

Отзыв официального оппонента на диссертацию

Морозова Кирилла Евгеньевича

**“О транзиторных и квазипериодических системах”,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.**

Диссертация Морозова Кирилла Евгеньевича посвящена изучению двух классов неавтономных дифференциальных уравнений. Она состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, а также двух приложений.

Актуальность работы

В диссертационной работе рассмотрены два специальных класса неавтономных дифференциальных уравнений. Первый из них привлек внимание после работ Дж. Мейса и Б. Мосовски 2011 года. В этих работах появились системы дифференциальных уравнений, которые являются неавтономными лишь на конечном промежутке времени и получили название транзиторных. Актуальность изучения таких систем не вызывает сомнения как с математической, так и с прикладной точек зрения. Транзиторные системы появились менее 10 лет назад и представляют новый класс и малоизученный вид обыкновенных дифференциальных уравнений. Три такие системы, которые в достаточной степени актуальны для приложений, изучены в представленной к защите диссертации. Это задачи о транзиторном сдвиге: в уравнении Дюффинга-Ван дер Поля, в дифференциальных уравнениях “маятникового типа”, системе Фитц Хью-Нагумо. Все эти три динамические системы широко известны и представляют интерес для анализа динамики во многих разделах физики и биологии.

С моей точки зрения особый интерес представляет первая часть главы 1, где дан анализ задачи о транзиторном сдвиге в одной из версий уравнения Дюффинга-Ван дер Поля, которая может быть проинтерпретирована как одна из моделей нелинейного панельного флаттера, т.е., несомненно, актуальной проблемы такого раздела механики как теория упругой устойчивости.

Во второй главе диссертации изучаются квазипериодические системы, близкие к двумерным автономным гамильтоновым. Подобные задачи всегда оставались актуальными для теории нелинейных колебаний. В обеих главах диссертации К.Е. Морозова рассмотрены вопросы, которые расширяют качественную теорию неавтономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений и, как уже отмечалось, несомненно, актуальны для содержательных приложений.

Научная новизна диссертационной работы

Все результаты, которые выносятся на защиту, являются новыми и состоят в следующем. Впервые проведено исследование неконсервативных транзиторных систем. Рассмотрены три задачи.

Первая задача. О транзиторном сдвиге в уравнении Дюффинга-Ван дер Поля, имеющая в приложения при анализе панельного флаттера в нелинейной постановке.

Вторая задача. О транзиторном сдвиге в уравнениях маятникового типа. Изученная математическая задача может быть использована при анализе динамики джозефсоновского контакта и колебаний подвешенного груза.

Третья задача. О транзиторном сдвиге в системе ФитцХью-Нагумо, моделирующую динамику нервной клетки.

Во второй главе впервые проведено исследование двумерных нелинейных гамильтоновых систем при квазипериодических возмущениях в резонансных случаях, когда собственная частота и частоты квазипериодического возмущения целочисленно зависимы.

В этой главе также проведено исследование задачи в новой постановке о синхронизации квазипериодических колебаний в случае, когда система имеет грубый предельный цикл. Дан анализ задачи о квазипериодических параметрических возмущениях двумерных гамильтоновых систем.

Теоретическая и практическая значимость результатов диссертационной работы

Значимость результатов исследования состоит в том, что они расширили рамки теории неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений, теории нелинейных колебаний. Эти результаты позволили изучить известные прикладные задачи в новой содержательной постановке и получить в них практически значимые выводы. Теоретическая значимость диссертационной работы К.Е. Морозова состоит в том, что в ней изучены новые задачи для качественной теории дифференциальных уравнений.

Материалы и результаты диссертации могут быть использованы в учебном процессе при разработке программ спецкурсов по качественной теории и теории бифуркаций динамических систем, а также по теории колебаний на физико-математических факультетах университетов.

Достоверность результатов диссертационной работы

Результаты диссертационной работы обоснованы и достоверны. Достоверность определяется использованием научно обоснованных методов качественного исследования систем, близких к нелинейным двумерным гамильтоновым, методов усреднения, а также их согласованностью с результатами других авторов.

Анализ содержания диссертации

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. Общий объем диссертации составляет 108 страниц. Список литературы содержит 106 наименований.

Во **введении** обосновывается актуальность работы, приводится общая характеристика рассматриваемых в диссертации вопросов и дается краткий обзор

литературы по рассматриваемым в диссертации вопросам, формулируются задачи и перечисляются основные результаты исследования.

В **первой главе** диссертации, состоящей из введения и трех параграфов, рассматриваются транзиторные систем. Во введении дается определение транзиторной динамической системы как системы, автономной везде за исключение некоторого интервала ограниченной длины. Здесь, следуя работе Мейса и Мысовского, приводятся основные сведения из теории транзиторных систем и приводится схема их исследования: 1) исследовать прошлое и будущее векторные поля; 2) численно построить отображение перехода и определить влияние неавтономности на динамику.

В диссертации исследованы три задачи о транзиторном сдвиге: в уравнении Дюффинга-Ван дер Поля (транзиторный сдвиг в задаче о флаттере панели), в маятниковых уравнениях (в уравнении Джозефсона), в системе Фитц Хью-Нагумо. Найдены области начальных условий, которые соответствуют смене установившегося режима при транзиторном сдвиге, в зависимости от значений параметров.

Во **второй главе** рассматриваются неконсервативные квазипериодические возмущения двумерных нелинейных гамильтоновых систем. Полученные результаты являются обобщением известных результатов А. Д. Морозова и Л.П. Шильникова для случая периодических возмущений. Установлены условия существования резонансных m -частотных решений (m -мерных инвариантных торов), где m -число частот возмущения. Исследована задача о синхронизации колебаний, когда резонансный уровень невозмущенной системы близок с уровнем, который порождает предельный цикл возмущенной автономной системы. Рассмотрен вопрос о существовании нерезонансных инвариантных торов. Исследованы системы с параметрическими членами.

В **заключении** проводится краткий обзор основных результатов, полученных в диссертационной работе.

В **приложении 1** приведены сведения о рождении предельных циклов в двумерных автономных системах, близких к гамильтоновым, а в **приложении 2** - листинг программы для нахождения образов траекторий прошлого векторного поля при исследовании транзиторных систем.

Основные результаты диссертационной работы отражены в 13 научных работах, 8 из которых опубликованы автором в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации результатов диссертаций.

Замечания по диссертационной работе

Диссертация в целом производит хорошее впечатление, что уже ранее отмечалось в предыдущих фрагментах отзыва. Вместе с тем она не лишена недостатков.

1. Обзор литературы мог бы быть более детальным. Например, быть может, следовало бы дать не только ссылку на работы Дж. Мейса и Б. Мосовски, но и прокомментировать их содержание. Аналогичное замечание относится и ко второй главе, к той ее части, где имеется ссылка на известные результаты А.Д. Морозова и Л.П. Шильникова.

2. В первой главе в ряде ее фрагментов использованы численные методы при анализе перехода от прошлой динамической системы к будущей. В приложении Б приведен текст соответствующей программы, но отсутствуют комментарии к ней. По-видимому, это осложнит ее использование, например, в учебном процессе.

3. На с.71 в диссертации, написанной на русском языке, можно найти фрагмент на английском. Мне кажется, это не вполне уместно, термины четное или нечетное число есть и на русском.

4. На с. 20 в формуле (1.3), если сравнить с формулами (1.2) и, соответствующими формулами на с. 21 есть опечатка. На с. 56 и с. 57 есть, по-видимому, опечатки т.к. в тексте медленные переменные обозначаются w, ψ , а формулах (см. например (2.8)) они фигурируют как u и v .

5. На с.71 использованы обозначения, которые появились в тексте на с. 55 в более общей форме. Пояснения и уточнения к обозначениям, использованным на с.71 не были бы излишними.

Заключение

Диссертационная работа Морозова К.Е. представляет собой завершенную научно-квалификационную работу на актуальную тему. Новые результаты, полученные диссертантом, имеют существенное значение для теории неавтономных систем и теории колебаний.

Автореферат полностью отражает содержание работы.

Диссертационная работа Морозова К.Е. «О транзиторных и квазипериодических системах» отвечает требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым Высшей аттестационной комиссией к кандидатским диссертациям, а ее автор – Морозов Кирилл Евгеньевич – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

Куликов Анатолий Николаевич:

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры дифференциальных
уравнений ФГБОУ ВО «Ярославский
государственный университет имени
Демидова»

Адрес: 150003, Ярославль, ул. Советская, д. 14,
ЯрГУ им. П. Г. Демидова, математический
факультет

Телефон: 89036462249

E-mail: anat_kulikov@mail.ru

