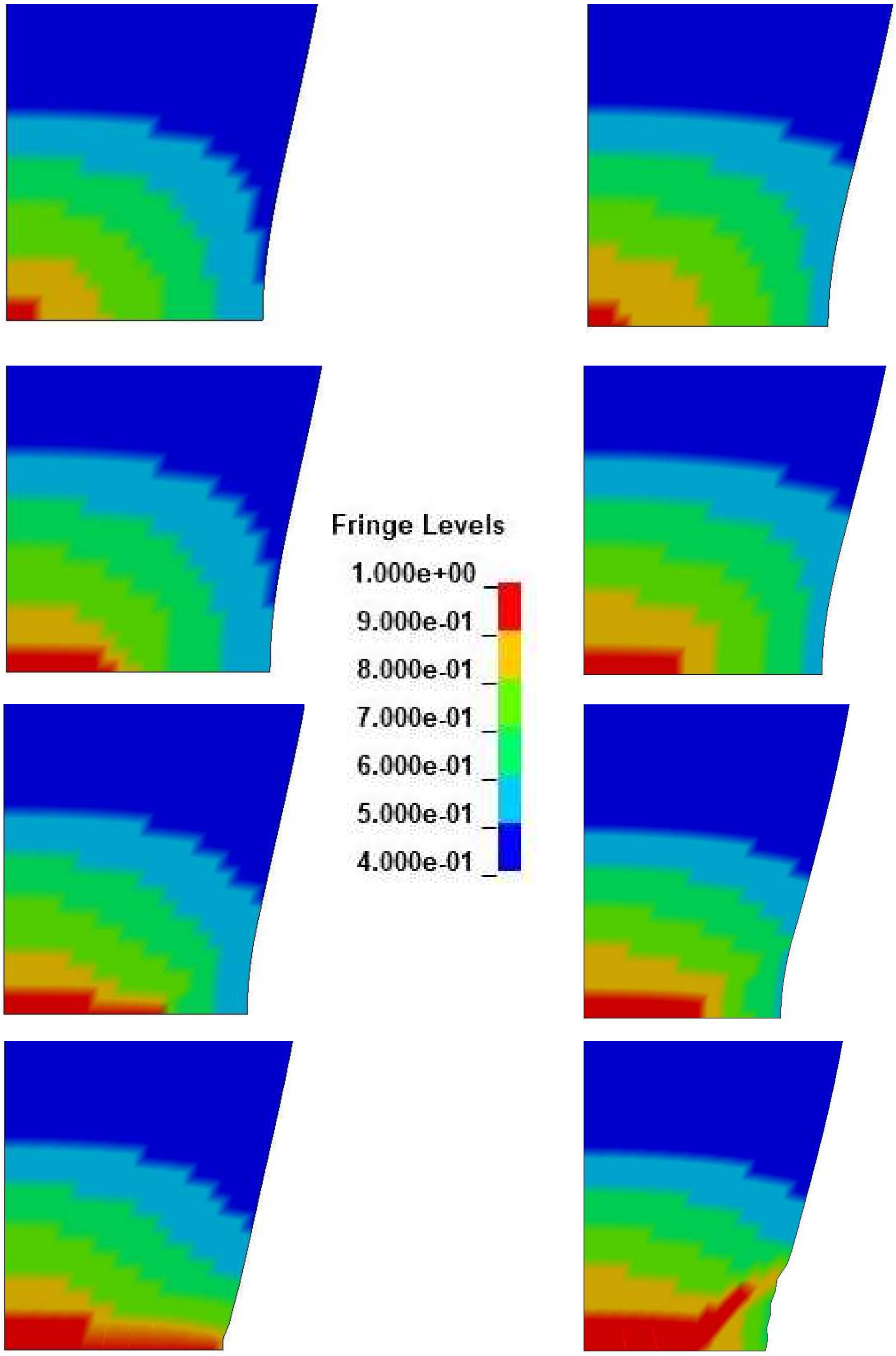


Рисунок 5.3 – Конечно-элементная модель тонкой оболочки

На рисунках 5.4 и 5.5 представлены численные результаты применения реализованных программных модулей с двухпараметрической моделью Писаренко-Лебедева и однопараметрической моделью Лебедева.



Однопараметрическая модель Лебедева

Двухпараметрическая модель Писаренко-Лебедева

Рисунок 5.4 – Распределение повреждения ω в сплошном стержне после момента образования шейки

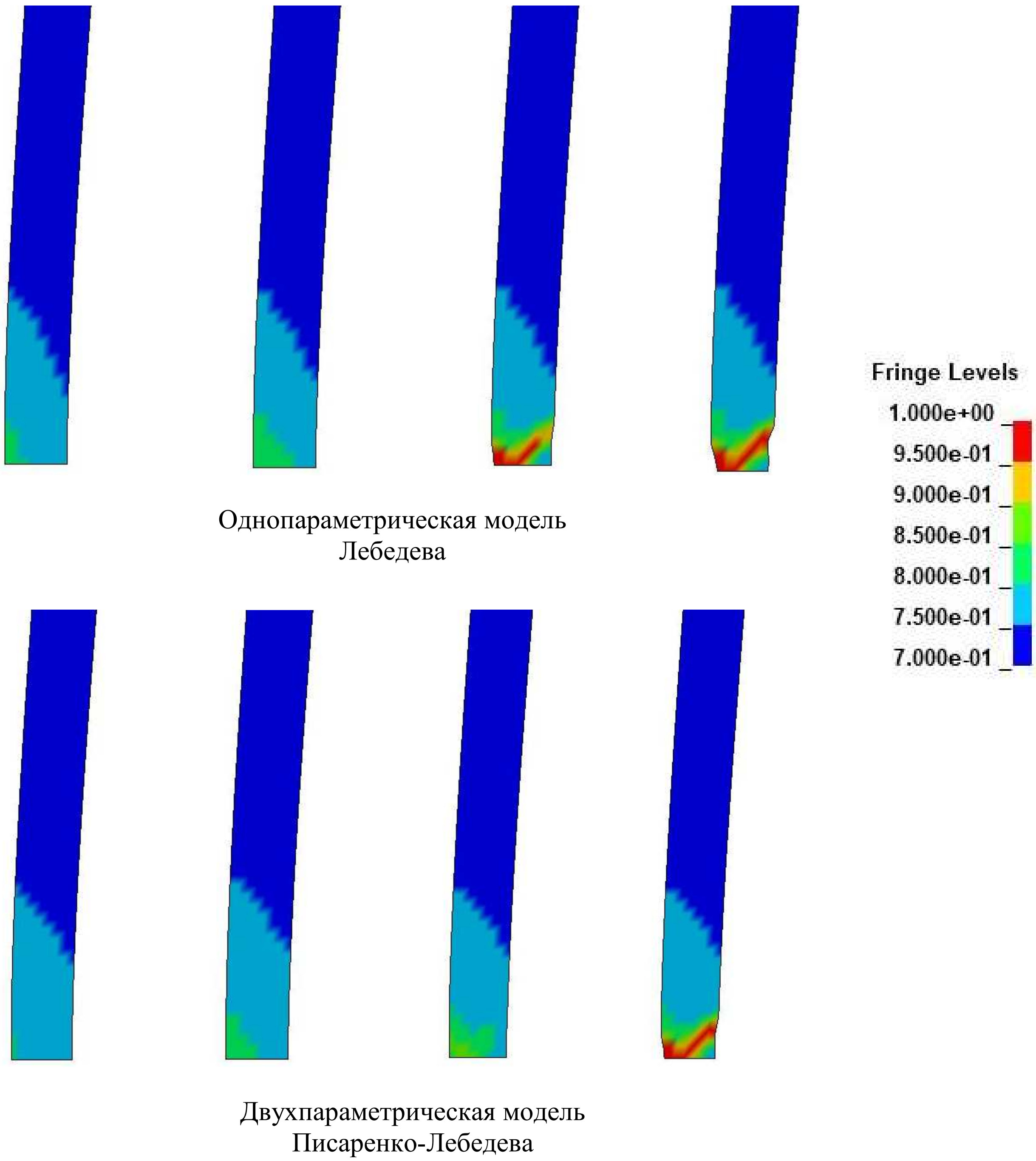


Рисунок 5.5 – Распределение повреждения ω в цилиндрической оболочке после момента образования шейки

Как видно из представленных результатов на рисунках 5.4 и 5.5 при использовании двухпараметрической модели Писаренко-Лебедева процесс зарождения и распространения повреждений качественно хорошо описывает экспериментальные данные. При растяжении стержня первоначально разрушение реализуется вблизи его оси отрывом, а в дальнейшем распространяется к свободной поверхности и трансформируется в сдвиговое разрушение. В итоге полученная поверхность разрушения напоминает форму «чашечки», что соответствует известным экспериментальным данным (рисунок 5.6). При этом однопараметрическая модель Лебедева описывает разрушение стержня только отрывом. При растяжении цилиндрической оболочки рассматриваемые обе модели описывают сдвиговое разрушение, что также является экспериментальным фактом.

Рисунок 5.6 – Поверхность разрушения сплошного стержня при растяжении

Таким образом, для описания последовательного разрушения отрывом и сдвигом необходимо использовать двухпараметрические модели на основе критерия прочности типа Писаренко-Лебедева, позволяющие описывать хрупкое и пластическое разрушение. Для описания разрушения только отрывом или сдвигом при простых путях нагружения можно использовать однопараметрические деформационные модели типа Лебедева, которые учитывают влияние вида НДС только через параметр жесткости напряженного состояния.

5.3 Деформирование одного и двух шаров при сжатии между пластинами

На основе исследований процесса деформирования и разрушения шара при сжатии между пластинами [132] проведено численное моделирование процесса накопления повреждений при деформировании одного и двух шаров из высокопрочной шарикоподшипниковой стали в осесимметричной постановке. Для пластин использовалась высокопрочная сталь 02Н18К9М5Т-ВИ. Конечно-элементные схемы деформирования шаров с геометрическими размерами представлены на рисунке 5.7.

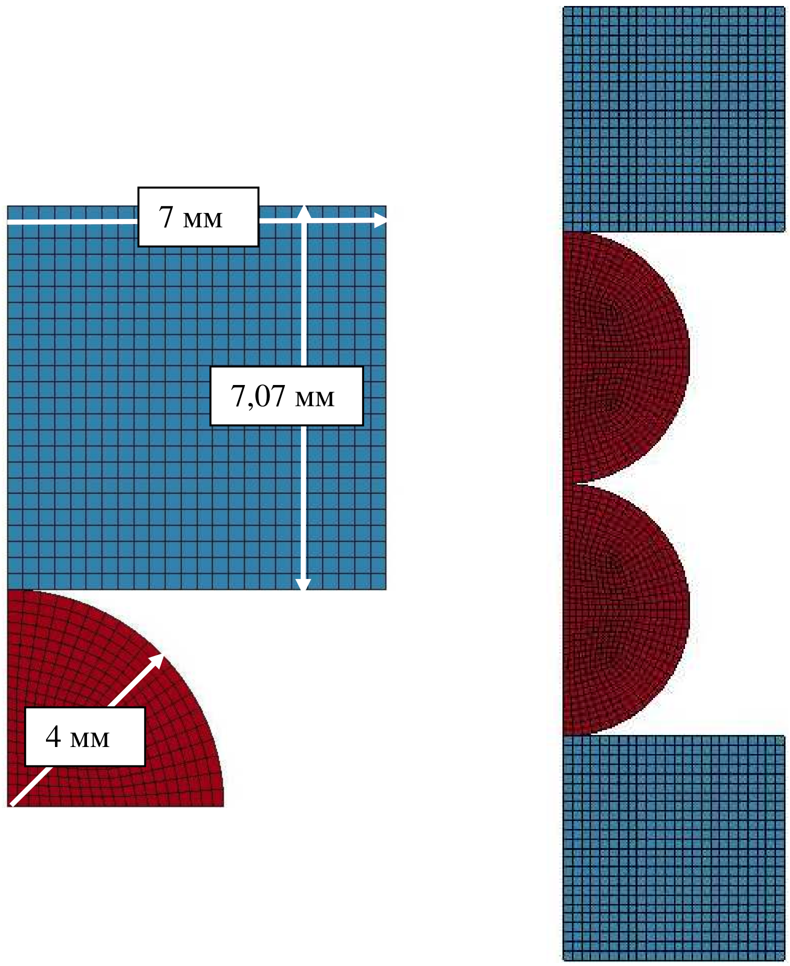


Рисунок 5.7 – Конечно-элементные модели деформирования одного и двух шаров с геометрическими размерами

Полученные экспериментально-расчетным методом истинные диаграммы деформирования для сталей шаров и пластин приведены на рисунках 5.8 и 5.9. Упругие характеристики материала шаров и пластины принимались следующими: $K = 1.667 \cdot 10^5$ МПа, $G = 0.769 \cdot 10^5$ МПа. Плотность материала шаров и пластин: $\rho = 7850$ кг/м^3.

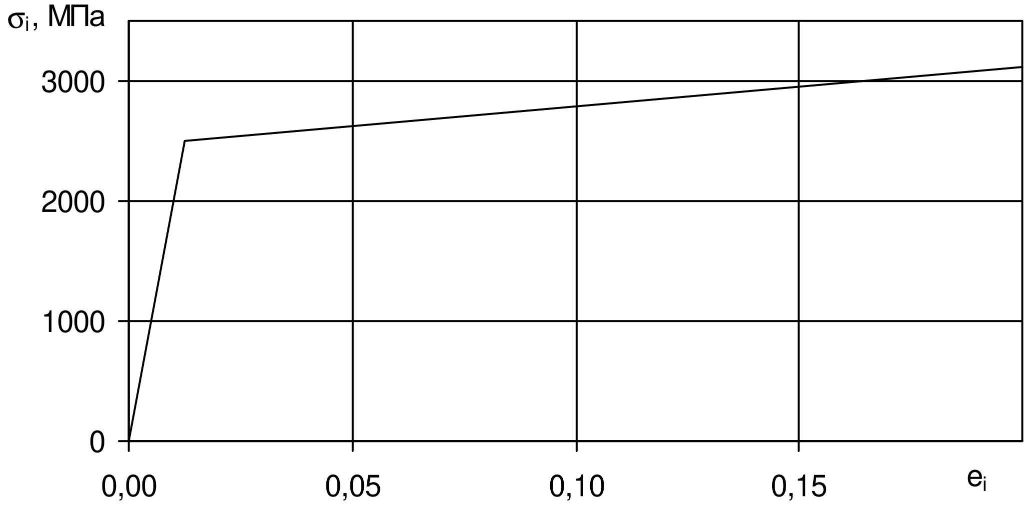


Рисунок 5.8 – Истинная диаграмма деформирования материала шара

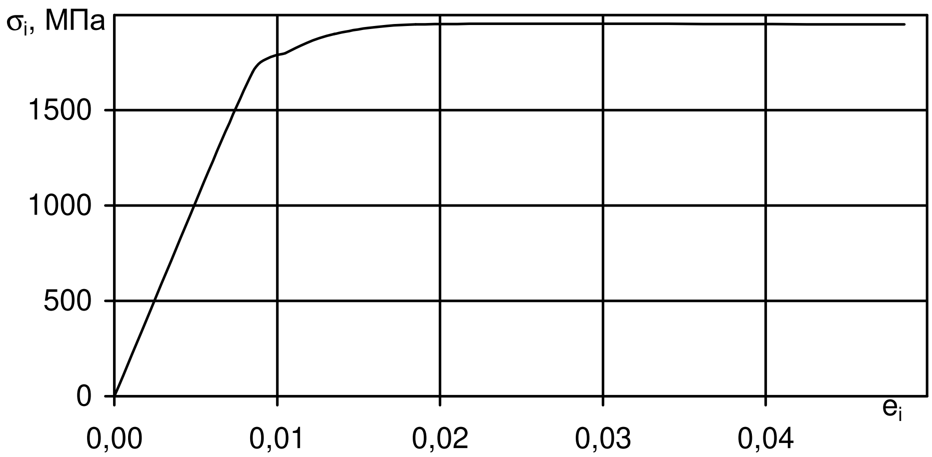


Рисунок 5.9 – Истинная диаграмма деформирования материала пластины

Для описания процесса накопления повреждений использовалась связанная модель разрушения в сочетании со схемой линейного суммирования повреждений с учетом функции влияния модели Лебедева (5.10). Параметр B принимался равным 0,9, как среднее значение для прочных сталей [171, 175], а предельное значения параметра Одквиста при растяжении $æ_p$ = 0,25. Для связанной модели разрушения параметр n принимался равным 60, значение которого определялось подбором из условия устойчивости численной схемы и в соответствии с полученными результатами экспериментов. На рисунках 5.10 и 5.11 приведено изменение параметра поврежденности при деформировании одного шара и двух шаров соответственно.

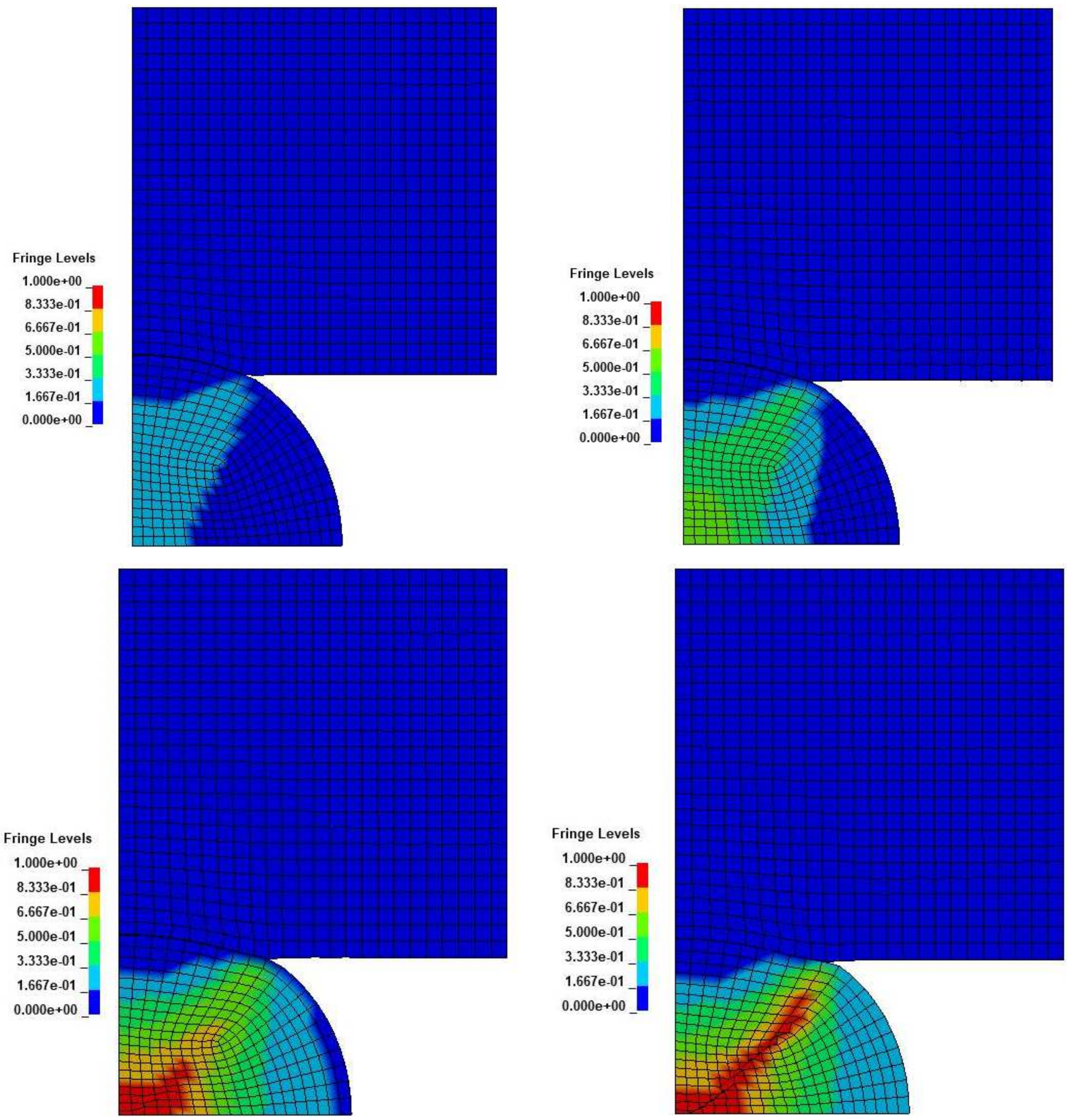


Рисунок 5.10 – Распределение параметра поврежденности в различные моменты времени при сжатии одного шара

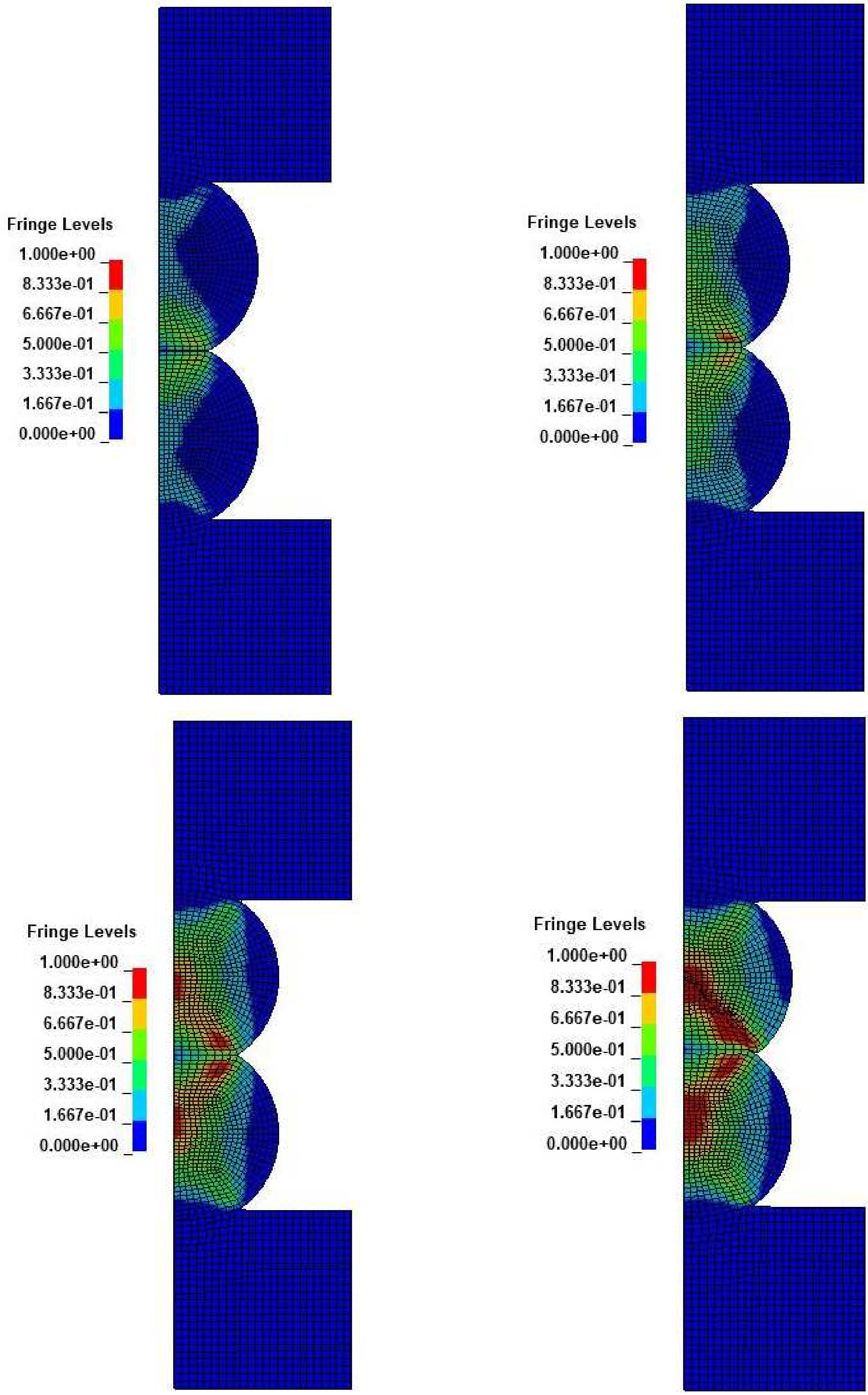


Рисунок 5.11 – Распределение параметра поврежденности в различные моменты времени при сжатии двух шаров

Полученная картина развития повреждений качественно хорошо описывает вид разрушения шаров в экспериментах (рисунки 5.12, 5.13). При деформировании одного шара разрушение развивается из его центра и принимает вид двух симметричных конусов (рисунок 5.10). Для случая двух шаров картина развития повреждений в каждом из них на начальных этапах нагружения практически симметрична, а в дальнейшем несимметрия возрастает и разрушается только один шар (рисунок 5.11). Следует отметить, что при использовании двухпараметрической модели Писаренко-Лебедева развитие повреждений в шарах практически идентично, так как при сжатии одного или двух шаров преобладает только сдвиговое разрушение.

Рисунок 5.12 – Вид разрушения при деформировании одного шара

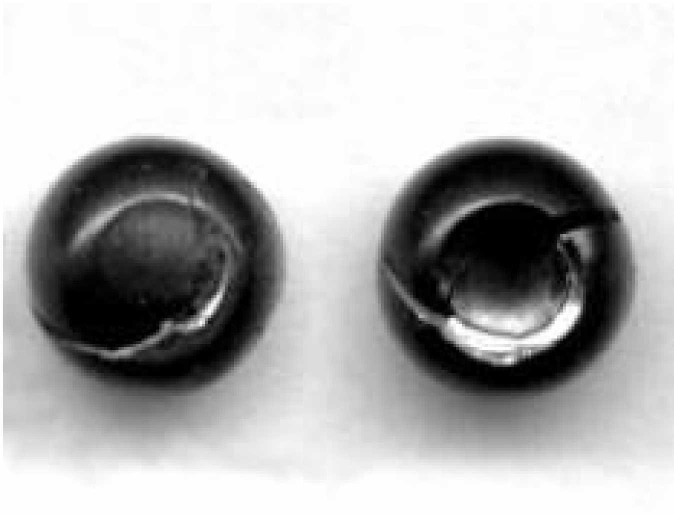


Рисунок 5.13 – Вид разрушения при деформировании двух шаров

Таким образом, для описания разрушения отрывом или сдвигом при простых путях нагружения можно использовать однопараметрические модели типа Лебедева, которые учитывают влияние вида НДС только через параметр жесткости напряженного состояния. Но при этом нужно использовать различные значения константы B. Очевидно, что константу B в модели Лебедева необходимо подбирать в зависимости от вида разрушения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы процессы упругопластического деформирования цилиндрических стержней и оболочек различной толщины при растяжении. Рассмотрено влияние геометрии образцов и диаграмм деформирования на развитие краевых эффектов и процесс формообразования шейки. Исследована применимость критерия Консидера для определения момента потери устойчивости пластического деформирования при растяжении. Предложен и обоснован вычислительными экспериментами параметр подобия процессов неравномерного деформирования образцов при растяжении в виде отношения тангенса угла наклона на истинной диаграмме деформирования к интенсивности напряжений.

Установлено влияние вида напряженного состояния на деформационное упрочнение стали 09Г2С при растяжении и кручении при больших деформациях. Сопоставление диаграмм деформирования стали 09Г2С, полученных при растяжении и кручении образцов, показало существенное различие при деформациях более 20%.

На основе экспериментально-расчетного метода предложена методика построения зависимости между интенсивностью напряжений и скоростью деформаций при растяжении образца в режиме сверхпластичности, основанная на анализе экспериментальных данных и численного моделирования процессов деформирования испытуемых образцов в эксперименте.

Численно и экспериментально исследовано влияние сил трения на динамическое деформирование упруговязкопластических образцов-таблеток. Установлены основные закономерности их формоизменения для металлов и сплавов. Предложен критерий формоизменения образцов-таблеток. Разработан новый метод идентификации коэффициентов сухого трения на контактных поверхностях в зависимости от формоизменения образцов-таблеток, основывающийся на численном моделировании осесимметричной динамической задачи и быстро сходящемся методе последовательных приближений. С высокой степенью достоверности обосновано разделение задачи двухпараметрической идентификации на две задачи однопараметрической параметризации: задачу определения коэффициента трения и задачу построения истинной динамической диаграммы деформирования в данном эксперименте при найденном ранее коэффициенте трения. В итоге итерационным методом строятся динамические диаграммы деформирования с учетом сил трения и радиальной инерции. В известных приближенных методиках построения диаграмм деформирования с учётом сил трения и радиальной инерции коэффициенты трения предполагаются известными, тогда как способы их определения в экспериментах на ударное сжатие практически отсутствуют.

Посредством численного моделирования процесса деформирования исследована степень влияния радиальной инерции на построение динамических диаграмм деформирования для различных металлов и сплавов (сталь 12Х18Н10Т, алюминий) при скоростях деформаций $10^4 - 10^5$ 1/с. На основе экспериментально-расчетного подхода проведена верификация и модификация предложенного Дхараном и Хаузером аналитического метода, что позволило вдвое уточнить вклад сил радиальной инерции при построении истинных диаграмм деформирования при ударных нагружениях.

Реализованы связанные модели разрушения упругопластических материалов на основе кинетического уравнения накопления повреждений в сочетании с двухпараметрическим критерием прочности типа Писаренко-Лебедева и однопараметрическим критерием прочности Лебедева. Применение данных моделей разрушения позволило получить удовлетворительное согласование с экспериментальными данными как по характеру разрушения, так и по НДС при растяжении сплошных и трубчатых образцов из малоуглеродистой стали, а также при сжатии одного и двух шаров между пластинами из высокопрочного материала.

Разработанные методики идентификации в дальнейшем будут использованы для исследований деформационных и прочностных характеристик упругопластических материалов, а также для оснащения материальными константами моделей, описывающих процессы разрушения упругопластических материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Метод экспериментально-теоретического исследования деформационных и прочностных характеристик упруговязкопластических материалов методом прямого удара. Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я.Яковлева. Серия: Механика предельного состояния, №3(25), 2015, с.44-50.

2. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Nagornykh E.V., Osetrov D.L. Experimental and calculated approach to the study of deformation and strength characteristics of elastoviscoplastic materials by direct impact method. EPJ Web of Conferences 11. Сер. "DYMAT 2015 - 11th International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials Under Dynamic Loading" 2015, С. 01061.

3. Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров Д.Л. Влияние трения на усилия ударного сжатия и формоизменения упруговязкопластических образцов-таблеток. Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 3 (29). С. 85-92.

4. Bazhenov V.G., Osetrov S.L., Osetrov D.L., Artemyeva A.A. Influence of the type of stress-strain state on the true stress-strain curve for the elastoplastic materials. Materials Physics and Mechanics. 2016. Т. 28. № 1-2. С. 53-56.

5. Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Численное и экспериментальное исследование упругопластических процессов растяжения-кручения цилиндрических образцов из стали 09Г2С при больших деформациях. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2017. № 4-2 (324). С. 76-82.

6. Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Численное моделирование растяжения стержня и идентификация параметров деформирования материала в режиме сверхпластичности. Проблемы прочности и пластичности. 2017. Т. 79. № 4. С. 471-483.

7. Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов. Доклады Академии наук. 2018, Т. 481, № 5, С. 490-493.

8. Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Анализ закономерностей растяжения упругопластических образцов и образования шейки с учетом краевых эффектов. Прикладная механика и техническая физика. 2018, Т. 59, № 4 (350), С. 133-140.

9. Баженов В.Г., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Построение диаграмм деформирования металлов и сплавов при ударном сжатии образцов-таблеток с учетом сил трения. Известия

Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2018, Т. 18. № 4, С. 381-389.

10. Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Экспериментальное и теоретическое исследование больших деформаций цилиндрических образцов из стали 09Г2С с концентраторами напряжений при нагружении растяжением-кручением до разрушения. Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2018, № 4, С. 69-81.

11. Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Численно-экспериментальный анализ процессов растяжения-кручения цилиндрических образцов из стали 09Г2С при больших деформациях до разрушения. Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. 2018, Т. 160, № 3, С. 495-507.

12. Bazhenov V.G, Osetrov D.L. Construction of deformation diagrams in experiments on impact compression of tablets-specimens with allowance for radial inertia. Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1158, 2019, doi:10.1088/1742-6596/1158/2/022021.

13. Bazhenov V. G., Osetrov D. L. Method of identification of dry and viscous friction forces and construction of dynamic deformation diagrams of metals in experiments with impact compression. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2019, Vol. 40, No. 3, pp. 278–283.

14. Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л., Идентификация прочностных свойств металлов при больших деформациях. Beau Bassin: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 176 с.

15. Васин Р.А. Определяющие соотношения теории пластичности. Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела, М.: ВИНИТИ, 1990, т.21. с.3-75.

16. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности: Монография. Тверь: ТГТУ, 2002, 300с.

17. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2001, 2003, 704с.

18. Ревуженко А.Ф., Чанышев А.И., Шемякин Е.И. Математические модели упругопластических тел. Актуальные проблемы вычислительной математики и математического моделирования, Новосибирск: Наука, 1985, С. 108-119.

19. Ильюшин А.А. Пластичность: Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963, 272 с.

20. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Модель и алгоритм. Всесоюзн. межвуз. сб. Прикладные проблемы прочности и пластичности, вып.1, 1975, С. 3-18.

21. Будянский Б. Переоценка деформационных теорий пластичности. Сб. переводов, механика, №2, 1960.

22. Клюшников В.Д. О возможном пути построения соотношений пластичности. ПММ, т.23, вып.2, 1959.

23. Ильюшин А.А. Метод СН-ЭВМ в теории пластичности. Проблемы прикладной математики и механики. М.: Наука, 1971, С.166-178.

24. Ильюшин А.А. Об одной модели, поясняющей аппроксимационный метод СН-ЭВМ в теории пластичности. Упругость и неупругость. М.: Изд-во МГУ, 1971, вып.1, С.52-58.

25. Бабамурадов К.Ш. Некоторые вопросы решения краевых задач пластичности при сложных многопараметрических нагружениях. Вопросы вычислительной и прикладной математики, 1984, № 73, С. 3-15.

26. Бабамурадов К.Ш., Дудура Н.И., Убайдиллаев А.У. Применение аппроксимационного метода СН-ЭВМ для решения упругопластических задач при сложном нагружении. Вопросы вычислительной и прикладной математики, 1981, № 63, С.69-80.

27. Кнетс И.В. Основные современные направления в математической теории пластичности. Рига: Зинатне, 1971, 147 с.

28. Ольшак В., Мруз З., Пежина П. Современное состояние теории пластичности. М.: Мир, 1964, 244 с.

29. Васин Р.А., Ленский В.С., Ленский Э.В. Динамические зависимости между напряжениями и деформациями. Проблемы динамики упругопластических сред, М.: Мир, 1975, №5, С. 7-38.

30. Ахметзянов М.Х., Албаут Г.Н., Барышников В.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния в шейке плоских металлических образцов при растяжении методом фотоупругих покрытий. Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2004, № 8, т.70, С.41-51.

31. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением. Украинский математический журнал, 1954, №6, С.314-325.

32. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Монография. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1999, 226 с.

33. Коротких Ю.Г. Математическая модель упругопластической среды, основанная на концепции кинематического и изотропного упрочнения и ее реализация в статических и кинематических задачах. Труды II Всесоюз. Конф. по числ. методам решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1971, С.156-169.

34. Коротких Ю.Г. О базовом эксперименте для модели термовязкопластичности. Прикладные проблема прочности и пластичности, 1977, №6, С.3-20.

35. Коротких Ю.Г. О некоторых проблемах численного исследования упругопластических волн в твердых телах. Методы решения задач упругости и пластичности: Учен. зап. /Горьк. ун-т, 1971, вып.134(4), сер. механика, С.69-90.

36. Коротких Ю.Г., Маковкин Г.А. О моделировании процессов непропорционального упругопластического деформирования на базе уравнений пластичности с комбинированным упрочнением. Прикладные проблемы прочности и пластичности. М.: Товарищество научных изданий КМК, 1997, С.5-10.

37. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Микронапряжения в конструкционных материалах. Л.: Машиностроение, 1990, 233 с.

38. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая эффект Баушингера. ДАН СССР, 1957, т.117, вып.4, С. 586-588

39. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающие остаточные микронапряжения. ПММ, 1958, т.22, №1, С.79-89.

40. Прагер В. Проблемы теории пластичности. Пер. с нем. М.: Физматгиз, 1958.

41. Кукуджанов В.Н. Микроскопическая модель разрушения неупругого материала и ее применение к исследованию локализации деформаций. Изв. РАН МТТ, №5, 1999.

42. Ленский В.С. Современные вопросы и задачи пластичности в теоретическом и прикладном аспектах. Упругость и неупругость. М.:Изд-во МГУ, 1978, вып.5, С. 65-96.

43. Васин Р.А. Некоторые вопросы связи напряжений и деформаций при сложном нагружении. Сб. Упругость и неупругость, вып.1, Изд-во МГУ, 1971.

44. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975, 400 с.

45. Зубчанинов В.Г. Механика сплошных деформируемых сред. Тверь: ТГТУ, 2000. 703 с.

46. Кузькин А.Ю., Латышев Д.В., Петров М.Ю., Попов В.А. Механические свойства материалов при статическом нагружении трубчатых образцов в условиях плоского и объемного напряженных состояний. Научно технические ведомости Санкт – Петербургского государственного политехнического университета, 2014, №2 (195), С. 162-173.

47. Шлянников В.Н. , Иштыряков И.С., Яруллин Р.Р. Характеристики деформирования сплава Д16Т при совместном нагружении растяжением, сжатием, кручением и внутренним давлением. Труды Академэнерго, 2014, №3, С. 78-90.

48. Ипатова А.В., Вильдеман В.Э. Построение материальных функций неупругого деформирования алюминиевого сплава Д16Т по результатам испытаний на растяжение и кручение. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2012, №4(29), С. 106-114. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1106

49. Баландин Вл.Вас., Баландин Вл.Вл., Брагов А.М., Игумнов Л.А., Константинов А.Ю., Ломунов А.К. Высокоскоростное деформирование и разрушение стали 09Г2С. Изв. РАН. МТТ, 2014, № 6, С. 78-85.

50. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Павленкова Е.В. Моделирование процессов деформирования и локализации пластических деформаций при кручении–растяжении тел вращения. ПММ, 2008, Том 72., Вып. 2, С. 342-350.

51. Бердин В.К., Кашаев Р.М. Об определении напряженного состояния при растяжении с кручением сплошного цилиндра. Проблемы прочности, 2001, № 1, С. 28-37.

52. Александров И.В., Валиев Р.З. Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. М.: Логос, 2000, 272 с.

53. Смирнов О.М. Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.

54. Корзников А.В., Корзникова Г.Ф., Зарипова Р.Г., Закирова А.А. Сверхпластичность сталей и сплавов на основе железа. Обзор. Письма о материалах, 2012, Т. 2, №3, С. 170-176.

55. Namas Chandra. Constitutive behavior of superplastic materials. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2002, No 37, P. 461-484.

56. Kaibyshev O.A. Fundamental aspects of superplastic deformation. Materials Science and Engineering: A, 2002, 324, P. 96-102.

57. Чумаченко Е.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А. Сверхпластичность: материалы, теория, технологии. М.: КомКнига, 2009, 319 с.

58. Останина Т.В., Трусов П.В. Трехуровневая иерархическая модель структурной сверхпластичности. Физическая мезомеханика, 2001, Т. 4, №5, С. 55-65.

59. Васин Р.А., Быля О.И. О формулировке условия сверхпластичности в задачах механики (проблема его экспериментального построения). Письма о материалах, 2013, Т. 3, №2, С. 95-98.

60. Васин Р.А., Быля О.И., Блеквелл П.Л., Чистяков П.В. Горячее деформирование сплавов: характерные структурно-механические свойства и определяющие соотношения, используемые для моделирования технологических процессов. Механика машин, механизмов и материалов, 2016, №4 (37), С. 75-81.

61. Пшеничнюк А.И., Кайбышев О.А., Астанин В.В. О возможности использования физических моделей при построении определяющих соотношений сверхпластичности. Вестник ПГТУ. Математическое моделирование систем и процессов, 1998, №6, С. 92-98.

62. Ridley N., Bate P. S., Zhang B. Material modeling data for superplastic forming optimization. Materials Science and Engineering: A, 2005, Vol. 410-411, P. 100-104.

63. Urdanpilleta M., Gil Sevillano J. A novel method of analysis of superplastic behavior. Materials Letters, 2004, No 58, P. 3052-3057.

64. Hart E.W. Theory of the tensile test. Acta Metallurgica, 1967, Vol. 15, P. 352-355.

65. Backofen W.A., Turner I.R., Avery D.H. Superplasticity in an Al-Zn Alloy. Trans. ASME, 1964, Vol. 57, P. 980-990.

66. Васин Р.А., Еникеев Ф.У. Введение в механику сверхпластичности. В 2 ч, Ч. I, Уфа: Гилем, 1998, 280 с.

67. Самойлова А.Ю., Загиров Т.М., Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Анализ напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при сверхпластической формовке круглой мембраны. Часть I. Проблемы моделирования процесса сверхпластической формовки. Письма о материалах, 2013, Т. 3, №1, С. 41-44.

68. Самойлова А.Ю., Ганиева В.Р, Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Анализ напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при сверхпластической формовке круглой мембраны. Часть II. Моделирование процесса сверхпластической формовки. Письма о материалах, 2013, Т. 3, №3, С. 252-256.

69. Жеребцов Ю.В., Загиров Т.М., Аюпов И.Ф., Еникеев Ф.У. Компьютерное моделирование процессов сверхпластической формовки ультрамелкозернистых листовых материалов. Обработка металлов. Технология, 2010, №2 (47), С. 3-7.

70. Bonet J., Gil A., Wood R.D., Said R., Curtis R.V. Simulating superplastic forming. Comput. Methods Appl. Mech. Eng, 2006, No 195, P. 6580-6603.

71. Giuliano G., Franchitti S. On the evaluation of superplastic characteristics using the finite element method. International Journal of Machine Tools & Manufacture,. 2007, No 47, P. 471-476.

72. Giuliano G. Failure analysis in superplastic materials. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2006, No 46, P. 1604-1609.

73. Yenihayat O.F., Mimaroglu A., Unal H. Modeling and tracing the super plastic deformation process of 7075 aluminum alloy sheet: use of finite element technique. Materials and Design, 2005, No 26, P. 73-78.

74. Guofeng Wang, Kaifeng Zhang, Guoqing Chen, Zhenjie Wang, Wenbo Han. Numerical simulation and experimental research on superplasticity of ceramic/ceramic laminated composite. Ceramic International, 2005, No 31, P. 923-927.

75. Carrino L., Giuliano G., Palmieri C. On the optimisation of superplastic forming processes by the finite-element method. Journal of Material Processing Technology, 2003, No 143-144, P. 373-377.

76. Кайбышев О.Д. Пластичность и сверхпластичность металлов. М.: Металлургия, 1975.

77. Пресняков А.А. Очаг деформации при обработке металлов давлением. Алма-Ата: Наука, 1988.

78. Давиденков Н.Н. О природе шейки при растяжении образцов. Журнал технической физики, 1955, т.25, вып.5, с.877-880.

79. Shanly F.R. Tensile instability (necking) of ductile materials. Aerospace Engineering, 1961, V.20, №12, P. 55-61.

80. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969, 420 с.

81. Людвик П. Основы технологической механики. Расчеты на прочность. Машиностроение, 1971, вып.15, С.130-168.

82. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Пер. с англ. под ред. Г.С. Шапиро. М.: Изд-во иностр. Лит., 1954, т.1., 647 с., М.: Мир, т.2, 1969, 863 с.

83. Ковальчук Б.И. К вопросу о потери устойчивости пластического деформирования оболочек. Пробл. Прочности, 1983, № 5, С.11-16.

84. Колпак Е.П. Устойчивость безмоментных оболочек при больших деформациях. – С.Петербург: СПбГУ, 2000, 248 с.

85. Христенко И.Н., Пащенко А.А. Условие образования шейки при растяжении стальных образцов. Изв. АН СССР. Металлы, 1987, №6, С.105-107.

86. Шнейдерман А.Ш. О распределении деформаций в шейке образца при растяжении. Заводская лаборатория, 1975, т.41, №6, С.728-730.

87. Матюнин В.М. Особенности перехода равномерной деформации в сосредоточенную. Тр. МЭИ, вып. 305, 1976, С.76-78.

88. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрыва. М.: Изд-во иностр. лит., 1955, 444 с.

89. Kaplan M.A. The stress and deformation in mild steel during axisymmetric necking. Trans. of ASME. Series E. Journal of applied mechanics, 1973, №1, P. 271-276.

90. Одинг С.С. Исследование процесса образования и развития шейки при растяжении цилиндрического образца. Проблемы прочности, 1983, №10, С.103-106.

91. Осинцев А.В., Плотников А.С., Морозов Е.М., Лубкова Е.Ю. К вопросу о месте образования шейки при растяжении цилиндрических образцов. Письма о материалах, 2017, Т.7. №3, С.260-265.

92. Бережной Д.В. Паймушин В.Н. О двух постановках упругопластических задач и теоретическое определение места образования шейки в образцах при растяжении. Прикладная математика и механика, 2011, Т.75, №4, С.635-659.

93. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьякова Т.В., Третьяков М.П. Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения. Механика твердого тела, №5, 2016, С.132-139.

94. Klepaczko J.R. Advanced experimental techniques in materials testing. In New experimental methods in material dynamics and impact. Trends in Mechanics of Materials, Volume 3, Eds. Nowacki W.K. and Klepaczko J.R., INB ZTUREK,Poland: Warsaw, 2001. P.223-266.

95. Dharan C.K.H., Hauser F.E. Determination of stress-strain characteristics at very high strain rates. Experimental Mechanics, 1970, P. 370-376.

96. Klepaczko J.R. Lateral inertia effects in the compression impact experiments. PRACE IPPT - IFTR REPORTS, ISSN: 2299-3657, No.17, 1969, P.1-30.

97. Klepaczko J.R., Hauser, F.E. Radial inertia in compression testing of materials. Technical Report (Internal), Division of inorganic materials, University of California. Berkeley, 1969.

98. Malinowski J.Z., Klepaczko J.R. A unified analytic and numerical approach to specimen behaviour in split-Hopkinson pressure bar. International Journal of Mechanical Sciences, V.28, №6. 1986, P. 381-391.

99. Ильюшин А.А., Ленский В.С. О соотношениях и методах современной теории пластичности. Успехи механики деформируемых сред. М.: Наука, 1975, С.240-255.

100. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Таирова Л.П. Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов. Расчеты на прочность, М.: Машиностроение, 1989, т.30, С.16-31.

101. Алфутова Н.А., Таирова Л.П. Возможности определения свойств монослоя в композите. Методы и средства диагностики несущей способности изделий из композитов: Проблемы. Рига: Зинате, 1986, С.212-215.

102. Быков Д.Л., Коновалов Д.Н. Определение материальных функций нелинейной теории термовязкоупругости с использованием ее иерархической структуры. Изв. РАН МТТ, 1999, №5, С.189-205.

103. Воронцов Г.В., Плющев Б.И., Резниченко А.И. Определение приведенных упругих характеристик армированных композитных материалов методами обратных задач тензометрирования. Механика композит. материалов, 1990, №4, С.733-736.

104. Каюмов Р.А. Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций. Изв. РАН МТТ, 2004, № 2, С.94-103.

105. Каюмов Р.А. Связная задача расчета механических характеристик материалов и конструкций из них. Изв. РАН МТТ, 1999, № 6, С.118-127.

106. Матвеенко В.П., Юрлова Н.А. Идентификация эффективных упругопостоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов. Изв. РАН МТТ, 1998, №3, С.12-20.

107. Рикардс Р., Чате А. Идентификация механических свойств композитных материалов на основе планирования экспериментов. Механика композит. материалов, 1998, т.34, №1, С.3-16.

108. Суворова Ю.В., Дабрынина В.С., Статников И.Н., Барт Ю.Я. Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации. Механика композит. материалов, 1989, №1, С.150-157.

109. Таирова Л.П. Расчет упругих постоянных монослоя по экспериментально определенным упругим характеристикам многослойных армированных пластиков. Сб. тр. МВТУ, 1987, № 22, С.3-9.

110. Терегулов И.Г., Каюмов Р.А., Бутенко Ю.И., Сафиуллин Д.Х. Определение механических характеристик композитов по результатам испытаний многослойных образцов. Механика композит. материалов, 1995, т.31, №5, С.607-615.

111. Цвелодуб И.Ю. К определению прочностных характеристик физически нелинейного включения в линейно-упругой среде. ПМТФ, 2000, т.41. №4, С.178-184.

112. Яхно В.Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений упругости. Новосибирск: Наука, 1990, 303с.

113. Courage W.M.G., Schreurs P.J.G., Janssen J.D. Estimation of mechanical parameter values of composites with the use of finite element and identification technique. Comput. and Struct., 1990, v.34, №2, P.231-237.

114. Frederiksen P.S. Experimental procedure and results for the identification of elastic constants of thick orthotropic plates. J. Composite Mater., 1997, v.31, №4, P.360-382.

115. Hendriks M.A., Oomens C.W.J., Jans H.W.J., Janssen J.D. A numerical experimental approach for mechanical characterization of composites. Proc. 9th Int. Conf. Experim. Mech. Copengagen, 1990, Copengagen: Danish Counc. Sci. and Industr. Res., 1990, v.2, P.552-561.

116. Ohkami T., Ichickawa Y., Kawamoto T. A boundary element method for identifying orthotropic material parameters. Intern. J. Numer. and Anal. Meth. Geomech., 1991, V.15, №9, P.609-625.

117. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. A notches cross weld tensile testing method for determining true stress-strain curves for weldments. Engineering Fracture Mech, 2002, 69, P.353-366.

118. Zhang Z. L., Odegard J., Hauge M. P., Thaulow C. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section. Int. J. Solids and Struct, 1999, 36, P.3497-3516.

119. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P. Determining true stress-strain curve for isotropic and anisotropic materials with rectangular tensile bars: method and verifications. Comput. Mater. Sci., 2001, 20, №1, P.77-85.

120. Zhang Z. L., Odegard J., Sovik O. P., Thaulow C. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. Int. J. Solids and Struct., 2001, 38, №26-27, P.4489-4505.

121. Тулупова О.П., Ганиева В.Р., Круглов А.А., Еникеев Ф.У. Новая методика идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов. Письма о материалах, 2017, Т. 7, №1, С. 68-71.

122. Ганиева В.Р, Кутлуева А.Н., Еникеев Ф.У Методика определения параметров точки перегиба сигмоидальной кривой сверхпластичности. Проблемы машиностроения и автоматизации, 2012, №1, С. 132-138.

123. Самойлова А.Ю., Ганиева В.Р, Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Методика расчета значений реологических параметров для сверхпластичных материалов. Письма о материалах. 2012, Т. 2, №4, С. 240-244.

124. Васин РА., Еникеев Ф.У., Круглов А.А., Сафиулин Р.В. Об идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов. Механика деформируемого твердого тела, 2003, №2, С. 111-123.

125. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Патент на изобретение №2324162. Заявка №2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл.№13.

126. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость. Доклады академии наук, 2006, т.407, №2, С.183-185.

127. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных и прочностных свойств материалов. Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2006, т.72, №9, С. 39-45.

128. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов. Деформация и разрушение материалов, 2007, № 3, С.43-48.

129. Баженов В.Г., Ломунов В.К., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Прикладная механика и техническая физика, 2013, Т.54, № 1, С.116-124.

130. Баженов В.Г., Кибец. А.И., Лаптев П.В., Осетров С.Л. Экспериментально-теоретическое исследование предельных состояний упругопластических стержней различного поперечного сечения при растяжении. Проблемы механики. Сб. статей к 90-летию со дня рождения А.И. Ишлинского. Под ред. Климова Д.М. и др., М.: Физматлит, 2003, С.116-123.

131. Баженов В.Г., Жегалов С.В., Зефиров С.В. Осетров С.Л. Упругопластическое деформирование и предельные состояния цилиндрических оболочек под действием внутреннего давления при различных граничных условиях. Вестник ННГУ. Серия Механика, Вып. 1(5), Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003, С.90-94.

132. Баженов В.Г., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л. Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического деформирования и разрушения стального шара при сжатии между пластинами. Межвузовский сборник Проблемы прочности и пластичности, Вып.65, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003, С.85-91.

133. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Численные методы решения задач нестационарной динамики тонкостенных конструкций. Изв. РАН МТТ, 2001, №5, С.156-173.

134. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987, 600 с.

135. Годунов С.К., Забродин А.В. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976, 400 с.

136. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики, М.: Наука, 1980, 536 с.

137. Победря Б. Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1981.

138. Кукуджанов В.Н. Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред. Успехи механики, т.8, №4, 1985, С.21-65.

139. Угодчиков А.Г., Баженов В.Г., Рузанов А.И. О численных методах и результатах решения нестационарных задач теории упругости и пластичности. Численные методы механики сплошной среды, СО АН СССР, т.16, №4, Новосибирск, 1985, С.129-149.

140. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977, 440 с.

141. Кукуджанов В.Н., Кондауров В.И. Численное решение неодномерных задач динамики твердого тела. Пробл. динамики упругопластических сред. М.: Мир, 1975, С.39-84.

142. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972, 418с.

143. Самарский А.А. Теория разностных схем, 3-е изд., испр., М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит. ,1989, 616 с.

144. Курант Р., Фридрихс, Леви Г. О разностных уравнениях математической физики. Успехи математических наук, 1940, вып.8, С.112-125.

145. Нох В.Ф. СЭЛ - совместный эйлеро-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967, С.128-184.

146. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений. Вычислительные методы в гидродинамике, М.: Мир, 1967, С.212-263.

147. Голованов А.И., Бережной Д.В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. Казань, 2001, 301с.

148. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. Пер. с англ. под ред. Н.С. Бахвалова, М.: Мир, 1986, 318с.

149. Метод конечных элементов в механике твердых тел. Под общ. ред. А.С. Сахарова и И. Альтенбаха. Киев: Вища школа, Головное изд-во, 1982, 480 с.

150. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М.: Мир, 1976, 464с.

151. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, М.: Мир, 1977, 349 с.

152. Belytschko, T., Liu, W. K. and Moran, B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. J. Wiley & Sons, New York, 2000, P.600.

153. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite Element Method: Volumes 1, 2, 5th Edition London, 2000, P. 712.

154. Баженов В.Г. Нелинейные задачи динамики тонкостенных конструкций при импульсных воздействиях. Прикл. пробл. прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб., Горьк. ун-т., 1981, вып.18, С.57-66.

155. Баженов В.Г. Численное исследование нестационарных процессов деформации упругопластических оболочек. Проблемы прочности, 1984, №11, С.51-54.

156. Дресвянников В.И. О численной реализации нелинейных уравнений динамики упругопластических оболочек. Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб., Горьк. ун-т. Горький, 1976, вып.3, С.82-90.

157. Баженов В.Г., Кибец А.И. Численное моделирование трехмерных задач нестационарного деформирования упругопластических конструкций методом конечного элемента. Изв. РАН МТТ, 1994, №1, С.52-59.

158. Капустин С.А., Латухин А.Ю. О применении неявных схем для исследования нестационарного поведения криволинейных стержней с учетом геометрической нелинейности. Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. /Горьк. ун-т, 1980, С.68-75.

159. Belytchko T., Mullen R. Stability explicit-implicit mesh partitions in time integrations. Int. J. Num. Meth. in Eng., 1979, v.12, P.1575-1586.

160. Huges T.J.R., Pister K.S., Taylor R.L. Implicit-explicit finite elements in nonlinear transient analysis. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 1979, v.17-18, №1, P.159-182.

161. Шульц У.Д. Двумерные конечно-разностные уравнения в переменных Лагранжа. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С.9-54.

162. Баженов В.Г., Белевич С.М., Коротких Ю.Г., Санков Е.И., Угодчиков А.Г. Методы численного анализа волновых процессов в сплошных средах и тонкостенных конструкциях с учетом сопутствующих явлений. Нелинейные и тепловые эффекты при переходных волновых процессах: Тр. симпозиума. Горький - Таллин, 1973, Ч. 1, С.135-165.

163. Баженов В.Г., Рузанов А.И., Угодчиков А.Г. О численных методах и результатах решения нестационарных задач теории упругости и пластичности. Численные методы механики сплошной среды, 1985, т.16, №4, С.129-149.

164. Харлоу Ф.Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967, С.316-342.

165. Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусов П.В. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории. Физическая мезомеханика, 2015, Т. 18, № 4. С. 68-86.

166. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. М: ФИЗМАТЛИТ, 2008, 424 с.

167. Писаренко Г.С. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях. Киев: Наукова думка, 1980, Т. 1, 531 с.

168. Писаренко Г.С. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях. Киев: Наукова думка, 1980, Т. 2, 767 с.

169. Лебедев А.А. Развитие теорий прочности в механике материалов. Проблемы прочности, 2010, № 5, С. 127-146.

170. Гольденблат И.И. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов / И.И. Гольденблат, В.А. Копнов, М.: Машиностроение, 1968, 190 с.

171. Разрушение деформируемых сред при импульсных нагрузках: монография / Б.Л. Глушак [и др.]. Н. Новгород: ННГУ, 1992, 193 с.

172. Новожилов В.В. О связи между напряжениями и деформациями в нелинейно-упругой среде. Прикладная математика и механика, 1951, Т. 15, Вып. 2, С. 183-194.

173. Садырин А.И. Моделирование процессов динамического деформирования и разрушения конструкционных упругопластических материалов. Проблемы прочности и пластичности, 2012, Вып. 74, С. 28-39.

174. Кукуджанов В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование. Механика твердого тела, 2006, № 6, С. 103-135.

175. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: справочник / Лебедев А.А. [и др.]. Киев: Издательский дом «Ин Юре», 2003, 540 с.

176. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов. М.: Оборонгиз, 1952, 556 с.

177. Lemaitre J. Damage Mechanics. Paris: Rhe Bath Press, 1990, P.556.

178. Мержиевский Л.А. О критерии долговечности металлов в микросекундном диапазоне / Л.А. Мержиевский, В.М. Титов. Доклады академии наук СССР, 1986, Т. 286, № 1, С. 109-113.

179. Tuler F.R. A criterion for the time dependence of dynamic fracture / F.R. Tuler, B.M. Butcher. Jnt.J. Fract. Mech., 1968, Vol. 4, № 4, P.431-437.

180. Каннель Г.И. О процессе откольного разрушения / Г.И. Каннель, Л.Г. Черных. Прикладная механика и техническая физика, 1980, № 6, С. 78-84.

181. LS-DYNA Keyword User's Manual. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2015, Vol. 1, P. 2482, Vol. 2, P. 1366, Vol. 3, P. 259.

182. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Кочетков А.В. и др. Пакет программ "Динамика-2" для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами. Мат. моделирование, 2000, Т.12, № 6, С.67-72.

183. LS-DYNA Theory Manual. Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2015, P. 852.

184. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Кибец А.И. О численной реализации вариационно-разностной моментной схемы решения нелинейных задач динамики нетонких оболочек при импульсном воздействии. Прикл. пробл. прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб., Горьк. ун-т, 1988, С.66-73.

185. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Цветкова И.Н. Численное моделирование задач нестационарного контактного взаимодействия деформируемых конструкций. Межвуз. сб. Прикл. пробл. прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов, М.: Товарищество научных изданий КМК, 1995, вып.52, С.154-160.

186. Зефиров С.В. Импульсное деформирование и контактное взаимодействие упругопластических элементов осесимметричных конструкций. Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация решения задач упругости и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб./Горьк. ун-т, 1984, С.152-153.

187. Капустин С.А., Горохов В.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.В., Руин А.А. Соотношения модели поврежденной среды для материалов, подвергающихся терморадиационным воздействиям. Проблемы прочности и пластичности, 2012, № 74, С. 5-15.

188. Перевезенцев В.Н., Чувильдеев В.Н. Высокоскоростная сверхпластичность микрокристалических алюминиевых сплавов. Механика оболочек и пластин. Сб. докладов XX Международной конференции по теории оболочек и пластин, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. С. 58-77.

189. Баженов В.Г., Баранова М.С., Павленкова Е.В. Развитие и верификация метода прямого удара для идентификации вязкопластических характеристик материалов в экспериментах на газодинамической копровой установке. Проблемы прочности и пластичности, Н.Новгород, 2009, вып.71, С. 184-192.

190. Баженов В.Г., Баранова М.С., Павленкова Е.В. Методика исследования упругопластических характеристик материалов на газодинамической копровой установке по показаниям двух датчиков деформаций. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, Изд-во Нижегородского университета, 2011, №.6(1), С.154-157.

191. Дерягин Б.В. Что такое трение? М.: Издательство Академии Наук СССР, 1963, 232 с.

192. Особенности деформирования пластичных материалов при динамических неравновесных процессах / Чаусов Н.Г. [и др.] // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2009, Т. 75, № 6, С. 52 – 59.

193. Леметр Ж. Континуальная теория повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов // Теоретические основы инженерных расчетов, 1985, Т. 108, № 1, С. 91 – 98.

194. Лебедев А.А., Чаусов Н.Г., Богданович А.З. Оценка предельных повреждений в материалах при статическом нагружении с учетом вида напряженного состояния // Проблемы прочности, 2002, №. 2, С. 35 – 40.