Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (НИИМ Нижегородского университета)

На правах рукописи

Elin

## ГОНИК ЕКАТЕРИНА ГРИГОРЬЕВНА

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗГИБА И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С СЫПУЧИМ НАПОЛНИТЕЛЕМ

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Кибец Александр Иванович

### оглавление

# ВВЕДЕНИЕ

|       |   | 4  |  |  |  |  |
|-------|---|----|--|--|--|--|
| 1     | Состояние вопроса.  | 10 |  |  |  |  |
| 1.1   | Экспериментальные исследования устойчивости цилиндрических          |    |  |  |  |  |
|       | оболочек.   | 10 |  |  |  |  |
| 1.2   | Теоретические исследования устойчивости цилиндрических оболочек.    | 15 |  |  |  |  |
| 1.3   | Экспериментальные и теоретические исследования деформирования и     |    |  |  |  |  |
|       | устойчивости цилиндрических оболочек с заполнителем                 | 25 |  |  |  |  |
| 1.4   | Выводы по главе 1   | 29 |  |  |  |  |
| 2     | Экспериментальный анализ изгиба и упругопластического выпучивания   |    |  |  |  |  |
|       | тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем         | 30 |  |  |  |  |
| 2.1   | Экспериментальные установки, приборы, материалы и образцы для       |    |  |  |  |  |
|       | испытаний   | 30 |  |  |  |  |
| 2.2   | Методики испытаний  | 35 |  |  |  |  |
| 2.2.1 | Испытание консольных цилиндрических оболочек на изгиб поперечной    |    |  |  |  |  |
|       | нагрузкой   | 35 |  |  |  |  |
| 2.2.2 | Испытание оболочки, опертой на две шарнирные опоры с консолями на   |    |  |  |  |  |
|       | чистый изгиб  | 37 |  |  |  |  |
| 2.2.3 | Испытание консольно-закрепленной оболочки на чистый изгиб           | 39 |  |  |  |  |
| 2.3   | Результаты испытаний и их анализ                                    | 41 |  |  |  |  |
| 2.3.1 | Изгиб консольно закрепленной цилиндрической оболочки поперечной     |    |  |  |  |  |
|       | нагрузкой   | 41 |  |  |  |  |
| 2.3.2 | Чистый изгиб шарнирно опертой цилиндрической оболочки               | 57 |  |  |  |  |
| 2.3.3 | Чистый изгиб консольно закрепленной цилиндрической оболочки         |    |  |  |  |  |
| 2.3.4 | Анализ влияния геометрических параметров на устойчивость оболочки   |    |  |  |  |  |
|       | при изгибе  | 62 |  |  |  |  |
| 2.3.5 | Анализ влияния степени загрузки и плотности сыпучего наполнителя на |    |  |  |  |  |
|       | устойчивость цилиндрической оболочки при изгибе                     | 65 |  |  |  |  |
| 2.4   | Выводы по главе 2   | 67 |  |  |  |  |
| 3     | Математическое моделирование упругопластического выпучивания        |    |  |  |  |  |
|       | цилиндрических оболочек с заполнителем при изгибе                   | 69 |  |  |  |  |

| 3.1 | Определяющая система уравнений изгиба и упругопластического         |     |  |  |  |  |
|-----|---|-----|--|--|--|--|
|     | выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим          |     |  |  |  |  |
|     | наполнителем в трехмерной постановке                                |     |  |  |  |  |
| 3.2 | Конечно-элементная методика решения определяющей системы            |     |  |  |  |  |
|     | уравнений   | 72  |  |  |  |  |
| 3.3 | Вычислительный комплекс «Динамика-3»                                | 74  |  |  |  |  |
| 3.4 | Эмпирическая формула расчета критической изгибной нагрузки          |     |  |  |  |  |
|     | цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем и ее обоснование     | 75  |  |  |  |  |
| 3.5 | Выводы по главе 3   | 84  |  |  |  |  |
| 4.  | Теоретический анализ изгиба и упругопластического выпучивания       |     |  |  |  |  |
|     | цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем                      | 85  |  |  |  |  |
| 4.1 | Анализ влияния аппроксимации диаграммы деформирования на точность   |     |  |  |  |  |
|     | определения критической нагрузки при поперечном изгибе              |     |  |  |  |  |
|     | цилиндрической оболочки.  | 85  |  |  |  |  |
| 4.2 | Анализ влияния скорости нагружения на точность определения          |     |  |  |  |  |
|     | предельного поперечного усилия для цилиндрической оболочки          | 93  |  |  |  |  |
| 4.3 | Анализ влияния размеров на устойчивость цилиндрической оболочки при |     |  |  |  |  |
|     | изгибе  | 95  |  |  |  |  |
| 4.4 | Анализ критической нагрузки консольно закрепленной большегабаритной |     |  |  |  |  |
|     | емкости с наполнителем при поперечном изгибе                        |     |  |  |  |  |
| 4.5 | Анализ устойчивости большегабаритной емкости для автомобильной      |     |  |  |  |  |
|     | транспортировки сыпучих материалов при разгрузке                    | 103 |  |  |  |  |
| 4.6 | Выводы по главе 4   |     |  |  |  |  |
|     | ЗАКЛЮЧЕНИЕ  | 109 |  |  |  |  |
|     | СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ   | 110 |  |  |  |  |

#### введение

#### Актуальность темы исследования.

Транспортировка сырья и готовой сыпучей продукции (в основном – цемента и муки) в упаковке обходится достаточно дорого. Поэтому чаще промышленные, торговые и другие предприятия используют более экономичный способ – перевозку автоцистернами. Автомобильные грузоперевозки составляют 80% объёма перевозимых грузов в стране. Только 20% приходится на остальные, включая железнодорожные, речные, морские и воздушные. Транспортировка посредством грузовой автомобильной спецтехники не требует многочисленных процессов погрузки и выгрузки, как это происходит с остальными видами грузоперевозок.

Среди автоцистерн в отдельную группу можно выделить полуприцепы цистерны подъемные, служащие для бестарной транспортировки мелкодисперсных сыпучих грузов.

Данный вид полуприцепов имеет форму цилиндра и отличается большим объемом перевозимого груза и способом разгрузки. Если в стандартных полуприцепах выгрузка продукта осуществляется через специальные конусы, расположенные в нижней части цистерны, то в подъемных полуприцепах выгрузка продукта осуществляется через одно разгрузочное устройство, расположенное в задней части цистерны (рис.1.1), путем ее поднятия с помощью выдвижения штока на определенную высоту (рис.1.3). Груз под воздействием гравитации и пневматической системы, создающей давление, выдувается в разгрузочную магистраль.

Конструктивное исполнение специализированных цистерн в виде тонкостенных оболочек сочетает в себе легкость, экономичность, высокую скорость и простоту сборки, быструю окупаемость, что имеет большое значение в наше время.

Проектировка, производство И ремонт автоцистерн является сложным, высокотехнологичным И многокомпонентным процессом, доступным только специализированным предприятиям, соответствующим образом оснащенным И располагающим кадрами необходимой квалификации, такими как ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель» (г. Чебоксары), ООО «СеверМолМаш» (г. Вологда), ООО «Геро» (г. Санкт-Петербург), машиностроительные заводы «Бонум» (г. Ростов-на-Дону), «Бецема» (г. Красногорск, Московская обл), «Алексеевка ХимМаш» (Воронежская область), Tropper GmbH (Австрия,), MAISONNEUVE group (Франция), Hendricks Fahrzeugwerke GmbH., SPITZER SILO FAHRZEUGE GmbH, Feldbinder Spezialfahrzeugwerke GmbH (Германия) и т.д.

В перечень выпускаемой ими продукции входит более 150 моделей из низколегированной, нержавеющей стали и алюминиевого сплава. Выполняются индивидуальные заказы по заранее согласованным проектам. Специализированные цистерны, изготавливаются на новейшем технологическом оборудовании и максимально адаптированы к Российским дорогам. Большинство современных автоцистерн также оснащается специальной системой принудительного заполнения и разгрузки содержимого, что значительно ускоряет и упрощает эти процессы.

Производимые автоцистерны подлежат сертификации. В связи с этим одной из проектировании цистерн является рациональный ключевых задач при выбор геометрических параметров, обеспечивающий устойчивость конструкции при всех режимах эксплуатации. Стоимость даже подержанных, бывших в эксплуатации, цистерн колеблется в интервале от 1500000 руб. до 2500000руб., что ограничивает экспериментальные исследования в этой области и требует развития математических методов анализа, включая аналитические методы и компьютерное моделирование с применением современного методического и программного обеспечения. В настоящее время устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе изучена недостаточно. Таким образом, решаемая в диссертации научно-техническая задача является актуальной и востребованной.

#### Степень разработанности темы.

Изгиб И последующее упругопластическое выпучивание тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, в настоящее время изучены недостаточно. Отсутствуют теоретические и экспериментальные данные о влиянии размеров оболочки, граничных условий, вида наполнителя и степени заполнения на форму ее выпучивания и критическую нагрузку. Мало исследована область математических применимости существующих моделей И методов решения рассматриваемого класса задач. Требуется развитие и обоснование эмпирической формулы, позволяющей без применения компьютерного моделирования оценить влияние заполнителя на потерю устойчивости цилиндрической оболочки.

#### Цели и задачи.

<u>Целью</u> диссертационной работы является экспериментальное и теоретическое исследование нелинейного деформирования, потери устойчивости и закритического поведения тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

1. Создание экспериментальных установок и проведение испытаний устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе.

2. Разработка и обоснование эмпирической формулы расчета критической нагрузки при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем.

3. Численное исследование с применением эмпирической формулы и вычислительного комплекса (ВК) «Динамика-3» упругопластического выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе.

4. Исследование факторов, влияющих на устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек с сыпучим наполнителем.

5. Теоретический анализ упругопластического выпучивания полуприцепов – цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе.

#### Научная новизна работы заключается в следующем.

1. Созданы экспериментальные установки исследования устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе. Получены новые результаты экспериментального исследования процессов упругопластического выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе.

2. Разработана и обоснована на результатах, выполненных диссертантом вычислительных и натурных экспериментов эмпирическая формула расчета критической нагрузки тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе.

3. С использованием разработанной формулы расчета критической нагрузки и вычислительного комплекса «Динамика-3», выполнены исследования факторов, влияющих на устойчивость пустых и заполненных сыпучим материалом тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе.

4. Получены новые результаты теоретического исследования устойчивости тонкостенных цилиндрических полуприцепов – цистерн для транспортировки мелко дисперсионных материалов при изгибе.

#### **Теоретическая значимость работы заключается в:**

a) разработке и обосновании эмпирической формулы расчета критической нагрузки при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем;

б) теоретических и экспериментальных результатах исследования факторов, влияющих на устойчивость рассматриваемых оболочек, и точности определения критических нагрузок;

в) получении новых результатов теоретического анализа устойчивости цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе.

#### Практическая значимость работы состоит в следующем.

Вычислительная модель, основанная на применении ВК «Динамика-3», с учетом выработанной рекомендации нелинейной аппроксимации диаграммы деформирования

конструкционного материала, позволяет значительно повысить точность теоретического исследования процессов упругопластического деформирования и предельных состояний тонкостенных элементов конструкций с сыпучим заполнителем. Ее применение повышает уровень обоснованности и безопасности проектируемых тонкостенных конструкций разного назначения. Разработанная эмпирическая формула оценки критической нагрузки позволяет с приемлемой точностью проводить экспресс анализ устойчивости на изгиб цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом. На основе применения ВК «Динамика-3» и разработанной формулы выполнена оценка устойчивости крупногабаритной емкости для автомобильной перевозки сыпучих материалов при ее подъеме в процессе разгрузки. Результаты проведенных исследований будут внедрены в расчетную практику ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель» по производству полуприцепов – цистерн.

#### Методология и методы исследования.

В диссертационной работе методология исследования основана на комплексном применении приближенных методов расчета, компьютерного моделирования и модельных испытаний образцов.

#### На защиту выносятся следующие положения:

 экспериментальные установки исследования устойчивости при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем;

2. эмпирическая формула расчета критической нагрузки при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем;

 результаты численного и экспериментального исследования упругопластического выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом при изгибе;

4. результаты анализа факторов, влияющих на упругопластическое выпучивание тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе;

5. результаты анализа упругопластического выпучивания большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе.

#### Достоверность результатов.

Достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается применением верифицированных методов исследований и подтверждается хорошим соответствием данных вычислительных и натурных экспериментов, полученных диссертантом.

#### Апробация результатов работы.

Результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях и симпозиумах:

XI молодежная научная школа-конференция Лобачевские чтения – 2012 (1–6 ноября 2012 г.). – Казань:

XIX международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Москва, Ярополец, 2013.

XII молодежная научная школа-конференция. Лобачевские чтения – 2013

VIII всероссийская конференции по механике деформируемого твердого тела. Чебоксары-2014.

VIII Всероссийская (II Международная) конференция «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции» НАСКР-2014. Чебоксары, 2014.

Всероссийская научная школа-конференция, посвященная 85-летию профессора Д.Д. Ивлева. Чебоксары, 2015.

V международный научный семинар «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». Москва, 2016.

III Международная (IX Всероссийская) конференция «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции». Чебоксары, 2016.

XXIII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Москва, Вятичи, 2017.

XX Юбилейная Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС-2017). Алушта, 2017.

Х Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела. Самара, 2017

IV Международная (Х Всероссийская) конференция «Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции» НАСКР-2018. Чебоксары, 2018

**Публикации:** Основные результаты диссертации опубликованы в 25 работах [199-223], в том числе 11 статей [199-209] в журналах, рекомендуемых ВАК и 3 статьи [199-201] в журналах, индексируемых в международных базах данных Web of science и SCOPUS.

#### <u>Личный вклад автора.</u>

Разработка экспериментальных установок испытаний на изгиб тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом [203,205,216,217].

Разработка эмпирической формулы расчета критической нагрузки при изгибе тонкостенных цилиндрических цистерн для транспортировки сыпучих материалов [209,210].

Проведение натурных экспериментов [203,204,205,207,208,217,219,220,221,222] и численное моделирование [201,206,218] упругопластического деформирования, предельного состояния и закритического поведения оболочек вращения с сыпучим наполнителем.

Обработка и анализ результатов экспериментальных и численных исследований процессов упругопластического деформирования, потери устойчивости при изгибе, закритического поведения пустых и заполненных сыпучим материалом тонкостенных цилиндрических оболочек [199-223].

В совместных работах Кибецу А.И. принадлежит постановка задачи, общее руководство исследованиями и участие в анализе результатов, Баженову В.Г. участие в анализе результатов, Петрову М.В. помощь в разработке эмпирической формулы определения критической нагрузки, в проведении экспериментальных исследований и участие в анализе результатов, Артемьевой А.А, Шошину Д.В, Жесткову М.Н,, Федоровой Т.Г., Фроловой И.А., Пфаненштиль Н.Г. помощь в проведении расчетов и экспериентов, Ивашкину И.Н. помощь в проведении экспериментальных исследований.

<u>Структура и объем работы.</u> Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Основной печатный текст составляет 128 страниц. Для иллюстрации результатов расчетов и экспериментов в диссертации приведены 48 рисунков и 25 таблиц. Список цитируемой литературы (224 наименования) занимает 19 страниц.

**Благодарности:** Автор выражает благодарность: Заслуженному деятелю науки РФ, д.ф.м.-н., проф. Баженову В.Г. и д.т.-н., проф. Петрову М.В. за консультации в процессе выполнения работы.

<u>Работа выполнена при поддержке</u> Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научнотехнологического комплекса России на 2014-2020 годы» в рамках соглашения № 14.578.21.0246 (уникальный идентификатор RFMEFI57817X0246).

#### Глава 1. Состояние вопроса.

#### 1.1. Экспериментальные исследования устойчивости цилиндрических оболочек.

В процессе развития экспериментального исследования устойчивости оболочек выделяют два периода [42].

Первый период начинается от экспериментов, выполненных W. Fairbairn [123] и длится до 1950 года. Данный период характеризуется ростом экспериментальных исследовательских работ по проверке линейных и нелинейных теоретических решений. Эксперименты были далеко от идеальных. Для изготовления оболочек применялась сварка, клепка, вальцовка. Материал образцов был с невысоким пределом упругости, поэтому в закритической стадии обычно появлялись неупругие деформации. При проведении эксперимента, определялась величина наибольшей нагрузки и форма потери устойчивости. Такие эксперименты могли быть использованы для статистической оценки устойчивости реальных конструкций оболочек, а для проверки теории устойчивости только в грубом приближении.

Рассмотрим работы этого периода. R.V. Rhode в своей работе [161] описывает эксперименты на сжатие, сдвиг и изгиб бумажных цилиндров. Он исследует основные явления, которые происходят при деформировании. Испытания цилиндрических оболочек из майларовой полистероидной пленки при различных способах нагружения написано в работе E.E. Lundquist [149,150]. Их особенность в том, что они могут многократно терять устойчивость без снижения критической нагрузки, что невозможно у стальных образцов, у которых при первоначальной потери устойчивости появляются пластические деформации.

Во втором периоде развития, начавшийся в 1950 году, появляются качественные экспериментальные исследования, подтверждающие основные положения теории устойчивости тонкостенных оболочек. Для изготовления оболочек применяли: точение, электроосаждение, центробежное литье, напыление в вакууме. Их форма становится более совершенной. Изготавливали оболочки из качественных материалов с более высоким модулем упругости. Для проведения опытов появляется и применяется точная аппаратура: полярископы, осциллографы, скоростные фотокамеры и пр. Все это привело к получению экспериментальных результатов, близких к теоретическим.

В 60-х г. ХХв. J. Arbocz, CD. Babcock [110] занимались изучением характера поведения оболочек при потере устойчивости. Они разработали методику проведения экспериментальных работ. В работе W.F. Thielemann [168] было изучено поведение оболочек при осевом сжатии. Он получил экспериментально диаграммы деформирования

оболочек при относительно больших деформациях. Ему удалось доказать равенство величины опытной нижней критической нагрузки с теоретической при осевом сжатии. R.C.Tennyson [167] исследователь в этой области получил результаты, соответствующие классической линейной теории. Соответствие значения критической нагрузки и формы потери устойчивости говорило о повышении качества исследования потери устойчивости цилиндрических оболочек при осевом сжатии.

По исследованию напряженно-деформированного состояния оболочек при осевом сжатии, при осевом сжатии в комбинации с внутренним давлением, при внешнем давлении, при действии поперечной силы [97,186], при поперечной нагрузке в комбинации с внутренним давлением [109] было выполнено большое количество экспериментальных работ. В работах А.С. Вольмира [22], Э.И. Григолюка [31-33], В.С. Гудрамовича [34] приведены результаты проведенных экспериментальных исследований.

Результаты исследований устойчивости оболочек при местном приложении нагрузки изложены в работах В.Г. Выборнова [24], Ю.Г. Коноплева [58-61], В.И. Моссаковского [71], Б.В. Нерубайло [74,75], М.В. Никулина [77]. В данных работах экспериментальные данные были статистически обработаны и установлены вероятностные свойства несущей способности. Разброс в значениях критических нагрузок объясняется наличием неравномерностью распределения нагрузки, начальных физических и геометрических несовершенств, текучестью материала [31]. В работах Э.И. Григолюка [31] приводятся результаты экспериментальных исследований на осевое сжатие, внешнее давление, внутреннее давление. Построены обобщенные графики по результатам экспериментов с использованием параметров подобия, представляющие наибольшую ценность для практики.

В работах В.Г. Выборнова [24] и Ю.Г. Коноплева [58-61] изложено рациональное подкрепление цилиндрических оболочек с приложением на них местных нагрузок, в том числе сосредоточенной поперечной силы. Исследована прочность цилиндрических оболочек при местных нагрузках в работе М.В. Никулина [77]. Цилиндрические оболочки, у которых один конец жестко закреплен, другой свободный, исследовались А.А. Добряковым [37], М.А. Ильгамовым [44-46], В.М. Даревским [34], В.В. Кабановым [49-52] на изгиб поперечной силой с внутренним давлением.

Исследования поведения оболочек при приложении изгибающего момента можно найти в работах зарубежных авторов Е.F. Imperial [136], Е.E. Lundquist [149, 150], R.W. Mossman [154], H.S. Suer [166]. Отмечено, что до потери устойчивости форма поперечных сечений образцов становилась в виде овала. Один диаметр (горизонтальный) увеличивался, а другой (вертикальный) уменьшался. В середине образца деформация

достигала максимального значения. Образовывались складки ромбовидной формы в сжатой зоне. Складки уменьшались к зоне растягивающих напряжений.



Рис.1.1.1. Схема испытательной установки.

Экспериментальное исследование устойчивости консольно-закрепленной оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления приводится в работе М.А. Ильгамова [44-46]. Им было испытано 21 образец из листовой стали 1Х18Н9Т и 6 образцов из стальной трубы. Образцы закреплялись консольно. С одного конца образцы закреплялись с помощью приваренных к ним буртиков. На другой конец прикладывалась нагрузка рис.1.1.1. до полного разрушения образцов. Он определил поперечную критическую нагрузку и влияние на величину этой нагрузки внутреннего давления и осевой силы. Отмечено, что внутреннее избыточное давление в образцах, влияет на формы и размеры волн, образуемых при потере устойчивости. Для определения критического значения изгибающего момента М.А. Ильгамов пользуется формулой, предложенной Fairbairn W. [123]. По результатам экспериментов М.А. Ильгамов вводит в формулу для расчета критического изгибающего момента поправочный коэффициент к=1,5.

Большой интерес представляет работа В.И. Моссаковского, Л.И. Маневича, А.М. Мильцына [71]. В ней описаны основы моделирования, возможность перенесения результатов модельных испытаний в натуру. В монографии приводятся результаты исследования разброса несущей способности гладких цилиндрических оболочек, работающих на устойчивость при разных видах нагружения. На основе статистического анализа рассмотрены вопросы:

а) зависимости рассеяния несущей способности, исходных данных от размеров оболочек;

б) определение вероятностных свойств несущей способности оболочек при различных видах нагружения;

 в) сопоставление расчетных оценок несущей способности и оценок, полученных из экспериментов на моделях;

г) выявление возможности предсказания разбросов несущей способности по разбросам исходных данных;

 д) анализ зависимости статистических оценок от масштаба в диапазоне модель – натура при идентичной технологии.



Рис.1.1.2. Образцы оболочек, используемые в работе [71].

Исследования проводились на моделях с геометрически подобными параметрами R/б=300, L/R=2,5-2,7 шести-семи различных масштабов (рис.1.1.2). Для изготовления оболочек использовался нагартованная, и мягкая стали X18H9-H и X18H9-M. Закрепление торцов жесткой заделки осуществлялось приклеиванием к жестким кольцам. Шарнирное опирание осуществлялось при помощи резиновых прокладок, утопленных в канавках на опорах. На устойчивость испытывались модели с естественными отклонениями от идеальной формы. До испытаний образцы проверялись на наличие начальных отклонений в кольцевом и осевом направлениях с точностью ±0,01мм. Для испытаний оболочек использовались как машины отечественного и иностранного производства, так и специально спроектированные нестандартные установки, И стенды. Образцы испытывались до полной потери устойчивости. Предельную нагрузку фиксировали и записывали в журнал испытаний. Потом проводили статистическую обработку результатов экспериментов.



Рис.1.1.3. Общий вид установки для измерения начальной формы оболочки, используемой в работе [71].

Процесс потери устойчивости сопровождался хлопком с образованием различных по длине вмятин, ориентированных под углом к оси оболочки. Вмятины образовывались в зоне сжатия рис.1.1.4.



Рис.1.1.4. Характерные формы волнообразования оболочек различных размеров при осевом сжатии, испытанных в работе [71].

По результатам статистического анализа сделан вывод, что закон распределения безразмерного центрированного параметра несущей способности  $\Delta T$  близок к нормальному. Точность полученных результатов В.И. Моссаковский оценивал путем сопоставления гистограммы и теоретической кривой для параметра несущей способности оболочек. По его методике были выполнены исследования образцов в случае: осевого сжатия, совместного действия осевого сжатия и внутреннего давления, поперечной силы, поперечной силы и внутреннего давления, кручения.

В этом направлении проводил исследования В.М. Даревский [35]. Им была исследована устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением. Он разработал приближенную методику

оценки устойчивости оболочки, которая основана на замене неоднородного напряженодеформированного состояния однородным [35]. Похожие исследования были выполнены А.А. Добряковым [37].

А.В. Саченков разработал теоретико-экспериментальный метод, основанный на теории подобия и размерностей [91]. Он позволяет по предварительному теоретическому анализу установить определяющие параметры, зависимости и построить формулы, которые описывают поведения оболочек, подтверждаемые потом экспериментально. Впервые этот метод был применен Ю.Г Коноплевым [59] при исследовании напряженного состояния круговой цилиндрической оболочки при действии на нее местной поперечной нагрузки. В настоящее время этот метод нашел широкое применение. В своей работе, изданной в 1970 году А.В. Саченков [91] описывает экспериментальное исследование устойчивости консольно-закрепленных овальных оболочек при изгибе. Приходит к выводу: что при прямом изгибе - овальная цилиндрическая оболочка.

Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе изучали также В.А. Казанцев и Г.Р. Фавзиев [55], К.Ф.Шагивалеев [100]. Из иностранных исследователей можно выделить Е.Е. Lundquist [149,150]. Он занимался консольно-закрепленными оболочками при изгибе. Были определены критические значения напряжений сдвига при кручении.

Из современных зарубежных исследователей, изучавших устойчивость цилиндрических оболочек при изгибе, можно отметить S. Houliara, Karamanos S.A. [135], Li L-Y., Kettle R. [145], C. Mathon, A. Limam [153], W.Yan, J.Ying, w.Q. Chen [183].

#### 1.2. Теоретические исследования устойчивости пустых цилиндрических оболочек.

В конце XVIII века появилась первая теория оболочек на основе принципов, использованных в теории стержней. В 1776 году Л.Эйлер предложил рассматривать колокол как совокупность колец, каждое из которых ведет себя как плоский кривой брус. В 1789 году Яков Бернулли предложил рассматривать оболочку «как двойной слой кривых брусьев, причем брусья одной системы пересекаются с брусьями другой системы под прямым углом» [42]. Впоследствии было выявлено, что конечные уравнения оказались неверными (не было учтено закручивание брусьев).

В 1874 году Г. Арон предложил вывод уравнения теории оболочек из уравнений теории упругости. Используя метод Кирхгофа, он получил весьма сложные уравнения, но выражение для энергии у него оказалось тем же, что и в теории пластин Кирхгофа. Разница была в энергии изгиба (вместо кривизн деформированной пластины, стояли

разности кривизн поверхности до и после деформации). При вычислении кривизн он допустил ошибки.

Появление современной теории связывают с работами А. Лява (1888), А Бэссета (1892) и Х. Лэмба (1890). Результаты, полученные Лэмбом и Бэссетом, подтвердили теорию А. Лява. В работе А. Лява использовался метод Кирхгофа–Геринга без обращения к гипотезам Кирхгофа. В 1893 году вышла его работа в расширенном виде, напечатанная в первом издании второго тома "Математической теории упругости" [67]. В начале ХХ века теория А. Лява завоевала большую популярность [67]. Хотя она широко использовалась, но у нее были и недостатки. Одним из недостатков, отмеченным В.В. Новожиловым [78], было «непоследовательное обращение с малыми членами». В последующем были продолжены исследования в области разработки эффективных методов решения краевых задач теории оболочек. Теоретическими исследованиями устойчивости оболочек занимались В.З. Власов [20], Э.И. Григолюк [31-33], Х.М. Муштари [72,73], А.С. Вольмир [21,22], В.Г. Баженов [6-11], А.В. Саченков [91], В.В. Кабанов [50-53], А.Н. Андреев [3], С.Н. Канн [56], Ю.Г. Коноплев [58-61], А. Ляв [67], В.В. Новожилов [78], С.П. Тимошенко [94], D. Bushnell [117] и другие исследователи. Развитие теории оболочек пошло по двум различным направлениям. Первое направление - классическое, продолжило заниматься исследованием по выводу уравнений теории оболочек из уравнений пространственной теории упругости. Второе направление основано на применении законов механики к абстрактной сплошной среде.

#### Исследования, выполненные с использованием классической теории оболочек.

В начальных работах, посвященных исследованию устойчивости цилиндрических оболочек, расчетная схема была идеализированной. Оболочки рассматривались свободноопертыми. Они были идеально упругими и геометрически совершенными. Считалось, что до момента потери устойчивости оболочка может свободно деформироваться в радиальном направлении.

За рубежом исследованием потери устойчивости в пределах упругости занимались: E.L. Axelrad [112], L. Brazier [116], V.I. Weingarten [178]. В этих работах авторы уделяли внимание решению краевых задач теории оболочек. Е.L. Axelrad [112] исследовал потерю устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе в пределах упругости. Им была установлена зависимость критического сжимающего напряжения от формы сечения оболочки до потери устойчивости. У L. Brazier [116] приводится расчет потери устойчивости длиной трубы. Он исследовал перемещения трубы от приложенных внешних нагрузок. Установил, что потеря устойчивости оболочки происходит за счет искажения поперечного сечения. В своей работе [116], изданной в 1927 году, L. Brazier исследовал перемещение трубы на основе решения знергетического уравнения. В 1910 году первые исследования по изгибу трубы выполнил Bantlin A. [113]. В последующем изучением изгиба трубы занимался Ю.В. Коновалов [57]. Он вывел поправочный коэффициент для подсчета критических напряжений. Он был больше по значению, чем полученный по приблизительным расчетам у L. Brazier. Впоследствии на основе задач L. Brazier, была исследована потеря устойчивости цилиндрической оболочки за пределами упругости Б.С. Билобраном, О. Фабизном, Р. Тагси, И. Шредером [13,14]. Показано, что в результате уменьшения изгибной жесткости оболочка теряет равновесие раньше. W. Flugge [125] провел исследование потери устойчивости круговой цилиндрической оболочки при изгибе в области упругих деформаций, решая дифференциальные уравнения равновесия. Доказал, что оболочка теряет устойчивость в сжатой зоне при достижении критических напряжений и что цилиндрическая оболочка при изгибе остается круговой до потери устойчивости. W. Flugge в своей работе решил линейную задачу потери устойчивости оболочек при изгибе моментом.

Значительный вклад в развитие теории оболочек внесли отечественные ученые. В 1924 году И.Я. Штаерман ввел в употребление асимптотические методы. Данные методы приводятся в книге А.И. Лурье [66] при построении решений. В работе В.В. Новожилова [78] асимптотические методы используются при комплексном преобразовании уравнений теории оболочек. Более детальное развитие асимптотические методы интегрирования уравнений оболочек получили в работах А.Л. Гольдейнвейзера [30]. В работах К.Ф. Черныха [99] описываются асимптотические методы в сочетание комплексного преобразования В.В. Новожилова [78]. В работе В.З. Власова [20] представлена теоретико-техническая сторона вопроса, основанная на интуитивно-физических представлениях.

В развитии теории устойчивости оболочек принимали также участие И.Г. Галеркин [26], К.З. Галимов [27], А.Л. Гольденвейзер [30], Э.И. Григолюк [31-33], Х.М. Муштари [72,73], С.П. Тимошенко [94] и другие видные исследователи. В 1943 году появились работы А.И. Лурье [66], В.В. Новожилова, Р.М. Финкельштейна [79]. А.И. Лурье вычислил погрешности гипотезы Кирхгофа–Лява и доказал, что в главных членах результаты, даваемые теорией оболочек и теорией упругости, совпадают. В.В. Новожиловым была сформулирована задача о простейшей теории оболочек и добавлено шестое уравнение равновесия. Его теория стала известной благодаря формулировке простейших соотношений упругости и их систематическому применению.

Построение теории оболочек типа Лява завершил А.Л. Гольденвейзер [30]. Применяя асимптотический метод к уравнениям теории упругости, А.Л. Гольденвейзер

дал формулировку кинематических и статических "гипотез", отличающуюся от гипотез Кирхгофа–Лява. Им было получено новые соотношения в теории упругости, которые отличаются от соотношений А.И. Лурье. В своих формулах он учел поперечную сжимаемость оболочки.

#### Исследования, выполненные с использованием неклассической теории оболочек.

К неклассической теории относят теории оболочек типа Тимошенко, в которой учитывается деформация поперечного сдвига. Он один из первых получил результаты (1910-1914), решая задачу устойчивости в линейной постановке на основе статического критерия Л.Эйлера. Этот метод, определения критического состояния, заключается в нахождении собственных чисел (критических нагрузок) и соответствующих им векторов (форма потери устойчивости). Данная теория представлена в работе Э.И. Григолюка и И.Т.Селезова [31]. К этой теории также относят теорию ребристых, многослойных и сетчатых оболочек, биологических мембран и т. п.

В 1938 г. К. Marguerre [152] были заложены основы геометрически нелинейной теории. Он получил первые дифференциальные уравнения нелинейной теории для упругих тонких оболочек цилиндрической формы. На основе его уравнений T.L.Karman, H.S.Tsien [140] установили, что нагрузка в закритической стадии с ростом деформации падает. Резкое падение нагрузки предполагает наличие несмежных изгибных форм равновесия и несовершенство оболочки (начальные прогибы, несоблюдение граничных условий и прочее). Решение нелинейных задач заключалась в исследовании закритического поведения оболочки.

Впоследствии развитием нелинейной теории занимались В.З. Власов [20], К.З. Галимов [27], XM. Муштари [72,73], L.H. Donnell [120]. В своей теории они попытались заменить метрику срединной поверхности метрикой плоскости. Это привело к новому этапу развития методов расчета оболочек. В работе [20] В.З. Власов приводит систему нелинейных дифференциальных уравнений при конечных деформациях. Им указан метод уравнений. K.Marguerre обобщил интегрирования системы теорию оболочек произвольной кривизны и вывел уравнения теории гибких пологих оболочек (уравнения Донелла-Муштари-Власова). В работе И.И. Воровича [23] рассмотрена область применимости уравнений Донелла-Муштари-Власова при исследовании нелинейного деформирования пологих оболочек.

#### Теоретические исследования устойчивости цилиндрических оболочек при изгибе.

Теоретические исследования устойчивости оболочек при изгибе выполнены; А.Н. Андреевым [3], Ю.Н. Бердниковым [12], В.З. Власовым [20], А.С. Вольмиром [21,22], Э.И. Григолюком [31-33], Кабановым [50-53], В.С. Гудрамовичем [34], В.М. Даревским [35],

Ю.П. Жигалко [39], С.Н. Канном [56], Ю.Г. Коноплевым [58-61], А. Лявом [67], Х.М. Муштари [72,73], Б.В.Нерубайло [74,75], В.В. Новожиловым [78], С.П. Тимошенко [94], И.С. Цурковым [97], И.Л. Шариновым [102], D. Bushnell [117] и другими авторами.

В работе В.В. Кабанова и Э.И. Григолюка [32,33] описывается потеря устойчивости оболочки при изгибе моментом. Они применяли нелинейное решение к докритическому состоянию и считали, что критическая нагрузка соответствует точке бифуркации. Момент появления местных волн на оболочке определяет ее критическое состояние. Сделали вывод, что потеря устойчивости у L.Brazier определена не верно, поскольку раньше происходит местная потеря устойчивости и значение уточняющего коэффициента получается меньше, чем в результатах решения L. Brazier.

В работе В.М. Даревского [35] рассмотрен изгиб оболочки поперечной силой. Он исследовал консольно-закрепленную цилиндрическую оболочку с приложенной на свободном краю сосредоточенной силой. Провел эксперимент с длиной и короткой оболочкой и сравнил их. Установил, что в длинной оболочке волны образуются в зоне наибольших сжимающих усилий, в коротких оболочках происходит выпучивание с боковых сторон, при средней длине оболочки потеря устойчивости происходит по смешанному типу. Результаты работы можно применить для приближенной оценки устойчивости оболочек. В расчетах В.М. Даревский использовал линейные уравнения. Исследования изгиба оболочки при действии поперечной нагрузки, равномерно распределенной по ее поверхности, провел А.А. Добряков [37].

В работах И.С. Цуркова [97] исследуется напряженно-деформированное состояние произвольно нагруженной цилиндрической оболочки. Он применил метод начальных параметров. Были определены внутренние силы и перемещения в зависимости от начальных параметров, задаваемых на концах оболочки. Приводятся асимптотические формулы для изгибающих моментов и поперечных сил.

А.С. Вольмир в [21,22] подводит итоги результатов исследования устойчивости стержней, пластинок и оболочек и рассматривает ряд новых задач. Были получены результаты по решению классических задач устойчивости круговых цилиндрических оболочек с учетом граничных условий. Рассмотрены оболочки сравнительно сложной конфигурации. В связи с появлением вычислительных машин приведены методы математического оптимального программирования (динамического программирования), метод множителей Лагранжа. Это позволило получить уточненные значения нижних критических нагрузок при разных видах нагружения. Изучен характер потери устойчивости цилиндрических оболочек при действии осевого сжатия, поперечного давления, кручения, изгиба, совместного их действия либо в различных сочетаниях. При

потере устойчивости происходит выпучивание цилиндрических оболочек. По оболочке образовывались волны, незначительно наклоненные под углом к образующей. Рассмотрен ряд новых задач, решение которых требовала промышленность того времени, в особенности авиастроение и строительство. Изучаются упругопластические системы при различной истории нагружения, исследуются разгружающие системы. Применяются к задачам устойчивости новые теории пластичности. Приведены теоретические и экспериментальные данные по динамической устойчивости упругих систем, выпучиванию оболочек при ползучести и т.д.

В середине прошлого века появляются различные геометрически и физически нелинейные теории оболочек. Геометрическая нелинейность выражена нелинейной зависимостью деформаций от перемещений. Физическая нелинейность представлена в виде зависимости усилий от деформаций, лежащих за пределами закона Гука.

Задачи нелинейного деформирования цилиндрических оболочек описываются в работах А.А. Ильюшина [48,49], Г.А. Кролла [63], П.А. Лукаша [65], Н.А. Абросимова, В.Г. Баженова [1,2], В.Н. Паймушина [82], В.В. Пикуля [83], А.В Погорелова [85]. В работе А.А. Ильюшина [48,49] решена задача устойчивости цилиндров при простом нагружении по теории малых упругопластических деформаций. Он применил теорию пластичности для вывода коэффициента понижения изгибной жесткости. Г.А. Кролл, Г.Д.Гавриленко [63] используют метод уменьшенной жесткости для анализа нижних пределов нагрузок. Исследуются цилиндрические оболочки, подкрепленные стрингерами или шпангоутами. Рассмотрены вопросы внедрения результатов исследования в практику проектирования. В статье П.А. Лукаша [67] изложено исследование цилиндрической оболочки с учетом физической и геометрической нелинейности. Связь между деформациями и напряжениями нелинейная, представлена в виде степенного закона. Он использовал энергетический метод решения геометрически и физически нелинейных задач, основанный на вариационном методе Ритца. В.Н. Паймушин [82] рассматривает цилиндрических оболочек потерю устойчивости при комбинированных видах нагружения. Он показал, что использование уравнений цилиндрических оболочек, построенных на варианте с геометрически нелинейными соотношениями теории упругости в квадратичном приближении, позволяет получить неклассические формы потери устойчивости (крутильную, балочною изгибную, балочною изгибно-крутильную).

В статьях [15,38] Л.П. Железнов, В.В. Кабанов, Д.В. Бойко приводится решение задач устойчивости дискретно-подкрепленных некруговых цилиндрических оболочек с учетом моментности и нелинейности их докритического напряженно-деформированного состояния. Они применяют разработанный численный алгоритм исследования

нелинейного деформирования и устойчивости оболочек. Исследовали устойчивость стрингерной оболочки с эллиптическим контуром поперечного сечения при чистом изгибе.

В работе В.И. Ванько [19] на основе кинематической схемы, разработанной совместно с С.А. Шестериковым, выводятся приближенные (асимптотические) формулы. Изучаются большие перемещения (вплоть до полного сплющивания) точек срединной поверхности цилиндрических оболочек (бесконечно длинных и конечной длины) под действием внешнего гидростатического давления.

Большой объем теоретических и экспериментальных исследований деформирования и устойчивости упругопластических цилиндрических оболочек при различных статических и динамических условиях нагружения был проведен в связи с интенсивным строительством протяженных подводных трубопроводов и морских платформ. Ниже представлен обзор результатов этих исследований.

цилиндрических **Деформирование** оболочек при боковом ударном нагружении. Аварийные ударные нагрузки (столкновения с судном, падение тяжелых предметов и т.д.) могут привести к выходу из строя подводных трубопроводов или трубчатых конструкций морских платформ [144]. Эти инциденты могут произойти на этапах установки, строительства и эксплуатации проекта. Хотя они имеют низкую вероятность возникновения, их последствия могут привести к технологическим катастрофам с тяжелыми финансовыми и экологическими потерями. Чтобы оценить целостность подводных трубчатых конструкций в таких аварийных ситуациях, были проведены экспериментальные и теоретические исследования упругопластического деформирования и выпучивания цилиндрических оболочек при ударных боковых воздействиях (B.C. Cerik et al. [118], Y. Dou, Y. Liu [121], E. Gücüyen et al. [131], N. Jones, R.S. Birch [138], M. R. Khedmati, M. Nazari [142], M. Kristoffersen et al. [144], M. Naghipour et al. [155], L. Odina et al. [157], N. Rezaee et al. [160], A.S. Shakir et al. [164], J. Travanca, H. Hao [169], Y. Wang et al. [174,175], R. Wang et al. [176,177], J.-X. Yu et al. [187], R. Zhang et al. [193], X. –D. Zhi et al. [195], L. Zhu et al. [197]).

Результаты исследований выявили значительное влияние внутреннего давления, положения удара и наружного диаметра на деформирование трубопроводов. Выполнен анализ влияния граничных условий и предварительной продольной нагрузки на предельную прочность при изгибе. Показано, что добавление осевой нагрузки увеличило сопротивление трубы изгибу. То же самое можно сказать о задании внутреннего давления. Исследовано поведение композитных трубчатых элементов «армированный волокном полимер (FRP) – бетон – сталь» с двойной оболочкой и стальных трубных конструкций со

сверхлегким цементным наполнителем при боковом ударном нагружении. Показано, что трубчатые элементы «FRP-бетон-сталь» с двойной оболочкой ведут себя пластично. Для них характерна длительная стабилизированная стадия на диаграмме деформирования, которая в основном является результатом растрескивания FRP и бетона, а также общей деформации изгиба. По сравнению со стальными полыми трубами, многослойные композитные трубы характеризуются более высокой ударопрочностью, меньшей глобальной деформацией и локальным вдавливанием. Разработана аналитическая модель, на основе которой были проведены дополнительные исследования влияния геометрии трубы, свойств материала, конфигурации ударного элемента и энергии удара на реакцию заполненных бетоном труб. Установлено, что бетонное заполнение увеличивает критическую ударную нагрузку на 217%, 182% и 157% соответственно для коротких, средних и длинных труб.

Смятие глубоководных трубопроводов под действием внешнего давления. В работах F. Albermani, H. Khalilpasha, H.Karampour [105], M. Alrsai, H.Karampour, F. Albermani [107,108] проведены экспериментальные и теоретические исследования потери устойчивости, упругопластического деформирования и закритического поведения подводных трубопроводов при нагружении внешним давлением, сопровождаемое большими смещениями и углами поворота вплоть до полного смятия. Экспериментальные исследования проводились на алюминиевых трубах с отношением диаметра к толщине в диапазоне от 20 до 48. На основе экспериментальных данных предложено модифицированное аналитическое решение рассматриваемой задачи. Проведены расчеты на основе метода конечных элементов, реализованного в вычислительном комплексе ANSYS12.1. Получено хорошее соответствие между результатами экспериментов, аналитического решения и компьютерного моделирования. Для повышения устойчивости предложено использовать ограненную геометрию трубопровода, которая по расчетным данным позволит значительно экономить конструкционные материалы и снизить стоимость строительства.

Деформирование цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении. Морские трубопроводы должны выдерживать комбинированные действия осевого натяжения, изгиба и внешнего давления во время глубоководной установки и эксплуатации. В связи с этим в работах Gavriilidis, S.A. Karamanos [127], S. Gong et al. [128,130], S.A. Karamanos, C. Eleftheriadis [139], M. Kristoffersen et al. [144], M. Zeinoddini et al. [192] исследовано деформирование трубчатых элементов, подвергающихся боковой (поперечной) квазистатической нагрузке при наличии равномерного давления. Проведен анализ влияния внешнего и внутреннего давления на предельную поперечную нагрузку

труб и на их способность поглощать энергию. Трубы моделировались с помощью конечных элементов, учитывающих геометрическую и физическую нелинейности. Рассматривались относительно толстые стальные и алюминиевые трубы (отношение диаметра к толщине ≤50), которые испытывали значительные неупругие деформации. Экспериментально и теоретически исследовано влияние приложения осевых нагрузок к трубе с одновременной деформацией в поперечном направлении. Согласно полученным результатам, добавление осевой нагрузки, как и внутреннего давления увеличило сопротивление трубы изгибу.

Влияние вмятин на устойчивость трубопроводов. Трубопроводы, находящиеся в эксплуатации, часто подвергаются воздействию внешних помех, вызывающих дефекты, которые влияют на предельную несущую способность трубопровода. Происхождение более 90% отказов в трубопроводах объясняется наличием зон концентрации напряжений, таких как дефекты в форме выемок, вмятин или, когда эти дефекты присутствуют вместе [106]. В работах М. Allouti et al. [106], C. Han et al. [132], J. Kec, I. Cerny [141], C. Li, S. Dang [146], M. Naghipour et al. [155], Y. Wu, L. Li [179], S.–T. Yan [184] и др. было исследовано влияние глубины вмятины на критическую нагрузку в трубопроводе. Предложен эмпирический подход, основанный на простом локальном критерии деформации, для прогнозирования повреждения и отказа трубы при наличии вмятины. Исследовано деформирование стальной трубы с продольными, поперечными и наклонными вмятинами. Изучено влияние отношения диаметра к толщине и овализации трубы, вызванной вмятинами, на выпучивание трубы. Показано, что кривая зависимости силы от смещения для трубы существенно зависит от ориентации вмятины.

Соударение труб. Если трасса строящегося подводного трубопровода пролегает над существующим трубопроводом, то существует вероятность их аварийного соударения [158]. Чтобы подтвердить безопасность существующей линии трубопровода в работах А. Palmer et al. [158], J.L. Yang et al. [185] были выполнены экспериментальные и теоретические исследования падения трубы на трубу. В ходе испытаний были проведены измерения вмятин на трубах и анализ влиянии места удара и толщины стенки на деформирование труб. Было обнаружено, что существует место удара, для которого труба получает наиболее серьезные повреждения.

Взрывное нагружение цилиндрических оболочек. В работах J. Chong et al. [119], E. Fathallah et al. [124], F. Gao et al. [126], K. Song et al. [165], J.Wu et al. [180], Y. Zhou et al. [196] экспериментально и численно исследовано потеря устойчивости цилиндрической оболочки, подвергнутой боковой взрывной нагрузке. Приводятся результаты серии

экспериментов деформирования цилиндрических оболочек, в которых варьировались их толщина, масса заряда и расстояние его расположения. Посредством компьютерных кодов LS-DYNA, ABAQUS численно смоделирован нелинейный динамический изгиб цилиндрических оболочек. Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Исследовано влияние повторного взрыва [196] на динамику оболочек. Результаты показали, что цилиндрические оболочки, на которые воздействовал первый взрыв, при повторной взрывной нагрузке поглощали больше энергии, чем неповрежденные оболочки.

Выпучивание внутренней оболочки в двухслойных трубах. При транспортировке высоко коррозионных углеводородов в море одним из экономичных подходов является конструкция «pipe in pipe» (PIP), в которой применяется футеровка внутреннего слоя обычной трубы из углеродистой стали сплавом устойчивым к коррозии [114,173]. Чаще всего вкладыш механически связан с наружной трубой путем расширения. Ожидается, что облицованная труба оптимизирует использование двух типов материалов, обеспечивая значительную коррозионную стойкость и устойчивость конструкции.

Во время морской установки или при аварийных ударных воздействиях в процессе эксплуатации трубы подвергаются сильному упругопластическому изгибу, что может привести к отрыву внутренней тонкостенной облицовочной трубы от наружной трубы и образованию локальных складок, которые препятствует потоку и значительно снижают производительность трубопровода, а также угрожают его герметичности. В работах М. Alrsai et al. [107,108], S. Gong et al. [129], Z. Jiexin et al. [137], F. Wang [171], F.-C. Wang et al. [173], J. Zheng et al. [194] представлены результаты испытаний конструкций PIP с одинаковыми внутренними И разными наружными трубами. Замечено, что геометрические и деформационные свойства наружной трубы влияют на предельную нагрузку внутренней трубы. Методом конечных элементов с учетом геометрических нелинейностей, локальных явлений потери устойчивости и упругопластического поведения материала проведено параметрическое исследование и обсуждены механизмы разрушения PIP с различными комбинациями наружных и внутренних труб в диапазоне соотношений диаметра к толщине между 15 и 40. Предложены эмпирические выражения для оценки предельной нагрузки внутренней трубы.

Применение цилиндрических оболочек в качестве наполнителя. Цилиндрические оболочки при поперечном сжатии обладают хорошими демпфирующими свойствами и могут использоваться в качестве наполнителя в композитных конструкциях. В работах X.M. Xiang et al. [181,182] представлены результаты экспериментальных исследований и компьютерного моделирования на основе программных комплексов LS-

DYNA, ABAQUS/EXPLICT многослойных балок с набором тонкостенных труб в качестве наполнителя, которые подвергались поперечным взрывным нагрузкам. В расчетах варьировались массы тротила и расстояния от заряда до сэндвич – балки. Рассматривались близко расположенные и разнесенные круглые трубы. Взрывные нагрузки были достаточно большими, чтобы вызвать пластическое деформирование тонкостенных труб и значительный изгиб всей балки. Исследовано влияние диаметра, толщины и количества круглых труб на прогиб балки. Достоверность результатов компьютерного моделирования подтверждается экспериментальными данными.

## 1.3. Экспериментальные и теоретические исследования деформирования и устойчивости цилиндрических оболочек с заполнителем

Исследованиями деформирования и устойчивости цилиндрических оболочек с заполнителем занимались следующие авторы: В.В. Власов [20], А.С. Вольмир [21,22], В.А. Иванов [40,43], М.А. Ильгамов [44,45], А.М. Ильина, Б.А. Корбут [47], И.С. Малютин [68], Р.В. Мельник [70], Ф.Х. Сафиуллин [90], С.П. Сухинин, В.И. Микишева [93], Н.А. Федоров [95], Ф.Н. Шклярчук [103], В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова [203] и др.

М.А. Ильгамов в работах [44-46] исследовал напряженно-деформированное состояние оболочек и связанного с оболочкой упругого заполнителя. В соавторстве с Ивановым В.А., Гулиным Б. В. изучены основные вопросы расчета подобных систем. В их книге описано напряженно деформированное состояние и устойчивость при различных видах нагружения поверхностными, краевыми и массовыми силами. Приведен расчет задач устойчивости цилиндрической оболочки со сплошным заполнителем при осевом сжатии и внешнем давлении и их комбинации. Расчетная схема получается простой и результаты расчетов согласуются с экспериментальными. Показано, что при осевом сжатии с увеличением относительной жесткости заполнителя форма потери устойчивости переходит от неосесимметричной (ромбовидные вмятины) к осесимметричной (кольцевые складки). При действии внешнего давления форма потери устойчивости остается неосесимметричной при наличии одной волны вдоль образующей. Значения экспериментальных данных лежат между нижними и верхними значениями критической нагрузки. С увеличением жесткости заполнителя снижается влияние начальных несовершенств.

В ранних экспериментальных исследованиях 1988-1989г.г В.В. Кабанова [50-53] исследовалась устойчивость круговых оболочек под действием поперечного изгиба. В работе [50] В.В. Кабанов испытал круговую цилиндрическую оболочку, заполненную жидкостью (составной части топливного бака ракеты). По результатам исследований

строился график зависимости перемещения от поперечной силы. Получены значения верхней и нижней критической нагрузки. Установлено, что при изгибе консольнозакрепленных цилиндрических оболочек в закритической стадии существуют различные равновесные формы. Например, короткие консольно-закрепленные оболочки теряют устойчивость по сдвиговой форме, для которой характерны наклонные волны по боковым поверхностям. Длинные оболочки теряют устойчивость у заделанного торца с образованием поперечных ромбовидных волн в сжатой области.

В работе Т.Г.Федоровой [96] проведено исследование консольной закрепленной оболочки с сыпучим заполнителем при изгибе. Определено влияния засыпки на напряженно деформированное состояние, потерю устойчивости. Исследована форма потери устойчивости.

Согласно [42] теоретические исследования деформирования и устойчивости заполненных оболочек разделяются на две группы в зависимости от расчетной схемы, используемой для описания поведения заполнителя.

К первой группе относят исследования, в которых заполнитель моделируется основанием типа Винклера или Пастернака. Расчетная схема является простой, т.к. коэффициенты пропорциональности считаются постоянными и не зависят от геометрических и физических характеристик конструкции. Результаты показывают качественную сторону поведения оболочки. Поведение заполнителя остается не определенным. В статье Р.М. Зарипова, В.А. Иванова [40] приведена последовательность по расчету напряженно-деформированного состояния рассматриваемых оболочек.

Во вторую группу относят исследования, в которых заполнитель рассматривается как трехмерное деформируемое тело и описывается уравнениями теории упругости или вязкоупругости. Здесь выделяют три основных направления: в первом определяют напряженно-деформированное состояние конструкции, во втором определяют потерю устойчивости при статических и в третьем при динамических нагрузках.

К первому направлению принадлежит больше всего исследований. В работах [44-46] рассматривалось плоское напряженное состояние вертикально расположенного тяжелого цилиндра, заключенного в абсолютно жесткую оболочку. Исследованием напряженнодеформированного состояния оболочек, расположенных горизонтально под действием сил тяжести заполнителя занимались А.С. Вольмир [22], В.А. Иванов, Ф.Х.Сафиуллин, Р.М. Зарипов, А.З.Камалов. В работе В.А. Иванова, Ф.Х.Сафиуллина [43] рассматривалась деформация длинных цилиндрических оболочек с заполнителем, опирающихся на равноотстоящие друг от друга узкие опоры или на сплошные опоры.

В работе К.Ф. Шагивалеева [100] приведены аналитические решения по определению влияния заполнителя на цилиндрическую оболочку при изгибе. Он решал задачу в упругой постановке. По результатам расчетов К.Ф. Шагивалеев сделал вывод, что заполнитель существенно влияет на напряженно-деформированное состояние оболочки. В расчетах он вводит две модели упругого заполнителя: Власова и Винклера. Установил, что модель Власова более верна.

Изгиб цилиндрической оболочки с заполнителем при действии осесимметричной нагрузки рассматривается в работах [44-46]. В работе [44] используются решения плоской задачи теории упругости. В работах [22,42,44-46,90] приведен анализ неосесимметричного напряженно-деформированного состояния конструкций.

Исследования устойчивости оболочек с заполнителем при воздействии статических и динамических нагрузок. отражены в работах [20,40,43,44,47,68,70,90,93,95,96]. В [21] заполнитель рассматривают как систему плоских дисков, не связанных между собой. Строгий подход, основанный на решении уравнений трехмерной теории упругости для заполнителя, был использован в работе [43] при решении задач устойчивости цилиндрической оболочки со сплошным заполнителем при осевом сжатии и внешнем давлении и их комбинации. Расчетная схема получается простой и полученные результаты согласуются с экспериментальными [43]. Эта модель нашла применение при решении других задач устойчивости оболочек.

Устойчивость цилиндрической оболочки с тяжелым заполнителем подкрепленной кольцом рассматривалось у Н.А. Федорова [95].

В последние годы все более важной проблемой при проектировании тонкостенных конструкций, заполненных жидкостью, становится уязвимость против высокоскоростных ударных нагрузок [111]. Передаваемые через жидкость импульс и кинетическая энергия увеличивают риск разрушения окружающей оболочки. В работах J.A. Artero-Guerrero et al. [111], F. Gao et al. [126], M. Kristoffersen et al. [143], G.Y. Lu et al. [148], M. Nishida, K. Tanaka [156], M. Sauer [162], Q.H. Shah [163], D. Varas et al. [170] экспериментально и теоретически с применением компьютерного моделирования исследовалось деформирование пустых и заполненных жидкостью цилиндрических оболочек при взрывных и ударных воздействиях. Оценивалось влияние параметров нагрузки (масса заряда, его расстояние до оболочки, масса и скорость ударника и т.д.), геометрических и деформационных параметров оболочки на ее прочность. Показано, что результаты с точки зрения кривых сила – смещение очень похожи для пустых и открытых наполненных жидкостью труб, в то время как закрытые трубы реагируют по-другому из-за повышения внутреннего давления.

Используемые в морских платформах колонны, состоящие из двух вложенных друг в друга цилиндрических стальных труб, пространство между которыми заполнено бетоном (Concrete Filled Double Skin Steel Tube - CFDST), обладают определенными преимуществами по сравнению с классическими аналогами – трубой заполненной бетоном (Concrete Filled Steel Tube – CFST) [122]. Трехслойные композитные оболочки CFDST используются также в подводных трубопроводах [172]. В работах S. Aghdamy et al. [104], T. Ekmekyapar, H. Ghanim Hasan [122,134], X. Qian et al. [159], A.S. Shakir et al. [164], F.-C. Wang, L. -H. Han [172], Y. Wang et al. [174,175], R. Wang, L.-H. Han, Z. Tao [176,177] представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований влияния внутренней стальной трубы на деформирование и устойчивость колонн CFDST при осевом сжатии и боковом ударном нагружении, внутреннем и внешнем гидростатическом давлении. Варьировались геометрические параметры оболочек и классы бетона (нормальная прочность и высокая прочность). Проведены параметрические исследования влияния прочности внешней и внутренней оболочек, бетона и отношения пустот на характеристики сжатия и изгиба композитных трубопроводов, подвергаемых воздействию давления.

Показано, что наличие внутренней трубы повышает устойчивость композитной оболочки. Колоны CFDST более устойчивы по сравнению с колоннами CFST, если используется правильная конфигурация внутренней стальной трубы. По результатам исследований были развиты аналитические методы решения задачи и определены области их эффективного применения.

В работе Т.Г.Федоровой [96] приведена геометрически и физически нелинейная вычислительная модель упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочечных конструкций большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов. Расчет выполнен с применением программного комплекса «Динамика-3 [25,86]. В целом полученные значения критической нагрузки согласуются с экспериментальными данными. Однако в задаче поперечного изгиба шарнирно опертой цилиндрической оболочки теоретическое значение критической нагрузки превышает экспериментальное значение, примерно, в 2 раза. Поскольку такая погрешность была приемлемой для полученной оценки устойчивости, проектируемой крупно габаритной автоцистерны для транспортировки сыпучих материалов, причина такого значительного рассогласования расчетных и экспериментальных данных в рамках [96] не изучалась.

Анализ результатов перечисленных работ позволяет сказать, что при увеличении жесткости заполнителя критическое давление возрастает, причем это возрастание

наибольшее при действии радиального давления и наименьшее - при осевом сжатии. При жестком склеивании оболочек с заполнителем увеличивается осевая критическая нагрузка на 8-10%. Это обусловлено тем, что главным фактором, влияющим на потерю устойчивости оболочек с заполнителем, является радиальное напряжение.

Существующие приближенные модели устойчивости тонкостенных конструкций либо привязаны к конкретным системам, либо приводят к результатам, значительно отличающимся от экспериментальных. Компьютерное моделирование деформирования и потери устойчивости оболочек с заполнителем в общей постановке приводит к сложностям вычислительного характера. Поэтому для определения критических нагрузок в настоящее время актуальна разработка простых и надежных формул, учитывающих взаимодействие оболочек с заполнителем.

#### 1.4. Выводы по главе 1.

Приведенный выше анализ литературы позволяет сделать следующие выводы.

- Математическое моделирование, вычислительные методы и компьютерное моделирование играют важную роль в исследовании устойчивости цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе.
- Для повышения эффективности компьютерного моделирования потери устойчивости и закритического поведения цилиндрических оболочек с заполнителем необходимо экспериментально и теоретически исследовать факторы, влияющие на точность численного решения.
- 3. Для проведения экспресс анализа необходимо разработать и верифицировать эмпирическую формулу оценки критической нагрузки при изгибе цилиндрической оболочки с заполнителем. Для ее верификации должны быть проведены натурные вычислительные эксперименты исследования И упругопластического выпучивания полых и заполненных сыпучим материалом цилиндрических оболочек при изгибе.

# 2. Экспериментальный анализ изгиба и упругопластического выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем

Цель экспериментального исследования – определение величины критической нагрузки и анализ:

а) формы потери устойчивости,

б) влияния сыпучего заполнителя на потерю устойчивости образца при упругопластическом изгибе,

в) закритического поведения тонкостенных оболочек вращения.

Задачи исследования – выбор образцов, разработка методики проведения экспериментов, проведение экспериментов, обработка и анализ результатов.

### 2.1 Экспериментальные установки, приборы, материалы и образцы для испытаний

Натурные испытания устойчивости большегабаритных емкостей для транспортировки сыпучих материалов требуют больших финансовых вложения. Поэтому в данной диссертационной работе испытания проводились на модельных образцах, в качестве которых рассматривались тонкостенные цилиндрические оболочки.



Рис.2.1.1 Испытательный стенд. Образец после деформирования.

Проведено несколько серий экспериментов:

а) изгиб консольно закрепленного образца поперечной силой;

б) чистый изгиб образца, опирающегося на шарнирные опоры;

в) чистый изгиб консольно закрепленного образца.

Установка испытания жестко закрепленных одним торцом цилиндрических тонкостенных оболочек при изгибе поперечной силой (рис.2.1.1) состояла из: модельного образца (1), нагружающего устройства (5), измерителя деформаций (4), тензорезисторов (2), измерительных приборов (3), штатива (6). В качестве приборов для измерения применялись индикаторы часового типа и электронный штангенциркуль. Деформации в исследуемой оболочки замерялись тензорезисторами, подключенными по полумостовой схеме к измерителю деформаций.



Рис.2.1.2. Испытательный стенд.

Экспериментальный стенд для испытания на чистый изгиб образца, опирающегося на шарнирные опоры (рис.2.1.2) состоял из: модельного образца (1), нагружающего устройства (2), измерительных приборов ИЧ-10 (3), измерителя деформаций ИДЦ-1 (4), тензорезисторов (5), цифровой фотокамеры и осветительного оборудования. На цилиндрическую тонкостенную оболочку, шарнирно опертую на опоры с консолями, прикладывается по торцам поперечная нагрузка, направленная вертикально вниз.



Рис.2.1.3. Испытательный стенд.

Экспериментальная установка для испытания на чистый изгиб консольно закрепленного образца (рис.2.1.3) состояла из: модельного образца (1), тензорезисторов (2), индикаторов часового типа (3), измерителя деформаций (4), динамометров (5), подвесок с грузами (6), штативов (7). Используемые для эксперимента измерительные приборы: индикаторы часового типа ИЧ-10, измеритель деформаций ИДЦ-1 с тензорезисторами, стрелочные динамометры и электронный штангенциркуль.

В качестве конструкционных материалов образцов были выбраны алюминиевые сплавы Д16Т, 3004 или его модификация – сплав 3104 в состоянии Н19. Выбор был обусловлен тем, что при одинаковых нагрузках алюминиевые образцы испытывают большие перемещения и деформации по сравнению со стальными образцами.

На несущую способность оболочек существенное влияние оказывают начальные несовершенства. Характерные виды несовершенств:

a) неоднородность свойств (плотности, деформационных и прочностных характеристик) конструкционного материала по длине образца, б) изменения геометрических форм образцов – незначительная овальность образцов, начальные вмятины на поверхности оболочек, различная толщина по длине образца, изменение параметров начальной погиби.

С целью уменьшения расхождения результатов экспериментальных исследований, использовались образцы из одной заводской партии, состоящей из 100 оболочек, выполненных из алюминиевой ленты по технологии вытяжки с утонением. На заводе каждая партия проходила проверку на световом тестере на наличие несовершенств и отклонений от идеальной цилиндрической поверхности. Кроме того, электронным штангенциркулем Matrix 31611 замерялись диаметры в двух направлениях и толщина оболочки в 4-х точках по окружности. Погрешность измерения не превышает 0,01мм. Для приведения образцов в рабочее положение с заводских оболочек срезались днища. Их срезали на станке тонким лезвием со специальным приспособлением, обеспечивающим параллельность торцов. Если в процессе резки получались вмятины, то такие образцы отбраковывались.

Размеры образцов подбирались с учетом условий физического и геометрического подобия с большегабаритными автоцистернами, изготавливаемых на заводе ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель». Для транспортировки сыпучих грузов заводская цистерна имеет следующие размеры: R'=1225мм – наружный радиус, h'=3.5мм - толщина стенки цистерн.

Параметры подобия для 3 серии образцов:

$$\alpha_1 = \frac{R}{R'} = 0,034, \quad \alpha_3 = \frac{h}{h'} = 0,034$$
 (2.1.1)

Если α<sub>1</sub>=α<sub>3</sub>, то условие геометрического подобия для выбранного образца удовлетворяются.

Для 4 серии образцов параметры подобия:

$$\alpha_1 = \frac{R}{R} = 0.02, \ \alpha_3 = \frac{h}{h} = 0.02$$
 (2.1.2)

где R=32,75мм, h=0,1мм - радиус и толщина стенки образца, R'=1275мм, h'=5мм - радиус и толщина стенки изготавливаемых на заводе цистерн для транспортировки сыпучих грузов.

Для 5 серии образцов параметры подобия:

$$\alpha_1 = \frac{R}{R} = 0.02, \quad \alpha_3 = \frac{h}{h} = 0.02, \quad \frac{L}{R} = 3.36, \quad \frac{L}{R} = 3.36.$$
 (2.1.3)

где  $R' = 1275_{MM}, h' = 5_{MM}, L' = 4280_{MM}$  – радиус, толщина стенки и длина цистерн для транспортировки сыпучих грузов. Если  $\alpha_1 = \alpha_3$ , то условие геометрического подобия для выбранного образца удовлетворяются.

Размеры всех испытанных образцов внесены в таблицу 2.1.1

Таблица 2.1.1

| Серия     | Радиус | Толщина      | Длина | h/R    | L/R   | Материал    |
|-----------|--------|--------------|-------|--------|-------|-------------|
| испытаний | R, мм  | стенки h, мм | L, мм |        |       | образца     |
| 1         | 32,8   | 0,1          | 135   | 0,003  | 4,1   | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | 3004        |
| 2         | 32,8   | 0,1          | 270   | 0,003  | 8,2   | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | 3004        |
| 3         | 41,5   | 0,12         | 165   | 0,0029 | 4     | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | 3004        |
| 4         | 32,8   | 0,1          | 435   | 0,003  | 13,26 | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | 3004        |
| 5         | 32,8   | 0,1          | 110   | 0,003  | 3,35  | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | 3004        |
| 6         | 41,2   | 0,42         | 171   | 0,01   | 4,15  | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | Д16Т        |
| 7         | 41,2   | 0,42         | 348   | 0,01   | 8,30  | Алюм. сплав |
|           |        |              |       |        |       | Д16Т        |

Механические характеристики испытуемых образцов, определялись по диаграмме деформирования, полученной на испытательной машине ZWICK в лаборатории машиностроительного факультета ФГБОУ ВПО ЧГУ им. И.Н. Ульянова совместно с д.т.н., профессором Петровым М.В. Сведения об основных технических характеристиках испытательной машины ZWICK:

- диапазон нагрузок: 30кН
- диапазон скоростей деформаций: 0,0005...1000мм/мин
- форма образцов: плоские 1-3мм, цилиндрические
- средства измерений: измерители деформаций, измерители силы.



Рис.2.1.4. Диаграмма испытываемых образцов.

Диаграмма деформирования (рис.2.1.4) определена в соответствии ГОСТ 1497-84 при растяжении образцов, вырезанных из оболочки в окружном и меридиональном направлениях.

#### 2.2. Методики испытаний

# 2.2.1. Испытание консольных цилиндрических оболочек на изгиб поперечной нагрузкой

Схема стенда для испытания консольных цилиндрических оболочек 1,2,3,6,7 серии на изгиб поперечной нагрузкой показана на рис.2.2.1. Стенд выполнен из стали. Жесткая заделка для испытания образцов выполнялась следующим образом. Металлическая муфта, выточенная по внутреннему диаметру образца, жестко закреплялась на стенде. На муфту насаживался испытываемый образец. По наружному контуру образца надевались полукольца, которые стягивались между собой и также крепились к металлической раме. Отсутствие перемещений проверялось индикаторами часового типа.



Рис.2.2.1. Схема испытаний.

Испытание оболочек на устойчивость проводили поэтапно. Вначале были испытаны пустые образцы, а затем с сыпучим заполнителем. К свободному торцу оболочки прикладывалась нагрузка *F*, которая пошагово увеличивалась до тех пор, пока образец не потеряет устойчивость. После каждого шага увеличении вертикальной нагрузки замерялись показания индикаторов и тензорезисторов, диаметры оболочки.

На наружную поверхность образца в верхней и нижней точках на расстоянии 10 мм от жесткой заделки в двух направлениях наклеивались клеем циакрин тензорезисторы. Они подключались в электрическую цепь и к измерителю деформаций ИДЦ-1. На свободном конце оболочки устанавливался индикатор часового типа ИЧ-10. На каждом этапе нагружения образца выполнялось фиксирование показаний индикатора часового типа, замеряющего перемещения на свободном конце; и прибора ИДЦ-1, замеряющий деформации в верхней и нижней точке на расстоянии 10 мм от жесткой заделки в двух направлениях. Электронным штангенциркулем Matrix 31611 замерялись диаметры в двух направлениях в трех поперечных сечениях по длине образца: в сечении 1-1 на расстоянии 10 мм от заделки, в сечении 2-2 в середине образца и в сечении 3-3 на расстоянии 20 мм от свободного конца в месте измерения перемещений; изучение деформированной формы образца. Конечная форма деформированного образца фиксировалась с помощью фотоаппарата.

Технические характеристики индикатора часового типа ИЧ-10 по ГОСТ 577-68: диапазон измерений 0-10мм, цена деления 0,01мм, класс точности 1.

Деформации в исследуемых образцах замерялись следующим образом. На каждый образец в верхней и нижней точках были приклеены по 2 тензорезистора, включенных по полумостовой схеме к измерителю деформаций цифровому ИДЦ-1. Технические
характеристики измерителя деформаций цифрового ИДЦ-1: время одного измерения: 2сек, цена одной единицы дискретности показаний прибора 10 ЕОД, основная погрешность: не более 20 ЕОД, сопротивление применяемых тензорезисторов: 50...500 Ом, количество измерительных каналов 10.

Основные технические характеристики тензорезистора типа КФ5П1-10-200 А-12 (бумажная термостойкая подложка фенилон с одиночным чувствительным элементом, пропитанная фенольным клеем VBC-10T): номинальное электрическое сопротивление 200 Ом, номинальная база 10 мм, максимальная измеряемая деформация: ±3000 мкм/м, чувствительность 2,1±0,2.

Проведение экспериментов фиксировалось цифровой фотокамерой Casio Exilim Pro EX-F1. Технические характеристики фотокамеры: форматы изображения 1JPEG, RAW; ЖК-экран 230160 пикселов, 2.80 дюйма; чувствительность 100-1600 ISO, AutoISO; максимальная серия снимков 60 для JPEG; скорость съемки 60 кадр/сек; максимальное разрешение 2816х2112; физическое разрешение 1/1.8; число эффективных пикселов 6млн.

В предполагаемом месте потери устойчивости, т.е. в месте образования первой вмятины, на расстоянии 10мм от жесткой заделки образца замерялись меридиональные и кольцевые деформации. В этих местах на предварительно очищенную и обезжиренную поверхность приклеивались цианокрилатным клеем тензорезисторы. Приклеивалось по 2 тензодатчика в кольцевом и осевом направлениях в верхней и нижней точках соответственно. До проведения испытаний тензорезисторы проверялись на целостность цепи решетки. При обнаружении дефектов тензорезисторы заменялись на новые. На каждом испытываемом образце устанавливалось 4 тензорезистора И пятый компенсационный тензорезистор устанавливался на пластинку, сделанную из того же материала, что и образцы.

Техническая характеристика клея циакрин – ЭО цианокрилатный быстросхватывающийся, холодного отверждения, температурный диапазон работы от -80°С до +80°С.

2.2.2. Испытание оболочки, опертой на две шарнирные опоры с консолями на чистый изгиб.

37



Рис.2.2.2. Схема испытания.

Испытания проводились на четвертой серии образцов: На цилиндрическую тонкостенную оболочку, шарнирно опертую на 2 опоры с консолями (рис.2.2.2), прикладывалась поперечная нагрузка по концам, направленная вертикально вниз. Испытывались образцы без заполнителя и заполненные железным порошком ПЖ-5 насыпной плотностью p=2,66г/см<sup>3</sup>.

Предварительная подготовка:

a) на готовую оболочку приклеивались тензорезисторы в осевом и кольцевом направлениях сверху и снизу. Приклеивались они в середине, в предполагаемом месте потери устойчивости.

б) тензорезисторы подсоединяли к измерителю деформаций ИДЦ-1 через провода,

в) оболочку ставили на две неподвижные опоры таким образом, чтобы пролет между опорами был равен вылету консоли рис.2.2.2,

г) устанавливали два индикатора: 1 – в середине снизу, 2 – на торце, в месте приложения нагрузки,

д) установка готова к испытанию.

Испытываемая оболочка в местах соединения образцов устанавливается на две неподвижные опоры рис.2.2.2. Опоры являются жесткими, устойчивыми, выполнены из стали в виде уголков. Стыковали образцы следующим образом:

- у образцов срезались днища,

- склеиваемые поверхности зачищались,

- по торцам образцов наносился эпоксидный клей ЭДП с внутренней стороны по всему контуру,

- была изготовлена металлическая втулка по внутреннему диаметру образца из стали,

- на металлическую втулку по наружной стороне наносился клей БФ-2 тонким слоем,

- на втулку с клеем надевались два образца с каждой стороны соответственно,

- излишки клея убирались,

- после высыхания клея, т. е. через 24 часа можно оболочку испытывать.

Испытание оболочки на устойчивость проводилось следующим образом:

 а) при нулевой нагрузке фиксируем показания индикаторов, тензорезисторов, прибором ИДЦ-1, измеряем диаметры оболочки в осевом и кольцевом направлениях штангенциркулем в пяти сечениях по длине образца (сечение 1-1 на левой опоре, сечение 2-2 в середине консоли слева, сечение 3-3 в середине оболочки между опорами, сечение 4-4 в середине консоли справа, сечение 5-5 на правой опоре);

б) вертикальную нагрузку, приложенную по концам оболочки, увеличивали с шагом 10Н;

в) на каждом этапе замеряем показания индикаторов, тензорезисторов прибором ИДЦ-1, измеряем диаметры оболочки в осевом и кольцевом направлениях штангенциркулем;

г) вертикальную нагрузку увеличиваем до критической, при которой происходит потеря устойчивости оболочки;

д) фиксируем деформированную форму образца с помощью фотоаппарата.

Испытание оболочки на чистый изгиб с заполнителем проводили аналогично выше изложенному. До испытания в подготовленную оболочку через отверстие в торце насыпали железный порошок ПЖ-5 насыпной плотностью 2,66г/см<sup>3</sup> и общим весом 3500гр. Загрузка оболочки выполнялась на 80% процентов по объему. Затем это отверстие заклеивалось. Порошок равномерно распределяли по оболочке и устанавливали на две металлические опоры для испытания.

#### 2.2.3. Испытание консольно-закрепленной оболочки на чистый изгиб.

Исследовалась потеря устойчивости пустых и заполненных сыпучим веществом консольно закрепленных цилиндрических оболочек серии 5 при чистом изгибе (рис.2.2.3).

39



Рис.2.2.3. Схема испытания на чистый изгиб.

#### Подготовка к эксперименту.

Замерялись диаметры образца в двух направлениях в трех сечениях электронным штангенциркулем, с погрешностью измерения 0.01мм. На наружной поверхности образца посередине в двух направлениях снизу и сверху были приклеены тензорезисторы. Ими замерялись деформации, возникающие в оболочке. Тензорезисторы были подключены к измерителю деформаций цифровой ИДЦ–1, включенных по полумостовой схеме. На свободный конец образца надевалась металлическая ось, другой торец жестко закреплялся в испытательном стенде. На свободном торце образца снизу и в середине образца сверху устанавливались индикаторы часового типа ИЧ-10. Они замеряли перемещения, возникающие в образцах под действием внешней нагрузки.

#### Методика испытания оболочки на чистый изгиб.

Эксперимент проводился в следующей последовательности. На свободный торец образца прикладывалась пара сил, создающая изгибающий момент. Его увеличивали до потери устойчивости образца, которая сопровождалась хлопком и образованием вмятин.

В процессе нагружения перемещения исследуемого образца замерялись индикаторами часового типа ИЧ-10. Один индикатор замерял перемещения в середине образца сверху, другой индикатор замерял перемещения на свободном торце снизу. Значения деформаций показывал прибор – измеритель деформаций ИДЦ-1, к которому были подключены тензорезисторы, приклеенные в середине образца вдоль образующей сверху и снизу. Деформированная форма образца была зафиксирована с помощью фотоаппарата.

Испытание образцов осуществляли в следующей последовательности. Вначале испытывали пустые образцы, а затем, загруженные сыпучим веществом на 30%, 60% и 90% по объему. Сыпучим веществом являлся железный порошок ПЖ-5 насыпной плотностью  $\rho = 2,66 \epsilon / c m^3$ .

40

#### 2.3. Результаты испытаний и их анализ

# 2.3.1. Изгиб консольно закрепленной цилиндрической оболочки поперечной нагрузкой.

Первый эксперимент – изгиб консольно-закрепленной оболочки без заполнителя, нагрузка приложена на свободном торце вертикально вниз. По окончании экспериментов была проведена статистическая обработка результатов. Из обработки результатов были исключены данные экспериментов, которые сильно отличались от массовых данных. В итоге было выбрано 10 экспериментов. Их данные представлены в таблице 2.3.1.

Таблица 2.3.1.

| F,кН  | 0    | бразец 1 |                  | C    | Образец 2 |                  |      | Образец 3 |                  |  |
|-------|------|----------|------------------|------|-----------|------------------|------|-----------|------------------|--|
|       | у,   | Δy,      | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , |  |
|       | ММ   | ММ       | MM <sup>2</sup>  | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  |  |
| 0,002 | 0    | 0        | 0                | 0    | 0         | 0                | 0    | 0         | 0                |  |
| 0,022 | 0,02 | 0        | 0                | 0,03 | 0,027     | 0,0078           | 0,03 | 0,027     | 0,0078           |  |
| 0,042 | 0,05 | 0,006    | 0                | 0,06 | 0,016     | 0,0002           | 0,05 | 0,006     | 0,00004          |  |
| 0,062 | 0,09 | 0,0115   | 0,0003           | 0,09 | 0,0175    | 0,0003           | 0,08 | 0,007     | 0,00006          |  |
| 0,082 | 0,11 | 0,014    | 0,0002           | 0,12 | 0,024     | 0,0006           | 0,11 | 0,014     | 0,00019          |  |
| 0,102 | 0,13 | 0,007    | 0                | 0,15 | 0,027     | 0,0007           | 0,13 | 0,007     | 0                |  |
| 0,122 | 0,16 | 0,01     | 0,0001           | 0,18 | 0,01      | 0,0001           | 0,16 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,142 | 0,19 | 0,02     | 0,0004           | 0,20 | 0,01      | 0,0001           | 0,18 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,162 | 0,22 | 0,01     | 0,0001           | 0,23 | 0,01      | 0,0001           | 0,20 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,182 | 0,24 | 0,02     | 0,0004           | 0,26 | 0,02      | 0,0004           | 0,22 | 0,03      | 0,0009           |  |
| 0,202 | 0,27 | 0,02     | 0,0004           | 0,29 | 0,02      | 0,0004           | 0,24 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,222 | 0,3  | 0,01     | 0,0001           | 0,31 | 0,01      | 0,0001           | 0,27 | 0,04      | 0,0016           |  |
| 0,242 | 0,32 | 0,02     | 0,0004           | 0,33 | 0,01      | 0,0001           | 0,29 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,262 |      |          |                  | 0,38 | 0,01      | 0,0001           | 0,32 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,272 |      |          |                  | 0,41 | 0,01      | 0,0001           | 0,35 | 0,01      | 0,0001           |  |

| F,кН  | Образец 4 |        |                  | C    | Образец 5 |                  |      | Образец 6 |                  |  |
|-------|-----------|--------|------------------|------|-----------|------------------|------|-----------|------------------|--|
|       | у,        | Δy,    | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , |  |
|       | ММ        | ММ     | MM <sup>2</sup>  | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  |  |
| 0,002 | 0         | 0      | 0                | 0    | 0         | 0                | 0    | 0         | 0                |  |
| 0,022 | 0,15      | 0,013  | 0,0001           | 0,01 | 0,01      | 0,0001           | 0,03 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,042 | 0,03      | 0,014  | 0,0002           | 0,03 | 0,014     | 0,0002           | 0,05 | 0,006     | 0,00004          |  |
| 0,062 | 0,05      | 0,0225 | 0,0005           | 0,06 | 0,0125    | 0,0001           | 0,08 | 0,008     | 0                |  |
| 0,082 | 0,07      | 0,026  | 0,0007           | 0,1  | 0,004     | 0                | 0,1  | 0,004     | 0                |  |
| 0,102 | 0,1       | 0,023  | 0,0005           | 0,13 | 0,007     | 0                | 0,13 | 0,007     | 0                |  |
| 0,122 | 0,13      | 0,01   | 0,0001           | 0,16 | 0,01      | 0,0001           | 0,15 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,142 | 0,16      | 0,02   | 0,0004           | 0,18 | 0,01      | 0,0001           | 0,17 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,162 | 0,19      | 0,01   | 0,0001           | 0,21 | 0,01      | 0,0001           | 0,2  | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,182 | 0,22      | 0,02   | 0,0004           | 0,24 | 0,02      | 0,0004           | 0,23 | 0,03      | 0,0009           |  |
| 0,202 | 0,25      | 0,02   | 0,0004           | 0,3  | 0,02      | 0,0004           | 0,26 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,222 | 0,29      | 0,01   | 0,0001           | 0,33 | 0,01      | 0,0001           | 0,29 | 0,04      | 0,0016           |  |
| 0,242 | 0,32      | 0,02   | 0,0004           | 0,39 | 0,01      | 0,0001           | 0,33 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,252 | 0,33      | 0,02   | 0,0004           |      |           |                  | 0,34 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,262 | 0,34      | 0,03   | 0,0009           |      |           |                  |      |           |                  |  |

| F,кН  | 0     | бразец 7 |                  | 0    | Образец 8 |                  |      | Образец 9 |                  |  |
|-------|-------|----------|------------------|------|-----------|------------------|------|-----------|------------------|--|
|       | у,    | Δy,      | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , |  |
|       | мм    | ММ       | мм <sup>2</sup>  | мм   | ММ        | MM <sup>2</sup>  | мм   | мм        | MM <sup>2</sup>  |  |
| 0,002 | 0     | 0        | 0                | 0    | 0         | 0                | 0    | 0         | 0                |  |
| 0,022 | 0,02  | 0        | 0                | 0,01 | 0,01      | 0,0001           | 0,03 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,042 | 0,04  | 0,004    | 0                | 0,03 | 0,014     | 0,0002           | 0,05 | 0,006     | 0                |  |
| 0,062 | 0,055 | 0,017    | 0,0003           | 0,05 | 0,022     | 0,0005           | 0,08 | 0,007     | 0                |  |
| 0,082 | 0,07  | 0,026    | 0,0007           | 0,07 | 0,026     | 0,0007           | 0,1  | 0,004     | 0,00001          |  |
| 0,102 | 0,1   | 0,023    | 0,0005           | 0,1  | 0,023     | 0,0005           | 0,13 | 0,007     | 0,00005          |  |
| 0,122 | 0,12  | 0,01     | 0,0001           | 0,13 | 0,01      | 0,0001           | 0,16 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,142 | 0,15  | 0,02     | 0,0004           | 0,16 | 0,01      | 0,0001           | 0,18 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,162 | 0,18  | 0,01     | 0,0001           | 0,19 | 0,01      | 0,0001           | 0,2  | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,182 | 0,21  | 0,02     | 0,0004           | 0,22 | 0,02      | 0,0004           | 0,22 | 0,03      | 0,0009           |  |
| 0,202 | 0,23  | 0,02     | 0,0004           | 0,25 | 0,02      | 0,0004           | 0,24 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,222 | 0,25  | 0,01     | 0,0001           | 0,28 | 0,01      | 0,0001           | 0,26 | 0,04      | 0,0016           |  |
| 0,242 | 0,28  | 0,02     | 0,0004           | 0,3  | 0,01      | 0,0001           | 0,28 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,262 | 0,31  | 0,03     | 0,0009           | 0,32 | 0,01      | 0,0001           | 0,3  | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,272 | 0,32  | 0,01     | 0,0001           |      |           |                  | 0,31 | 0,01      | 0,0001           |  |
| 0,282 | 0,34  | 0,01     | 0,0001           |      |           |                  |      |           |                  |  |

| F,кН  | 0    | бразец 10 |                  |
|-------|------|-----------|------------------|
|       | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , |
|       | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  |
| 0,002 | 0    | 0         | 0                |
| 0,022 | 0,02 | 0         | 0                |
| 0,042 | 0,05 | 0,006     | 0                |
| 0,062 | 0,09 | 0,017     | 0,0003           |
| 0,082 | 0,11 | 0,014     | 0,0002           |
| 0,102 | 0,13 | 0,007     | 0                |
| 0,122 | 0,16 | 0,01      | 0,0001           |
| 0,142 | 0,19 | 0,02      | 0,0004           |
| 0,162 | 0,22 | 0,01      | 0,0001           |
| 0,182 | 0,24 | 0,02      | 0,0004           |
| 0,202 | 0,27 | 0,02      | 0,0004           |
| 0,222 | 0,3  | 0,01      | 0,0001           |
| 0,242 | 0,32 | 0,02      | 0,0004           |
| 0,262 | 0,36 | 0,03      | 0,0009           |

Результаты испытаний десяти образцов сведены в общую таблицу 2.3.2 и по ним вычислена погрешность проведенных опытов.

Таблица 2.3.2

| No | F <sub>cr</sub> ,кН | у, мм | Δу,мм | $(\Delta y)^2$ , mm <sup>2</sup> |
|----|---------------------|-------|-------|----------------------------------|
| 1  | 0,242               | 0,32  | 0,028 | 0,000784                         |
| 2  | 0,272               | 0,41  | 0,062 | 0,003844                         |
| 3  | 0,272               | 0,35  | 0,002 | 0,000004                         |
| 4  | 0,262               | 0,34  | 0,008 | 0,000064                         |
| 5  | 0,242               | 0,39  | 0,042 | 0,00176                          |
| 6  | 0,252               | 0,34  | 0,008 | 0,000064                         |
| 7  | 0,282               | 0,34  | 0,008 | 0,000064                         |
| 8  | 0,262               | 0,32  | 0,028 | 0,000784                         |
| 9  | 0,272               | 0,31  | 0,038 | 0,001444                         |
| 10 | 0,262               | 0,36  | 0,012 | 0,000144                         |
| Σ  |                     |       | 0,236 | 0,008956                         |

По методике [88] выполнена статическая обработка результатов экспериментов. К началу математической обработки результатов измерений были выявлены и устранены все систематические ошибки. Среднеарифметическая величина математического ожидания для каждого шага перемещения считалась по формуле:

$$W(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i(t), \qquad (2.3.1)$$

где *п*-число измерений. Среднеарифметическая величина прогиба, при котором происходила потеря устойчивости, составила 0,348мм. Погрешность значений перемещений на каждом шаге вычислялась следующим образом:

$$\Delta y(t) = W(t) - y_i(t), \qquad (2.3.2)$$

Среднеквадратичную погрешность *S<sub>w</sub>* результата серии измерений определялась по формуле [88]:

$$S_{w} = \sqrt{\frac{\sum \Delta y_{i}^{2}(t)}{n(n-1)}}$$
 (2.3.3)

Подставляя в (2.3.3) значения  $\Delta y_i$  из таблицы 2.3.2 и получим  $S_w = 0,01$ 

Коэффициент Стьюдента t(n) [88] при значении надежности P=0,95 получается равным 2,262. Границы доверительного интервала (погрешность результата измерений)  $\Delta W(t) = t(n)S_w$  равны 0,0226. Относительная погрешность результата измерений:

$$\frac{\Delta W(t)}{W(t)} \times 100\% = 6,5\%$$
(2.3.4)

По результатам десяти испытаний среднее значение величины критической силы *F* составило 0,262кН.

В процессе испытания образцов, электронным штангенциркулем замерялись диаметры в двух направлениях (в горизонтальном и вертикальном) в трех поперечных сечениях по длине образца (в сечении 1-1 на расстоянии 10 мм от заделки, в сечении 2-2 в середине образца, в сечении 3-3 на расстоянии 20 мм от свободного конца). Осредненные значения результатов замеров диаметров по 10 испытанным образцам внесены в таблицу 2.3.3.

| Таблица | 2.3 | 3.3 |
|---------|-----|-----|
|         |     |     |

| F,кН  | L=1                 | Омм                 | L=82                | 2,5мм                      | L=14                | 45мм                |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|---------------------|
|       | D <sub>г</sub> , мм | D <sub>в</sub> , мм | D <sub>г</sub> , мм | <b>D</b> <sub>в</sub> , мм | D <sub>г</sub> , мм | D <sub>в</sub> , мм |
| 0,002 | 83,30               | 83,40               | 83,20               | 83,50                      | 83,50               | 84,00               |
| 0,022 | 83,40               | 83,50               | 83,30               | 83,50                      | 83,55               | 84,00               |
| 0,042 | 83,60               | 83,60               | 83,40               | 83,50                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,062 | 83,60               | 83,60               | 83,40               | 83,55                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,082 | 83,60               | 83,60               | 83,40               | 83,60                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,102 | 83,6                | 83,6                | 83,35               | 83,55                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,122 | 83,6                | 83,6                | 83,3                | 83,5                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,142 | 83,7                | 83,55               | 83,3                | 83,4                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,162 | 83,7                | 83,5                | 83,4                | 83,4                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,182 | 83,6                | 83,5                | 83,4                | 83,4                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,202 | 83,5                | 83,5                | 83,3                | 83,4                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,222 | 83,1                | 81,6                | 84,77               | 81,2                       | 83,6                | 84,00               |
| 0,242 | 83,70               | 81,5                | 84,95               | 81,03                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,262 | 83,3                | 81,4                | 85,18               | 80,87                      | 83,6                | 84,00               |
| 0,282 | 83,7                | 81,3                | 85,4                | 80,7                       | 83,6                | 84,00               |

Для определения деформаций наклеивались тензорезисторы на наружную поверхность образца в сжатой и растянутой зонах на расстоянии 10 мм от жесткой заделки в меридиональном и окружном направлениях. Средние значения показаний тензорезисторов приведены в таблице 2.3.4.

| Таблица 2 | 2.3.4 | ŀ |
|-----------|-------|---|
|-----------|-------|---|

| F,кН  | Пок            | азания         | Дефор               | мации в             | Пов            | азания         | Деформации в       |                 |  |
|-------|----------------|----------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|--------------------|-----------------|--|
|       | тензоре        | зисторов       | растяну             | той зоне            | тензор         | езисторов      | сжато              | сжатой зоне     |  |
|       | в растян       | утой зоне      |                     |                     | в сжа          | той зоне       |                    |                 |  |
|       | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | Δ <sub>1</sub> , мм | Δ <sub>2</sub> , мм | D <sub>3</sub> | D <sub>4</sub> | Δ <sub>3</sub> ,мм | $\Delta_4$ , мм |  |
| 0,002 | 1089           | 1109           | 0,02                | 0,01                | 1320           | 1251           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,022 | 1094           | 1107           | 0,02                | 0,01                | 1314           | 1253           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,042 | 1099           | 1105           | 0,03                | 0,01                | 1308           | 1255           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,062 | 1105           | 1103           | 0,03                | 0,01                | 1302           | 1257           | 0,04               | 0,01            |  |
| 0,082 | 1110           | 1101           | 0,02                | 0,01                | 1294           | 1259           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,102 | 1115           | 1099           | 0,03                | 0,01                | 1288           | 1261           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,122 | 1120           | 1097           | 0,02                | 0,01                | 1283           | 1263           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,142 | 1124           | 1095           | 0,02                | 0,01                | 1278           | 1265           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,162 | 1129           | 1093           | 0,02                | 0,01                | 1273           | 1267           | 0,02               | 0,01            |  |
| 0,182 | 1134           | 1091           | 0,02                | 0,01                | 1268           | 1269           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,202 | 1138           | 1089           | 0,02                | 0,01                | 1263           | 1271           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,222 | 1142           | 1087           | 0,02                | 0,01                | 1258           | 1273           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,242 | 1147           | 1085           | 0,02                | 0,01                | 1253           | 1275           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,262 | 1151           | 1083           | 0,02                | 0,01                | 1247           | 1277           | 0,03               | 0,01            |  |
| 0,282 | 1155           | 1081           |                     |                     | 1241           | 1279           |                    |                 |  |
| Σ     |                |                | 0,66                | 0,28                |                |                | 0,79               | 0,28            |  |

По закону Гука для плоского напряженного состояния

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2), \ \sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_2 + \mu \varepsilon_1)$$
(2.3.5)

определены напряжения в меридиональном и окружном направлениях. Согласно (2.3.5) напряжение в растянутой зоне в меридиональном направлении  $\sigma_1$  равно 1,72МПа, а в окружном направлении  $\sigma_2 = 1,19$ МПа. Напряжение в сжатой зоне в меридиональном направлении равно 2,02МПа; в окружном направлении =1,1МПа;

Второй эксперимент – изгиб поперечной силой консольно-закрепленной оболочки заполненной равномерно на 90% по объему железным порошком ПЖ-5 плотностью р=2,66г/см<sup>3</sup> (вес 2250г.). После заполнения оболочка устанавливается на испытательный стенд. Подготовка и проведение экспериментов осуществляются в соответствии с выше изложенной для пустого образца методикой. По окончании испытаний оболочек была проведена статистическая обработка результатов. Из обработки результатов были исключены данные экспериментов, которые сильно отличались от массовых данных. В итоге было выбрано 10 экспериментов, результаты которых представлены в таблице 2.3.5.

Таблица 2.3.5

| F,кН  |      | Образец | 11               | Образец 12 |       |                  |      | Образец 13 |                  |  |
|-------|------|---------|------------------|------------|-------|------------------|------|------------|------------------|--|
|       | у,   | Δy,     | $(\Delta y)^2$ , | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , | у,   | Δy,        | $(\Delta y)^2$ , |  |
|       | ММ   | ММ      | MM <sup>2</sup>  | MM         | ММ    | мм <sup>2</sup>  | ММ   | ММ         | MM <sup>2</sup>  |  |
| 0,002 | 0    | 0       | 0                | 0          | 0     | 0                | 0    | 0          | 0                |  |
| 0,022 | 0,03 | 0,006   | 0                | 0,02       | 0,004 | 0                | 0,03 | 0,006      | 0                |  |
| 0,042 | 0,06 | 0,014   | 0,0002           | 0,04       | 0,006 | 0                | 0,05 | 0,004      | 0                |  |
| 0,062 | 0,09 | 0,019   | 0,0004           | 0,07       | 0,001 | 0                | 0,08 | 0,009      | 0,00008          |  |
| 0,082 | 0,12 | 0,023   | 0,0005           | 0,09       | 0,007 | 0,0049           | 0,12 | 0,023      | 0,00053          |  |
| 0,102 | 0,15 | 0,027   | 0,0007           | 0,12       | 0,003 | 0                | 0,14 | 0,017      | 0,0003           |  |
| 0,122 | 0,18 | 0,029   | 0,0008           | 0,15       | 0,001 | 0                | 0,17 | 0,019      | 0,0004           |  |
| 0,142 | 0,21 | 0,035   | 0,0012           | 0,18       | 0,005 | 0                | 0,19 | 0,015      | 0,00023          |  |
| 0,162 | 0,24 | 0,039   | 0,0015           | 0,21       | 0,009 | 0                | 0,22 | 0,019      | 0,00036          |  |
| 0,182 | 0,27 | 0,041   | 0,0017           | 0,23       | 0,001 | 0                | 0,24 | 0,011      | 0,00012          |  |
| 0,202 | 0,3  | 0,047   | 0,0022           | 0,25       | 0,003 | 0                | 0,27 | 0,017      | 0,00029          |  |
| 0,222 | 0,32 | 0,046   | 0,0021           | 0,27       | 0,004 | 0                | 0,29 | 0,016      | 0,00026          |  |
| 0,242 | 0,34 | 0,041   | 0,0017           | 0,29       | 0,009 | 0                | 0,32 | 0,021      | 0,00044          |  |
| 0,262 | 0,36 | 0,038   | 0,0014           | 0,31       | 0,012 | 0,0001           | 0,34 | 0,018      | 0,00032          |  |
| 0,282 | 0,38 | 0,032   | 0,001            | 0,33       | 0,018 | 0,0003           | 0,37 | 0,022      | 0,00048          |  |
| 0,302 | 0,4  | 0,026   | 0,0006           | 0,35       | 0,024 | 0,0006           | 0,4  | 0,026      | 0,00068          |  |
| 0,322 | 0,42 | 0,024   | 0,0006           | 0,37       | 0,026 | 0,0007           | 0,42 | 0,024      | 0,00058          |  |
| 0,332 | 0,43 | 0,012   | 0,0002           |            |       |                  | 0,44 | 0,023      | 0,0005           |  |
| 0,342 | 0,44 | 0,005   | 0                |            |       |                  | 0,45 | 0,015      | 0,00023          |  |
| 0,352 | 0,45 | 0,002   | 0                |            |       |                  | 0,46 | 0,008      | 0,00006          |  |

| <b>F,к</b> Н | Образец 14 |       |                  | Образец 15 |       |                  | Образец 16 |       |                  |
|--------------|------------|-------|------------------|------------|-------|------------------|------------|-------|------------------|
|              | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , |
|              | ММ         | ММ    | MM <sup>2</sup>  | MM         | ММ    | MM <sup>2</sup>  | ММ         | ММ    | MM <sup>2</sup>  |
| 0,002        | 0          | 0     | 0                | 0          | 0     | 0                | 0          | 0     | 0                |
| 0,022        | 0,02       | 0,004 | 0                | 0,02       | 0,004 | 0                | 0,03       | 0,006 | 0                |
| 0,042        | 0,04       | 0,006 | 0                | 0,04       | 0,006 | 0                | 0,05       | 0,004 | 0                |
| 0,062        | 0,06       | 0,011 | 0,0001           | 0,06       | 0,011 | 0,0001           | 0,08       | 0,009 | 0,00008          |
| 0,082        | 0,08       | 0,017 | 0,0003           | 0,08       | 0,017 | 0,0003           | 0,1        | 0,003 | 0                |
| 0,102        | 0,1        | 0,023 | 0,0005           | 0,1        | 0,023 | 0,0005           | 0,13       | 0,007 | 0,00005          |
| 0,122        | 0,13       | 0,021 | 0,0004           | 0,13       | 0,021 | 0,0004           | 0,15       | 0,001 | 0                |
| 0,142        | 0,15       | 0,025 | 0,0006           | 0,15       | 0,025 | 0,0006           | 0,17       | 0,005 | 0                |
| 0,162        | 0,17       | 0,031 | 0,001            | 0,17       | 0,031 | 0,001            | 0,2        | 0,001 | 0                |
| 0,182        | 0,2        | 0,029 | 0,0008           | 0,2        | 0,029 | 0,0008           | 0,23       | 0,001 | 0                |
| 0,202        | 0,22       | 0,033 | 0,0011           | 0,22       | 0,033 | 0,0011           | 0,25       | 0,003 | 0                |
| 0,222        | 0,24       | 0,034 | 0,0011           | 0,24       | 0,034 | 0,0011           | 0,27       | 0,004 | 0                |
| 0,242        | 0,26       | 0,039 | 0,0015           | 0,26       | 0,039 | 0,0015           | 0,3        | 0,001 | 0                |
| 0,262        | 0,28       | 0,042 | 0,0017           | 0,29       | 0,032 | 0,001            | 0,32       | 0,002 | 0                |
| 0,282        | 0,3        | 0,038 | 0,0014           | 0,32       | 0,028 | 0,0008           | 0,34       | 0,008 | 0                |
| 0,302        | 0,33       | 0,044 | 0,0019           | 0,35       | 0,024 | 0,0006           | 0,37       | 0,004 | 0                |
| 0,322        | 0,36       | 0,036 | 0,0013           | 0,38       | 0,016 | 0,0003           | 0,39       | 0,006 | 0                |
| 0,332        |            |       |                  | 0,4        | 0,018 | 0,0003           | 0,4        | 0,02  | 0,0003           |
| 0,342        |            |       |                  | 0,41       | 0,025 | 0,0006           |            |       |                  |
| 0,352        |            |       |                  | 0,43       | 0,022 | 0,0005           |            |       |                  |

| <b>F,к</b> Н |      | Образец 1 | 17               | Образец 18 |       |                  | Образец 19 |       |                  |
|--------------|------|-----------|------------------|------------|-------|------------------|------------|-------|------------------|
|              | у,   | Δy,       | $(\Delta y)^2$ , | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , |
|              | ММ   | ММ        | MM <sup>2</sup>  | ММ         | ММ    | мм <sup>2</sup>  | ММ         | ММ    | MM <sup>2</sup>  |
| 0,002        | 0    | 0         | 0                | 0          | 0     | 0                | 0          | 0     | 0                |
| 0,022        | 0,02 | 0,004     | 0                | 0,02       | 0,004 | 0                | 0,03       | 0,006 | 0                |
| 0,042        | 0,04 | 0,006     | 0                | 0,05       | 0,004 | 0                | 0,05       | 0,004 | 0                |
| 0,062        | 0,06 | 0,011     | 0,0001           | 0,07       | 0,001 | 0                | 0,08       | 0,009 | 0,00008          |
| 0,082        | 0,09 | 0,007     | 0                | 0,11       | 0,013 | 0,0001           | 0,1        | 0,003 | 0                |
| 0,102        | 0,11 | 0,013     | 0,0002           | 0,14       | 0,017 | 0,0003           | 0,13       | 0,007 | 0,00005          |
| 0,122        | 0,14 | 0,011     | 0,0001           | 0,17       | 0,019 | 0,0004           | 0,17       | 0,019 | 0,0004           |
| 0,142        | 0,16 | 0,015     | 0,0002           | 0,19       | 0,015 | 0,0002           | 0,21       | 0,035 | 0,0012           |
| 0,162        | 0,18 | 0,021     | 0,0004           | 0,22       | 0,019 | 0,0004           | 0,23       | 0,029 | 0,0008           |
| 0,182        | 0,21 | 0,019     | 0,0004           | 0,25       | 0,021 | 0,0004           | 0,26       | 0,031 | 0,0009           |
| 0,202        | 0,23 | 0,023     | 0,0005           | 0,28       | 0,027 | 0,0007           | 0,29       | 0,037 | 0,0013           |
| 0,222        | 0,25 | 0,024     | 0,0006           | 0,3        | 0,026 | 0,0007           | 0,31       | 0,036 | 0,0013           |
| 0,242        | 0,28 | 0,019     | 0,0004           | 0,32       | 0,021 | 0,0004           | 0,34       | 0,041 | 0,0017           |
| 0,262        | 0,31 | 0,012     | 0,0001           | 0,34       | 0,018 | 0,0003           | 0,36       | 0,038 | 0,0014           |
| 0,282        | 0,35 | 0,002     | 0                | 0,36       | 0,012 | 0,0001           | 0,39       | 0,042 | 0,0018           |
| 0,302        | 0,38 | 0,006     | 0                | 0,38       | 0,006 | 0                | 0,42       | 0,046 | 0,0021           |
| 0,322        | 0,4  | 0,004     | 0                | 0,4        | 0,004 | 0                | 0,44       | 0,044 | 0,0019           |
| 0,332        | 0,41 | 0,008     | 0                | 0,41       | 0,008 | 0                | 0,46       | 0,043 | 0,0018           |
| 0,342        | 0,42 | 0,015     | 0,0002           | 0,42       | 0,015 | 0,0002           | 0,47       | 0,035 | 0,0012           |
| 0,352        |      |           |                  | 0,44       | 0,012 | 0,0001           | 0,48       | 0,028 | 0,0008           |

| F,кН  | Образец 20 |       |                  |  |  |
|-------|------------|-------|------------------|--|--|
|       | у,         | Δy,   | $(\Delta y)^2$ , |  |  |
|       | ММ         | ММ    | мм <sup>2</sup>  |  |  |
| 0,002 | 0          | 0     | 0                |  |  |
| 0,022 | 0,02       | 0,004 | 0                |  |  |
| 0,042 | 0,04       | 0,004 | 0                |  |  |
| 0,062 | 0,06       | 0,011 | 0,0001           |  |  |
| 0,082 | 0,08       | 0,017 | 0,0003           |  |  |
| 0,102 | 0,1        | 0,013 | 0,0002           |  |  |
| 0,122 | 0,12       | 0,031 | 0,001            |  |  |
| 0,142 | 0,14       | 0,035 | 0,0012           |  |  |
| 0,162 | 0,17       | 0,031 | 0,001            |  |  |
| 0,182 | 0,2        | 0,029 | 0,0008           |  |  |
| 0,202 | 0,22       | 0,033 | 0,0011           |  |  |
| 0,222 | 0,25       | 0,024 | 0,0006           |  |  |
| 0,242 | 0,28       | 0,019 | 0,0004           |  |  |
| 0,262 | 0,31       | 0,012 | 0,0001           |  |  |
| 0,282 | 0,34       | 0,008 | 0                |  |  |
| 0,302 | 0,36       | 0,014 | 0,0002           |  |  |
| 0,322 | 0,38       | 0,016 | 0,0003           |  |  |
| 0,332 | 0,39       | 0,028 | 0,0008           |  |  |

Данные по испытанию 10 образцов сведены в общую таблицу 2.3.6 и по этим данным вычислена погрешность проведенных опытов.

Таблица 2.3.6

| N⁰ | F <sub>cr</sub> ,кН | у, мм | Δу, мм | $(\Delta y)^2$ ,mm <sup>2</sup> |
|----|---------------------|-------|--------|---------------------------------|
| 11 | 0,352               | 0,45  | 0,03   | 0,0009                          |
| 12 | 0,322               | 0,37  | 0,05   | 0,0025                          |
| 13 | 0,352               | 0,46  | 0,04   | 0,0016                          |
| 14 | 0,322               | 0,36  | 0,06   | 0,0036                          |
| 15 | 0,352               | 0,43  | 0,01   | 0,0001                          |
| 16 | 0,332               | 0,4   | 0,02   | 0,0004                          |
| 17 | 0,342               | 0,42  | 0      | 0                               |
| 18 | 0,352               | 0,44  | 0,02   | 0,0004                          |
| 19 | 0,352               | 0,48  | 0,06   | 0,0036                          |
| 20 | 0,332               | 0,39  | 0,03   | 0,0009                          |
| Σ  |                     |       | 0,32   | 0,014                           |

Статическая обработка эксперимента выполнена по формулам (2.3.1) – (2.3.4).

Среднеарифметическая величина прогиба по испытанным 10 образцам  $W(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i(t)$ равна 0,42. Среднеквадратичная погрешность результата серии измерений.  $S_w = \sqrt{\frac{\sum \Delta y_i^2(t)}{n(n-1)}}$  равна 0,0125. При значении надежности P=0,95 коэффициент Стьюдента t(n)=2,262. Границы доверительного интервала (погрешность результата измерений).  $\Delta W(t) = t(n)S_w$  равны 0,0283. Относительная погрешность результата измерений:  $\frac{\Delta W(t)}{W(t)} \times 100\% = 6,73\%$ . По результатам 10 испытаний среднее значение величины критической силы F=0,341кH достигается при перемещении нагружаемого торца образца 0,42мм.

В образцах с засыпкой в процессе испытания электронным штангенциркулем замерялись диаметры в двух направлениях (в горизонтальном и вертикальном). Брали 3 сечения по длине образца (сечение 1-1 на расстоянии 10 мм от заделки, сечение 2-2 в середине образца, сечение 3-3 на расстоянии 20 мм от нагружаемого торца). Осредненные значения результатов замеров диаметров по 10 испытанным образцам внесены в таблицу 2.3.7.

51

Таблица 2.3.7

| F,кН  | L=1                 | L=10мм              |                     | L=82,5мм            |                     | L=145мм             |  |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|
|       | D <sub>г</sub> , мм | D <sub>в</sub> , мм | D <sub>г</sub> , мм | D <sub>в</sub> , мм | D <sub>г</sub> , мм | D <sub>в</sub> , мм |  |
| 0,002 | 83,70               | 83,70               | 83,90               | 83,70               | 83,90               | 83,90               |  |
| 0,022 | 83,75               | 83,75               | 83,85               | 83,7                | 83,9                | 83,9                |  |
| 0,042 | 83,8                | 83,8                | 83,8                | 83,7                | 83,9                | 83,9                |  |
| 0,062 | 83,8                | 83,8                | 83,75               | 83,75               | 83,85               | 83,95               |  |
| 0,082 | 83,8                | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,8                | 84,0                |  |
| 0,102 | 83,8                | 83,75               | 83,7                | 83,75               | 83,8                | 84,0                |  |
| 0,122 | 83,8                | 83,7                | 83,7                | 83,7                | 83,8                | 84,0                |  |
| 0,142 | 83,85               | 83,75               | 83,7                | 83,8                | 83,75               | 84,0                |  |
| 0,162 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,75               | 84,0                |  |
| 0,182 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,75               | 84,0                |  |
| 0,202 | 83,70               | 83,75               | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,222 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,242 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,262 | 83,70               | 83,95               | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,282 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,302 | 83,70               | 83,8                | 83,7                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,322 | 83,70               | 83,8                | 83,6                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,342 | 83,70               | 83,9                | 83,6                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,352 | 83,70               | 83,9                | 83,6                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |
| 0,362 | 83,70               | 83,9                | 83,6                | 83,8                | 83,7                | 84,0                |  |

Среднее значение изменения диаметров по длине образца составило:

-в зоне потери устойчивости ∆D<sub>г</sub>=0,15мм, ∆D<sub>в</sub>=0,15мм;

- в середине  $\Delta D_r = 0,15$ мм,  $\Delta D_B = 0,1$ мм;

- на свободном конце  $\Delta D_r=0,2, \Delta D_B=0,1$  мм.

Средние значения показаний тензорезисторов и деформаций приведены в таблице 2.3.8.

Таблица 2.3.8

| F,кН  | Показания             |                | Деформации в        |                     | Показания       |                | Деформации в     |        |
|-------|-----------------------|----------------|---------------------|---------------------|-----------------|----------------|------------------|--------|
|       | тензоре               | зисторов       | растяну             | той зоне            | тензорезисторов |                | сжатой зоне      |        |
|       | в растян              | утой зоне      |                     |                     | в сжат          | ой зоне        |                  |        |
|       | <b>D</b> <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | Δ <sub>1</sub> , мм | Δ <sub>2</sub> , мм | D <sub>3</sub>  | D <sub>4</sub> | Δ <sub>3</sub> , | Δ4, мм |
|       |                       |                |                     |                     |                 |                | ММ               |        |
| 0,002 | 1108                  | 1102           | 0,02                | 0                   | 1070            | 1093           | 0,01             | 0      |
| 0,022 | 1113                  | 1101           | 0,03                | 0                   | 1068            | 1093           | 0,02             | 0      |
| 0,042 | 1118                  | 1100           | 0,02                | 0,01                | 1064            | 1094           | 0,01             | 0      |
| 0,062 | 1121                  | 1099           | 0,02                | 0                   | 1061            | 1095           | 0,01             | 0      |
| 0,082 | 1125                  | 1098           | 0,02                | 0,01                | 1059            | 1096           | 0                | 0      |
| 0,102 | 1129                  | 1096           | 0,01                | 0,01                | 1058            | 1097           | 0,01             | 0      |
| 0,122 | 1132                  | 1094           | 0,01                | 0                   | 1056            | 1098           | 0,01             | 0      |
| 0,142 | 1135                  | 1094           | 0,01                | 0                   | 1054            | 1098           | 0,01             | 0      |
| 0,162 | 1138                  | 1094           | 0                   | 0,01                | 1052            | 1099           | 0                | 0      |
| 0,182 | 1139                  | 1093           | 0                   | 0                   | 1052            | 1099           | 0,01             | 0      |
| 0,202 | 1140                  | 1092           | 0,01                | 0,02                | 1051            | 1099           | 0                | 0      |
| 0,222 | 1142                  | 1090           | 0,01                | 0                   | 1050            | 1099           | 0                | 0,01   |
| 0,242 | 1144                  | 1090           | 0,01                | 0                   | 1050            | 1100           | 0                | 0      |
| 0,262 | 1146                  | 1089           | 0                   | 0                   | 1049            | 1100           | 0                | 0      |
| 0,282 | 1147                  | 1089           | 0,01                | 0,01                | 1049            | 1100           | 0                | 0      |
| 0,302 | 1148                  | 1088           | 0,01                | 0                   | 1049            | 1100           | 0                | 0      |
| 0,322 | 1149                  | 1088           | 0,01                | 0,01                | 1049            | 1100           | 0,01             | 0      |
| 0,342 | 1150                  | 1087           | 0,01                | 0                   | 1048            | 1100           | 0                | 0      |
| 0,352 | 1151                  | 1087           | 0                   | 0                   | 1048            | 1100           | 0                | 0      |
| Σ     |                       |                | 0,46                | 0,15                |                 |                | 0,22             | 0,07   |

Напряжения, определенные по формулам (2.3.5), в растянутой зоне в меридиональном направлении  $\sigma_1$  равны 1,17МПа; в окружном направлении  $\sigma_2 = 0,314$ МПа. Напряжение в сжатой зоне в меридиональном направлении равно 0,556МПа; в окружном направлении = 0,665МПа.

Третий эксперимент – изгиб поперечной силой консольно-закрепленной оболочки, заполненной на 30% по объему железным порошком ПЖ-5 плотностью p=2,66г/см3 (весом 750г). Статистически обработанные данные десяти испытаний представлены в таблице 2.3.9.

| TC      | $\mathbf{a}$ | 2   | $\cap$ |
|---------|--------------|-----|--------|
| гаолина | 2            | •   | 9      |
| гасында | _            | ••• | • -    |

| No | F <sub>cr</sub> ,кН | у, мм | Δу, мм | $(\Delta y)^2$ , mm <sup>2</sup> |
|----|---------------------|-------|--------|----------------------------------|
| 21 | 0,272               | 0,34  | 0,02   | 0,0004                           |
| 22 | 0,282               | 0,4   | 0,04   | 0,0016                           |
| 23 | 0,261               | 0,36  | 0      | 0                                |
| 24 | 0,271               | 0,35  | 0,01   | 0,0001                           |
| 25 | 0,25                | 0,34  | 0,02   | 0,0004                           |
| 26 | 0,264               | 0,38  | 0,02   | 0,0004                           |
| 27 | 0,262               | 0,36  | 0      | 0                                |
| 28 | 0,29                | 0,37  | 0,01   | 0,0001                           |
| 29 | 0,268               | 0,36  | 0      | 0                                |
| 30 | 0,29                | 0,35  | 0,01   | 0,0001                           |
| Σ  |                     |       | 0,13   | 0,0031                           |

Четвертый эксперимент – изгиб поперечной силой консольно-закрепленной оболочки, заполненной равномерно на 60% по объему железным порошком ПЖ-5 (весом 1500 г.). Нагрузка приложена вертикально вниз. Результаты десяти испытаний представлены в таблице 2.3.10.

Таблица 2.3.10

| N⁰ | F <sub>cr</sub> ,кН | у, мм | Δу, мм | $(\Delta y)^2$ , mm <sup>2</sup> |
|----|---------------------|-------|--------|----------------------------------|
| 31 | 0,272               | 0,39  | 0      | 0                                |
| 32 | 0,282               | 0,4   | 0,01   | 0,0001                           |
| 33 | 0,261               | 0,39  | 0      | 0                                |
| 34 | 0,291               | 0,4   | 0,01   | 0,0001                           |
| 35 | 0,27                | 0,38  | 0,01   | 0,0001                           |
| 36 | 0,3                 | 0,39  | 0      | 0                                |
| 37 | 0,29                | 0,38  | 0,01   | 0,0001                           |
| 38 | 0,31                | 0,4   | 0,01   | 0,0001                           |
| 39 | 0,27                | 0,38  | 0,01   | 0,0001                           |
| 40 | 0,304               | 0,39  | 0      | 0                                |
| Σ  |                     |       | 0,06   | 0,0006                           |



Рис.2.3.1. Зависимость прогиба от поперечной силы. 1-для пустых образцов, 2- для заполненных на 30% объема сыпучим материалом, 3- для заполненных на 60% объема сыпучим материалом, 4- для заполненных на 90% объема сыпучим материалом.



Рис.2.3.2. График зависимости критической силы от степени заполнения образцов сыпучим материалом.

Зависимости величины прогиба от нагрузки по средним статистическим значениям, показаны на рис.2.3.1. Зависимость критической нагрузки от степени заполнения оболочки порожком ПЖ-5 приведена на рис.2.3.2.

В процессе выполнения экспериментов замерялись диаметры образцов. Диаметр поперечного сечения для пустого образца менялся так: в вертикальном направлении уменьшался на 1,7–4,5мм; в горизонтальном направлении увеличивался на 1,5–4,25 мм.

Диаметр поперечного сечения для заполненного на 90% образца менялся так: в вертикальном направлении уменьшался на 0,72–1,11мм, в горизонтальном направлении увеличивался на 1–1,85 мм.

Критическая сила для пустого образца равна 0,262кH, для заполненного на 90% образца равна 0,341кH. Таким образом, заполнитель в этом случае увеличивает значение критической силы в 1,3 раза.

В экспериментах, приведенных выше, до потери устойчивости оболочка деформировалась упруго. Результаты сравнительного анализа убеждают в правильности выполненных экспериментов.

Проведена проверка согласованности полученных экспериментальных данных с результатами расчетов по формулам, приведенным в [22,44-46]. При поперечном изгибе пустых коротких цилиндрических оболочек с длиной  $2 \le L/R \le 3$  критические напряжения вычисляются по эмпирической формуле [22]:

$$\sigma_{\kappa p} = \frac{0.35E}{\left(1 - \mu^2\right)^{5/8}} \times \left(\frac{\delta}{R}\right)^{5/4} \times \frac{L}{R},$$
(2.3.6)

где E – модуль упругости,  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $\delta$  – толщина оболочки Подставляя деформационные и геометрические параметры оболочки в (2.3.6) получим  $\sigma_{\kappa\rho} = 68,73$ МПа. Нижнее критическое напряжение для чистого изгиба определяется по экспериментальной формуле [22]:

$$\sigma_{\kappa p} = \frac{0.3Eh}{R} = 60,7 \text{M}\Pi a,$$
 (2.3.7)

Определим критический изгибающий момент по формуле, полученной М.А. Ильгамовым на основании экспериментальных исследований [46]:

$$M_{\kappa p} = \frac{ERh^2}{k(1-\mu^2)}$$
(2.3.8)

При k = 1,038 получим  $M_{_{KP}} = 0,044$ кНм. Критическая сила  $F_{_{KP}} = M_{_{KP}} / L$  будет равна 0,268кН. Опытное среднее значение величины критической силы F, полученное в диссертационной работе равно 0,262кН. Деформируемая форма образца представлена на рисунке 2.3.3.



a)



б)

Рис.2.3.3. Форма образа после окончания испытания: а) вид снизу (со стороны потери устойчивости), б) вид с боку.

### 2.3.2. Чистый изгиб шарнирно опертой цилиндрической оболочки

Испытания проводились на образцах четвертой серии. Для данного типа нагружения эпюры внутренних силовых факторов для пустых образцов приведены на рисунке 2.3.4.



Рис.2.3.4. Эпюры внутренних силовых факторов для пустых образцов.



Рис.2.3.5. Эпюры внутренних силовых факторов при действии внешней нагрузки для образцов с заполнителем.

Расчетная схема и эпюры внутренних силовых факторов для оболочки с заполнителем на двух опорах с консолями, представлена на рисунке 2.3.5. По эпюре поперечных сил видно, что в середине балки поперечная сила равна нулю. После проведения опытов выполнена статистическая обработка результатов. По значениям приложенных сил и перемещениям оболочки построены графики (рис.2.3.6). График (1) соответствует образцам без заполнителя, а график (2) – образцам, заполненным сыпучим материалом.



Рис.2.3.6 График зависимости прогиба от силы.

Для не заполненных сыпучим материалом образцов значение критической силы, при которой происходит потеря устойчивости, равна 138,3Н. Прогибы, соответственно равны на середине оболочки 0,185мм, на торцах 0.65мм. Для заполненных сыпучим материалом образцов прогибы на середине оболочки и на торцах равны 0,185мм и 0,53мм соответственно.

По полученным значениям деформаций было определено напряжение, при котором происходит потеря устойчивости. Для испытанных образцов без заполнителя критическое сжимающее напряжение равно  $\sigma_{cr} = 64M\Pi a$ . В соответствии с [21,44-46] для оболочек нижнее критическое напряжение для чистого изгиба определяется по формуле (2.3.7) и составляет 59,5МПа. Отличие в результатах опытных и расчетных критических напряжений составляет 7%. Результаты сравнительного анализа убеждают в правильности выполненных экспериментальных исследований.

После завершения испытаний всех оболочек, был проведен анализ их остаточной формы. Гофры образуются в сжатой зоне (смотри рисунок 2.3.7) и имеют ромбовидную форму. До потери устойчивости оболочки деформировались упруго.



Рис.2.3.7. Потеря устойчивости образца. Образование гофр.

#### 2.3.3. Чистый изгиб консольно закрепленной цилиндрической оболочки

По окончанию проведения опытов были оценены результаты и проведена статистическая обработка в соответствии с методикой [88]. Для пустых образцов для статистической обработки были приняты экспериментальные результаты 10 образцов, данные которых мало отличались. Они сведены в таблицу 2.3.11.

Таблица 2.3.11

| N⁰ | M <sub>cr</sub> ,Н·м | у <sub>1</sub> , мм | у2, ММ | $\Delta y_1,$ мм | Δу <sub>2</sub> ,мм | $(\Delta y_1)^2$ , mm <sup>2</sup> | $(\Delta y_2)^2$ , MM <sup>2</sup> |
|----|----------------------|---------------------|--------|------------------|---------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1  | 2                    | 3                   | 4      | 5                | 6                   | 7                                  | 8                                  |
| 1  | 15,2                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 2  | 15,6                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 3  | 14,5                 | 0,05                | 0,13   | 0,006            | 0,006               | 0,000036                           | 0,000036                           |
| 4  | 14,8                 | 0,05                | 0,13   | 0,006            | 0,006               | 0,000036                           | 0,000036                           |
| 5  | 14,5                 | 0,05                | 0,13   | 0,006            | 0,006               | 0,000036                           | 0,000036                           |
| 6  | 15,6                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 7  | 15,2                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 8  | 15,6                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 9  | 15,2                 | 0,06                | 0,14   | 0,004            | 0,004               | 0,000016                           | 0,000016                           |
| 10 | 14,8                 | 0,05                | 0,13   | 0,006            | 0,006               | 0,000036                           | 0,000036                           |
| Σ  |                      |                     |        | 0,048            | 0,048               | 0,00024                            | 0,00024                            |

где  $M_{cr} = F_{cr} \times a$  – критическое значение изгибающего момента,

 $F_{\rm cr}$  – критическая сила, замеренная динамометром,

а – плечо, расстояние от оси динамометра до центра образца,

- у<sub>1</sub>- перемещение в середине образца,
- у2- перемещение на свободном конце образца.

Среднеарифметическая величина прогибов образцов составила: в середине  $W_1(t) = 0,056 \, \text{мm}$ , на свободном конце  $W_2(t) = 0,136 \, \text{мm}$ . Погрешности значений перемещений представлены в таблице 2.3.11 в 5 и 6 столбцах. Среднеквадратичная погрешность  $S_w$  серии измерений определялась по формуле (2.3.3) [88]. В середине образца и на свободном торце она имеет одинаковое значение  $S_w = 0.0016 \, \text{мm}$ . Коэффициент Стьюдента t(n) [88] при значении надежности P = 0,95 равен 2,262. Граница доверительного интервала (погрешность результата измерений)  $\Delta W(t)$  равна 0.0036 мм. Относительная погрешность результата измерений в середине и на свободном торце образца равна 6.5% и 2.6% соответственно. Зависимости величины прогибов от изгибающего момента представлены на графике (рис.2.3.8).



Рис.2.3.8. Графики зависимости прогибов от изгибающих моментов (1-в середине оболочки, 2 – на свободном конце).

Нижнее критическое напряжение в меридиональном направлении, определенное из закона Гука на основании экспериментальных данных по деформациям, составило  $\sigma_{cr} = 42 M\Pi a$ .

Согласно [22] нижнее критическое напряжение будет равно:

$$\sigma''_{cr} = \frac{0.18 \cdot E \cdot \delta}{R} = 38,6 M\Pi a.$$
 (2.3.9)

где *E* =70ГПа – модуль упругости, δ=0,1мм – толщина оболочки, R=32,65мм – срединный радиус образца. Разница экспериментального и расчетного значений составляет 8,1%.

Проведены эксперименты с заполнением образцов на 30% и на 60% сыпучим веществом. Среднеарифметические значения критического изгибающего момента  $M_{cr}$  для пустых и заполненных образцов приведены в таблице 2.3.12.

Таблица 2.3.12

| Заполнение                     | пустые | на 30% | на 60% | на 90% |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| образцов                       |        |        |        |        |
| Значения М <sub>сг</sub> , Н·м | 15,1   | 14,8   | 15,0   | 15,2   |

Как следует из анализа результатов, при чистом изгибе консольно закрепленной цилиндрической оболочки заполнение практически не влияет на критическое значение изгибающего момента.

# 2.3.4. Анализ влияния геометрических параметров на устойчивость оболочки при изгибе.

На влияние геометрических размеров были проанализированы результаты испытаний консольно закрепленных образцов 1,2,3,6,7 серий при изгибе поперечной силой. Зависимости прогибов *U* нагружаемого торца образцов первой и второй серии от поперечной силы *F* показаны на рис.2.3.9. Статистическая обработка результатов измерений показывает, что среднеквадратичная погрешность измерений перемещений равняется 0,01 мм. Относительная погрешность результатов измерений составляет 6,5%.



Рис.2.3.9. Зависимость прогибов от поперечной силы *F*. Сплошная линия получена для образцов с сыпучим материалом, пунктирная – для пустых образцов. 1- образцы первой серии, 2 – образцы второй серии.

При проведении экспериментов в начале нагружения происходило сплющивание образца в нижней сжатой зоне около заделки, которое исчезало после снятия нагрузки. Таким образом, до потери устойчивости деформирование образца происходит в упругой зоне. По графикам видно, что зависимость прогиба от поперечной силы линейная на докритической стадии. При образовании вмятины ромбовидной формы образец деформируется пластически. Как показывают эксперименты, выпучивание оболочки зависит от ее длины. На коротких оболочках (серии 1, 3 и 6) образуются вмятины на боковых поверхностях, направленные под углом к продольной оси рис.2.3.10а. На длинных оболочках (серии 2 и 7) вмятины на боковых поверхностях отсутствуют 2.3.10б.





Рис. 2.3.10. Форма оболочки после снятия нагрузки: a) образец серии 1 (h/R = 0,003, L/R = 4,12), б) образец серии 7 (h/R = 0,01, L/R = 8,3).

Таким образом, для длинных оболочек на закритической стадии деформирования реализуется «изгибная» форма с локальной вмятиной в зоне максимальных сжимающих продольных напряжений. Для коротких оболочек после достижения критической нагрузки сначала происходит выпучивание по «изгибной» форме, а затем реализуется «сдвиговая» форма выпучивания в зоне максимальных (по окружности) касательных напряжений. Как показали результаты проведенных экспериментов, сыпучий заполнитель практически не влияет на форму потери устойчивости оболочек.

Результаты испытаний пустых образцов были сопоставлены с результатами расчетов критического изгибающего момента для тонкостенной цилиндрической трубы по формуле, представленной в работе [46]:

$$M_{cr}^{num} \approx \frac{E \cdot R \cdot h^2}{\sqrt{1 - v^2}},\tag{2.3.10}$$

где E – модуль упругости материала оболочки; v – коэффициент Пуассона. В таблице 2.3.13 приведены степень заполнения оболочки  $\beta$ , экспериментальное значение критической силы  $F_{cr}^{exp}$ ,  $\Delta_{90}$  – увеличение критической нагрузки для заполненного на 90% образца по отношению к критической нагрузке для пустого образца, экспериментальное  $M_{cr}^{exp}$  и аналитическое  $M_{cr}^{num}$  значения предельного изгибающего момента и их расхождение  $\delta$ :

$$\delta = (M_{cr}^{num} - M_{cr}^{exp}) \cdot 100 / M_{cr}^{exp}$$
(2.3.11)

| T ~     | $\mathbf{a}$ | 2        | 10 |
|---------|--------------|----------|----|
| Гаолина | 1            | <b>1</b> | 15 |
| таолица |              | 2.       | 10 |

| Серия     | β, % | $F_{cr}^{exp}$ , кН | $\Delta_{90}$ , % | <i>M</i> <sub>cr</sub> <sup>exp</sup> , кН*м | <i>М</i> <sup><i>num</i></sup> <sub><i>cr</i></sub> , кН*м | δ,%  |
|-----------|------|---------------------|-------------------|--|--|------|
| испытаний |      |                     |                   |  |  |      |
| 1         | 0    | 0,153               | 40,5              | 0,021  | 0,0242   | 15,2 |
|           | 90   | 0,215               |                   | 0,029  |  |      |
| 2         | 0    | 0,06                | 16,9              | 0,016  | 0,0242   | 51,2 |
|           | 90   | 0,07                |                   | 0,019  |  |      |
| 3         | 0    | 0,262               | 30,2              | 0,043  | 0,0448   | 4,2  |
|           | 90   | 0,341               |                   | 0,056  |  |      |
| 6         | 0    | 1,770               | 26,3              | 0,3  | 0,536  | 79   |
|           | 90   | 2,235               |                   | 0,382  |  |      |
| 7         | 0    | 0,83                | 12,3              | 0,29   | 0,536  | 85   |
|           | 90   | 0,932               |                   | 0,324  |  |      |

Расхождение расчетного и экспериментального значений критических моментов существенно зависит от размеров образца: с увеличением h/R и L/R этот параметр также увеличивается. Следует отметить, что с увеличением h/R влияние L/R на точность формулы (2.3.10) определения  $M_{cr}^{num}$  уменьшается.

Для образцов, заполненных порошком на 90%, критическая поперечная сила  $F_{cr}$  возросла на (12,3–40,5) %.

Измеренные продольные и окружные деформации в зоне потери устойчивости позволили посчитать осевое критическое напряжение  $\sigma_{cr}$ .

Для пустых образцов первой серии  $\sigma_{cr} = (45 \div 60)$  МПа. Максимальное критическое напряжение, подсчитанное по формуле [69]

$$\sigma_{cr}^{\max} = \frac{F_{cr} \cdot L}{\pi \cdot h \cdot R^2}$$
(2.3.12)

равно 61 МПа. Критическое напряжение, посчитанное по балочной теории изгиба и полученное в эксперименте, почти совпадают. Однако, по балочной теории изгиба нельзя определить критическое состояние.

Критическое продольное напряжение, определенное по эмпирической формуле [21]

$$\sigma_{cr} = \frac{0.35 \cdot E}{(1 - \mu^2)^{\frac{5}{8}}} \cdot (\frac{h}{R})^{\frac{5}{4}} \cdot \frac{L}{R}$$
(2.3.13)

для пустых оболочек первой серии равно 75,3 МПа. Этот результат отличается от полученного в проведенных экспериментах критического напряжения на 25,3 %.

Результаты экспериментов показывают, что для пустых тонкостенных цилиндрических оболочек при увеличении ее длины значение критической нагрузки при изгибе уменьшилась в 2,13 раза. Для тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом на 90% по объему, при увеличении ее длины значение критической нагрузки при изгибе уменьшилась в 2,53 раза. Увеличение длины оболочки в 1,97 раза снижает значение критической нагрузки при заполнении оболочки сыпучим материалом более чем в 2 раза.

2.3.5. Анализ влияния степени загрузки и плотности сыпучего наполнителя на устойчивость цилиндрической оболочки при изгибе

Для первой серии образцов выполнены эксперименты по определению критического напряжения на консольно закрепленных образцах, загруженных речным песком, железным и медным порошком. Насыпная плотность речного песка  $\rho$ =1,52г/см<sup>3</sup>, железного порошка ПЖ-5  $\rho$ =2,62г/см<sup>3</sup>, медного порошка  $\rho$ =3,54 г/см<sup>3</sup>.



Рис.2.3.11 Заполнение цилиндрических оболочек сыпучим материалом, в % по

объему.

Вначале были испытаны пустые образцы, а затем заполненные с одним видом сыпучего материала на 30%, 60% и 90% по объему (рис.2.3.11). По завершению экспериментов полученные результаты были проанализированы и статистически обработаны. Была установлена зависимость критической силы от процента заполнения образцов речным песком, медным и железным порошками. С каждым типом порошка

испытывались по 8-10 образцов. Результаты опытов приведены в таблицах 2.3.14-2.3.16 и на рисунке 2.3.12.

В таблице 2.3.14 представлены значения критических нагрузок в кН в зависимости от вида сыпучего материала и степени заполнения.

| Таблица 2. | 3. | 14 |
|------------|----|----|
|------------|----|----|

| Вид сыпучего | для пустых | степень заполнения |       |       |
|--------------|------------|--------------------|-------|-------|
| материала    |            | 30%                | 60%   | 90%   |
| Речной песок | 0,153      | 0,156              | 0,158 | 0,173 |
| Железный     |            | 0,159              | 0,165 | 0,215 |
| порошок ПЖ-5 |            |                    |       |       |
| Медный       |            | 0,165              | 0,18  | 0,219 |
| порошок      |            |                    |       |       |

Увеличение критических нагрузок образцов, заполненных сыпучими материалами, относительно пустых образцов в процентах приведено в таблице 2.3.15.

Таблица 2.3.15

| Вид сыпучего             | степень заполнения |        |        |
|--------------------------|--------------------|--------|--------|
| материала                | на 30%             | на 60% | на 90% |
| Речной песок             | 2                  | 3,27   | 13,1   |
| Железный порошок<br>ПЖ-5 | 4                  | 7,84   | 40,5   |
| Медный порошок           | 7,84               | 17,65  | 43,1   |



Рис.2.3.12. График зависимости критической силы от процента загрузки: 1 - для речного песка; 2 - для железного порошка ПЖ-5; 3 - для медного порошка

Критические напряжения  $\sigma_{cr}$ , подсчитанные по экспериментальным данным  $\sigma_{cr}^{exp}$ , сведены в таблицу 2.3.16.

| Таблина | 2.3.16 |
|---------|--------|
| таолица | 2.5.10 |

| тип порошка  | плотность р, г/см <sup>3</sup> | критическая нагрузка  | $\sigma_{\scriptscriptstyle cr}^{\scriptscriptstyle \mathrm{exp}}$ , M $\Pi$ a |
|--------------|--------------------------------|-----------------------|--|
|              |                                | $F_{cr}^{ m exp}$ ,кН |  |
| железный     | 2,62                           | 0,215                 | 85,4   |
| медный       | 3,54                           | 0,219                 | 78   |
| речной песок | 1,52                           | 0,173                 | 64,7   |

Как видно из полученных результатов влияние наполнителя на критическую нагрузку зависит не только от условий нагружения и степени заполнения, но и от характеристик сыпучего материала.

#### 2.4 Выводы по 2 главе

1) До потери устойчивости образцы ведут себя упруго. После снятия нагрузки с образцов, потерявших устойчивость, их первоначальная форма не восстанавливается. На образце остаются локальные вмятины и пластические деформации.

2) Потеря устойчивости образцов происходит в области сжатия. Не зависимо от наличия или отсутствия наполнителя потеря устойчивости носит местный характер и сопровождается образованием ромбовидных вмятин в зоне максимальных сжимающих напряжений. Вмятины направлены к центру кривизны оболочки.

3) В зоне потери устойчивости поперечное сечение образца по мере нагружения приобретает форму эллипса, большая ось которого направлена по горизонтали, а малая ось по вертикали. Сыпучий наполнитель препятствует этому процессу.

4) Для длинных оболочек на закритической стадии деформирования реализуется «изгибная» форма с локальной вмятиной в зоне максимальных сжимающих продольных напряжений. Для коротких оболочек после достижения критической нагрузки сначала происходит выпучивание по «изгибной» форме, а затем реализуется «сдвиговая» форма выпучивания в зоне максимальных (по окружности) касательных напряжений.

5) Влияние наполнителя на критическую нагрузку зависит от условий закрепления и нагружения, степени заполнения и плотности сыпучего материала. При чистом изгибе консольно закрепленной цилиндрической оболочки сыпучий материал практически не влияет на значение критической силы.

67

6) Характеристики сыпучего материала существенно влияют на зависимость критической нагрузки от степени заполнения оболочки: чем больше его плотность, тем больше увеличивается критическая нагрузка. Зависимость критической нагрузки от степени заполнения носит нелинейный характер.

7) Расхождение расчетного (2.3.10) и экспериментального значений критических изгибающих моментов для пустых образцов существенно зависит от их размеров: с увеличением h/R и L/R этот параметр также увеличивается. С увеличением h/R влияние L/R на точность формулы (2.3.10) определения  $M_{cr}^{num}$  уменьшается.

### 3. Математическое моделирование упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек с заполнителем при изгибе

В настоящей главе приводятся определяющая система уравнений и конечноэлементная методика ее решения. Для описания движения деформируемой среды [4,6-11] использовали Лагранжев подход. В качестве уравнений состояния материала применялись соотношения теории течения с комбинированным кинематическим и изотропным упрочнением. Решение задачи основано на моментной схеме метода конечных элементов. Для аппроксимации скоростей перемещения, деформаций, напряжений в пространстве использовались 8-узловые конечные элементы («кубики»). Интегрирование по времени осуществлялось по конечно-разностной схеме типа «крест». Применяемая конечноэлементная методика реализована в рамках сертифицированного вычислительного комплекса «Динамика-3» [25], [86].

Излагается развитая в рамках диссертационной работы эмпирическая формула расчета критической изгибной нагрузки цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом. Для ее обоснования приводятся результаты решения модельных задач. Достоверность полученных результатов подтверждается их соответствием экспериментальным данным, представленным в главе 2, а также расчетным данным, полученным на основе компьютерного моделирования с применением вычислительного комплекса «Динамика-3».

## 3.1. Определяющая система уравнений изгиба и упругопластического выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем в трехмерной постановке

Влияние сыпучего материала на деформирование оболочки задавалось весовой нагрузкой, моделирующей контактное взаимодействие заполнителя и оболочки. Весовая нагрузка аппроксимировалась аналитической функцией, зависящей от пространственных переменных и времени. Ее распределение вдоль оси вращения оболочки предполагалось равномерным, а в поперечном сечении задавалось формулой [9]:

$$P = P_T \sin(\varphi/2) , \qquad 0 \le \varphi \le 2\pi$$

$$P_T = \begin{cases} P_1 t/t_0, t \le t_0, \\ P_1, t \ge t_0, \end{cases}, \quad P_1 = P_0 \left( \int_0^L \int_0^{2\pi} \sin(\varphi/2) d\varphi dx \right)^{-1}, \qquad (3.1.1)$$

где  $P_0$ -вес заполнителя, L – длина оболочки.

D · ( )

Предполагалось, что расчетная область  $\Omega$ , занимаемая исследуемой конструкцией, разбивается на *N* подобластей ( $\Omega$ =U $\Omega_i$ ), (i=1, N) и ограничена поверхностью  $\Gamma(\Gamma$ =U $\Gamma_i$ ). На одной части граничной поверхности действует распределенная нагрузка, часть поверхности  $\Gamma$  движется с заданной скоростью. Между отдельными подобластями  $\Omega_i$ , происходит контактное взаимодействие.

Деформирование конструкции описывается в переменных Лагранжа в рамках механики сплошных сред. Введены следующие обозначения:

 $X = [X_1 X_2 X_3]^T$  – неподвижная система ортогональных координат в общем базисе;  $x = [x_1 x_2 x_3]^T$  – местный ортогональный базис с направляющими косинусами  $n_{ij}$ 

$$x_i = n_{ij} X_j$$
,  $i, j = 1,3$  (3.1.2)

где  $x_3$  – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней;  $x_1$ ,  $x_2$  – ортогональны к  $x_3$ , по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Перемещения в оболочке являются большими, а деформации малыми. Это позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования.

 $U = [U_1 U_2 U_3]^T$  – перемещения в общей декартовой системе координат X;

 $u = [u_1 u_2 u_3]^T$  – перемещения в подвижной системе координат *x*;

 $P = [P_1 P_2 P_3]^T$  – распределенная нагрузка;

 $P^{q} = \left[P_{1}^{q} P_{2}^{q} P_{3}^{q}\right]^{T}$  – давление в области контакта деформируемых тел;

 $\Gamma_p, \Gamma_q$  –зоны приложения P ,  $P^q$  ;

 $\rho$  – плотность;

*G* – модуль сдвига;

*g* – модуль кинематического упрочнения;

*g*<sub>1</sub> – модуль изотропного упрочнения;

 $\sigma_T$  – предел текучести.

 $\varepsilon = [\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}\varepsilon_{33}\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}\varepsilon_{31}]^T$ ,  $\sigma = [\sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33}\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{31}]^T$  – векторы-столбцы, составленные из компонент тензоров деформаций и напряжений в местном базисе. Для шаровых  $\varepsilon^v$ ,  $\sigma^v$ , девиаторных  $\varepsilon'$ ,  $\sigma'$ , упругих  $\varepsilon'^e$  и пластических  $\varepsilon'^p$  составляющих деформаций и напряжений, компонент тензоров активных напряжений S и микронапряжений r векторы образуются аналогично. Буква «т» над символом обозначает операцию транспонирования.

Компоненты тензора скоростей деформаций  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  в местном базисе выражаются через компоненты  $\dot{e}_{ij}$  скорости деформаций в общем базисе

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} e_{mk} \tag{3.1.3}$$

Скорости деформаций в общем базисе определялись из кинематических соотношений в метрике текущего состояния.

$$\dot{e}_{ij} = (\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i}) / 2, (i, j = \overline{1,3}), \dot{U}_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j}, X_j = X_j |_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_j dt, \qquad (3.1.4)$$

Между шаровыми компонентами скоростей деформаций и напряжений зависимость предполагается линейной:

$$\dot{\sigma}^{\nu} = -3K\dot{\varepsilon}^{\nu}, \quad \dot{\varepsilon}^{\nu} = (\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{33})/3 \tag{3.1.5}$$

где К – коэффициент объемного сжатия.

Девиаторные составляющие скорости деформации  $\mathcal{E}'_{ij}$ , раскладываются на пластические  $\mathcal{E}'_{ij}^{p}$  и упругие  $\mathcal{E}'_{ij}^{e}$  компоненты

$$\dot{\varepsilon}'_{ii} = \dot{\varepsilon}'^{e}_{ii} + \dot{\varepsilon}'^{p}_{ii} \tag{3.1.6}$$

Девиаторные составляющие тензора напряжений и пластические деформации определяются из соотношений теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [54]:

$$\dot{\sigma}_{ij}' = 2G\dot{\varepsilon}_{ij}'^{e}, \ \dot{\rho}_{ij} = g\dot{\varepsilon}_{ij}'^{p}, \ \varepsilon_{ij}'^{p} = \lambda S_{ij}, \ S_{ij} = \sigma_{ij}' - \rho_{ij},$$

$$S_{ij}S_{ij} \leq \frac{2}{3}\sigma_{T}^{2}, \ \rho_{ij} = \int_{0}^{t}\dot{\rho}_{ij}dt,$$

$$\sigma_{T} = \sigma_{T}(\chi, \dot{I}_{2\varepsilon}), \ \chi = \sqrt{\frac{2}{3}}\int_{0}^{t}\sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}'^{p}\dot{\varepsilon}_{ij}'^{p}}dt,$$
(3.1.7)

где G – модуль сдвига, g – модуль кинематического упрочнения,  $\lambda$  – параметр, определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки;  $S_{ij}$  и  $p_{ij}$  – компоненты тензоров активных напряжений и микронапряжений.

Уравнение для динамического деформирования упругопластической среды выводится из баланса виртуальных мощностей работы (вариационного принципа Журдена) [4,62,115]:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma , \ (i, j = \overline{1,3})$$
(3.1.8)

Для всех неизвестных задаются начальные значения. Вначале положение контактной поверхности и контактные усилия неизвестны. Они определяются в ходе решения

поставленной задачи. Рассматривается несколько вариантов граничных условий на контактирующих поверхностях:

а) жесткое соединение подобластей

$$\dot{u}_i^1 = \dot{u}_i^2, \quad q_i^1 = -q_i^2, \quad i = n, \tau_1, \tau_2.$$
 (3.1.9)

где *n*-вектор нормали к поверхности контакта (индекс *i* обозначает проекцию вектора на оси подвижной системы координат,  $\tau_1, \tau_2$  – единичные векторы локального ортогонального базиса, 1 и 2 номера соответствующих подобластей, находящихся в контакте);

б) непроникание по нормали и свободное скольжение вдоль касательной к поверхности контакта:

$$\dot{u}_n^1 = \dot{u}_n^2, \quad q_n^1 = -q_n^2, \quad q_i^1 = q_i^2 = 0, \quad i = \tau_1, \tau_2.$$
 (3.1.10)

Связь соприкасающихся подобластей принимается односторонней с возможностью отрыва поверхностей друг от друга и повторного вступления в контакт. Поэтому условия (3.1.10) используют только для сжимающих сил  $(q_n^i, n^i) \le 0$ .

Критические нагрузки определяются методом продолжения по параметру [101], в качестве которого использовалось время. Применяя данный метод, выполняется пошаговый пересчет напряженно-деформированного состояния конструкции при последовательном увеличении нагрузки, перемещений или другого параметра. Нагрузка увеличивалась до предельного значения, при которой происходит потеря устойчивости, сопровождаемая резким возрастание перемещений, деформаций оболочки и кинетической энергии оболочки.

#### 3.2. Конечно-элементная методика решения определяющей системы уравнений.

Выше приведенная система уравнений (3.1.1) – (3.1.10) решается методом конечных элементов [11,28,29,115,198,199] с применением явной конечно-разностной схемы типа «крест». Согласно этому методу рассматриваемая деформируемая оболочка заменяется лагранжевой сеткой, состоящей из 8-ми узловых конечных элементов. В каждом узле сетки определяются перемещения U, скорости  $\dot{U}$  и ускорения  $\ddot{U}$  в общей системе координат  $X = [X_1 X_2 X_3]^T$ . Для каждого деформированного конечного элемента вводится локальный прямоугольный базис x. Элементы отображаются на единичный куб  $-1 \le \xi_i \le 1$  ( $i = \overline{1,3}$ ) с помощью полилинейного изопараметрического преобразования:

$$x_{i} = \sum_{k=1}^{8} x_{i}^{k} N_{k} (\xi_{1} \xi_{2} \xi_{3}), \quad N_{k} = \frac{(1 + \xi_{1} / \xi_{1}^{\kappa})(1 + \xi_{2} / \xi_{2}^{\kappa})(1 + \xi_{3} / \xi_{3}^{\kappa})}{8}, \quad (3.2.1)$$

где  $x_i^k, \xi_i^k$  - координаты узлов в базисе  $x, \xi$ .
Скорости узлов КЭ проектируются в местный базис и определяются внутри элемента с помощью функций формы *N<sub>k</sub>*:

$$\dot{u}_i = \sum_{k=1}^4 \dot{u}_i^k N_k(\xi_1 \xi_2).$$
(3.2.2)

Соотношения (3.2.1), (3.2.2) можно преобразовать к виду:

$$x_{i} = a_{i}^{0} + a_{i}^{1}\xi_{1} + a_{i}^{2}\xi_{2} + a_{i}^{3}\xi_{3} + a_{i}^{4}\xi_{1}\xi_{2} + a_{i}^{5}\xi_{2}\xi_{3} + a_{i}^{6}\xi_{3}\xi_{1} + a_{i}^{7}\xi_{1}\xi_{2}\xi_{3}, \ a_{i}^{l} = \left(\sum_{k=1}^{8}\Gamma_{k}^{l}x_{i}^{k}\right)/8 \quad (3.2.3)$$

$$\dot{u}_{i} = d_{i}^{0} + d_{i}^{1}\xi_{1} + d_{i}^{2}\xi_{2} + d_{i}^{3}\xi_{3} + d_{i}^{4}\xi_{1}\xi_{2} + d_{i}^{5}\xi_{2}\xi_{3} + d_{i}^{6}\xi_{3}\xi_{1} + d_{i}^{7}\xi_{1}\xi_{2}\xi_{3}, d_{i}^{l} = \left(\sum_{k=1}^{8}\Gamma_{k}^{l}\dot{u}_{i}^{k}\right)/8 \quad (3.2.4)$$

$$\Gamma^{0} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \Gamma^{1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \Gamma^{3} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (3.2.5)$$

$$\Gamma^{4} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \Gamma^{5} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad (3.2.5)$$

$$\Gamma^{6} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \Gamma^{7} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad (3.2.5)$$

Матрица Якоби Ј преобразования (3.2.1), (3.2.3) имеет вид:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{pmatrix}$$
(3.2.6)

(3.2.8)

Для определения градиента скорости перемещений  $\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_k}$  в локальной системе координат x

составляется обратная матрица  $J^{-1}$  :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial x_{1}} \\ \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial x_{2}} \\ \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial x_{3}} \end{bmatrix} = J^{-l} \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial \xi_{1}} \\ \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial \xi_{2}} \\ \frac{\partial \dot{u}_{i}}{\partial \xi_{3}} \end{bmatrix}, \ J^{-l} = \frac{1}{|J|} \begin{pmatrix} J_{11} & J_{21} & J_{31} \\ J_{12} & J_{22} & J_{32} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} \end{pmatrix}, \ |J| = \begin{vmatrix} a_{1}^{1} & a_{1}^{2} & a_{1}^{3} \\ a_{2}^{1} & a_{2}^{2} & a_{2}^{3} \\ a_{3}^{1} & a_{3}^{2} & a_{3}^{3} \end{vmatrix}$$
(3.2.7)

В (3.2.7) члены матрицы  $J^{-1}$  определяются следующим образом:  $J_{11} = a_2^2 a_3^3 - a_3^2 a_2^3$ ,  $J_{12} = -(a_1^2 a_3^3 - a_3^2 a_1^3)$ ,  $J_{13} = a_1^2 a_2^3 - a_2^2 a_1^3$ ,

$$J_{21} = -(a_1^2 a_3^3 - a_3^1 a_2^3), \qquad J_{22} = a_1^1 a_3^3 - a_3^1 a_1^3, \qquad J_{23} = -(a_1^1 a_2^3 - a_2^1 a_1^3),$$
$$J_{31} = a_2^1 a_3^2 - a_2^2 a_3^1, \qquad J_{32} = -(a_1^1 a_3^2 - a_3^1 a_1^2), \qquad J_{33} = a_1^1 a_2^2 - a_2^1 a_1^2.$$

0

Скорости деформаций є представляются в виде суммы безмоментных и моментных составляющих:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{0} + \varepsilon_{11,2}\xi_{2} + \varepsilon_{11,3}\xi_{3}, \ \dot{\varepsilon}_{22} = \dot{\varepsilon}_{22}^{0} + \dot{\varepsilon}_{22,1}\xi_{1} + \dot{\varepsilon}_{22,3}\xi_{3},$$
 (3.2.9)  
 $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^{0} + \varepsilon_{33,1}\xi_{1} + \varepsilon_{33,2}\xi_{2}, \ \varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^{0} + \varepsilon_{12,3}\xi_{3}, \ \varepsilon_{23} = \varepsilon_{23}^{0} + \varepsilon_{23,1}\xi_{1}, \ \varepsilon_{31} = \varepsilon_{31}^{0} + \varepsilon_{31,2}\xi_{2},$   
где  $\left[\varepsilon_{11}^{0} \quad \varepsilon_{22}^{0} \quad \varepsilon_{33}^{0} \quad \varepsilon_{12}^{0} \quad \varepsilon_{23}^{0} \quad \varepsilon_{13}^{0}\right] = \varepsilon|_{\xi=\xi_{21}=\xi_{2}=0} - 6$ езмоментные компоненты скорости  
деформаций – значения компонент скорости деформаций в центре КЭ,  
 $\left[0 \quad \varepsilon_{22,1} \quad \varepsilon_{33,1} \quad 0 \quad \varepsilon_{23,1} \quad 0\right], \ \left[\dot{\varepsilon}_{11,2} \quad 0 \quad \dot{\varepsilon}_{332} \quad 0 \quad 0 \quad \dot{\varepsilon}_{312}\right], \ \left[\dot{\varepsilon}_{11,3} \quad \varepsilon_{22,3} \quad 0 \quad \varepsilon_{12,3} \quad 0 \quad 0\right]$ -  
моментные компоненты скорости деформаций – градиент скорости деформаций в центре  
КЭ [11,199]. Полные деформации аппроксимируются линейными функциями.  
Напряжения, пластические и упругие компоненты деформаций могут иметь в конечном  
элементе более сложную зависимость от пространственных координат. В связи с этим в  
выбранных фиксированных точках конечного элемента (квадратурных точках)  
определяются значения деформаций и напряжения. Для улучшения сходимости  
численного решения пластические деформации корректируются исходя из условия  
 $\sigma_{ii,i} = 0, i = 1,3$ . При определении статически эквивалентных узловых сил применяются  
квадратурные формулы Ньютона-Котеса [115].

$$\int_{-1-1-1}^{1} \int_{-1-1-1}^{1} f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{L} H_i H_j H_k f(x_1^i x_2^j x_3^k)$$
 3.2.10

где  $H_i, H_j, H_k$ -коэффициенты в квадратурной формуле Ньютона-Котеса.

Узловые силы от напряжений, контактного давления и весовой нагрузки проецируются в общую систему координат и подставляются в дискретный аналог вариационного принципа баланса виртуальных мощностей, который записывается в виде

$$[M] \langle \ddot{U} \rangle = \{F\} \tag{3.2.11}$$

В (3.2.11) введены обозначения [M] — диагональная матрица масс;  $\{\ddot{U}\}, \{F\}$  – векторы, состоящие из компонент ускорений узлов конечно-элементной сетки и приложенных к ним результирующим силам. Интегрированием (3.2.11) по времени по явной конечноразностной схеме типа «крест» определяются скорости перемещений, перемещения и координаты узлов конечно-элементной сетки на текущем временном слое.

#### 3.3. Вычислительный комплекс «Динамика-3»

Изложенная выше конечно-элементная методика реализована в рамках вычислительном комплексе (ВК) «Динамика-3», предназначенный для решения широкого круга трехмерных задач нестационарного деформирования составных конструкций. Конструкции могут подвергаться силовым и кинематическим воздействиям. Отдельные конструктивные элементы могут вступать в динамический контакт друг с другом или взаимодействовать с внешними телами.

ВК «Динамика-3» реализован на языке программирования – FORTRAN, поддерживает операционные системы: MS Windows, Linux. Комплекс использует стандартное математическое обеспечение, которое не требует дополнительных системных работ на ПЭВМ пользователя.

В основу построения программного комплекса положен модульный принцип, суть которого состоит в разделении всего алгоритма на модули с четко очерченными функциями, входными и выходными параметрами. Модуль, в свою очередь может быть разбит на ряд подмодулей более низкого уровня и т.д., таким образом, реализуется многоуровневая, иерархическая структура.

Вся расчетная область состоит из набора подобластей, которые разделяются по принципу однородности механических характеристик, особенностей геометрии (массивное тело, оболочка и т.д.), напряженно-деформированного состояния и другим соображениям. Каждая подобласть разбивается на блоки \_ топологические шестигранники. геометрия которых может быть получена преобразованием (деформированием, смещением или поворотом) плоских единичных квадратов.

Информация, относящаяся к выделенным блокам, хранится и обрабатывается на каждом временном слое автономно с последующим объединением идентичных граничных узлов путем суммирования правых частей уравнений движения (3.2.11).

Отдельные подобласти могут вступать друг с другом в контакт по типу жесткой склейки или соударения со свободным проскальзыванием.

Вычислительный комплекс «Динамика-3» имеет сертификат соответствия требованиям Госстандарта РФ (Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.ME20.H00338) [86] и аттестован в Научно-техническом центре по ядерной и радиационной безопасности (Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013) [25].

#### 3.4. Эмпирическая формула расчета критической изгибной нагрузки цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем и ее обоснование

75

В настоящее время нет простого приближенного метода расчета, позволяющего проводить экспресс анализ устойчивости цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе.

В работе [22] для расчета критического напряжения  $\sigma_{cr}^{|}$  при изгибе пустых цилиндрических оболочек рекомендуется зависимость:

$$\sigma_{cr}^{|} = \kappa(l) E \frac{h}{R}, \qquad (3.4.1)$$

где *E* — модуль упругости материала оболочки; *h* — толщина стенки; *R* — радиус оболочки. Коэффициент  $\kappa(l)$  принимает значения 0,3–для оболочек средней длины, 0,22– для более длинных оболочек. По формуле (3.4.1) критическое напряжение для пустого образца первой серии опытов (*E* = 0,7 · 10<sup>5</sup> *МПа.*, *h* =0,1мм, *R* = 32,8мм) имеет следующее значение.

$$\sigma_{cr}^{|} = 0.3E \frac{h}{R} = 64M\Pi a.$$
 (3.4.2)

Критическая сила для пустого образца равна:

$$F_{cr} = \frac{\sigma_{cr}'W}{l} = 0,161\kappa H.$$
 (3.4.3)

где  $W = \pi h R^2 = 0.34 \cdot 10^{-6} \, m^3$  — осевой момент сопротивления поперечного сечения образца, l — длина образца.

Экспериментально полученная критическая сила F<sub>cr</sub>=0,153кН. Численным расчетом определена F<sub>cr</sub>=0,16кН. Расчеты по формуле (3.4.2) и численные расчеты дают одинаковые значения критической нагрузки. Следовательно, формулы (3.4.1) и (3.4.2) можно использовать для расчета критического напряжения и критической поперечной нагрузки.

В заполненных сыпучим материалом оболочках на  $\sigma_{cr}$  влияют весовая нагрузка и противодействие сыпучего материала образованию вмятин. Напряжение от весовой нагрузки определяется по зависимости [36,71]:

$$\sigma_1 = \frac{M}{W},\tag{3.4.4}$$

где *М* – изгибающий момент в поперечном сечении в месте потери устойчивости от весовой нагрузки, *W* – осевой момент сопротивления. Для консольно закрепленной оболочки:

$$M = \frac{ql^2}{2},$$
 (3.4.5)

*q* – равномерно распределенная весовая нагрузка на оболочку. В случае шарнирного закрепления по концам оболочки:

$$M = \frac{ql^2}{8} \,. \tag{3.4.6}$$

Сыпучий материал создает гидростатическое давление на внутреннюю поверхность оболочки в зоне образования вмятины равное [98]:

$$P = \rho g H, \tag{3.4.7}$$

где *ρ* – насыпная плотность, *H* – высота загрузки сыпучего материала, g=9,8м/c<sup>2</sup>. Предполагая напряженное состояние до потери устойчивости безмоментным, противодействующее давление создает меридиональное напряжение в оболочке [36,71]:

$$\sigma_2 = \frac{PD}{4h} = \frac{PR}{2h} = \frac{\rho g H R}{2h}$$
(3.4.8)

Потеря устойчивости происходит в упругости, тогда критическое напряжение равно:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2, = k(l)E\frac{h}{R} + \frac{M}{W} \pm \frac{\rho_g HR}{2h}, \qquad (3.4.9)$$

В формуле (3.4.9)  $\sigma_2$  может приниматься с разным знаком. Знак «плюс» принимается, если цистерна изгибается выпуклостью вверх. Знак «минус» принимается, если цистерна изгибается выпуклостью вниз.

Изгибающий момент в месте потери устойчивости оболочки будет равен:

$$M_{cr} = \sigma_{cr} W \tag{3.4.10}$$

Поперечная критическая нагрузка равна:

$$Q_{cr} = F_{cr} + ql = \frac{M_{cr}}{l}$$
(3.4.11)

Из выражения (3.4.11) критическая сосредоточенная сила равна:

$$F_{cr} = \frac{M_{cr}}{l} - ql \tag{3.4.12}$$

Для модельных образцов в выражении (3.4.12) значением *ql* можно пренебречь ввиду их незначительного влияния на устойчивость. Тогда из выражения (3.4.12) допускаемая сила равна:

$$F = \frac{F_{cr}}{n} \tag{3.4.13}$$

где *n* – коэффициент запаса устойчивости.

Из выражения (3.4.12) можно рассчитать критическую длину  $l_{cr}$  оболочки при заданных силе *F* и материале загрузки *q*:

$$Fl_{cr} = M_{cr} - ql_{cr}^2. aga{3.4.14}$$

Из решения квадратного уравнения (3.4.14) получим:

$$l_{cr} = \frac{-F + \sqrt{F^2 + 4qM_{cr}}}{2q}.$$
(3.4.15)

Для оболочки на двух шарнирных концевых опорах критический изгибающий момент на середине пролета равен:

$$M_{cr} = R\frac{l}{2} - q_{cr}\frac{l^2}{8} = q_{cr}\frac{l^2}{4} - q_{cr}\frac{l^2}{8} = q_{cr}\frac{l^2}{8} = \sigma_{cr} \cdot W.$$
(3.4.16)

где *R* – реакция опоры.

Из зависимости (3.4.16) критическая весовая нагрузка равна:

$$q_{cr} = \frac{8\sigma_{cr}W}{l^2}.$$
 (3.4.17)

Из зависимости (3.4.17) при известной весовой нагрузке *q* можно рассчитать критическую длину оболочки:

$$l_{cr} = \sqrt{\frac{8\sigma_{cr}W}{q}}$$
(3.4.18)

Проведена проверка справедливости формул (3.4.9). Для этого были использованы результаты наших экспериментов, представленные в главе 2, и конечно-элементного моделирования [199,201,207], занесенные в таблицу 3.4.1. В таблице 3.4.1 приведены размеры образцов, схемы нагружения, критические нагрузки и критические напряжения для пустых и заполненных железным порошком на 90% объема образцов. Материал образцов алюминиевый сплав 3004 в состоянии H19. В таблице 3.4.1 приняты обозначения:

*F*<sub>cr</sub><sup>exp</sup> – экспериментальное значение критической нагрузки,

*F*<sub>cr</sub><sup>*num*</sup> – значение критической нагрузки, полученное из численного решения задачи,

 $\sigma_{cr}^{exp}$ ,  $\sigma_{cr}^{num}$ ,  $\sigma_{cr}^{a}$  – критические значения напряжений, полученные экспериментально, из численного решения задачи и аналитически по формуле (3.4.9).

# Таблица 3.4.1

|                       |         | %'∇                         | 18,8  | 5,5                              | 22                                 | 5,7                                   |
|-----------------------|---------|-----------------------------|---|----------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
| σ <sub>α</sub> , MIIa | ka 90%  | $\sigma^a_{\alpha}$         | 69,3  | 58,85                            | 66,8                               | 68,6                                  |
| ояжение о             | 3arpy3i | $\sigma_{\sigma}^{num}$     | 88,5  | 59,3                             | 88                                 |                                       |
| еское нап             |         | o ar<br>barb                | 85,4  | 55,6                             | 86                                 | 64,7                                  |
| Критич                | The     | а<br>шти                    | 64  | 47                               | 68                                 |                                       |
|                       | IIyc    | $\sigma_{\sigma}^{\rm exp}$ | 4560  |                                  | 57,5                               | 64                                    |
| a, kH                 | ка 90%  | $F_{cr}^{num}$              | 0,223   | 0,0747                           | 0,349                              |                                       |
| агрузка F             | 3arpy3  | $F_{\rm exp}^{\alpha}$      | 0,215   | 0.,07                            | 0,341                              | 0,144                                 |
| ическая н             | The     | Faum                        | 0,16  | 0,063                            | 0,269                              |                                       |
| Крит                  | IIIyc   | $F_{axb}^{\alpha}$          | 0,153   | 90'0                             | 0,262                              | 0,14                                  |
| Схема нагружения      |         |                             | <mark>الار المعالم ا<br/>المعالم المعالم المعالم</mark> | 7.<br>12.                        | Er<br>L                            | 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 |
| Размеры,              | MM      |                             | R=32,8<br>h=0,1<br>/=135  | R=32,8<br>h=0,1<br><i>l</i> =270 | R=41,65<br>h=0,12<br><i>l</i> =165 | R=32,8<br>h=0,1<br>/=145              |
| ž                     | серин   |                             | 1   | 2                                | 3                                  | 4                                     |

На основе разработанной формулы проведен расчет критической нагрузки при изгибе консольно закрепленной оболочки (первой серии модельных образцов). Размеры образцов и схема нагружения приведены в таблице 3.4.1. Отношение  $\frac{l}{R} = \frac{135}{32,8} = 4,1,$  поэтому образец можно отнести к оболочкам средней длины. Критическое напряжение для пустого образца рассчитанное по формуле (3.4.2) равно:

$$\sigma_{cr}^{\downarrow} = 0,3E \frac{h}{R} = 64M\Pi a, \qquad (3.4.19)$$

где *E*=0,7·10<sup>5</sup>МПа – модуль упругости материала образцов. Равномерно распределенная весовая нагрузка *q* равна:

$$q = \frac{m}{l} = 0,0956 \cdot 10^{-3} \,\frac{MH}{M},\,.$$
(3.4.20)

где  $m=12,9\cdot10^{-6}$  MH – масса загрузки. Осевой момент сопротивления  $W = \pi h R^2$  равен 0,34 $\cdot 10^{-6} M^3$ . По формулам (3.4.4), (3.4.8) вычисляются  $\sigma_1$ . и  $\sigma_2$ :

$$\sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = 2,56M\Pi a$$
,  $\sigma_2 = \frac{\rho_g HR}{2h} = 2,7M\Pi a$ , (3.4.21)

где  $\rho$ =2,62·10<sup>-2</sup>МН/м<sup>3</sup> – насыпная плотность железного порошка, Н=64·10<sup>-3</sup>м –высота загрузки. По формуле (3.4.9) критическое напряжение равно:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2, = 64 + 2,56 + 2,7 = 69,3M\Pi a.$$
(3.4.22)

Расхождение между опытным значением  $\sigma_{cr}$  =85,4МПа и рассчитанным значением  $\sigma_{cr}$  = 69,3МПа составляет 18,8%. Численным расчетом с применением метода конечных элементов получено  $\sigma_{cr}$  =88,5 МПа.

Для модельных образцов второй серии отношение  $\frac{l}{R}$  равно 8,2, что позволяет отнести их к длинным оболочкам. Критическое напряжение для пустого образца согласно формуле (3.4.2) равно

$$\sigma'_{cr} = 0,22E \frac{h}{R} = 47 M\Pi a. \tag{3.4.23}$$

Равномерно распределенная весовая нагрузка q равна:

$$q = \frac{m}{l} = 0,0852 \cdot 10^{-3} \frac{MH}{M},$$
(3.4.24)

где *m*=23·10<sup>-6</sup>МН – масса загрузки железного порошка. По формулам (3.4.4), (3.4.8):

$$\sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = 9,1M\Pi a$$
,  $\sigma_2 = \frac{\rho g H R}{2h} = 2,75M\Pi a$ . (3.4.25)

По формуле (3.4.9) критическое напряжение имеет следующее значение:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2 = 47 + 9, 1 + 2, 75 = 58,85 M\Pi a.$$
(3.4.26)

Экспериментальное значение  $\sigma_{cr}$ . равно 55,6 МПа. Расхождение экспериментального и теоретического значений критического напряжения, найденного по формулам (3.4.4), (3.4.8), (3.4.9), составляет 5,5%.

Аналогично были выполнен расчет критической нагрузки для образцов третьей серий (l/R = 3,96). Результаты соответствующих экспериментов и расчетов приведены в третьей строке таблицы 3.4.1. Расхождение экспериментального и теоретического значений критического напряжения, найденного по формулам (3.4.4), (3.4.8), (3.4.9), составляет 22%.

Проведен расчет критической нагрузки изгиба оболочки с сыпучим наполнителем, расположенной на двух шарнирных опорах с консолями (рис.3.4.1, четвертая серия модельных опытов).



Рис.3.4.1. Расчетная схема

Образцы размерами R=32,8мм, h=0,1мм, L=145мм (l/R = 4,42) загружены на 90% объема железным порошком, насыпной плотностью  $\rho=2,62\cdot10^{-2}$ MH/м<sup>3</sup>. Объем полости внутри образца V= $\pi\cdot R^2\cdot 3L$ ==0,00147м<sup>3</sup>. Объем, занимаемый порошком, V<sub>1</sub>=0,9V=0,00132м<sup>3</sup>. Масса загрузки m= $\rho$ V<sub>1</sub>=0,00346·10<sup>-2</sup>MH. Распределенная весовая нагрузка:  $q = \frac{m}{3L} = 0,08\cdot10^{-3}$  MH/м.

Согласно предыдущим расчетам (3.4.2)  $\sigma'_{cr}$  =64МПа. Изгибающий момент на середине длины образца *M* равен

$$M = 0,375q \cdot l^2 = 0,63 \cdot 10^{-6} MH \cdot M.$$
(3.4.27)

По формулам (3.4.4) (3.4.8)

$$\sigma_1 = \frac{M}{W} = 1,85 M\Pi a., \ \sigma_2 = \frac{\rho g H R}{2h} = 2,7 M\Pi a.$$
 (3.4.28)

По формуле (3.4.9) критическое напряжение равно:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 1,85 + 2,7 = 68,6M\Pi a.$$
(3.4.29)

Опытное значение  $\sigma_{cr}$ .в рассматриваемой задаче равно 64,7 МПа. Расхождение с результатом расчета составляет 5,7%.

Как показывает анализ результатов, представленных в таблице 3.4.1, предлагаемый метод определения критической нагрузки обеспечивает хорошую точность при изгибе длинных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем (расхождение с экспериментальными данными не превышает 6%). Для шарнирно опертых цилиндрических оболочек, расхождение результатов расчетов с экспериментальными данными по критической нагрузке, также не превышает 6%. Для консольно закрепленных цилиндрических оболочек средней длины, расхождение результатов расчетов и экспериментов достигает 22%. Принимая во внимание сложность задачи, эти результаты также можно признать удовлетворительными для экспресса анализа устойчивости цилиндрических оболочек с наполнителем при изгибе.

Таким образом, результаты проведенных исследований показывают, что предлагаемый метод позволяет с приемлемой точностью осуществлять экспресс анализ критического напряжения для цилиндрических оболочек с наполнителем при изгибе. Условие устойчивости тонкостенных цилиндрических цистерн, загруженных сыпучим материалом при изгибе можно записать в виде:

$$\sigma = (0,22 - 0,3)E\frac{h}{R} + \frac{M}{W} + \rho g H \frac{R}{2h} \le \frac{\sigma_{cr}}{n}$$
(3.4.30)

Если будет известно  $\sigma_{cr}$  и коэффициент запаса устойчивости *n*. пользуясь условием устойчивости (3.4.30) можно подсчитать критическую длину цистерны или ее другие размеры.

На основе предложенной эмпирической формулы проведен анализ влияния типа наполнителя на критическое напряжение для изгиба консольно закрепленных образцов первой серии (строка 1 таблицы 3.4.1). Рассмотрены образцы, загруженные на 90 % объема медным порошком, железным порошком и речным песком (таблица 3.4.2). Результаты расчетов сопоставлялись с экспериментальными данными. С каждым типом порошка испытывались по 8-10 образцов. Результаты опытов после статистической обработки приведены в таблице 3.4.2.

82

Таблица 3.4.2

| тип порошка  | плотность р,<br>г/см <sup>3</sup> | критическая<br>нагрузка<br>F <sub>cr</sub> ,кН | критическое<br>напряжение<br>опытное<br>$\sigma_{cr}$ .,МПа | σ <sub>cr</sub> .по<br>формуле<br>(3.4.9) ,МПа | расхождение $\sigma_{cr}., \%$ |
|--------------|-----------------------------------|--|---|--|--------------------------------|
| железный     | 2,62                              | 0,215  | 85,4  | 69,3   | 18,8                           |
| медный       | 3,54                              | 0,198  | 78  | 70,38  | 9,7                            |
| речной песок | 1,52                              | 0,163  | 64,7  | 66,9   | 3,4                            |

На основе выше приведенных результатов проанализируем влияние сыпучего заполнителя на величину критического напряжения, используя формулу 3.4.9 (табл. 3.4.3). Таблица 3.4.3

| № серии      | критическое                                   | напряжение            | меридиональ         | критичес             |                      |                       |                       |
|--------------|---|-----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| опытов, вид  | напряжение                                    | от весовой            | ное                 | кое                  | σ                    | σ                     | 6                     |
| заполнителя  | пустых  | нагрузки $\sigma_1$ , | напряжение          | напряже              | $\frac{O_{cr}}{r}$ . | $\frac{O_{cr}}{cr}$ . | $\frac{O_{cr}}{cr}$ . |
|              | оболочек                                      | МПа                   | в оболочке          | ние $\sigma_{cr}$ ., | $\sigma_{_{cr}}$     | $\sigma_{_1}$         | $\sigma_{_2}$         |
|              | $\sigma_{\scriptscriptstyle cr}^\prime$ , МПа |                       | $\sigma_{_2}$ , МПа | МПа                  |                      |                       |                       |
| 1, жел. пор. | 64  | 2,56                  | 2,75                | 69,3                 | 1,08                 | 27,1                  | 25,2                  |
| 2, жел. пор. | 47  | 9,1                   | 2,75                | 56,6                 | 1,2                  | 6,22                  | 20,6                  |
| 1, мед.пор.  | 64  | 2,68                  | 3,7                 | 70,38                | 1,1                  | 26,3                  | 19                    |
| 1, реч.песок | 64  | 1,3                   | 1,6                 | 66,9                 | 1,04                 | 51,5                  | 41,8                  |

Выполним расчет  $\sigma_{cr}^{|}$ . по формуле (3.4.2) для образцов, загруженных медным порошком. Имеем:

$$\sigma_{cr}^{\downarrow} = 0,3E\frac{h}{R} = 64M\Pi a. \tag{3.4.31}$$

Объем загрузки образца V<sub>1</sub>=0,00041м<sup>3</sup>. Равномерно распределенная весовая нагрузка равна:

$$q = \frac{\rho \cdot V_1}{l} = 0.1 \cdot 10^{-3} \frac{MH}{M}.$$
 (3.4.32)

По формулам (3.4.4), 3.4.8):

$$\sigma_{1} = \frac{M}{W} = 1,85 M\Pi a., \ \sigma_{2} = \frac{\rho g H R}{2h} = 2,7 M\Pi a.$$
$$\sigma_{1} = \frac{q l^{2}}{2W} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,135^{2}}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 2,68 M\Pi a.$$
(3.4.33)

$$\sigma_2 = \frac{\rho g H R}{2h} = 3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \frac{32,8}{2 \cdot 0,1} = 3,7 M \Pi a.$$

По формуле (3.4.9) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 2,68 + 3,7 = 70,38 M\Pi a.$$
(3.4.34)

Опытное значение  $\sigma_{cr}$ . =78 МПа. Расхождение составляет 9,7%.

Для образцов, загруженных речным песком, получим:

$$\sigma_{cr}^{\downarrow} = 64M\Pi a. \quad q = \frac{\rho \cdot V_1}{l} = 0,048 \cdot 10^{-3} \frac{MH}{M}. \quad \sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = 1,3M\Pi a.$$

$$\sigma_2 = \frac{\rho g HR}{2h} = 1,6M\Pi a.$$
(3.4.35)

По формуле (3.4.9) критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\vee} + \sigma_1 + \sigma_2, = 64 + 1, 3 + 1, 6 = 66, 9 M\Pi a.$$
(3.4.36)

Опытное значение  $\sigma_{cr}$  =64,7 МПа. Расхождение составляет 3,4%.

Результаты расчетов занесены в столбец 5 таблицы 3.4.2. Как показывает сравнительный анализ критические напряжения, подсчитанные по формулам (3.4.4), (3.48), (3.4.9), отличаются от опытных критических напряжений не более 18,8%.

#### 3.5 Выводы по главе 3.

- Приведено описание вычислительной модели упругопластического выпучивания тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим заполнителем при изгибе. В основе вычислительной модели лежат определяющая система уравнений, сформулированная в переменных Лагранжа, соотношения теории течения, метод продолжения по параметру, в качестве которого используется время, метод конечных элементов и явная конечно-разностная схема интегрирования по времени типа «крест». Программная реализация вычислительной модели выполнена в рамках вычислительного комплекса «Динамика-3».
- Развита эмпирическая формула оценки критической нагрузки при изгибе тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим наполнителем, которая позволяет определять критическое напряжение, критический изгибающий момент и критическую поперечную силу.
- 3. Для ее обоснования проведены тестовые расчеты. Сопоставление с экспериментальными данными показали, что предлагаемая формула определения критической нагрузки обеспечивает хорошую точность при изгибе длинных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем и шарнирно опертых оболочек средней длины (расхождение с экспериментальными данными не превышает 6%). Для консольно закрепленных оболочек с заполнителем средней длины расхождение результатов расчетов и экспериментов может достигать 22%.

4. Теоретический анализ изгиба и упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем

4.1. Анализ влияния аппроксимации диаграммы деформирования на точность определения критической нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки

Результаты теоретических и экспериментальных исследований, представленные в работах [22,33,34,38,145,153,199,203], показали, что упругопластические деформации существенно снижают критические значения нагрузок. Цель настоящей работы – численный анализ устойчивости упругопластической цилиндрической оболочки, заполненной песком, при поперечном изгибе и оценка влияния аппроксимации диаграммы деформирования конструкционного материала на значение критической нагрузки.



Рис.4.1.1 Экспериментальная установка

Эксперименты выполнялись на тонкостенных стальных трубах (рис.4.1.1), наружным радиусом R=8 см, толщиной стенки h=0,075 см (h/R=0,0094), длиной L=250 см. Трубу с песком устанавливали по концам на две опоры, расстояние между которыми равно 240см. Как показали предварительные исследования, под действием собственного веса и веса песка исследуемая оболочка не теряет устойчивость. Поэтому ее догружали дополнительными поперечными силами, создаваемыми домкратом (1) (рис.4.1.1) через динамометр марки ДОСМ-3-3 (2) и передаваемыми через нагружающее устройство (3). Расстояние между опорами нагружающего устройства принимали 60 см. Средняя часть трубы (зона потери устойчивости) оставалась свободной от нагрузки. Прогиб трубы на середине длины измеряли индикатором часового типа ИЧ-10 (4).

Экспериментальные исследования проводили по следующей методике. Образец после установки на опоры нагружался поперечными силами, величина которых увеличивалась с шагом 0,5кН. По мере приближения к критическому значению шаг нагружения уменьшался до 0,1кН. На каждом шаге нагружения фиксировался прогиб оболочки в центре нижней поверхности оболочки. Проведены испытания пяти образцов. После статистической обработки результатов измерений было получено критическое значение нагрузки  $F_{cr}$ , создаваемой домкратом, равное 4,9кН. Прогиб оболочки  $u_{cr}$ , при котором была достигнута критическая нагрузка, составил 0,99см. Согласно экспериментальным данным, при достижении критической нагрузки, оболочка теряет устойчивость и в средней части ее поверхности со стороны нагружающего устройства образуются локальные поперечные вмятины, расположенные в шахматном порядке (рис.4.1.2а).





a)

б)

Рис.4.1.2 Остаточная форма центральной части образца: а) эксперимент, б) расчет (цветной палитрой выделено распределение интенсивности пластических деформаций

Диаграмма деформирования для стали 3, полученная на универсальной испытательной машине ZWICK-Z030, приведена на рис.4.1.3 сплошной линией.



Рис. 4.1.3. Диаграмма деформирования стали 3.

Для анализа влияния аппроксимации диаграммы деформирования на точность определения критической нагрузки проведены расчеты с применением теории течения с линейным изотропным упрочнением. Рассмотрены следующие варианты:

 пунктирная линия на рис.4.1.3 – аппроксимирует начальный участок экспериментальной диаграммы деформирования при χ ≤ 0,3%;

2) штриховая линия – аппроксимирует экспериментальную диаграмму деформирования при  $\chi \ge 10\%$ .

Рассматриваемая задача имеет две плоскости симметрии. Для снижения вычислительных затрат в расчетах рассматривалась <sup>1</sup>/<sub>4</sub> часть конструкции и задавались краевые условия, устраняющие перемещения граничных узлов оболочки по нормали к плоскостям симметрии. Поскольку моментная схема МКЭ является аналогом теории оболочек типа С.П. Тимошенко, для численного решения задачи применялась сетка с одним слоем конечных элементов по толщине оболочки. Всего сетка расчетной области насчитывала 4000 конечных элементов. Для повышения точности описания выпучивания оболочки применялось локальное сгущение конечно-элементной сетки в ее средней части.



Рис. 4.1.4. Зависимость от времени контактной силы  $F_{kont}$  между оболочкой и нагружающим устройством, определенной в расчете с применением нелинейной диаграммы деформирования (сплошная линия) и вариантов 1,2 линейной аппроксимации диаграммы деформирования

По предварительным расчетам период T упругих изгибных колебаний рассматриваемой оболочки по низшей форме составляет, примерно 12,5 мс. Воздействие домкрата на нагружающее устройство моделировалось в расчетах усилием F, изменение во времени которого приведено штрихпунктирной линией на рис.4.1.4. Результаты численного решения задачи представлены на рис.4.1.2, 4.1.4–4.1.7.



Рис. 4.1.5. Прогиб оболочки в центре зоны образования гофров



Рис.4.1.6 Продольных  $\sigma_{11}$  (сплошные линии) и окружных  $\sigma_{22}$  (пунктирные линии) напряжений в области первой складки, отнесенных к значению предела текучести  $\sigma_T(0)$ 



Рис. 4.1.7 Продольная компонента пластической деформаций  $\varepsilon_{11}^p$  в центре первой вмятины; определенная в пяти точках по толщине *h* оболочки.

На рис.4.1.26 изображено распределение интенсивности пластической деформации в зоне потери устойчивости оболочки в остаточном положении. Графики на рис.4.1.4-4.1.7 характеризуют зависимость от безразмерного времени *t/T* следующих параметров:

а) контактной силы  $F_{kont}$  между оболочкой и нагружающим устройством, определенной в расчете с применением нелинейной диаграммы деформирования (сплошная линия на рис.4.1.4) и вариантов 1,2 линейной аппроксимации диаграммы деформирования (пунктирная и штриховая линии соответственно на рис.4.1.4).

б) Прогиба  $u/u_{cr}$  оболочки в центре зоны образования гофров, полученного из численного решения задачи рис.4.5. Обозначения на рис.4.1.5 соответствуют обозначениям на рис.4.1.4.

в) Продольных  $\sigma_{11}$  (сплошные линии) и окружных  $\sigma_{22}$  (пунктирные линии) напряжений в области первой складки, отнесенных к значению предела текучести  $\sigma_T(0)$  при  $\chi = 0$  (рис.4.1.6). Цифрами 1,2 на рис.4.1.6 помечены графики, полученные на внутренней и внешней поверхностях оболочки соответственно;

г) Продольной компоненты пластической деформаций  $\varepsilon_{11}^{p}$  в центре первой вмятины (рис.4.1.7); определенной в пяти точках по толщине *h* оболочки.

Согласно результатам численного решения задачи, действие заданной нагрузки F порождает при  $t/T\approx 2$  пластические деформации в центре оболочки между опорами нагружающего устройства. В последующем в этой области происходит потеря устойчивости оболочки, сопровождаемая образованием локальных поперечных вмятин (рис.4.1.2). Поскольку время  $T_F$  нарастания нагрузки F, моделирующей действие домкрата, было сравнительно невелико ( $\approx 1,2T$ ) на результатах расчетов сказались динамические эффекты. В частности, максимальное значение контактной силы  $F_{kont}$  между нагружающим устройством и оболочкой на 20% превышает значение критической нагрузки  $F_{cr}$ , что связано с изгибными колебаниями оболочки. С увеличением времени  $T_F$  в 5 раз расхождение  $F_{kont}$  и  $F_{cr}$  уменьшается до 10%, однако время численного решения задачи соответственно увеличивается, что затрудняет проведение многовариантного компьютерного моделирования. На закритической стадии деформирования контактная сила  $F_{kont}$  колеблется в окрестности критического значения  $F_{cr}$ .

Хорошее согласование результатов расчета и эксперимента по критической нагрузке (пунктирная линия на рис. 4.1.4) наблюдается также при применении в расчетах модели пластичности с линейным изотропным упрочнением, если ее параметры определены по начальному участку экспериментальной диаграммы деформирования при  $\chi \le 0,3\%$ . Если же эти параметры соответствуют участку диаграммы деформирования при  $\chi \ge 10\%$ , цилиндрическая оболочка не теряет устойчивости (штриховая линии на рис. 4.1.4, 4.1.5) и ее деформирование происходит в упругой области.

В зоне складкообразования преобладающими являются продольные напряжения  $\sigma_{11}$  (рис.4.1.6). На внутренней поверхности оболочки в зоне первой вмятины на закритической стадии напряжения меняют знак (рис.4.1.6), сжимающие напряжения переходят в растягивающие и возрастают окружные растягивающие напряжения. Изменение продольных и окружных компонент тензора напряжений происходит не

90

пропорционально. В процессе разгрузки продольные напряжения в области складки вновь достигают предела текучести. На внешней поверхности оболочки продольные и окружные напряжения в этой же зоне остаются сжимающими. Следовательно, образование вмятины на оболочке происходит при наличии пластических деформаций и приводит к росту в этой области изгибающих моментов в условиях сложного напряженного состояния. Несмотря на значительные локальные формоизменения оболочки, максимальные продольные деформации в области складок на рассмотренном этапе нагружения по расчетным данным не превышают 5%, а сдвиговые деформации 0,03%.

Картина складкообразования, полученная в расчете, не соответствует экспериментальным данным (рис.4.1.2). Их расхождение по форме и расположению складок обусловлено тем, что при численном решении задачи с учетом ее симметрии рассматривалась <sup>1</sup>/<sub>4</sub> часть исследуемой конструкции с заданием соответствующих граничных условий.



a)



б)

Рис.4.1.8 Остаточная форма центральной части оболочки: a) эксперимент, б) расчет с одной плоскостью симметрии

Было сделано предположение, что на форму вмятин в эксперименте оказало влияние несовершенство приложения нагрузки. Для проверки этого предположения были проведены расчеты для <sup>1</sup>/<sub>2</sub> части цилиндрической оболочки с учетом плоскости симметрии в продольном направлении. Для моделирования несовершенства в расчете на одной из опор нагружающего устройства (рис.4.1.1) давление увеличивалось на 0,1%.

На рис.4.1.8 приведены формы оболочки в зоне потери устойчивости, полученные в эксперименте и в расчете. Как видно из рис.4.1.8 результаты расчета с учетом несовершенства нагружения соответствуют экспериментальным данным. Следует отметить, что введенное перераспределение давления по опорам нагружающего устройства практически не повлияло на графики временных зависимостей, приведенных на рис. 4.1.4 – 4.1.7

Для иллюстрации точности численного определения критической нагрузки были проведены расчеты, в которых воздействие на нагружающее устройство было снижено на 2% и 12%. Результаты расчетов представлены на рис. 4.1.9, 4.1.10 в виде зависимости от безразмерного времени t/T контактной силы  $F_{kont}$  между оболочкой и нагружающим устройством и прогиба  $u/u_{cr}$  оболочки в центре зоны образования гофров. Сплошная линия на рис.4.1.9, 4.1.10 соответствует  $F_{max} / F_{cr} = 1$ , пунктирная линия –  $F_{max} / F_{cr} = 0.98$ , штриховая линия –  $F_{max} / F_{cr} = 0.88$ 



Рис.4.1.9 Зависимость силы  $F_{cont}/F_{cr}$  от безразмерного времени: сплошная линия –  $F_{max}/F_{cr}=1$ , пунктирная линия –  $F_{max}/F_{cr}=0.98$ , штриховая линия  $F_{max}/F_{cr}=0.88$ 



Рис.4.1.10 Зависимость безразмерного прогиба  $u/u_{cr}$  в центре оболочки от безразмерного времени t/T: сплошная линия –  $F_{max}/F_{cr}$ =1, пунктирная линия –  $F_{max}/F_{cr}$ =0,98, штриховая линия  $F_{max}/F_{cr}$ =0,88

Анализ напряженно-деформированного состояния показал, что при снижении нагрузки на 2% и 12% в центральной зоне оболочки образуются пластические

деформации, однако выпучивания оболочки не происходит, что подтверждается графиками временной зависимости прогиба на рис.4.1.10

Представленные результаты позволяют сделать следующие выводы. Применяемая вычислительная модель качественно правильно и с приемлемой точностью описывает упругопластическое выпучивание тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим заполнителем при изгибе. Моментная схема МКЭ при малых деформациях поперечного сдвига позволяет решать задачи устойчивости тонкостенных упругопластических оболочек на сетке с одним слоем конечных элементов по толщине. При численном исследовании потери устойчивости оболочек в упругопластической области необходимо применять модель пластичности с нелинейным упрочнением, так как критическая нагрузка и закритическое деформирование оболочки существенно зависит от текущего касательного модуля. На картину волнообразования существенное влияние оказывают несовершенства в условиях нагружения.

### 4.2 Анализ влияния скорости нагружения на точность определения предельного поперечного усилия для цилиндрической оболочки

Для снижения влияния динамических эффектов на численное решение при компьютерном моделировании предусматривалось постепенное увеличение внешнего воздействия на начальном этапе. В рассмотренных задачах этот этап длился 1,2 периода изгибных колебаний оболочки по низшей форме. Судя по графикам временной зависимости контактной силы  $F_{cont}/F_{cr}$ , такой интервал времени нарастания внешнего воздействия был недостаточным и не устранил полностью волновые процессы. Чтобы оценить их влияние были проведено численное моделирование изгиба цилиндрической оболочки с заполнителем, рассмотренной в предыдущем параграфе, при задании скорости перемещения нагружающего устройства (жесткое нагружение). Исследовались два варианта нагружения, графики изменения BO времени скорости перемещения нагружающего устройства которых приведены на рис.4.2.1 пунктирной и штриховой линиями. Для сравнения на рис.4.2.1 сплошной линией приведена зависимость скорости перемещения нагружающего устройства при действии на него внешнего давления, зависимость от времени которого представлена на рис.4.1.3 штрихпунктирной линией.



Рис.4.2.1 Зависимость скорости смещения нагружающего устройства от безразмерного времени



Рис.4.2.2 Зависимость прогиба в центре оболочки от безразмерного времени



Рис.4.2.3 Зависимость силы  $F_{cont}/F_{cr}$  отнесенной к критическому значению от безразмерного времени



Рис.4.2.4 Зависимость *F<sub>cont</sub>* / *F<sub>cr</sub>* отнесенной к критическому значению от перемещения нагружающего устройства

Результаты численного решения задачи отображены на рис. 4.2.2 – 4.2.4. На рис.4.2.2, 4.2.3 приведены графики временной зависимости прогиба оболочки в области складко образования и контактной силы  $F_{cont}/F_{cr}$  между нагружающим устройством и оболочкой. На рис.4.2.4 представлены графики изменения  $F_{cont}/F_{cr}$  в зависимости от смещения нагружающего устройства.

Как видно из приведенных графиков снижение скорости нагружения приводит к уменьшению инерционных сил (волновых эффектов). На рис.4.2.4 графики зависимости  $F_{cont}/F_{cr}$  от  $u/u_{cr}$  на начальном этапе деформирования до потери устойчивости отличаются незначительно. На закритической стадии деформирования, чем выше скорость нагружения, тем больше проявляются динамические эффекты. Однако следует учитывать, снижение скорости нагружения увеличивает затраты вычислительных ресурсов.

## 4.3. Анализ влияния размеров на устойчивость цилиндрической оболочки при изгибе.

Цель данной работы состоит в численном исследовании:

 а) упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения консольно закрепленных цилиндрических оболочек с сыпучим наполнителем при изгибе поперечной силой на основе конечно-элементной методики, изложенной в главе 3 диссертационной работы;

95

б) влияния геометрических параметров и сыпучего заполнителя на устойчивость оболочек.

Геометрические параметры исследуемых образцов приведены в таблице 4.3.1

Таблица 4.3.1.

| Серия<br>испытаний | Радиус R,<br>мм | Толщина<br>стенки h, мм | Длина L, мм | h/R    | L/R  |
|--------------------|-----------------|-------------------------|-------------|--------|------|
| 1                  | 32,80           | 0,10                    | 135         | 0,0030 | 4,12 |
| 2                  | 32,80           | 0,10                    | 270         | 0,0030 | 8,24 |
| 3                  | 41,65           | 0,12                    | 165         | 0,0029 | 3,96 |

Исследуемые образцы изготовлены глубокой вытяжкой из алюминиевого сплава 3004 в состоянии H19. Диаграмма деформирования алюминиевого сплава представлена на рис.4.3.1.



Рис.4.3.1 Диаграмма деформирования алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19.

В каждой серии экспериментов испытывались по 10 образцов с последующей статистической обработкой результатов [88]. Рассматривался изгиб полых образцов и заполненных на 90% сыпучим материалом (железным порошком ПЖ-5 плотностью 2,62г/см<sup>3</sup>).

При численном решении задачи количество конечных элементов оболочки варьировалось от 3200 до 6400 в зависимости от ее длины. Количество конечных элементов в окружном направлении было постоянным (40КЭ). Для повышения точности по длине оболочки применялось локальное сгущение сетки в зоне потери устойчивости и в зоне приложения нагрузки. Результаты численного и экспериментального исследований упругопластического деформирования и выпучивания консольно защемленной цилиндрической оболочки под действием поперечной нагрузки приведены в таблицах 4.3.2-4.3.4 и на рис.4.3.2

| 1 | I | аблица | 4. | 3 | .2 |
|---|---|--------|----|---|----|
|---|---|--------|----|---|----|

| Серия     | %          | Критическая | % увеличения $Q_{cr}$ |                  |
|-----------|------------|-------------|-----------------------|------------------|
| испытаний | заполнения | эксперимент | расчет                | для заполненного |
|           | образцов   |             |                       | образца          |
| 1         | 0 (пустой) | 0,153       | 0,16                  | 40.5             |
| 1         | 90         | 0,215       | 0,223                 |                  |
| 2         | 0          | 0,060       | 0,063                 | 16.9             |
| _         | 90         | 0,070       | 0,0747                |                  |
| 3         | 0          | 0,262       | 0,269                 | 30.2             |
| -         | 90         | 0,341       | 0,349                 |                  |

Таблица 4.3.3.

| $R_{2}/R_{1}$ | $h_{2}/h_{1}$ | $L_2/L_1$ | $Q_{cr}^1 / Q_{cr}^2$ |                     |  |  |  |
|---------------|---------------|-----------|-----------------------|---------------------|--|--|--|
|               |               |           | пустой образец        | заполненный образец |  |  |  |
| 1             | 1             | 2         | 2,56                  | 3,07                |  |  |  |

Таблица 4.3.4.

| $R_3/R_1$ | $h_{3}/h_{1}$ | $L_{3}/L_{1}$ | $Q_{cr}^3 / Q_{cr}^1$ |                     |  |  |
|-----------|---------------|---------------|-----------------------|---------------------|--|--|
|           |               |               | пустой образец        | заполненный образец |  |  |
| 1,27      | 1,2           | 1,22          | 1,71                  | 1,59                |  |  |

В таблице 4.3.2 приведены значения критической нагрузки, полученные в расчетах и экспериментах для образцов 1-3 серий, геометрические параметры которых приведены в таблице 4.3.1. В следующих таблицах сравниваются критические нагрузки для образцов серий 1 и 2 (таблица 4.3.3) и образцов серий 1 и 3 (таблица 4.3.4) при одинаковых значениях прогибов на торцах оболочек в эксперименте и расчете. На рис.4.3.2 представлена форма примыкающего к опорной стенке фрагмента оболочки без заполнителя из первой серии испытаний (h/R=0,03, L/R=4,12) после потери устойчивости (а – расчет, б – эксперимент).





б)

Рис.4.3.2 Форма примыкающего к опорной стенке фрагмента оболочки без заполнителя при *h*/*R*=0,03, *L*/*R* =4,12 после потери устойчивости (а – расчет, б – эксперимент)

По расчетным и экспериментальным данным при достижении поперечной нагрузкой критического значения сначала образуются ромбовидные вмятины вблизи заделки в сжатой зоне образца перпендикулярно к его оси («изгибная» форма выпучивания в зоне максимальных продольных сжимающих напряжений [69]). Затем образуются вмятины на боковых поверхностях образца, направленные под углом к его оси («сдвиговая» форма выпучивания в зоне максимальных касательных напряжений). Для других вариантов оболочки, представленных в таблице 4.3.1, картина волнообразования качественно не менялась. Потеря устойчивости оболочки происходит при малых упругопластических деформациях в области вмятин, не превосходящих 1%. Как и при изгибе шарнирно опертой оболочки (раздел 4.1 диссертации) на момент потери устойчивости и критическую нагрузку существенно влияет диаграмма деформирования материала.

Сыпучий заполнитель создает давление на внутреннюю поверхность оболочки, препятствующее образованию вмятин, и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине оболочки весовой нагрузки. Первый фактор увеличивает критическую поперечную нагрузку  $Q_{cr}$ , а второй уменьшает. Кроме того, при оценке  $Q_{cr}$  необходимо учитывать взаимодействие «изгибной» и «сдвиговой» форм выпучивания цилиндрических оболочек средней длины. При изгибе упругой консольно закрепленной оболочки поперечной силой Q, приложенной на торце, максимальные нормальные  $\sigma_{max}$  и касательные  $\tau_{max}$  напряжения определяются формулами [69]

$$\sigma_{\max} = QL/\pi hR^2, \qquad \tau_{\max} = Q/\pi hR.. \qquad (4.3.1)$$

«Сдвиговая» форма выпучивания характерна для коротких оболочек, а «изгибная» форма выпучивания для длинных оболочек [69].

Сыпучий заполнитель увеличивает  $Q_{cr}$  на 16,9-40,5% в зависимости от геометрии оболочки (таблица 4.3.2). Как видно из таблицы 4.3.3 с увеличением длины оболочки в 2 раза уменьшается критическая поперечная нагрузка, что объясняется увеличением  $\sigma_{max}$  от действия весовой нагрузки. При практически пропорциональном увеличении радиуса, толщины и длины оболочки на 20% возрастает роль изгибающего момента от весовой нагрузки, и критическая поперечная нагрузка увеличивается в меньшей степени, чем в серии испытаний 1 (таблицы 4.3.2, 4.3.4).

В целом наблюдается хорошее соответствие между результатами вычислительных и натурных экспериментов по формам волнообразования (рис.4.3.2) и критическим нагрузкам (таблица 4.3.2).

## 4.4. Анализ критической нагрузки консольно закрепленной большегабаритной емкости с наполнителем при поперечном изгибе.

С применением разработанной эмпирической формулы (параграф 3.4 диссертации) выполнен расчет критического напряжения и критической нагрузки для консольно закрепленных большегабаритных емкостей (цистерн) при поперечном изгибе. В расчетах варьировались габариты емкостей, конструкционный материал, тип заполнителя и степень заполнения.

Для сравнения получены результаты аналогичных расчетов на основе условий подобия и экспериментальных данных для модельного образца ( $R' = 32,8 \cdot 10^{-3} m$ ;  $h' = 0,1 \cdot 10^{-3} m$ ;  $l' = 135 \cdot 10^{-3} m$ ); выполненного из алюминиевого сплава 3004 в состоянии H19 (модуль упругости  $E' = 0,7 \cdot 10^5 M\Pi a$ ), загруженного железным порошком ПЖ-5 (насыпная плотность  $\rho = 2,62 \cdot 10^{-2}$  MH/m<sup>3</sup>) на 90 % объема образца. Критическая нагрузка по экспериментальным данным, приведенным в таблице 4.3.2, равна  $F'_{c\kappa} = 0,215 \cdot 10^{-3} MH$ .

Сопоставление полученных результатов позволяет оценить точность разработанной эмпирической формулы определения критической нагрузки.

Критические силы для пустой модели и пустой цистерны связаны соотношением [71]:

$$F_{cr} = \frac{F_{cr}'}{\mu \cdot \alpha_3^2 \cdot (\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2})^{1/4}},$$
(4.4.1)

где  $F_{cr}$ ,  $F_{cr}'$  – критическая поперечная сила изгиба цистерны и модели и  $\mu$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  – коэффициенты подобия:

$$\mu = E'/E, \,\alpha_1 = R'/R, \,\alpha_2 = l'/l, \,\alpha_3 = h'/h \tag{4.4.2}$$

Параметры со штрихом в (4.4.2) относятся к модельному образцу.

Рассчитана критическая сила, действующая на свободный торец консольно закрепленной стальной цистерны (R=1,25м;  $h=3,8\cdot10^{-3}$ м; l=4,5м); модуль упругости  $E=2,1\cdot10^{5}$ МПа. Цистерна загружена железным порошком (насыпная плотность  $\rho=2,62\cdot10^{-2}$ МН/м<sup>3</sup>) на 90 %. Объем  $V_{I}$ , занимаемый порошком равен 19,87м<sup>3</sup>. Равномерно распределенная весовая нагрузка  $q = \rho \cdot V_{I}/l$  равна 0,1157*M*H/*м*.

Коэффициенты подобия имеют следующие значения:

$$\mu = \frac{E'}{E} = 0,333, \ \alpha_1 = \frac{R'}{R} = 0,0262, \ \alpha_2 = \frac{l'}{l} = 0,03, \ \alpha_3 = \frac{h'}{h} = 0,0263.$$
(4.4.3)

Условие геометрического подобия модельного образца и цистерны [71] α<sub>1</sub>=α<sub>3</sub> выполняется. Из условия подобия следует.

$$Q = \frac{F'_{cr}}{\mu \alpha_3^2 (\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2})^{1/4}} + ql = 1,52MH$$
(4.4.4)

Согласно (4.4.4) критическая поперечная нагрузка  $F_{cr}^{P} = Q - ql$  для цистерны, полученная на основе экспериментальных данных на модельном образце и условиях подобия, равна 0,998MH.

В соответствии с формулами (3.4.2), (3.4.4), (3.4.8):

$$\sigma_{cr}^{\prime} = 0.3E \frac{h}{R} = 191.52M\Pi a, \ \sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = 62.83M\Pi a, \ \sigma_2 = \frac{\rho g H R}{2h} = 88.68M\Pi a, \ (4.4.5)$$

где *W*=*πhR*<sup>2</sup>=0,0186*м*<sup>3</sup>, *H*=2,1*м*. Критическое напряжение, критический изгибающий момент и критическая поперечная нагрузка для цистерны равны:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 343,03M\Pi a, \ M^a_{cr} = \sigma'_{cr} \cdot W = 6,38MH \cdot M, \ Q^a_{cr} = \frac{M^a_{cr}}{l} = 1,42MH$$
(4.4.6)

Отсюда  $F_{cr}^{a} = Q_{cr}^{a} - ql = 0,9MH$ . Расхождение результатов двух расчетов  $F_{cr}^{a}$ . и  $F_{cr}^{P}$ , полученных альтернативными методами, составляет 9,8%.

Результаты расчетов критической силы, действующей на свободный торец консольно закрепленной рассмотренной цистерны при загрузке железным порошком на 30 %, 60%, 90% объема приведен в таблице 4.4.1.

Таблица 4.4.1

| %<br>загрузки | V,<br>м <sup>3</sup> | $F_{cr}^{P},$ MH | $\sigma_{\scriptscriptstyle 1,}$<br>МПа | <i>σ</i> <sub>2</sub> ,<br>МПа | $\sigma_{cr},$ ΜΠα | $M^{a}_{cr}$ ,<br>MH·M | $Q^a_{cr}$ ,<br>MH | $F^{a}_{cr}.,$ MH | $\Delta$ , % |
|---------------|----------------------|------------------|---|--------------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|-------------------|--------------|
| 30            | 6,62                 | 0,74             | 21,23                                   | 36,3                           | 249,05             | 4,63                   | 1,03               | 0,85              | 12,9         |
| 60            | 13,25                | 0,767            | 41,97                                   | 61,23                          | 294,72             | 5,48                   | 1,22               | 0,87              | 11,8         |
| 90            | 19,87                | 0,998            | 62,83                                   | 88,68                          | 343,03             | 6,38                   | 1,44               | 0,9               | 9,8          |

Проведены расчеты критической силы для цистерны (R=0,59м;  $h=1,8\cdot10^{-3}$ м; l=2м), выполненной из алюминиевого сплава ( $E=0,7\cdot10^{5}$ МПа). Цистерна загружена железным порошком ( $\rho=2,62\cdot10^{-2}$ МН/м<sup>3</sup>) на 90% объема. Объем цистерны V=1,57 м<sup>3</sup>, объем загрузки  $V_{I}=0,9V=1,413$ м<sup>3</sup>. Масса порошка  $m=\rho V_{I}=0,037$ МН. Равномерно распределенная весовая нагрузка равна q=m/l=0,0185МН/м Осевой момент сопротивления W=0.00157м<sup>3</sup>.

В соответствии с (3.4.2), (3.4.4), (3.4.8), (3.4.9)  $\sigma'_{cr} = 64M\Pi a \sigma_1 = 23,5M\Pi a$ ,  $\sigma_2 = 37,9M\Pi a$ ,  $\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = 125,4M\Pi a$ . Критический изгибающий момент  $M^a_{cr}$ .и критическая нагрузка  $F^a_{cr}$ . равны:

$$M_{cr}^{a} = \sigma_{cr}' \cdot W = 0.197 MH \cdot M, \ F_{cr}^{a} = M_{cr}^{a} / l - ql = 0.0614 MH.$$
(4.4.7)

Коэффициенты подобия равны:

$$\mu = E'/E = 1$$
,  $\alpha_1 = R'/R = 0.0555$ ,  $\alpha_2 = l'/l = 0.0675$ ,  $\alpha_3 = h'/h = 0.0555$ . (4.4.8)

Критическая нагрузка  $F_{c\kappa}^{P}$ . для рассматриваемой цистерны исходя из условия подобия, равна

$$F_{cr}^{P} = \frac{F_{cr}'}{\mu \cdot \alpha_{3}^{2} \cdot (\frac{\alpha_{1} \cdot \alpha_{3}}{\alpha_{2}^{2}})^{1/4}} = 0,077MH$$
(4.4.9)

Расхождение значений критических нагрузок  $F_{cr}^{a}$ . и  $F_{c\kappa}^{P}$ . составляет 20%.

Определена критическая сила, действующая на свободный торец консольно закрепленной стальной цистерны (R=1,25м;  $h=3,8\cdot10^{-3}$ м; l=4,5м;  $E=2,1\cdot10^{5}$ МПа), загруженной медным порошком ( $\rho=3,54\cdot10^{-2}$ МН/м<sup>3</sup>) на 90 % объема. Объем цистерны  $V = 22,1m^{3}$ , объем, занимаемый медным порошком  $V_{1} = 19,87m^{3}$ .

Коэффициенты подобия равны:

$$\mu = E'/E = 0,333, \alpha_1 = R'/R = 0,0263, \alpha_2 = l'/l = 0,03, \alpha_3 = h'/h = 0,0263.$$
 (4.4.10)

Условие геометрического подобия  $\alpha_1 = \alpha_3$  выполняется.

В соответствии с методом подобия критическая поперечная нагрузка для цистерны равна:

$$Q_{cr} = F_{cr}^{P} + ql = \frac{F_{cr}'}{\mu \alpha_{3}^{2} \left(\frac{\alpha_{1} \alpha_{3}}{\alpha_{2}^{2}}\right)^{1/4}} + ql = 1,76MH$$
(4.4.11)

Из (4.4.11) следует  $F_{cr}^{P} = Q_{cr} - ql = 1,06MH$ .

Оценка критической нагрузки цистерны  $F_{cr}^{a}$ . по эмпирической формуле (3.4.9) дает следующие результаты:

$$\sigma_{cr}' = 0,3E\frac{h}{R} = 192M\Pi a, \ \sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = 85M\Pi a, \ \sigma_2 = \frac{\rho_g HR}{2h} = 120M\Pi a,$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}' + \sigma_1 + \sigma_2 = 397M\Pi a., \ F_{cr}^a = \frac{\sigma_{cr}W}{l} - ql = 0,94MH.$$
(4.4.12)

Расхождение результатов двух расчетов  $F_{cr}^{a}$ . и  $F_{cr}^{P}$  составляет 11,3%.

Выполнены расчеты критической нагрузки, действующую на консольно закрепленную цистерну (R=1,25м;  $h=3,8\cdot10^{-3}$ м; l=4,5м) из алюминиевого сплава АМг-5 ( $E=0,7\cdot10^{5}$ МПа), загруженной железным порошком ( $\rho=2,62\cdot10^{-2}$ МН/м<sup>3</sup>) на 90 % объема.

Коэффициенты подобия равны:

$$\mu = \frac{E'}{E} = 1, \ \alpha_1 = \frac{R'}{R} = 0,0263, \ \alpha_2 = \frac{l'}{l} = 0,03, \ \alpha_3 = \frac{h'}{h} = 0,0263.$$
(4.4.13)

Условия геометрического подобия  $\alpha_1 = \alpha_3$  и физического подобия E = E' выполняются. Объем цистерны –  $V = \pi R^2 l = 22, 1m^3$ , объем, занимаемый железным порошком –  $V_1 = 0,9V = 19,87m^3$ . Весовая нагрузка от заполнителя  $q = \rho \cdot V/l = 0,1157MH/m$ .

На основании условий подобия для цистерны критическая поперечная нагрузка равна:

$$Q_{cr} = F_{cr}^{P} + ql = \frac{F_{cr}'}{\mu \alpha_{3}^{2} (\frac{\alpha_{1} \alpha_{3}}{\alpha_{2}^{2}})^{1/4}} + ql = 0,872MH , F_{cr}^{P} = Q_{cr} - ql = 0,352MH$$
(4.4.14)

Оценка критической нагрузки  $F_{cr}^{a}$ . для цистерны по эмпирической формуле (3.4.9) дает следующие результаты.

$$\sigma_{cr}^{\prime} = 0,3E\frac{h}{R} = 64M\Pi a, \ \sigma_{1} = \frac{ql^{2}}{2W} = 63M\Pi a, \ \sigma_{2} = \frac{\rho g H R}{2h} = 88,7M\Pi a,$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^{\prime} + \sigma_{1} + \sigma_{2} = 215,7M\Pi a, \ F_{cr}^{a} = \frac{\sigma_{cr} W}{l} - ql = 0,37MH,$$

$$(4.4.15)$$

где H=2,1м. Расхождение  $F_{cr}^{a}$ . и  $F_{cr}^{P}$  составляет 5%.

Таким образом, разработанная эмпирическая формула (3.4.9) обеспечивает приемлемую точность оценки критической нагрузки при изгибе цилиндрических оболочек с наполнителем и может применяться для анализа устойчивости большегабаритных емкостей для транспортировки сыпучих материалов.

## 4.5. Анализ устойчивости большегабаритной емкости для автомобильной транспортировки сыпучих материалов при разгрузке.

Проведен численный анализ процессов упругопластического деформирования и предельного состояния большегабаритной цистерны (рис.4.5.1), заполненной сыпучим материалом, при изгибе в процессе разгрузки. Определена критическая нагрузка, при которой цистерна теряет устойчивость.



Рис. 4.5.1

Корпус исследуемой конструкции (рис.4.5.1) представляет собой тонкостенную цилиндрическую оболочку. Цистерна загружена сыпучим материалом общей массой 1,6МН. При разгрузке цистерна наклоняется на угол 40,29<sup>0</sup>. Для этого один торец цистерны шарнирно закрепляется на раме, а другой поднимается телескопическим устройством. Под действием весовой нагрузки корпус емкости при подъеме изгибается. Этот процесс может сопровождаться образованием пластических деформаций и потерей устойчивости в средней части цилиндрической оболочки и местах крепления опорных устройств.



Рис.4.5.2 Зависимость предела текучести от параметра Одквиста для алюминиевого сплава

Компьютерное моделирование с применением вычислительного комплекса «Динамикиа-3» проводились для замкнутой цилиндрической оболочки (h=0,5см, R/h = 255, L/R = 12,5), опертой по торцам на недеформируемые плиты. Материал оболочки – алюминиевый сплав (плотность  $\rho = 2,65e/cm^3$ , модуль упругости  $E=63\Gamma\Pi a$ , коэффициент Пуассона  $\mu=0,32$ , зависимость предела текучести от параметра Одквиста приведена на рис.4.5.2 сплошной линией). Механические характеристики алюминиевого сплава определялись по диаграмме деформирования, полученной на испытательной машине ZWICK. Для сравнения проводились расчеты для модели упругопластического деформирования с линейным упрочнением (пунктирная линия на рис.4.5.2).

Предполагается, что емкость заполнена на 90% сыпучим материалом массой 1,6МН. Распределение весовой нагрузки вдоль оси вращения оболочки принимается равномерным, а в поперечном сечении изменение давления  $P_{\varphi}$  по повороту задается формулой:

$$P_{\varphi} = P_1 \times \sin(\varphi/2), \ 0 \le \varphi \le 2\pi.$$
 (4.5.1)

Значение *P*<sub>1</sub> определяется из условия:

$$\int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} P_{\varphi} d\varphi dx = P_{\phi}$$
(4.5.2)

где  $P_o = -$  допускаемый вес сыпучего груза. Изменение весовой нагрузки во времени задавалось формулой:

$$P = k \times P_{\varphi} \times t/t_1 \tag{4.5.3}$$

где *k* – коэффициент запаса. Величина *t*<sub>1</sub> в формулах (4.5.3) определялась, исходя из частотного анализа, и в дальнейшем корректировались в соответствии с результатами численных экспериментов.

Для дискретизации задачи по пространственным переменным применялся восьми узловой конечный элемент оболочки. Это позволило решать задачу на сетке с одним слоем конечных элементов по толщине. Предварительно было проведено исследование сходимости численного решения при последовательном измельчении конечно-элементной сетки расчетной области. На основании результатов исследования была подобрана оптимальная сетка, которая состояла из 16000 конечных элементов и для повышения точности решения сгущалась в области центрального поперечного сечения.



Рис. 4.5.3. Зависимость прогиба в центре оболочки от увеличения весовой нагрузки: сплошная линия – нелинейное упрочнение конструкционного материала, пунктирная линия – линейное упрочнение



Рис.4.5.4 Зависимость контактной силы от увеличения весовой нагрузки: сплошная линия – нелинейное упрочнение конструкционного материала, пунктирная линия – линейное упрочнение, штриховая линия – изменение весовой нагрузки (линейная зависимость)

Результаты конечно-элементного решения задачи приведены на рис. 4.5.3, 4.5.4 в виде зависимости от увеличения весовой нагрузки следующих параметров:

а) прогиба в центре оболочки (рис.4.5.3);

б) контактной силы  $F_k$  в области опор (рис.4.5.4).

Сплошными и пунктирными линиями на рис.4.5.3, 4.5.4 приведены результаты расчетов с нелинейной и линейной диаграммами деформирования, изображенными на рис.4.5.2. Штриховая линия на рис.4.5.4 характеризует увеличение весовой нагрузки, *P*<sub>0</sub> – допускаемый проектом вес засыпки.

Как видно из представленных результатов критическая для рассматриваемой большегабаритной емкости весовая нагрузка по расчетным данным, примерно, в 4 раза превышает допускаемое проектом значение. Применение модели упругопластического деформирования с линейным изотропным упрочнением на 30% завышает критическое значение весовой нагрузки.

На основе компьютерного моделирования было получено, что цистерна теряет устойчивость при критическом продольном напряжении  $\sigma_{cr} = 121,6M\Pi a$ .

Выполнены расчеты критического напряжения на основе разработанной эмпирической формулы. Расчетная схема представлена на рис.4.5.5.



Рис. 4.5.5. Расчетная схема

Цистерна изгибается выпуклостью вниз. Поэтому критическое напряжение равно

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}' + \sigma_1 + \sigma_2 = 0,22E \frac{h}{R} + \frac{M}{W} - \frac{\rho g H R}{2h} = 127,3M\Pi a, \qquad (4.5.4)$$

где  $M = \frac{ql^2}{8} = 3,2MH \cdot m.$  – максимальный изгибающий момент от весовой нагрузки;  $W = \pi h R^2 = 0,0255m^3$ ;  $V = \pi R^2 l = 81,67m^3$  – объем цистерны,  $V_1 = 0,9V = 73,5m^3$  - объем, занимаемый перевозимым сыпучим материалом,  $\rho = m/V_1 = 0,0218MH/m^3$  – его насыпная плотность. Расхождение критических продольных напряжений  $\sigma_{cr}$ , полученных на основе компьютерного моделирования и разработанной эмпирической формулы, составляет 4,5%. Расчет с применением формулы (3.4.18) показал, что критическая длина  $l_{cr}$  цистерны в 2 раза превышает длину, указанную в проекте.

Таким образом, по расчетным данным рассматриваемая конструкций в данной ситуации сохраняет устойчивость

#### 4.6 Выводы по главе 4

- Применяемая вычислительная модель, реализованная в ВК «Динамика-3» качественно правильно и с приемлемой точностью, описывает упругопластическое выпучивание тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим заполнителем при изгибе. Моментная схема МКЭ при малых деформациях поперечного сдвига позволяет решать задачи устойчивости тонкостенных упругопластических оболочек на сетке с одним слоем конечных элементов по толщине.
- 2. Исследовано влияние аппроксимации диаграммы деформирования конструкционного материала на значение критической нагрузки упругопластического изгиба цилиндрической оболочки с сыпучим наполнителем. Результаты расчетов существенно отличаются от экспериментальных данных, если применяется билинейная аппроксимация диаграммы деформирования без учета критических значений напряжений и деформаций, так как для анализа устойчивости упругопластической оболочки необходимо правильно задавать касательный модуль упрочнения материала.
- 3. Выполнен анализ влияния сыпучего заполнителя на устойчивость цилиндрических оболочек. Показано, что сыпучий заполнитель создает давление на внутреннюю поверхность оболочки, препятствующее образованию вмятин, и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине оболочки весовой нагрузки. Первый фактор увеличивает критическую поперечную нагрузку, а второй уменьшает.
- 4. При решении задачи упругопластического выпучивания цилиндрической оболочки с сыпучим наполнителем при изгибе в динамической постановке на закритической стадии деформирования, чем ниже скорость нагружения, тем меньше проявляются динамические эффекты. Однако снижение скорости нагружения увеличивает затраты вычислительных ресурсов при компьютерном моделировании. На величину критической нагрузки, определяемую по результатам компьютерного

107

моделирования деформирования оболочки на закритической стадии деформирования, влияние динамических эффектов не велико.

- На форму потери устойчивости цилиндрической оболочки при изгибе существенно влияют несовершенства условий нагружения при проведении экспериментальных исследований.
- 6. Разработанная эмпирическая формула обеспечивает приемлемую точность оценки критической нагрузки и может применяться для анализа устойчивости при изгибе цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом. На ее основе выполнена оценка критических напряжений, сил и изгибающих моментов при поперечном изгибе большегабаритной емкости с сыпучим заполнителем. В расчетах варьировались габариты емкости, конструкционный материал, тип наполнителя и степень заполнения емкости. Достоверность оценки подтверждается соответствием результатам расчетов на основе экспериментальных данных и методов подобия.
- 7. На основе разработанной эмпирической формулы выполнен анализ устойчивости большегабаритной цистерны для автомобильной транспортировки сыпучих материалов, проектируемой на предприятии ОАО «Сеспель». По расчетным данным исследуемая автоцистерна в процессе разгрузки не теряет устойчивости. Достоверность оценки критической нагрузки подтверждается результатами компьютерного моделирования с применением аттестованного вычислительного комплекса «Динамика-3» [25,86].
## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты и выводы диссертационной работы:

 Развиты экспериментальные установки и получены новые результаты экспериментального исследования устойчивости заполненной сыпучим материалом замкнутой цилиндрической оболочки при изгибе.

2. Разработана и верифицирована эмпирическая формула оценки критической нагрузки для изгиба тонкостенной цилиндрической оболочки с сыпучим наполнителем. Показано, что погрешность предлагаемой формулы не превышает 23%. При заданных параметрах поперечного сечения оболочки, характеристиках наполнителя и значениях критических продольных напряжений разработанная формула позволяет подсчитать предельную длину оболочки и предельную весовую нагрузку.

3. Исследовано влияние аппроксимации диаграммы деформирования конструкционного материала на значение критической нагрузки. Установлено, что при численном моделировании упругопластического выпучивания оболочек необходимо применять модель пластичности с нелинейным упрочнением.

4. Выполнен теоретический и экспериментальный анализ влияния сыпучего заполнителя на устойчивость цилиндрических оболочек. Показано, что сыпучий заполнитель создает давление на внутреннюю поверхность оболочки, препятствующее образованию вмятин, и изгибающий момент от равномерно распределенной по длине оболочки весовой нагрузки. Первый фактор увеличивает критическую поперечную нагрузку, а второй уменьшает. Влияние наполнителя на критическую нагрузку зависит от условий закрепления и нагружения, степени заполнения и характеристик сыпучего материала.

5. Проведен численный анализ деформирования и предельного состояния оболочечных конструкций большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих материалов при изгибе, проектируемых ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель». Показано, что проектируемая автоцистерна при разгрузке не теряет устойчивости. Применение модели упругопластического деформирования с линейным изотропным упрочнением на 30% завысило критическое значение весовой нагрузки. Расхождение критического значения продольных напряжений, полученных на основе компьютерного моделирования и разработанной эмпирической формулы, составляет 4,5%.

6. Разработанные экспериментальные установки, эмпирическая формула определения критической нагрузки при изгибе цилиндрических оболочек с наполнителем и результаты исследований будут использоваться в ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель» при проектировании большегабаритных емкостей для транспортировке сыпучих материалов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абросимов Н.А. Нелинейные задачи динамики конструкций /Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, А.И. Садырин, Д.Т. Чекмарев // Математическое моделирование. – 2000. –Т. 12. –№6. –С. 47–50.

2. Абросимов Н.А. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций: Монография / Н.А. Абросимов, В.Г. Баженов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. – 400 с.

Андреев Л.В. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации / Л.В.
 Андреев, Н.И. Обадан, А.Г. Лебедев. – М.: Наука, 1988. –208 с.

4. Артемьева А.А. Верификация конечно-элементного решения трехмерных нестационарных задач упругопластического деформирования, устойчивости и закритического поведения оболочек / А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, Д.В. Шошин // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. –Т. 3. –№2. –С. 5–14.

 Асадуллин Г.Э. Упругая устойчивость консольных конических и цилиндрических оболочек при изгибе / Г.Э. Асадуллин, А.В. Саченков //Теория пластин и оболочек. – Казань, 1971. –Вып. І. –С. 3–10.

6. Баженов В.Г. Вариационно-разностный метод решения двумерных задач динамики упругопластических оболочек / В.Г. Баженов, А.П. Шинкаренко // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький: ГГУ, 1976. – Вып. 3. –С. 14–21.

 Баженов В.Г. О консервативном сглаживании и разрывных волн напряжений в МКЭ / В.Г. Баженов, С.В. Зефиров//Вестник ННГУ. Сер. Механика. – 2001. – Вып. 1. –С. 166–173.

8. Баженов В.Г. Оценки устойчивости явной конечно-разностной схемы «крест» решения нестационарных задач теории упругости и теории оболочек / В.Г. Баженов, Д.Т. Чекмарев // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация решения задач упругости и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. унт. – Горький, 1984. –С. 15–22.

9. Баженов В.Г. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, М.В. Петров Д.В. Шошин, Т.Г. Федорова // Проблемы прочности и пластичности. – 2009. – Вып. 71. –С. 77–83.

10. Баженов В.Г. Численное исследование нестационарных процессов деформации упругопластических оболочек // Проблемы прочности. – 1984. – №11. –С. 51–54.

Баженов В.Г. Численное моделирование трехмерных задач нестационарного деформирования упругопластических конструкций методом конечных элементов / В.Г. Баженов, А.И. Кибец // Изв. РАН. МТТ. – 1994. – №10. – С. 52–57.

 Бердников Ю.Н. Об одном приближенном решении задачи устойчивости цилиндрической оболочки при неоднородном поперечном давлении / Ю.Н. Бердников,
 Б.К. Галихманов // Прочность конструкций. – Уфа, 1980. –№4. –С. 58–61.

13. Билобран Б.С. Несущая способность тонкостенной кривой трубы при изгибе за пределом упругости // Пробл. прочности. – 1984. –№12. –С. 77–80.

14. Билобран Б.С. Экспериментальные исследования чистого изгиба труб за пределом упругости // Изв. вузов. Машиностроение. – 1984. – №4. – С. 3–6.

 Бойко Д.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при поперечном изгибе /Д.В. Бойко, Л.П. Железнов, В.В. Кабанов. – М.: Механика твердого тела,2012. –№2. –С. 59–67.

16. Бойко Д.В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой /Д.В. Бойко, Л.П. Железнов, В.В. Кабанов//Механика твердого тела. – 2012. –№ 3. –С. 47–53.

17. Бубнов И.Г. Труды по теории пластин. – М.: Гос. изд-во техн. -теор. лит-ры, 1953. –
423 с.

18. Бэбкок Ч.Д. Эксперименты по устойчивости оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции: теория, эксперимент и проектирование / Пер. сангл.; ред. Э.И. Григолюк. – М.: Машиностроение, 1980. –С. 355–379.

19. Ванько В. И. Цилиндрическая оболочка конечной длины под внешним гидростатическим давлением// Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. – 2016. – Т 43. – № 13(234). – С. 156–168.

20. Власов В.В. Устойчивость цилиндрических оболочек с заполнителем при осевом сжатии и внешнем давлении//Прикл. мех. – 1973. – Т. 9. – № I. – С. II7-I2I.

Вольмир А.С. Сопротивление материалов: Учебник для вузов /А.С. Вольмир, Ю.П.
 Григорьев, А.И. Станкевич. – М.: Дрофа, 2007. –591 с.

22. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Физматгиз, 1967. – 984
с.

 Ворович И.И. Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек. – М.: Наука, 1989. – 376 с.

24. Выборнов В.Г. Экспериментальное исследование рационального подкрепления цилиндрических оболочек при действии локальных нагрузок / В.Г. Выборнов, Ю.Г.

Коноплев, И.Г. Коноплев // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1975. –№11. –С. 174–180.

25. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС№325 от 18.04.2013.

26. Галеркин Б.Г. Напряжение и перемещения в круговом цилиндрическом трубопроводе / Б.Г. Галеркин, Я.И. Перельман // Известия ВНИИТ. – 1940. – Т. 28. – С. 23

 Галимов К.З. Основы нелинейной теории тонких оболочек. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1975. – 325 с.

Голованов А.И. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек /
 А.И. Голованов, М.С. Корнишин. – Казань, 1989. –269 с.

29. Голованов А.И. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций / А.И. Голованов, О.Н. Тюленева, А.Ф. Шигабутдинов. – М.: Физматлит, 2006. – 391 с.

 Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек / А.Л. Гольденвейзер. – М.: Гостехиздат, 1953. – 544 с.

Григолюк Э.И. Теоретические и экспериментальные исследования устойчивости оболочек за пределами устойчивости // Итоги науки и техники. Механика. Устойчивость и пластичность. –М.: ВИНИТИ. – 1966. –С. 7–81.

Григолюк Э.И. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек / Э.И. Григолюк,
 В.В. Кабанов // Итоги науки. Механ. тверд. деформ. тел. 1967. –М.: ВИНИТИ, 1969. –
 348с.

 Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек / Э.И. Григолюк, В.В. Кабанов. – М.: Наука, 1978. – 360 с.

 Гудрамович В.С. Устойчивость упругопластических оболочек. – Киев: Наук. Думка, 1987. – 216 с.

35. Даревский В.М. Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением // Прочность цилиндрических оболочек: Сб. ст. – М.: Оборонгиз,1959. –№29. –С. 72–94.

 Дарков А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. –М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.

37. ДобряковА.А. Влияние нормального давления на устойчивость цилиндрической оболочки, нагруженной поперечной силой и изгибающим моментом // Некоторые вопросы механики. –М.: Оборонгиз, 1962. –С. 33–50.

38. Железнов Л.П. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости дискретно подкрепленных эллиптических цилиндрических оболочек при поперечном изгибе/Л.П. Железнов, В.В. Кабанов, Д.В. Бойко. //Прикладная механика и техническая физика. – 2012. –Т. 53. –№2. – 2012. –С. 111–114.

39. Жигалко Ю.П. Расчет тонких упругих цилиндрических оболочек на локальные нагрузки / Ю.П. Жигалко // Исследования по теории З9пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1966. –№4. –С. 3–41.

Зарипов Р.М., Иванов В.А. Приближенный расчет изгиба оболочки с заполнителем.
Сб.: Механика деформируемых сред. Куйбышев. – 1977. – № 2. – С. 94-99.

41. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. В 2 т. Т. 1. Устойчивость-М.: Физматлит, 2007. – 448 с.

42. Иванов В.А. Исследования по теории оболочек с заполнителем. Диссертация д-ра физико-математических наук. 1983. Казань.

43. Иванов В.А., Сафиуллин Ф.Х. Деформация бесконечной цилиндрической оболочки с заполнителем, нагруженной по участку боковой поверхности. Сб.: Тр. семинара по теории оболочек. Казанск. физ.-техн. ин-т АН СССР, Казань, 1973, вып. 3, с. 176-184.

44. Ильгамов М.А. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим заполнителем / М.А. Ильгамов, В.А. Иванов, Б.В. Гулин. –М.: Наука, 1977. – 331 с.

45. Ильгамов М.А. Расчет оболочек с упругим заполнителем /М.А. Ильгамов, В.А. Иванов, Б.В. Гулин. –М.: Наука, 1987. – 260 с.

46. Ильгамов М.А. Экспериментальное исследование устойчивости консольнозакрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1964. –№2. –С. 186–191.

47. Ильина А.М., Корбут Б.А. Собственные колебания цилиндрической оболочки с пустотелым заполнителем// Изв. АН СССР, МТТ. – 1969. – № 6ю –С. 123-127.

48. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.

49. Ильюшин А.А. Упругопластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильюшин, П.М. Огибалов. – М.: Из-во Моск. ун-та, 1960. – 227 с.

50. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость круговой цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов // Пространственные конструкции в Красноярском крае. – Красноярск, 1989. –С. 89–98.

51. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленных цилиндрических оболочек при изгибе/В.В. Кабанов, С.В. Астрахарчик//

Пространственные конструкции в Красноярском крае. – Красноярск: КИСИ, 1985. – С. 75– 83.

52. Кабанов В.В. Нелинейное деформирование и устойчивость подкрепленной шпангоутами консольной круговой цилиндрической оболочки при поперечном изгибе / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов//Прикладная механика. – 1988. –Т. 24. –№12. –С. 50–55.

53. Кабанов В.В. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки при изгибе силой через накладку / В.В. Кабанов, Л.П. Железнов // Прикладная механика. – 1989. –№25. –С. 8–15.

54. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций: монография. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.

55. Казанцев В.А. Устойчивость консольных круговых цилиндрических оболочек при действии локальной поверхностной поперечной нагрузки / В.А. Казанцев, Г.Р. Фавзиев. – Казань, 1983. – 36 с.

56. Кан С.Н. Устойчивость оболочек / С.Н. Кан, К.Е. Бырсан, О.А. Алифанова. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1970. – 154 с.

57. Коновалов Ю.В. Изгиб бесконечной цилиндрической оболочки // Приклад. матем. и механ. – 1940. –Т. 4. –№ 5–6 –С. 35–54.

58. Коноплев Ю.Г. Исследование напряженного состояния круговой цилиндрической оболочки с жесткой площадкой загружения / Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек. –Казань, 1966. –Вып. 4. –С. 65–83.

59. Коноплев Ю.Г. Моделирование колебаний консольной подкрепленной цилиндрической оболочки / Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков, В.З. Майстренко // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1984. –Т. 2. – №17. –С. 128–133.

60. Коноплев Ю.Г. Теоретико-экспериментальный метод в задачах устойчивости цилиндрических оболочек эллиптического сечения /Ю.Г. Коноплев, А.В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань. Изд-во Казанскогоун-та, 1984. – Вып. 17. –Ч. 1. –С. 135–152.

61. Коноплев Ю.Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку / Ю.Г. Коноплев // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та, 1966. –№4. –С. 83–90.

Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск:
 Изд-во СОРАН, 2000. – 262 с.

63. Кролл Дж.Г.А. Метод уменьшенной жесткости в теории выпучивания гладких оболочек и классический анализ устойчивости (обзор) /Дж.Г.А. Кролл, Г.Д. Гавриленко // Проблемы прочности. – 1999. –№2. –С. 45–66.

64. Левитас В.И. Большие упруго-пластические деформации материалов при высоком давлении. - Киев: Наукова думка, 1987. – 232 с.

65. Лукаш П.А. Влияние различных параметров замкнутой тонкой цилиндрической оболочки на ее напряженное и деформированное состояние / П.А. Лукаш, А.Б. Абазов // Вопросы строительства и архитектуры. – Нальчик. 1975. –Вып. 3. –С. 286–291.

66. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1986. – 512с.

67. Ляв А. Математическая теория упругости. – М. –Л.: ОНТИ, 1935.

68. Малютин И.С. Вопросы колебаний и устойчивости цилиндрической оболочки с заполнителем, дискретно подкрепленной ребрами жесткости. Тр. IX Всес. конф. по теории оболочек и пластин, Л.: Судостроение, 1975, с. 203-205.

69. Маневич А.И., Пономаренко Е.А., Прокопало Е.Ф. Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 1. Теория // Проблемы прочности. – 2013. –№1. –С.101-111.

 Мельник Р.В. Устойчивость стеклопластиковой цилиндрической оболочки с упругим заполнителем при действии нагрузок и температуры. Вестник Терноп. ф л. Львов. Политех ин-ту. – 1972. – № 62. – С. 14 – 20.

 Моссаковский В.И. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек / В.И. Моссаковский, Л.И. Маневич, А.М. Мильцын. – Киев: Наукова Думка, 1977. – 141 с.

72. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек /Х.М. Муштари, К.З. Галимов. – Казань, 1957. – 431 с.

73. Муштари Х.М. Об области применимости приближенной теории оболочек Кирхгофа-Лява // ПММ. – 1947. –Т. 11. –№5. –С. 517–520.

74. Нерубайло Б.В. К расчету цилиндрической оболочки на локальную нагрузку / Б.В.
Нерубайло, В.А. Сибиряков // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1970. –№6.
–С. 57–60.

75. Нерубайло Б.В. Локальные задачи прочности цилиндрических оболочек / Б.В. Нерубайло. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.

76. Нигул У.К. О применимости приближенных теорий при переходных процессах деформации круговых цилиндрических оболочек // Тр.VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. –М.: Наука, 1966. –С. 593–599.

77. Никулин М.В. Экспериментальное исследование прочности цилиндрических оболочек при действии локальных нагрузок / М.В. Никулин // Прочность и динамика авиационных двигателей: науч. труды. – М.: Машиностроение, 1966. –Вып. 3. –С. 3–32.

78. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 344 с.

Новожилов В.В., Финкельштейн Р.М. О погрешности гипотез Кирхгофа в теории оболочек//ПММ. – 1943. – Т.7. – №5. – С.331-340.

 Нох В.Ф. СЭЛ-совместный эйлеро-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач. // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. –С. 128– 184.

 Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.

82. Паймушин В.Н. Крутильные, изгибные и изгибно-крутильные формы потери устойчивости цилиндрической оболочки при комбинированных видах нагружения // Изв. РАН. МТТ. – 2007. –№3. –С. 125–136.

 Пикуль В.В. Современное состояние теории оболочек и перспективы ее развития // МТТ. – 2000. –№2. –С. 153–168.

84. Плетникова Е.Д. Устойчивость корпуса цилиндрической круговой герметической кабины под действием изгиба и внутреннего давления // Тр. МАП. – 1949. –№667.

85. Погорелов А.В. Геометрические методы в теории устойчивости тонких оболочек
(обзор) / А.В. Погорелов, В.И. Бабенко // Прикл. механика. – 1992. –Т. 28. –№1. –С. 3–22.

86. Программный продукт «Пакет прикладных программ для решения трехмерных задач нестационарного деформирования конструкций, включающих массивные тела и оболочки, «Динамика-3» (ППП «Динамика 3»): Сертификат соответствия Госстандарта России №РОССRU.ME20.H00338.

 Рихтмайер Р. Разностные методы решения краевых задач / Р. Рихтмайер, К. Мортон. – М.: Мир, 1972. – 418 с.

 Румшиский Л.З. Математическая обработка результатов экспериментов. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

89. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983. - 616 с.

90. Сафиуллин Ф.Х. К изгибу цилиндрических оболочек с заполнителем при локальных нагрузках. Сб.: Исследования по теории оболочек. Тр. семинара КФТИ КФАН СССР, Казань, 1978. – Вып. 10. – С. 97-103.

91. Саченков А.В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: КГУ, 1970. – Вып. 617. –С. 391–433.

92. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Гостехиздат, 1954. –
296 с.

93. Сухинин С.П., Микишева В.И. Устойчивость цилиндрических оболочек из стеклопластика с упругим заполнителем при действии осевого сжатия, внешнего давления и кручения// Механика полимеров. – 1974. – № 3. – С. 484-489.

94. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, 1971. –
808 с.

95. Федоров Н.А. Бесконечная цилиндрическая оболочка с заполнителем, подкрепленная кольцом, под действием произвольной нагрузки. //Механика полимеров. – 1977. – № І. – С. 96-103.

96. Федорова Т.Г. Экспериментально-теоретическое исследование упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения цилиндрических оболочек с сыпучим заполнителем при изгибе. Диссертация на соискание звания кандидата технических наук. Н.Новгород. 2013г.

97. Цурков И.С. Упругое напряженное состояние произвольно нагруженной замкнутой цилиндрической оболочки / И.С. Цурков // Известия АНСССР: отдел тех. Наук. – 1951. – №2. –С. 87.

98. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Высшая школа, 1983. –288 с.

99. Черных К.Ф., Литвиненкова З.Н. Теория больших упругих деформаций. – Л.: Издво ЛГУ, 1988. -256с.

100. ШагивалеевК.Ф. Теория расчета сочлененных замкнутых цилиндрических оболочек: Дис. ...д-ра техн. наук. – Саратов: Сарат. государ. тех. ун-т, 2006.

101. Шалашилин В.И. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике /В.И. Шалашилин, Е.Б. Кузнецов. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.

102. Шаринов И.Л. Напряженное состояние цилиндрической консольной оболочки при действии сосредоточенной нормальной силы, приложенной к свободному краю / И.Л. Шаринов // Инженерный журнал. –1965. –Т. 5. –Вып. 2. –С. 284–292.

103. Шклярчук Ф.Н. Расчет колебаний оболочек вращения с жидкостью методом конечных элементов//Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 1. С. 17-29.

104. Aghdamy, S. Computer analysis of impact behavior of concrete filled steel tube columns/S. Aghdamy, D.P. Thambiratnam, M. Dhanasekar, S. Saiedi//Advances in Engineering Software. – 2015. – V.89. – P. 52–63

105. Albermani, F. Propagation buckling in deep sub-sea pipelines / F. Albermani, H. Khalilpasha, H. Karampour//Engineering Structures. – 2011. – V.33. – No.9. – P. 2547–2553.

106. Allouti, M. Study of the influence of dent depth on the critical pressure of pipeline/M.
Allouti, C. Schmitt, G. Pluvinage, J. Gilgert, S. Hariri //Engineering Failure Analysis. – 2012.
– V.21. – P. 40–51.

107. Alrsai, M. Numerical study and parametric analysis of the propagation buckling behaviour of subsea pipe-in-pipe systems/M. Alrsai, H. Karampour, F. Albermani//Thin–Walled Structures. – 2018. – V.125. – P.119–128.

108. Alrsai, M. On collapse of the inner pipe of a pipe-in-pipe system under external pressure/M. Alrsai, H. Karampour, F. Albermani// Engineering Structures. – 2018. – V.172. – P. 614–628.

109. Altukher G.M., Evlanov V.V. Nonaxisymmetrical longitudinal – transversebending of cylindrical shells under the combined influence of pure bendingand pressure / Strength of Materials. – 1982. –T. 13. –№10. –C. 1277–1282.

110. Arbocz J., Babcock C.D. Experimental investigation of the effect of generalimperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR-1163. – 1968.

111. Artero-Guerrero, J.A. Numerical analysis of CFRP fluid-filled tubes subjected to high-velocity impact/J.A. Artero-Guerrero, J. Pernas–Sánchez, D. Varas, J. López–Puente//Composite Structures. – 2013. – No.96. – P.286–297.

112. Axelrad E.L. Shell theory and its specialized branches / E.L. Axelrad //Int.J. Solids and struct. – 2000. – 37. №10. –C. 1425–1451.

113. Bantlin A. Formanderung und Beauspruchung Ausgleichsrohren//Z. Ver. Deut. Ing.
1910. № 54. C. 43—49.

Barnes, P. Instability of mechanically lined pipelines under large deformation/ P. Barnes,
R. Hejazi, A. Karrech//Finite Elements in Analysis and Design. -2018. - V.146, - P. 62–69.

115. Bathe K.-Y. Finite element procedures. – New Jersey: Upper SaddleRiver «Prentice Hall», 1996. – 1037 p.

Brazier L. On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections.Proc. Roy.
Soc., 1927. – Vol. A116. –№773. – P. 104–114.

Bushnell D. Stress buckling and vibration of prismatic shells // AIAA Journal, 1971. –
V.9. N.10. – Pp. 2004-2013.

118. Cerik, B.C. A comparative study on damage assessment of tubular members subjected to mass impact/ B.C. Cerik, H.K. Shin, S.–R. Cho// Marine Structures. – 2016. – V.46. – P. 1-29.

119. Chong, J., Gao, F.Y., Li, X.H. Dynamic buckling behaviors of steel cylindrical shell subjected to conventional explosion impact loading/J. Chong, F.Y. Gao, X.H. Li// Advanced Materials Research. – 2013. – V.800. – P.196–200.

120. Donnell L.H. A new theory for the buckling of thin cylindrical underaxial compression and bending.Trans. ASME. 1934. – 56. – P. 795–806.

 Dou, Y. Computational investigation of lateral impact behavior of pressurized pipelines and influence of internal pressure/ Y. Dou, Y. Liu //Thin–Walled Structures. – 2015. – V.95. – P. 40–47.

122. Ekmekyapar, T. The influence of the inner steel tube on the compression behaviour of the concrete filled double skin steel tube (CFDST) columns/T. Ekmekyapar, H. Ghanim Hasan// Marine Structures. -2019. - V.66. - P.197-212.

123. Fairbairn W. On the resistance of tubes to collapse. Philos. Trans. Roy. Soc. London.1858. - Vol.148. - Pp. 389-414.

124. Fathallah, E. Numerical investigation of the dynamic response of optimized composite elliptical submersible pressure hull subjected to non-contact underwater explosion/E. Fathallah, H. Qi, L. Tong, M. Helal//Composite Structures. – 2015. – V. 121. – P. 121–133.

125. Flugge W. Die stabilitat der Kreiszylinderschale. Ing. -Arch., 1932. - Bd. 3. - № 5. - Ss. 463-506.

126. Gao, F. Dynamic responses and damages of water-filled cylindrical shell subjected to explosion impact laterally/F. Gao, C. Ji, Y. Long, K. Song// Latin American Journal of Solids and Structures. – 2014. – V.11. – No.11. – P.1924–1940.

127. Gavriilidis, I. Bending and buckling of internally-pressurized steel lined pipes/I.
Gavriilidis, S.A. Karamanos//Ocean Engineering. – 2019. – V.171. – P.540–553.

128. Gong, S. Asymmetric buckling of offshore pipelines under combined tension, bending and external pressure/S. Gong, Q. Hu, S. Bao, Y. Bai//Ships and Offshore Structures. – 2015. – V.10. –. No. 2. – P.162–175

129. Gong, S. Buckle propagation of sandwich pipes under external pressure/S. Gong, X.
Wang, T. Zhang, C. Liu//Engineering Structures. - 2018. - V.175. - P.339–354.

130. Gong, S.–F. Buckling response of offshore pipelines under combined tension, bending, and external pressure/S.–F. Gong, L. Yuan, W.–L. Jin//Journal of Zhejiang University: Science A. –2011. – V.12. – No.8. – P.627–636

131. Gücüyen, E. Experimental Study on Pipe Sections against Impact Loading/E. Gücüyen,
R. Tuğrul Erdem, E. Kantar//TEM Journal. – 2018. – V.7. – No.1. – P.97–104.

Han, C. Simulation investigation of dent behavior of steel pipe under external load/C.
Han, S. Tan, J. Zhang, C. Zhang//Engineering Failure Analysis. – 2018. – V.90. – P.341–354

133. Harding J.E., Onoufriou T. Behaviour of ring-stiffened cylindrical membersamaged by local denting. J Construct Steel Res 1995. – 33 (3). –P. 237–57.

134. Hasan, H.G. Mechanical performances of stiffened and reinforced concrete-filled steel tubes under axial compression/H.G. Hasan, T. Ekmekyapar, B.A. Shehab//Marine Structures. – 2019. – V.65. – P. 417-432

135. Houliara S., Karamanos S.A. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending //International Journal of Solids and Structures. – 2010. –T. 47. –№1. –C. 10–24.

136. Imperial E.F. The criterion of elastic instability of thin duralumin tubessubjected to bending. M.S. Thesis, Univ. California, Dept. Mech. –Engng.1932.

137. Jiexin, Z. Overtrawlability and mechanical damage of pipe-in-pipe/Z. Jiexin, A. Palmer,
P. Brunning//Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME. – 2014. – V.81. – No3. – Art.
no. 031006.

138. Jones, N. Low-velocity impact of pressurised pipelines/N. Jones, R.S. Birch //International Journal of Impact Engineering. – 2010. – V.37. – No.2. – P. 207–219.

139. Karamanos, S.A. Collapse of pressurized elastoplastic tubular members under lateral loads/S.A. Karamanos, C. Eleftheriadis//International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – V.46. – No.1. – P.35–56

140. Karman T. L., Tsien H. S. The buckling of thin cylindrical shells under axial compression//Journal of the Aeronautical Sciences. – 1941. – V.8. – No 8. P.303–312.

141. Kec, J. Stress-strain assessment of dents in wall of high pressure gas pipeline/J. Kec, I.
 Cerny//Procedia Structural Integrity. – 2017. – V.5. – P.340–346.

142. Khedmati, M.R. A numerical investigation into strength and deformation characteristics of preloaded tubular members under lateral impact loads/M. R. Khedmati, M. Nazari //Marine Structures. – 2012. – V.25. – No. 1. – P.33–57.

143. Kristoffersen, M. Impact against empty and water-filled X65 steel pipes – Experiments and simulations/M. Kristoffersen, F. Casadei, T. Børvik, M. Langseth, O. S. Hopperstad //International Journal of Impact Engineering. – 2014. – V.71. – P.73–88.

144. Kristoffersen, M. Combined three-point bending and axial tension of pressurised and unpressurised X65 offshore steel pipes – Experiments and simulations /M. Kristoffersen, M. Langseth, T. Børvik//Marine Structures. – 2018. – V.61. – P. 560–577.

145. Li L.-Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring stiffened cylindrical shells under pure bending / International Journal of Solids and Structures. – 2002. –T. 39. –№3. – P. 765–781.

146. Li, C. Plastic damage analysis of oil and gas pipelines with unconstrained and constrained dents/C. Li, S. Dang //Engineering Failure Analysis. – 2017. – V.77. – P. 39–49.

147. Lilly W.E. The desing of struts. Engineering. 1908. –Vol.85. –Pp.37.

148. Lu, G.Y. Dynamic responses and damages of water-filled pre-pressurized metal tube impacted by mass/G.Y. Lu, S.Y. Zhang, J.P. Lei, J.L. Yang //International Journal of Impact Engineering. – 2007. – V.34. – No.10. – P. 1594–1601.

149. Lundquist E.E. Strength tests of thin-walled duralumin cylinders incombined transverse shear and bending. NACA. Techn. Note. – 1935. –№523.

150. Lundquist E.E. Strength tests of thin-walled duralumin tubes in pure bending. NACA. Rept. 1933. –№479.

151. Mallock A. Note on the instability of tubes subjected to end pressure and on the folds in a flexible material. Proc. Roy. Soc. 1908. – Vol. 81. –№A-549. – P. 388–393.

152. Marguerre K. Uber die Behandlung von Stabilitatsproblem mit Hilfe der energetischen Methode//Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik. – 1938. – V.18. – No.1. – P.57-73.

153. Mathon C., Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending / Thin-Walled Structures. –2006. –T. 44. –№1. – P. 39–50.

154. Mossman R.W., Robinson R.G. Bending tests of metal monocoque fuselage construction. NACA. Techn. Note. 1930. -№357.

155. Naghipour, M. Analysis of high-strength pressurized pipes (API-5L-X80) with local gouge and dent defect/M. Naghipour, M. Ezzati, M. Elyasi//Applied Ocean Research. – 2018. – V.78. – P. 33–49.

156. Nishida, M. Experimental study of perforation and cracking of water-filled aluminum tubes impacted by steel spheres/M. Nishida, K. Tanaka// International Journal of Impact Engineering. – 2006. – V.32. – No.12. – P.2000–2016.

157. Odina, L. Effects of impact loads on CRA-Lined pipelines/L. Odina, F. Hardjanto, A. Walker//Ocean Engineering. – 2018. – V.166. – P. 117–134.

158. Palmer, A. Full-scale impact tests on pipelines/ A. Palmer, M. Touhey, S. Holder, M. Anderson, S. Booth//International Journal of Impact Engineering. – 2006. – V.32. – No.8. – P.1267–1283.

159. Qian, X. A load-indentation formulation for cement composite filled pipe-in-pipe structures/ X. Qian, Y. Wang, J.Y. Richard Liew, M.-H. Zhang //Engineering Structures. – 2015.
– Volume. – V.92. – P. 84–100

160. Rezaee, N. Denting the oil pipelines by a rigid cylindrical indenter with conical nose by the numerical and experimental analyses/N. Rezaee, S.M.H. Sharifi, G.R. Rashed, A. Niknejad //Thin–Walled Structures. – 2018. – V.124. – P. 312–322.

161. Rhode R.V., Lundquist E.E. Strength tests on paper cylinders in compression, bending and shear. NASA. Techn. Note. 1931. –№ 370.

162. Sauer, M. Simulation of high velocity impact in fluid-filled containers using finite elements with adaptive coupling to smoothed particle hydrodynamics/M. Sauer//International Journal of Impact Engineering. – 2011. – V. 38. – No.6. – P.511–520.

163. Shah, Q.H. Experimental and numerical study on the orthogonal and oblique impact on water filled pipes/Q.H. Shah//International Journal of Impact Engineering. – 2011. – V.38. – No.5. – P.330–338.

164. Shakir, A.S. Lateral impact response of the concrete filled steel tube columns with and without CFRP strengthening/ A.S. Shakir, Z.W. Guan, S.W. Jones //Engineering Structures. – 2016. – V.116. – P.148–162.

165. Song, K. Plastic deformation of metal tubes subjected to lateral blast loads/K. Song, Y., Ji, C. Long, F. Gao // Mathematical Problems in Engineering. – 2014. – Art. no. 250379

166. Suer H.S., Harris L.A., Skene W.T., Benjamin R.J. The bending stability of thin-walled unstiffened circular cylinders including the effects of internal pressure. J. Aeronaut. Sci., 1958. – Vol. 25. –  $N_{25}$ . – P. 281–287.

167. Tennyson R.C. A Note on the Classical Buckling Load of Circular Cylindrical Shells Under Axial Compression//AIAA Journal. – 1963. – V. 1. – №9. – P. 2194–2196

168. Thielemann W.F. On the postbuckling behavior // NASA Techn. Note. – 1962. – №D–1510. – P.203–216.

169. Travanca, J. Numerical analysis of steel tubular member response to ship bow impacts/J.
Travanca, H. Hao//International Journal of Impact Engineering. –2014. – V.64. –P. 101–121.

170. Varas, D.R. Experimental study of CFRP fluid-filled tubes subjected to high-velocity impact/D. Varas, R. Zaera, J. López–Puente //Composite Structures. – 2011. – V.93. – No.10. – P.2598–2609.

Wang, F. Effective design of submarine pipe-in-pipe using Finite Element Analysis/ F.
Wang// Ocean Engineering. – 2018. – V.153. –P. 23–32

172. Wang, F.-C. Analytical behavior of carbon steel-concrete-stainless steel double-skin tube (DST) used in submarine pipeline structure/F.-C. Wang, L. -H. Han// Marine Structures. – 2019.
- V. 63. – P.99–116.

173. Wang, F.-C. Interaction behavior between outer pipe and liner within offshore lined pipeline under axial compression/ F. – C. Wang, W. Li, L.-H. Han// Ocean Engineering. – 2019. – V.175. – P.103–112.

174. Wang, Y. Impact of cement composite filled steel tubes: An experimental, numerical and theoretical treatise/Y. Wang, X. Qian, J.Y. R. Liew, M.-H. Zhang//Thin–Walled Structure. – 2015. – V. 87. – P.76–88.

175. Wang, Y. Experimental behavior of cement filled pipe-in-pipe composite structures under transverse impact/Y. Wang, X. Qian, J.Y.R. Liew, M.–H. Zhang//International Journal of Impact Engineering. – 2014. – V.72. – P.1–16

176. Wang, R. Behavior of FRP–concrete–steel double skin tubular members under lateral impact: Experimental study/R. Wang, L.-H. Han, Z. Tao //Thin-Walled Structures. – 2015 – V.
95. – P.363–373

177. Wang, R. Experimental behavior of concrete filled double steel tubular (CFDST) members under low velocity drop weight impact// R. Wang, R. L.-H. Han, X.-L. Zhao, K.J.R. Rasmussen /Thin–Walled Structures. – 2015. – V. 97. – P. 279–295.

178. Weingarten V.I. Effect of internal pressure on the buckling of circular cylindrical shells under bending. J. Aero/Space Sci., 1962. – Vol. 29. –№7. –P. 804–807.

179. Wu, Y. Theoretical analysis of type II dent pipe under external force/Y. Wu, L. Li//Applied Ocean Research. – 2019. – V.88. – P.246–253.

180. Wu. J. Experimental study on the deformation and damage of cylindrical shell water-cylindrical shell structures subjected to underwater explosion/J. Wu, J. Chong, Y. Long, Y. Zhou, Y. Yu, J. Liu//Thin–Walled Structures. – 2018. – V.127. – P. 654–665.

181. Xiang, X.M. Blast response of sandwich beams with thin-walled tubes as core/ X.M. Xiang, G. Lu, G.W. Ma, X.Y. Li, D.W. Shu//Engineering Structures. – 2016. – V.127. – P. 40–48

182. Xiang, X.M. Quasi-static bending behavior of sandwich beams with thin-walled tubes as core/ X.M. Xiang, G. Lu, Z.H. Wang//International Journal of Mechanical Sciences. – 2015. – V.103. – P. 55–62.

183. Yan W., Ying J., Chen W.Q. The behavior of angle-ply laminated cylindrical shells with viscoelastic interfaces in cylindrical bending // Composite Structures. – 2007. –T. 78. –№4. –C. 551–559.

184. Yan, S.–T. Collapse of dented subsea pipelines under external pressure/ S.–T. Yan, X.–L.
Shen, Z.–J. Jin, H. Ye//Applied Ocean Research. – 2016. – V.58. – P.305–321

185. Yang, J.L. Experimental study and numerical simulation of pipe-on-pipe impact/J.L. Yang, G.Y. Lu, T.X. Yu, S.R. Reid//International Journal of Impact Engineering. – 2009. – V.36. – No.10-11, – P.1259–1268.

186. Yao J.C. An Analitical and Experimental study of Cylindrical Shells under Localised Impact Loads / J.C. Yao // The Aeronautical Quarterly. –1966. – V. 17. – C. 72–82.

187. Yu, Y.-X. A three-dimensional numerical method to study pipeline deformations due to transverse impacts from dropped anchors/ J.-X. Yu, Y. – Y. Zhao, T. – Y. Li, Y. Yu. //Thin–Walled Structures. – 2016. – V.103. – P. 22– 32

188. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Axially pre-loaded steel tubes subjected to lateral impacts (a numerical simulation) / International Journal of Impact Engineering. –№35. – 2008. – P. 1267–1279.

189. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Dynamic behaviour of axially preloaded tubular steel members of offshore structures subjected to impact damage. J Ocean Eng 1999. – 26. – P. 963–78.

190. Zeinoddini M., Harding J.E., Parke G.A.R. Effect of impact damage on the capacity of tubular steel members of offshore structures//J Mar. Struct. 1998. – 11 (4–5). –P. 141–158.

191. Zeinoddini M., Parke G.A.R., Harding J.E. Behaviour of axially preloadedsteel tubes subjected to lateral impacts (an experimental study)//J ImpactEng 2002. – 27 (6). –P. 669–90.

192. Zeinoddini, M. Plastic buckling, wrinkling and collapse behaviour of dented X80 steel line pipes under axial compression/ M. Zeinoddini, M. Ezzai, G.A.R. Parke //Journal of Loss Prevention in the Process Industries. – 2015. – V.38. – P.67–78.

193. Zhang, R. Plastic behavior of circular steel tubes subjected to low-velocity transverse impact/R. Zhang, X.-D. Zhi, F. Fan//International Journal of Impact Engineering. – 2018. – V.11. – P.1–19.

194. Zheng, J., Palmer, A., Brunning, P., Gan, C.T. Indentation and external pressure on subsea single wall pipe and pipe-in-pipe/J. Zheng, A. Palmer, P. Brunning, C.T. Gan// Ocean Engineering. – . 2014. – V.83. – P. 125–132.

195. Zhi, X. –D. Experimental study on axially preloaded circular steel tubes subjected to low-velocity transverse impact/X. –D. Zhi, R. Zhang, F. Fan, C. Huang //Thin-Walled Structures. – 2018. – V.130. – P. 161–175.

196. Zhou, Y. Experimental studies on the deformation and damage of steel cylindrical shells subjected to double-explosion loadings/Y. Zhou, J. Chong, Y. Long, Y. Yu, Y. Li, T. Wang// Thin–Walled Structures. – 2018. – V.127. – P. 469– 482 197. Zhu, L. Experimental study on the deformation of fully clamped pipes under lateral impact/L. Zhu, Q. Liu, N. Jones, M. Chen//International Journal of Impact Engineering. – 2018. – V.111. – P.94–105.

198. Zienkievicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – V. 1. – 689 p.; V. 2. – 459 p.

199. Баженов, В.Г. Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, под действием поперечной силы / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова //Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. –2017. – Т. 159. – №3. – С. 282–295.

200. Баженов, В.Г. Устойчивость и закритическое поведение большегабаритных цистерн для транспортировки сыпучих грузов / В.Г. Баженов, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова//Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2015. – №5. – С. 34–40.

201. Bazhenov V.G. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindricalshell with discrete aggregate in bending / V.G. Bazhenov, E.G. Gonik, A.I. Kibets, M.V. Petrov, T.G. Fedorova, I.A. Frolova // Materials Physics and Mechanics. 2016. – T. 28. – N – 1–2. – C. 16–20.

202. Гоник, Е.Г. Экспериментальное исследование упругопластического деформирования и потери устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек с заполнителем при изгибе/ Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова //Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Т. 75. – № 3. – С. 215–220.

203. Петров М.В. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2015. – №2 (24). – С. 119–125.

204. Гоник Е.Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при поперечном изгибе / Е.Г. Гоник, М.В. Петров, Т.Г. Федорова // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – №2. – С. 228–235.

205. Петров М.В. Исследование устойчивости консольно закрепленных цилиндрических тонкостенных оболочек при чистом изгибе /М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2017. – №1 (31). – С. 105–113.

206. Гоник Е.Г. Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки / Е.Г. Гоник, А.И. Кибец,

М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – №2. –С. 169–181

207. Петров М.В. Устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек, заполненных различными сыпучими материалами/М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2017. – №4 (34). – С. 52–58.

208. Федорова, Т.Г. Экспериментальное изучение влияния геометрических параметров на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе поперечной силой /Т.Г. Федорова, М.В. Петров, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль//Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2018. –№3 (37). – С. 62–73.

209. Петров М.В. Способ приближенного расчета на устойчивость при поперечном изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль//Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2018. – № 4 (38). С.120-128.

210. Гоник, Е.Г. Расчет предельного состояния тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе, заполненных сыпучим заполнителем/Е.Г. Гоник, М.В. Петров//Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2019. – № 2 (40). С.117-127.

211. Артемьева, А.А. Численное и экспериментальное исследование процессов упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочек вращения при квазистатическом и динамическом нагружениях / А.А. Артемьева, Е.Г. Гоник, А.И. Кибец, М.В. Петров, Д.В. Шошин, Т.Г. Федорова // Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Лобачевские чтения – 2012: Материалы XI молодежной научной школы-конференции (1–6 ноября 2012 г.). – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2012. – Т. 45. – С. 212–216.

212. Баженов, В.Г. Численное исследование процессов деформирования, потери устойчивости и закритического поведения упругопластических оболочек вращения при квазистатических и динамических нагружениях / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, Е.Г. Гоник, М.Н. Жестков, Т.Г. Федорова // Материалы XIX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова (Ярополец, 18–22 февраля 2013 г.). – М.: Изд-во: ООО «ТР-принт», 2013. – С. 23–26.

213. Кибец, А.И. Численный анализ упругопластического выпучивания подъемной цистерны для транспортировки сыпучих материалов при аварийном падении/ А.И. Кибец,

М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник//Материалы XII молодежной научной школыконференции. Казан. матем. об-во, 2013. – Т.47. Лобачевские чтения-2013.

214. Кибец А.И., Иванов В.А., Петров М.В., Федорова Т.Г., Гоник Е.Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости подъемной цистерны для перевозки сыпучих материалов при аварийном падении/Материалы VIII всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела. Чебоксары-2014.

215. Гоник Е.Г. Определение коэффициентов трения железного порошка ПЖ-5./ Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: материалы VIII Всероссийской (II Международной) конференции. Чебоксары: Изд-во Чуваш.ун-та, 2014. С.93-96.

216. Петров, М.В. Методика испытания на устойчивость тонкостенных оболочек при чистом изгибе/ М.В. Петров, Е.Г. Гоник, И.Н. Ивашкин// В сборнике: Архитектура. Строительство. Образование материалы региональной конференции. 2015. С. 3-7.

217. Гоник Е.Г. Потеря устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе. / В сборнике: механика предельного состояния и смежные вопросы. Материалы всероссийской научной школы-конференции, посвященной 85-летию профессора Д.Д. Ивлева. 2015. С. 177-181.

218. Гоник, Е.Г. Конечно-элементное моделирование взаимодействия упругопластического сыпучего наполнителя с оболочкой при изгибе / Е.Г. Гоник, Т.Г. Федорова //Тезисы докладов V международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы»/Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). – 2016. – С. 51–53.

219. Петров, М.В. Экспериментальное определение давления сыпучей среды на внутреннюю стенку цилиндрической оболочки / М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник//Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы III Международной (IX Всероссийской) конференции. – 2016. – С. 119–123.

220. Гоник, Е.Г. Исследование упругопластического изгиба и потери устойчивости оболочек вращения с учетом контактного взаимодействия с сыпучим заполнителем / Е.Г. Гоник, А.И.Кибец, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фролова // Динамические и технологические проблемы механики и конструкций и сплошных сред: Материалы XXIII международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2017. – С. 57–59.

221. Федорова, Т.Г. Влияние заполнения тонкостенных оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при изгибе/Т.Г. Федорова, Е.Г. Гоник, М.В.

Петров//Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС-2017). – 2017. – С. 332–333.

222. Гоник, Е.Г. Влияние геометрических размеров тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, на устойчивость при изгибе /Е.Г. Гоник, М.В. Петров, Т.Г. Федорова, И.А. Фомичев // Материалы X Всероссийской конференции и по механике деформируемого твердого тела. – 2017. – С. 170–173.

223. Петров, М.В. Влияние несовершенств геометрии тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, на их устойчивость при изгибе/М.В. Петров, Т.Г. Федорова, Б.В. Михайлов, Е.Г. Гоник, Н.Г. Пфаненштиль // Новое в архитектуре, проектировании строительных конструкций и реконструкции: Материалы IV Международной (X Всероссийской) конференции НАСКР-2018. – Чебоксары: Изд-во Чуваш.ун-та, 2018. С.148-156.

224. Иванов С.П., Иванов О.Г., Каюмов Р.А., Мухамедова И.З. Напряженнодеформированное состояние физически нелинейных оболочек с заделанными торцами в неподвижые массивы, и взаимодействующих с упругой средой//Вестник Казанского технологического университета. 2014. Т. 17. № 10. С. 221-225.