

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 212.166.20  
НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО АВТОНОМНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО»  
МИНИСТЕРСТВА НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО ДИССЕРТАЦИИ  
НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_  
решение диссертационного совета от 20 мая 2021 года  
протокол № 06/21

**О присуждении** Развенской Ольге Олеговне ученой степени кандидата физико-математических наук.

**Диссертация** «Некоторые наследственные случаи полиномиальной и псевдополиномиальной разрешимости задач о вершинной раскраске графов» по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика принята к защите 11 марта 2021 года, протокол № 04/21 диссертационным советом Д 212.166.20, созданным на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (далее ННГУ) Министерства науки и высшего образования России, 603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, приказ № 95/нк от 09.02.2015.

**Соискатель** Развенская Ольга Олеговна, 1992 года рождения, в 2015 году окончила магистратуру ННГУ, в настоящее время работает в должности младшего научного сотрудника лаборатории алгоритмов и технологий анализа сетевых структур Нижегородского филиала федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (далее НИУ ВШЭ НН) по основному месту работы на полную ставку. В периоды с 20 января 2020 года по 29 февраля 2020 года и с 15 августа 2020 года по 31 октября 2020 года была прикреплена к ННГУ в качестве экстерна, приказы № 28-ЛС от 10 января 2020 года и № 4501-ЛС от 21 июля 2020 года.

**Диссертация** подготовлена в лаборатории алгоритмов и технологий анализа сетевых структур НИУ ВШЭ НН.

**Научный руководитель** – доктор физико-математических наук, доцент, Малышев Дмитрий Сергеевич работает в НИУ ВШЭ НН в должности профессора кафедры прикладной математики и информатики.

**Официальные оппоненты:**

**Абросимов Михаил Борисович**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского» (г. Саратов)

**Жуковский Максим Евгеньевич**, доктор физико-математических наук, доцент, доцент кафедры дискретной математики, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (г. Долгопрудный)

дали **положительные отзывы** на диссертацию.

**Ведущая организация** федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» в своем **положительном заключении**, подписанном заведующим кафедрой дискретного анализа, доктором физико-математических наук, профессором **Бондаренко Владимиром Александровичем**, указала, что диссертация удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика. В отзыве указано, что доказательства основных результатов диссертации далеко не тривиальны, их изложение занимает десятки страниц математически насыщенного текста и свидетельствует о глубоком проникновении автора в тематику работы. Там же отмечается, что полученные научные результаты можно квалифицировать как решение актуальной и важной проблемы в алгоритмической теории графов.

Результаты диссертации **опубликованы** в 3 работах в журналах, рекомендованных ВАК РФ при защите по специальности 01.01.09, общим объемом 3 п.л. (личный вклад – 1.5 п.л.), из которых две – в журналах, одновременно индексируемых в международных базах цитирования Web of Science и Scopus, а одна – в журнале, индексируемом в международной базе цитирования Zentralblatt Mathematics. Две работы написаны в соавторстве с научным руководителем, причем

научному руководителю принадлежит постановка задачи и общее редактирование работ. Вклад соавтора одной из этих двух работ проф. П. М. Пардалоса в данную публикацию состоит в предложениях по редактуре в англоязычный текст и в оптимизацию некоторых доказательств. Третья работа опубликована лично соискателем. Все исследования, математические выкладки, доказательства теорем и других утверждений выполнены соискателем лично, все полученные результаты принадлежат соискателю. В опубликованных работах отражены все основные положения и ключевые результаты диссертации, представленной к защите. В диссертации отсутствуют некорректные заимствования, а также недостоверные сведения об опубликованных соискателем работах, в которых изложены основные научные результаты диссертации.

Наиболее значимые **научные работы** по теме диссертации:

1. Malyshev D.S., **Lobanova (Razvenskaya) O.O.** Two complexity results for the vertex coloring problem // Discrete Applied Mathematics. – 2017. – V. 219. – P. 158-166 (Web of Science+Scopus).

2. **Развенская O.O.** О новых алгоритмических приемах для задачи о взвешенной вершинной раскраске // Журнал Средневолжского Математического Общества. – 2020. – Т. 22, № 4. – С. 442-448 (ZentralBlatt Mathematics).

3. Malyshev D.S., **Razvenskaya O.O.**, Pardalos P.M. The computational complexity of weighted vertex coloring for  $\{P_5, K_{2,3}, K_{2,3}^+\}$ -free graphs // Optimization Letters. – 2021. – V. 15, № 1. – P. 137-152. (Web of Science+Scopus).

Первая из представленных публикаций **опубликована под девичьей фамилией «Лобанова»**.

На **автореферат** отзывов не поступало. На **диссертацию** поступили отзывы:

ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» (ведущая организация),

доктора физико-математических наук, доцента, заведующего кафедрой теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии ФГБОУ ВО «Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского» (г. Саратов) **М.Б. Абросимова** (официальный оппонент),

доктора физико-математических наук, доцента, доцента кафедры дискретной математики ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (г. Долгопрудный) **М.Е. Жуковского** (официальный оппонент).

Все отзывы положительные, имеются **следующие замечания:**

1. Доказательства некоторых утверждений (теорема 3.1.1, теорема 3.2.1) излишне лаконичны: формат диссертации предполагает более подробное изложение. (замечание ведущей организации)
2. За рамками диссертации остался вопрос о значениях функции весов вершин в задаче ВВР: верно ли, что задача ВВР с большими весами вершин не сводится к задаче с весами, не превосходящими числа вершин графа. Или, иначе, верно ли, что для задачи ВВР псевдополиномиальная разрешимость не эквивалентна полиномиальной? (замечание ведущей организации)
3. В работе используется результат Grotschel M., Lovasz L., Schrijver A. Polynomial algorithms for perfect graphs // Annals of Discrete Mathematics. 1984. V. 21. P. 325–356, позволивший в разделе 3.2 построить некомбинаторный эффективный алгоритм для одного класса графов. В остальных случаях описанные алгоритмы выражены комбинаторно. В этой связи возникает вопрос о возможностях использования полиномиальных алгоритмов линейного программирования для расширения классов эффективно разрешимых задач ВР и ВВР. (замечание ведущей организации)
4. Историческая справка и практическое применение двух рассматриваемых в диссертации задач описаны достаточно бедно. Для классической задачи о вершинной раскраске приведена только ссылка на монографию Кристофидеса. Истории и применению задачи о взвешенной вершинной раскраске посвящен один абзац текста и три ссылки на источники. (замечание ведущей организации)
5. Полиномиальные и псевдополиномиальные алгоритмы, описанные в диссертации, например теоремы 3.2.1 и 4.3.1, представляют собой сведения рассматриваемых задач к ранее решенным. Алгоритмы не оформлены в явном виде и представляют собой сетку перекрестных ссылок на леммы и статьи из списка литературы. Не приведены оценки сложности сведения задач и оценки сложности результирующих алгоритмов. (замечание ведущей организации)
6. Результаты диссертационного исследования докладывались только на семинарах, но не представлялись на каких-либо серьезных научных конференциях. (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
7. Плохого качества рисунки: на всех рисунках работы заметны артефакты в подписях. (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
8. Использование некоторых терминов является неудачным. Например, граф «butterfly» лучше было бы назвать «бабочкой», вместо «кубичный» следовало бы использовать «кубический». (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)

9. Отсутствует единообразие в работе. Например, смежные вершины местами называются соседними, а «несмежные» местами пишутся с ошибкой «не смежные». Где-то пишется «(псевдо)полиномиальный», а сразу далее используется разделение через «и»: «полиномиальный и псевдополиномиальный». Граф «butterfly» пишется то слитно, то раздельно «butter fly». (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
10. Заголовки третьего уровня (например, 4.2.1) набраны шрифтом более мелким, чем основной текст. В заголовках первого уровня, набранных полужирным шрифтом, «ВВР» почему-то оказывается нормальным шрифтом. (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
11. При наличии достаточно хороших и известных переводных источников предпочтение отдается иностранным, например, книги Дистеля, Кристофидеса, Гэри и Джонсона. С другой стороны, книга Харари цитируется по русскому изданию. (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
12. В работе есть ряд пунктуационных ошибок, а также некоторые ошибки в оформлении. Например, отсутствует запятая перед союзом «а» в последнем предложении заключения. (замечание официального оппонента М.Б. Абросимова)
13. На стр. 5 написано, что результат о сложности принято формулировать именно для задачи ВВР. Мне кажется, что здесь помимо привычки должны быть еще какие-то естественные объяснения. Хотелось бы, чтобы они были представлены в диссертации. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
14. На стр. 7 (аналогичное место есть и в главе 1) сказано, что любой наследственный класс можно задать множеством запрещенных индуцированных подграфов, и что это хорошо известно. Да, это действительно широко известно, но, тем не менее, стоило бы в диссертационной работе привести ссылку на источник. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
15. Для графа  $K_{2,3}^+$  есть более общепринятое обозначение –  $K_{1,1,3}$ . (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
16. В разделе 1.2 при объяснении обозначения  $N(v)$  используется слово «окрестность», при этом ни расстояние нигде не введено, ни непосредственного определения этого слова не встречается. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
17. В пункте (а) леммы 2.1.1 используется слово «максимальный». Какая максимальность имеется в виду? По включению, по мощности, или какая-то другая? (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
18. В формулировке леммы 3.1.1, во-первых, сказано «паросочетание», а имелось в виду, видимо, вообще отсутствие ребер. Кроме того, кажется, что

- вместо страшной формулы  $\left(\frac{n}{s}\right)^{\frac{1}{s}}$  можно просто написать  $s$ , и ничего не потерять. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
19. Стр. 38, строка 8 снизу: стоило бы все-таки дать ссылку на сильную теорему. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
20. Стр. 50, последняя строка. По модулю 4 – это обычно остатки 0,1,2,3, а здесь имеются в виду 1,2,3,4. (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
21. Стр. 69, строка 4 снизу. Что подразумевается под попарными вершинами? (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)
22. Имеется ряд пунктуационных, орфографических и стилистических недочетов. Например, стр. 14, строка 7 снизу – лишняя запятая; последнее предложение в доказательстве леммы 2.1.2 – пропущен предлог «за» перед словом «леммы»; стр. 35, строка 13 снизу –  $K_p - e$  стоило заключить в скобки; стр. 37, строка 6 снизу – пропущен предлог «за» перед словом «полиномиальное»; стр. 44, строка 16 снизу – пропущена запятая перед «или же»; на стр. 45 в строках 2 и 7 пропущены точки в конце предложений; на стр. 49 пропущено три предлога «из»; на стр. 50 в строке 7 снизу пропущен предлог «из»; стр. 51, строка 8 сверху – предлог «на» должен быть исправлен на «в» или «из» (то же самое в формулировке леммы 4.2.1); стр. 60, последняя строка – лишняя запятая в конце строки; стр. 63, строка 8 снизу – лишняя точка. Кроме того, во множестве мест используется конструкция типа «Чтобы избежать  $P_5$ , вершина является смежной». Стоило согласовать иначе – например, «В силу отсутствия  $P_5$ , вершина является смежной...», или «Вершина является смежной, так как иначе присутствует  $P_5$ ». (замечание официального оппонента М.Е. Жуковского)

Указанные недостатки никак **не снижают научной ценности** работы.

**Выбор официальных оппонентов** обосновывается следующим: доктор физико-математических наук, доцент М.Б. Абросимов является известным специалистом в области теории графов; доктор физико-математических наук, доцент М.Е. Жуковский является известным специалистом в области комбинаторики и теории графов.

**Выбор ведущей организации** обосновывается высокой квалификацией сотрудников ведущей организации в области дискретной математики и математической кибернетики, а также наличием трудов по дискретным алгоритмам и теории сложности вычислений, которые близки к тематике диссертационной работы.

**Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:**

**предложены** новые методы для построения полиномиальных и псевдополиномиальных алгоритмов решения подзадач задачи о взвешенной вершинной раскраске;

**доказана** полиномиальная разрешимость задачи о вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами и порожденной клики с удаленным ребром;

**доказана** псевдополиномиальная разрешимость задачи о взвешенной вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами и порожденного подграфа, получающегося добавлением вершины к циклу с 4 вершинами и ребер, инцидентных добавленной вершине и трем вершинам цикла;

**доказана** псевдополиномиальная разрешимость задачи о взвешенной вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами, порожденного полного двудольного графа с 2 вершинами в одной доле и 3 вершинами в другой доле и порожденного полного трехдольного графа с долями, состоящими из 1,1 и 3 вершин.

**Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:**

**предложены** новые методы для построения эффективных алгоритмов решения подзадач задачи о взвешенной вершинной раскраске;

**установлена** полиномиальная разрешимость задачи о вершинной раскраске и псевдополиномиальная разрешимость задачи о взвешенной вершинной раскраске для классов с ранее открытой сложностью данных задач.

**Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что:**

**алгоритмические техники**, разработанные в диссертации, **могут быть полезными** при решении прикладных задач (например, теории расписаний или управления производством), математическими моделями которых являются задачи о вершинной раскраске и о взвешенной вершинной раскраске;

полученные в диссертации результаты **могут применяться** в исследованиях, проводимых в профильных научных центрах в России и за рубежом – НИУ ВШЭ, ННГУ, МФТИ, ИМ СО РАН, университете г. Дарем (Соединенное Королевство), университете г. Берген (Норвегия) и др.

**Оценка достоверности результатов исследования выявила, что:**

**результаты** являются новыми, строго доказанными, обоснованными и прошедшими многостороннюю апробацию;

положения, представленные в диссертационной работе, **согласуются** с ранее известными результатами о сложности задач о вершинной раскраске и о взвешенной вершинной раскраске, представленными в работах таких специалистов, как Г. Вегенгир, П.А. Головач, Д.В. Грибанов, К. Дабровски, М. Джонсон, Т. Картхик, Д. Крал, Д. Кратохвил, Д. Лаззарато, В.В. Лозин, Д.С. Малышев, Д.Б. Мокеев, Ф. Маффрей, Л. Пастор, Д. Паулусма, З. Туза, Ц. Хоанг и других исследователей. Соискателем получены новые результаты, дополняющие и улучшающие результаты упомянутых авторов.

#### **Личный вклад соискателя состоит в**

1. **разработке** новых методов для построения полиномиальных и псевдополиномиальных алгоритмов решения подзадач задачи о взвешенной вершинной раскраске графа;

2. **доказательстве** полиномиальной разрешимости задачи о вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами и порожденной клики с удаленным ребром;

3. **доказательстве** псевдополиномиальной разрешимости задачи о взвешенной вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами и порожденного подграфа, получающегося добавлением вершины к циклу с 4 вершинами и ребер, инцидентных добавленной вершине и трем вершинам цикла;

4. **доказательстве** псевдополиномиальной разрешимости задачи о взвешенной вершинной раскраске для графов, одновременно не содержащих порожденного пути с 5 вершинами, порожденного полного двудольного графа с 2 вершинами в одной доле и 3 вершинами в другой доле и порожденного полного трехдольного графа с долями, состоящими из 1,1 и 3 вершин,

а также в **подготовке публикаций и участии в апробациях** по теме диссертационного исследования.

Диссертация О.О. Развенской является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задач, имеющих существенное значение для развития алгоритмической теории графов. Она соответствует всем требованиям, предъявляемым к работам, представленным на соискание ученой степени кандидата наук, обозначенным в пунктах 9-14 «Положения о порядке присуждения ученой степени», утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г.

На заседании 20 мая 2021 года диссертационный совет принял решение присудить Развенской Ольге Олеговне ученую степень кандидата физико-

