

*На правах рукописи*



Елохин Антон Вадимович

**СИНТЕЗ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В АНТЕННЫХ  
РЕШЕТКАХ НА ОСНОВЕ СВОЙСТВ МИНИМАЛЬНОГО  
МНОГОЧЛЕНА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ**

01.04.03 – радиофизика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель: **Флакман Александр Григорьевич**  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Официальные оппоненты: **Кейстович Александр Владимирович**  
доктор технических наук,  
главный научный сотрудник Научно-производственного предприятия «Полёт»

**Родионов Александр Алексеевич**  
кандидат физико-математических наук,  
заведующий лабораторией федерального исследовательского центра Института прикладной физики Российской академии наук

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»

Защита состоится «6» октября 2021г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.166.07 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского по адресу <https://diss.unn.ru/1125>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
к.ф.-м.н., доцент



Клюев А.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

### Актуальность темы диссертации

В настоящее время наблюдается интенсивное развитие методов адаптивной пространственной обработки сигналов в многоэлементных антенных решетках (АР), которые находят применение в системах радиолокации, радиосвязи, гидроакустической локации, и ряде других областей. При разработке перспективных радиолокационных систем актуальными являются проблема оценки числа действующих источников сигналов и их угловых положений, когда источники расположены в пределах ширины луча АР (разрешение близкорасположенных источников).

Проблема оценки числа источников является статистической. Как правило, статистические методы основаны на анализе функции правдоподобия и не дают максимально правдоподобной оценки числа источников сигналов, так как функция правдоподобия не имеет экстремума по числу источников. Поэтому данная функция модифицируется путем добавления к ней некоторой корректирующей (так называемой «штрафной») функции. Положение максимума модифицированной функции правдоподобия в зависимости от числа источников является оценкой этого числа. Однако статистически строгое обоснование корректирующей функции отсутствует. Данная функция формируется обычно на основе критериев АИС (Akaike's Information Criterion) или MDL (Minimum Description Length).

Проекционный метод минимального многочлена основан на оценке параметров (степень и корни) минимального многочлена корреляционной матрицы (КМ) сигналов в элементах АР [Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Анушин А.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 9. С. 1144]. Метод основан на статистически обоснованном критерии минимума функционала среднеквадратической ошибки (СКО) аппроксимации минимального многочлена, который тесно связан с критериями минимума информационного расстояния и максимума функции правдоподобия. При исследовании эффективности метода минимального многочлена основное внимание уделялось случаю длинной выборки входного процесса, когда число выборочных векторов больше числа элементов АР. Кроме этого уровень порога, необходимого для реализации критерия минимума функционала СКО, выбирался на основе априорной информации о собственных шумах приемных устройств и вероятности «ложной» тревоги при обнаружении источников сигналов. Такой подход обеспечивает эффективное обнаружение достаточно слабых источников. В то же время для проблемы разрешения наибольший интерес представляет оценка числа близкорасположенных источников сигналов.

Для оценки угловых координат близкорасположенных источников сигналов используются методы сверхразрешения. Данное название связано с тем, что с их помощью можно превзойти рэлеевский предел углового разрешения, равный ширине луча АР. К таким методам относятся методы Кейпона, MUSIC (MUltiple Signal Classification), ESPRIT (Estimation of Signal Pa-

rameters via Rotational Invariance Techniques), RARE (Rank Reduction), пошагового оценивания, максимально правдоподобной классификации сигналов, минимального многочлена КМ входных сигналов в АР и др.

Существует две классификации данных методов. Во-первых, их можно разделить на два класса – непараметрические и параметрические. Для параметрических методов необходимо построить математическую сигнальную модель на основе имеющихся априорных данных. Например, часто делается предположение о малости углового размера источников сигналов, типе волнового фронта, характере многолучевости и рассеяния в пространственном канале. Неизвестными являются число источников сигналов, их мощности и угловые направления, которые являются числовыми параметрами в модели. Задача параметрических методов заключается в оценке этих параметров по принятой реализации входного процесса в АР. Непараметрические методы не предполагают построение сигнальной модели, а основаны на непосредственном анализе входного процесса в АР. Одним из популярных сверхразрешающих методов является непараметрический метод Кейпона. Из достаточно большого количества параметрических методов наибольшей эффективностью обладают проекционные методы, основанные на построении матричного проектора на шумовое подпространство. К ним можно отнести методы максимально правдоподобной оценки, MUSIC с его модификациями, проекционный метод, основанный на оценке степени и корней минимального многочлена КМ сигналов в АР.

Во-вторых, сверхразрешающие методы разделяются по способам обзора пространства на методы с последовательной и параллельной пеленгацией источников сигналов. При использовании методов первого класса необходимо вначале сформировать функцию угловых координат (так называемую псевдоспектральную функцию), а затем оценить направления на источники по соответствующим максимумам этой функции. Недостатками последовательной пеленгации являются относительно низкая скорость обзора пространства и высокая вычислительная сложность алгоритмов формирования псевдоспектральной функции и поиска ее экстремумов, особенно в случае многоэлементных АР с узким лучом. Отмеченные выше методы Кейпона, MUSIC и минимального многочлена обеспечивают последовательную пеленгацию источников сигналов. Корневой метод MUSIC (root MUSIC) и метод ESPRIT относятся ко второму классу. При их использовании вместо экстремумов псевдоспектральной функции отыскиваются корни соответствующих полиномов и в рамках единой вычислительной процедуры находятся угловые координаты всех источников. Отметим, что корневой метод MUSIC обеспечивает более высокую точность оценки угловых координат по сравнению со спектральным методом MUSIC.

На практике часто используются АР с большим числом элементов, когда трудно получить длинную выборку, например, из-за нестационарности сигнальной обстановки. Поэтому актуален случай короткой выборки, когда число  $L$  выборочных векторов меньше числа  $N$  элементов АР ( $L < N$ ). Более того, для многоэлементных АР длина  $L$  выборки может быть значительно

меньше числа  $N$  элементов АР ( $L \ll N$ ). Представляет интерес обобщение и анализ эффективности сверхразрешающего спектрального метода минимального многочлена на случай короткой выборки входного процесса, а также разработка корневого метода минимального многочлена.

Источники сигналов могут быть как некоррелированными, так коррелированными между собой. Например, в канале с многолучевым распространением сигналов один источник создает несколько волновых фронтов, приходящих на АР с различных направлений. Такую ситуацию можно рассматривать как прием сигналов от нескольких коррелированных источников. При этом некоторые из сигнальных собственных чисел точной КМ  $\mathbf{M}$  становятся близкими к шумовому собственному числу, что затрудняет оценку числа источников, связанную с разделением собственных чисел выборочной КМ  $\hat{\mathbf{M}}$  на сигнальные и шумовые. Однако эффективность метода минимального многочлена анализировалась только для некоррелированных источников, а направления на источники оценивались по максимумам псевдоспектральной функции. Поэтому актуальным является разработка корневого метода минимального многочлена и исследование его эффективности для некоррелированных и коррелированных источников сигналов, а также при произвольной длине выборки входного процесса в АР.

В настоящее время активно разрабатываются продвинутое системы помощи водителю (Advanced Driver Assistance Systems). В такие системы входят различные устройства, которые осуществляют поддержку в управлении автомобилем, в том числе радиолокаторы. Наиболее распространенными являются автомобильные радиолокаторы миллиметрового диапазона, которые используют импульсы с линейной частотной модуляцией. В этих радиолокаторах используются передающая и приемная АР (так называемые Multiple-Input Multiple Output (MIMO) радиолокаторы) для измерения углового положения автомобилей.

Сигналы передающих антенн являются взаимно ортогональными за счет кодирования ортогональными кодами. Отраженные от цели сигналы суммируются в приемных антеннах со своими фазовыми сдвигами, которые зависят от взаимного положения не только приемных, но и передающих антенн. Взаимная ортогональность кодированных сигналов обеспечивает отсутствие их интерференции, а также возможность их разделения в приемных антеннах и когерентной обработки. В результате формируется эквивалентная приемная АР, состоящая из реальных и виртуальных антенн, то есть имеющая большее число элементов и, следовательно, степеней свободы, по сравнению с реальной АР. Представляют несомненный интерес сравнительные результаты численных и натуральных экспериментов по применению «сверхразрешающих» методов в таком MIMO-радиолокаторе.

Таким образом, тема данной диссертации, посвященной разработке новых эффективных методов пространственной обработки сигналов в АР на основе свойств минимального многочлена КМ входных сигналов, является актуальной. Актуальность выбранной темы диссертации подтверждается также активной работой в области применения АР ведущими компаниями-

производителями радиолокационного оборудования, а также большим объемом публикаций в научно-технических журналах, посвященных данным вопросам.

### Цель работы

Создание и исследование новых высокоэффективных методов пространственной обработки сигналов в AP систем радиолокации для повышения вероятности правильной оценки числа близкорасположенных источников сигналов и их угловых положений в сложных условиях короткой выборки входного процесса и произвольной корреляции этих источников.

### Задачи работы

1. Обобщение метода минимального многочлена КМ сигналов в элементах AP для оценки числа близкорасположенных некоррелированных источников сигналов на случай короткой выборки входного процесса.

2. Разработка сверхразрешающего корневого метода минимального многочлена и анализ его эффективности при некоррелированных источниках сигналов и произвольной длине выборки входного процесса в AP.

3. Обобщение спектрального и корневого методов минимального многочлена на случай близкорасположенных и произвольно коррелированных источников сигналов.

4. Проведение натуральных экспериментов и обработка результатов по разрешению двух близкорасположенных источников сигналов на автомобильном радиолокаторе миллиметрового диапазона длин волн с широкополосными линейно–частотно модулированными импульсами для сравнительного анализа эффективности разработанных и известных методов.

### Методы исследований

При решении поставленных задач использовались методы статистической радиофизики, теории информации, высшей алгебры, векторного анализа и теории матриц, численное моделирование, а также натурные экспериментальные исследования.

### Научная новизна

Научная новизна работы заключается как в постановке ряда нерешенных ранее задач, так и в полученных оригинальных результатах:

1. Выполнено обобщение сверхразрешающего метода минимального многочлена КМ сигналов в элементах AP на случай произвольной (в том числе короткой) длины входного процесса в AP. Показано, что обобщенный метод обеспечивает высокоэффективные оценки числа близкорасположенных источников сигналов при произвольной длине входного процесса в AP.

2. Разработан сверхразрешающий корневой метод минимального многочлена и показана его высокая эффективность при некоррелированных ис-

точниках сигналов и произвольной длине входного процесса в АР. Метод обеспечивает оценку числа и угловых координат некоррелированных источников сигналов на основе поиска корней соответствующих полиномов в рамках единой (одноэтапной) вычислительной процедуры.

3. Выполнено обобщение спектрального и корневого методов минимального многочлена на случай коррелированных источников сигналов. Показано, что эффективность методов значительно увеличивается за счет использования процедуры пространственного сглаживания и соответствующего выбора порога при оценке степени минимального многочлена КМ.

4. Проведенные экспериментальные результаты по сверхразрешению двух близкорасположенных источников сигналов, выполненные на автомобильном радиолокаторе миллиметрового диапазона длин волн в условиях полигона и реальных дорожных ситуаций, подтвердили высокую эффективность разработанных методов.

### Практическая значимость результатов

Созданные и представленные в диссертации высокоэффективные методы разрешения близкорасположенных источников сигналов в АР могут быть использованы при совершенствовании современных и проектировании перспективных систем радиолокации нового поколения.

### Обоснованность и достоверность

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов, сформулированных в настоящей диссертации, подтверждается их сравнением с результатами компьютерного моделирования, соответствием с опубликованными ранее результатами в данной области, отсутствием противоречий результатов диссертации с известными теоретическими положениями статистической радиофизики и теории информации, а также сравнением полученных теоретических результатов с результатами проведенных натуральных экспериментов.

### Положения, выносимые на защиту

1. Высокоэффективная оценка числа близкорасположенных некоррелированных источников сигналов и их угловых координат может быть выполнена с помощью АР на основе метода минимального многочлена при произвольной (в том числе короткой) длине выборки входного процесса в элементах АР.

2. Сверхразрешающий корневой метод минимального многочлена обеспечивает высокоэффективную оценку угловых координат некоррелированных источников сигналов при произвольной длине выборки входного процесса в АР на основе поиска корней соответствующих полиномов в рамках единой вычислительной процедуры.

3. Спектральный и корневой методы минимального многочлена обеспечивают определение угловых координат близкорасположенных и коррелированных источников сигналов в АР с высокой точностью за счет исполь-

зования процедуры пространственного сглаживания с коррекцией порогового подхода к оценке степени минимального многочлена КМ сигналов в АР.

4. Полученные на автомобильном ММО-радиолокаторе миллиметрового диапазона длин волн экспериментальные результаты по сверхразрешению близкорасположенных источников сигналов подтверждают высокую эффективность разработанных методов минимального многочлена.

#### Апробация результатов и публикации

Основные материалы диссертации опубликованы в 10 работах. Среди них 3 статьи в журналах, включенных в библиографическую базу данных Web of Science (Акустический журнал [1], Изв. Вузов. Радиофизика [2,3]), 1 статья включена в базу данных RSCI (*Russian Science Citation Index*) (Журнал радиоэлектроники [4]), и 6 работ, представляющие собой опубликованные материалы докладов на научных конференциях [5-10].

Результаты диссертационной работы докладывались на X-ой и XII-ой Всероссийских конференциях «Радиолокация и радиосвязь» (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Москва, 2016 и 2018 гг.), XXI-ой научной конференции по радиофизике (ННГУ, Нижний Новгород, 2017г.), XXIII-ой международной конференции «Информационные системы и технологии» ИСТ-2017 (НГТУ, Нижний Новгород, 2017), III-ей научно-технической конференции «Радиолокация. Теория и практика» (АО ФНПЦ «ННИИРТ», Нижний Новгород, 2017 г.).

#### Личный вклад автора

Диссертант принимал непосредственное участие, как в постановке задач, так и в расчетах, построении аналитических моделей, обработке экспериментальных результатов, обсуждении и физической интерпретации полученных результатов.

#### Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка сокращений и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации составляет 109 страниц, включая 48 рисунков, 7 таблиц и список литературы из 83 наименований.

### **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

Во **введении** освещается современное состояние методов обработки сигналов в антенных решетках радиолокационных систем с точки зрения проблемы сверхразрешения близкорасположенных источников сигналов, обосновывается актуальность темы диссертации, кратко излагается содержание работы.

В **первой главе** рассмотрена проблема оценки числа источников сигналов на основе метода минимального многочлена КМ сигналов в АР. Основное внимание уделяется двум случаям. Первый – угловое расстояние между источниками меньше ширины луча АР, второй – выборка входного процесса является произвольной, в том числе короткой с числом выборочных векторов меньшем числа элементов АР.

В разделе 1.1 рассмотрены основные свойства минимального многочлена точной КМ сигналов в АР при наличии  $J$  коррелированных источников сигналов. Важным свойством минимального многочлена является то, что его степень определяется числом источников сигналов. Однако при переходе от точной к выборочной КМ минимальный многочлен переходит в характеристический. Его степень становится равной либо числу  $N$  элементов АР (длинная выборка) или числу  $L$  выборочных векторов (короткая выборка), то есть перестает зависеть от числа  $J$  источников сигналов.

В разделе 1.2 рассмотрен метод определения числа источников сигналов, который основан на аппроксимации минимального многочлена КМ сигналов в АР, то есть на оценке параметров (степени и коэффициентов) этого многочлена. Используется статистически обоснованная процедура аппроксимации минимального многочлена некоторым многочленом, который должен иметь минимальную степень, и обеспечивать отличие от минимального многочлена, не превышающее (в среднеквадратическом смысле) некоторое пороговое значение  $Th$ .

Минимальная СКО аппроксимации равна

$$I^{(m)} = \min_{m, \gamma_k} Sp \left[ \prod_{k=1}^m (\mathbf{I} - \gamma_k \widehat{\mathbf{M}})^2 \right], \quad (1)$$

где  $m$  – степень многочлена, коэффициенты  $\gamma_n$  являются оценками обратных значений собственных чисел выборочной КМ  $\widehat{\mathbf{M}}$ . Коэффициенты  $\gamma_n$  находятся с помощью системы нелинейных уравнений, для решения которой используется итерационная процедура, начинаемая со значения  $m = 1$ , что соответствует аппроксимации минимального многочлена многочленом первой степени. При этом функционал СКО равен  $I^{(1)} = \min_{\gamma_1} Sp[(\mathbf{I} - \gamma_1 \widehat{\mathbf{M}})^2]$ .

Если функционал  $I^{(1)}$  меньше порога  $Th$  ( $I^{(1)} < Th$ ), то итерационный процесс завершается, и оценка степени минимального многочлена  $\widehat{m} = 1$ . Это означает, что в АР имеется только собственный шум, то есть оценка числа источников сигналов равна нулю ( $\widehat{J} = \widehat{m} - 1 = 0$ ). В противоположном случае ( $I^{(1)} > Th$ ) итерационный процесс продолжается, задается  $m = 2$ , находится функционал  $I^{(2)}$  и сравнивается с порогом  $Th$ . Если  $I^{(2)} < Th$ , то итерационная процедура завершается и делается заключение о том, что степень минимального многочлена  $\widehat{m} = 2$ , то есть имеется один источник ( $\widehat{J} = \widehat{m} - 1 = 1$ ). Если  $I^{(2)} > Th$ , то процедура продолжается и задается значение  $m = 3$ . Данная процедура продолжается до тех пор, пока значение функционала  $I^{(m)}$  при некотором  $m = \widehat{m}$  не станет меньше порога. В диссертационной работе предложен новый подход к выбору порога при аппроксимации минимального мно-

гочлена КМ по критерию минимума функционала СКО, основанный на статистических свойствах функционала СКО и не требующий задания вероятности «ложной тревоги» (обнаружение источников при их отсутствии).

В разделе 1.3 приводятся результаты численного моделирования эффективности метода минимального многочлена. Сравнивается эффективность этого метода с эффективностью критериев АИС и MDL по оценке числа близкорасположенных источников сигналов.

На рис. 1 (слева) даны сравнительные вероятности правильной оценки числа источников в зависимости от мощности  $\nu$  источника для метода минимального многочлена и критериев MDL и АИС при числе элементов АР  $N = 50$ , периоде  $d = 0.5\lambda$  ( $\lambda$  – длина волны), длине выборки  $L = 10$  (короткая выборка) и единичной мощности собственного шума. Из полученных результатов следует, что метод минимального многочлена обеспечивает более высокую вероятность правильной оценки числа источников (в данном случае одного источника). Зададим эту вероятность на уровне 80 %. Тогда требуемая мощность источника в элементах АР будет составлять  $-8.0$  дБ для метода минимального многочлена,  $-5.7$  дБ для критерия MDL и  $-1.2$  дБ для критерия АИС. Аналогичные результаты в случае двух некоррелированных источников приведены на рис. 1 (справа) при относительном угловом расстоянии между источниками  $\delta\varphi=0.25$  ширины луча по уровню половинной мощности. Видно, что метод минимального многочлена и критерий MDL при некоррелированных источниках имеют примерно одинаковую эффективность, значительно превышающую эффективность критерия АИС, применение которого требует увеличения мощности источников примерно на 4–5 дБ.

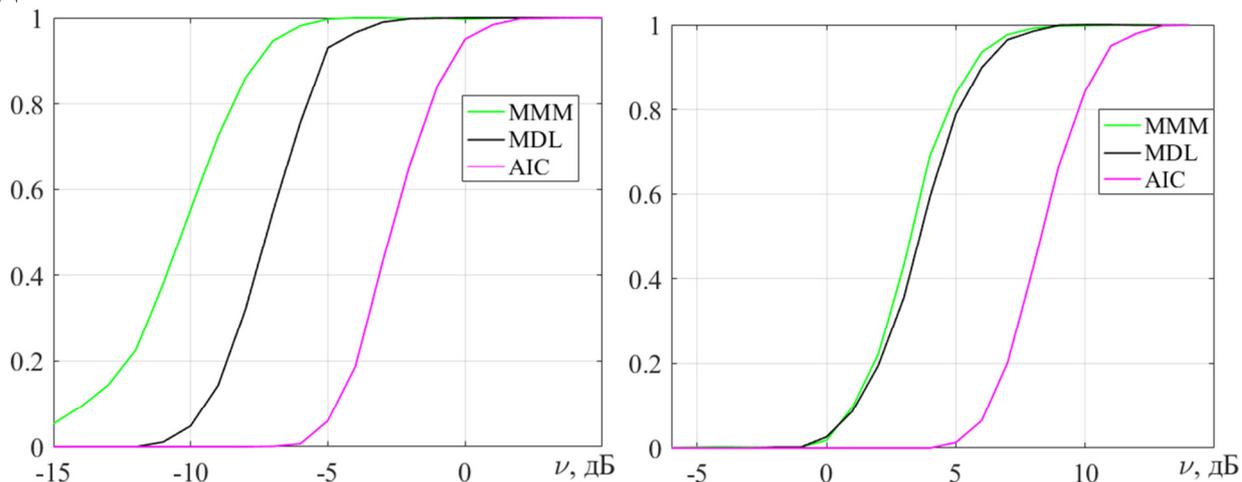


Рис. 1. Вероятность правильной оценки числа источников для метода минимального многочлена (MMM) и критериев MDL и АИС при одном (слева) и двух источниках (справа)

В разделе 1.4 сформулированы основные выводы, вытекающие из проведённых в первой главе исследований.

Во **второй** главе рассматриваются сверхразрешающие методы (псевдоспектральный и корневой) минимального многочлена КМ сигналов в АР,

основанные на оценке степени и коэффициентов этого многочлена. Основное внимание уделяется случаю короткой выборки входного процесса, когда число выборочных векторов меньше числа элементов АР, и обобщению спектрального и корневого методов минимального многочлена на случай коррелированных источников сигналов.

В разделе 2.1 разработан «сверхразрешающий» корневой метод минимального многочлена при некоррелированных источниках сигналов и произвольной длине выборки входного процесса в АР.

После оценки степени и коэффициентов минимального многочлена КМ (то есть после оценки числа источников сигналов) можно построить оценку  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$  матрицы-проектора на шумовое подпространство в виде

$$\hat{\mathbf{P}}_{noise} = \left[ \prod_{p=1}^{\hat{J}} (\mathbf{I} - \gamma_p \hat{\mathbf{M}}) \right] \left[ \prod_{p=1}^{\hat{J}} \begin{pmatrix} 1 - \gamma_p \\ \gamma_{\hat{J}+1} \end{pmatrix} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Суть корневого метода заключается в поиске корней функции  $f(\varphi) = \mathbf{S}^H(\varphi) \mathbf{P}_{noise}^H \mathbf{P}_{noise} \mathbf{S}(\varphi)$ , где  $\mathbf{S}(\varphi)$  – вектор поиска,  $\varphi$  – азимутальный угол, отсчитываемый от нормали к АР,  $\langle \cdot \rangle^H$  – эрмитово сопряжение. Введем комплексную переменную  $z = \exp[j2\pi(d/\lambda)\sin\varphi]$ . Тогда вектор  $\mathbf{S}(z) = (1, z, z^2, \dots, z^{N-1})^T$  – ( $\langle \cdot \rangle^T$  – транспонирование), а функция  $f(z)$  примет вид

$$f(z) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} a_k z^k, \quad a_m = \sum_{k=1}^{N-m} (\mathbf{P}_{noise}^H \mathbf{P}_{noise})_{k,k+m}, \quad a_{-m} = a_m^*, \quad (m \geq 0). \quad (3)$$

Таким образом, функция  $f(z)$  является полиномом степени  $(2N-2)$ , коэффициенты которого представляют собой сумму элементов соответствующих диагоналей матрицы  $\mathbf{P}_{noise}^H \mathbf{P}_{noise}$ . При  $m=0$  суммирование проводится вдоль главной диагонали, а при положительных  $m$  – вдоль диагоналей, лежащих выше главной диагонали.

Для точного проектора  $\mathbf{P}_{noise}$ , соответствующего точной КМ  $\mathbf{M}$ , из общего числа  $(2N-2)$  корней функции  $f(z)$  имеется  $2J$  сигнальных корней, которые лежат на единичной окружности. Угол  $j$ -го источника находится по формуле  $\sin\varphi_j = \arg(z_j) \cdot \lambda \cdot (2\pi d)^{-1}$ , где  $\arg(z_j)$  – фаза  $z_j$ . При использовании оценки  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$  (2) проектора на шумовое подпространство сигнальные корни начинают «уходить» от единичной окружности и размываться в «облака». Учитывая заранее полученную оценку  $\hat{J}$  числа сигналов, выберем  $\hat{J}$  корней наиболее близко расположенных к единичной окружности и находящихся либо снаружи, либо внутри нее.

Положение корней полинома  $f(z)$  на комплексной плоскости для точной КМ показано на рис. 2 (слева) при  $N = 20$ ;  $d = 0.5\lambda$ ;  $J = 2$ ;  $\varphi_{1,2} = \pm 1.5^\circ$  ( $\delta\varphi = 0.6$ ), мощности источников  $\nu = 5$  дБ, где красным цветом показаны сигнальные корни, а синим цветом – шумовые. Положение корней полинома  $f(z)$  в случае конечной длины  $L$  выборки входного процесса приведено на рис. 2 (справа). Видно, что, несмотря на отличие амплитуды сигнальных корней от единицы, значение их аргумента по-прежнему находится в

окрестности значений, соответствующих истинному положению источников. Следовательно, разрешение источников возможно и в случае конечной длины выборки входного процесса. Отметим, что в рассмотренном примере выборка является короткой, так как  $L < N$  ( $L = 10, N = 20$ ).

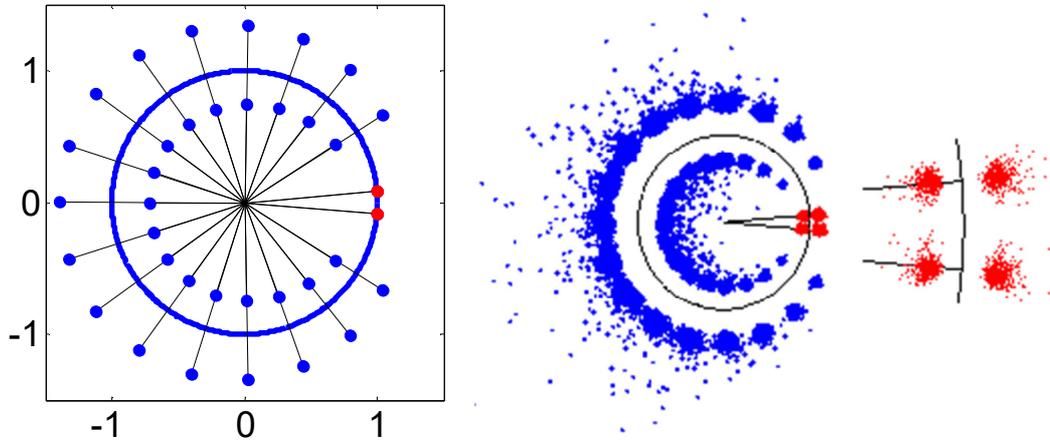


Рис. 2. Положение корней полинома  $f(z)$  на комплексной плоскости для точной (слева) и выборочной КМ (справа) при  $N = 20, d = 0.5\lambda, L = 10, J = 2; \delta\varphi = 0.6; \text{ОСШ} = 5 \text{ дБ}; 1000$  реализаций

Возможна модификация корневого метода минимального многочлена, которая уменьшает степень полинома в два раза и, тем самым, уменьшает число искомых корней с  $(2N-2)$  до  $(N-1)$ . Модификация заключается в замене в скалярном произведении  $[\hat{\mathbf{P}}_{noise} \mathbf{S}(\varphi)]^H \hat{\mathbf{P}}_{noise} \mathbf{S}(\varphi)$  одного из векторов на некоторый другой вектор, также принадлежащий шумовому подпространству. В качестве такого вектора можно взять любой из векторов, являющихся столбцами матрицы-проектора  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$ . В результате вместо полинома  $f(z)$  получим усеченный полином вида

$$f_1(z) = (\hat{\mathbf{P}}_{noise})_q^H \hat{\mathbf{P}}_{noise} \mathbf{S}(z), \quad (4)$$

где  $(\hat{\mathbf{P}}_{noise})_q$  –  $q$ -ый столбец матрицы-проектора  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$ . Среди  $(N-1)$  корней полинома  $f_1(z)$  необходимо (используя оценку  $\hat{J}$  числа источников) отобрать  $\hat{J}$  корней, наиболее близких к единичной окружности и затем найти угловое положение источников.

Оценим объем вычислений, необходимый для реализации корневого метода минимального многочлена. Для многоэлементной ( $N \gg 1$ ) АР основной объем вычислений связан с нахождением матричного проектора  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$  на шумовое подпространство, что предполагает решение системы нелинейных уравнений для оценок обратных значений  $\gamma_n$  собственных чисел выборочной КМ  $\hat{\mathbf{M}}$ . Для этого необходимо вычислить след степенных матриц  $\mathbf{M}, \mathbf{M}^2, \dots, \mathbf{M}^{2(m+1)}$ . Эти матрицы можно найти последовательно с помощью итерационной процедуры, которая непосредственно следует из максимально правдоподобной оценки выборочной КМ и имеет вид:

$$\hat{\mathbf{M}}^k = L^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{X}(l) \mathbf{X}(l)^H \hat{\mathbf{M}}^{k-1}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{X}(l)$  – вектор входного процесса в  $l$ -ый момент времени.

Каждый шаг этой процедуры предполагает выполнение  $LN^2$  операций комплексного умножения. Поэтому, для вычисления всех  $2(m+1)$  степенных матриц необходимо выполнить  $2(m+1)LN^2$  комплексных умножений. Таким образом, для оценки матричного проектора  $\hat{\mathbf{P}}_{noise}$  требуется объем вычислений пропорциональный квадрату числа элементов АР ( $\sim N^2$ ). В то же время оценка этого проектора на основе поиска собственных чисел и векторов в соответствии с методом MUSIC требует выполнения числа комплексных умножений, пропорционального кубу числа элементов АР ( $\sim N^3$ ).

В разделе 2.2 получено обобщение спектрального и корневого методов минимального многочлена на случай, когда близкорасположенные источники сигналов коррелированы между собой. Для борьбы с негативным эффектом, вызванным корреляцией источников, применяется процедура пространственного сглаживания КМ. Она основана на разбиении АР на перекрывающиеся подрешетки, состоящие из  $Q$  соседних элементов и сдвинутые на один элемент относительно друг друга. Число таких подрешеток  $K=N-Q+1$ . Существует несколько модификаций процедуры сглаживания: прямое сглаживание (подрешетки формируются, начиная с первого элемента АР); обратное – подрешетки формируются, начиная с последнего элемента АР, и используются комплексно сопряженные выборки входного процесса; совместное – результирующая КМ равна полусумме КМ при прямом и обратном сглаживаниях.

Использование процедуры пространственного сглаживания предполагает изменение порога при оценке степени минимального многочлена, то есть при оценке числа коррелированных источников сигналов. При этом формулы для порога, полученные для некоррелированных источников остаются справедливыми. Однако в случае коррелированных источников в соответствующих выражениях необходимо заменить число  $N$  элементов АР числом  $Q$  элементов в каждой из подрешеток, а число  $L$  выборок входного процесса заменить эффективным числом выборок  $L_{eff} = (N-Q+1)L$ , пропорциональным числу подрешеток, которое можно сформировать на апертуре АР.

В разделе 2.3 приведены результаты выполненного численного моделирования эффективности методов при произвольной длине выборки входного процесса, а также при некоррелированных и коррелированных источниках сигналов.

На рис. 3 приведены вероятности правильной оценки числа источников в зависимости от их мощности  $\nu$  для разных значений модуля коэффициента корреляции источников  $|\rho_{1,2}| = 0, 0.7, 0.9$  и  $0.95$ . Фаза коэффициента корреляции задавалась постоянной для каждого эксперимента. Однако, для разных экспериментов фаза была случайной величиной, равномерно распределенной в интервале  $[0 \div 2\pi]$ . Число экспериментов составляло 500. Число элементов  $N = 50$ , период  $d = 0.5 \lambda$ , размер подрешеток при пространственном сглаживании  $Q = 30$ . При этом ширина луча полной АР составляет  $2.0^\circ$ , а ширина луча каждой подрешетки –  $3.3^\circ$ . Два источника одинаковой мощ-

ности  $\nu$  располагались симметрично относительно нормали к АР с относительным угловым расстоянием равным  $2.0^\circ$ . Длина выборки входного процесса  $L = 10$  (короткая выборка). Сплошные кривые получены с помощью процедуры пространственного сглаживания (SST), а пунктирные – без нее. Видно, что пространственное сглаживание эффективно для высоких коэффициентов корреляции ( $|\rho_{1,2}| > 0.7$ ), когда преобладает эффект декорреляции за счет пространственного сглаживания. При меньших коэффициентах корреляции увеличение ширины луча подрешеток является определяющим и приводит к снижению вероятности правильной оценки числа источников.

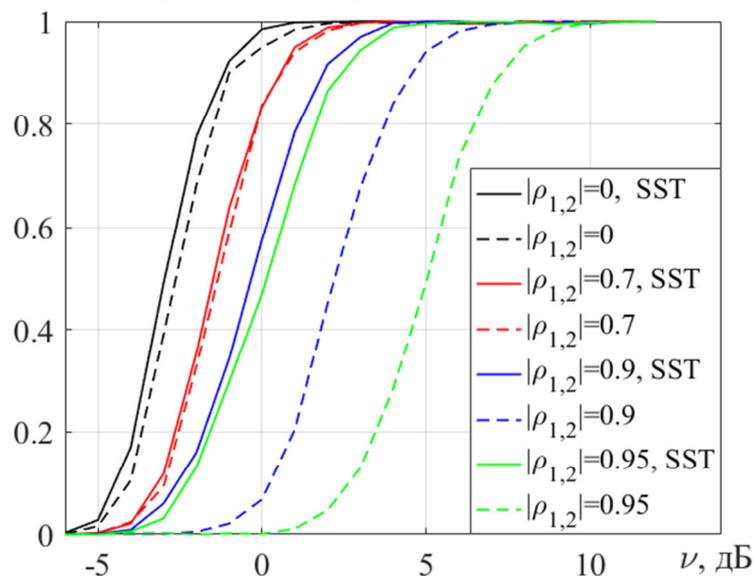


Рис. 3. Вероятность правильной оценки числа источников методом минимального многочлена для  $|\rho_{1,2}| = 0, 0.7, 0.9$  и  $0.95$ . Сплошные кривые получены с помощью процедуры пространственного сглаживания, пунктирные – без нее.

В разделе 2.4 сформулированы основные выводы, вытекающие из проведенных во второй главе исследований.

**Третья глава** посвящена натурным экспериментам, выполненным на автомобильном ММО-радиолокаторе миллиметрового диапазона длин. Приводятся сравнительные результаты по разрешению двух близкорасположенных источников сигналов, полученные на этом радиолокаторе с помощью разработанных методов минимального многочлена и других методов.

В разделе 3.1 анализируются особенности обработки сигналов в радиолокаторе, рассматривается формирование виртуальных приемных антенн и особенности пространственного сглаживания КМ входного процесса. Радиолокатор относится к классу CS-FMCW (Chirp Sequence – Frequency Modulated Continuous Wave) радаров, которые используют широкополосные «короткие» импульсы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). АР радиолокатора была построена на основе ММО-технологии, которая обеспечивает увеличение числа степеней свободы и размеров апертуры приемной АР за счет формирования дополнительных (виртуальных) антенн. Импульсы в трех

передающих антеннах кодировались ортогональными кодами Уолша длиной равной 4. Число реальных приемных антенн было равно четырем.

На рис. 4 показаны 3 передающие антенны и приемная 11-элементная АР ММО-радиолокатора, состоящая из реальных (a, b, c и d) и виртуальных (номера 1–7) антенн. Обозначение (Tp, Rq) дает номера передающей (p-ая) и приемной (q-ая) антенн. Отметим, что две виртуальные антенны располагались в одном месте. Таким образом, результирующая приемная АР радара состояла из 2 строк. В верхней строке имелось 7 антенн с периодом  $1.1\lambda$ , в нижней – 4 антенны с таким же периодом. Расстояние между верхними и нижними строками составляло  $0.74\lambda$ .

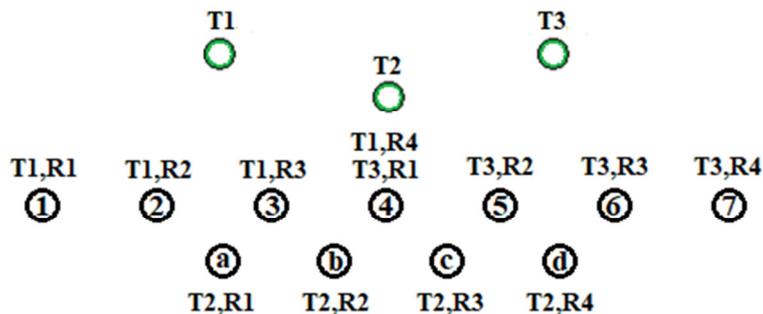


Рис. 4. Расположение передающих и приемных (реальных и виртуальных) антенн

В силу специфических особенностей радиолокатора в результате временной обработки на выходе каждой антенны формировалась только одна выборка входного процесса, соответствующая максимальному значению сигнала в плоскости «Дальность – Скорость», то есть входной процесс для пространственной обработки состоял только из одной выборки ( $L = 1$ ). В результате процедуры пространственного сглаживания формировалось 10 подрешеток по 4 элемента в каждой, и данная выборка порождала матрицу сигналов размерности  $4 \times 10$  вида:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_a & x_7^* & x_6^* & x_5^* & x_4^* & x_d^* \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_b & x_6^* & x_5^* & x_4^* & x_3^* & x_c^* \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_c & x_5^* & x_4^* & x_3^* & x_2^* & x_b^* \\ x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_d & x_4^* & x_3^* & x_2^* & x_1^* & x_a^* \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Число искомых корней полинома  $f(z)$  в (3) составляет 6. Аналитических выражений для корней в этом случае не существует. Для уменьшения числа корней в 2 раза (с 6 до 3) использовался модифицированный корневой метод минимального многочлена на основе поиска корней усеченного полинома  $f_1(z)$  (4) третьей степени. Это дало возможность использовать известные аналитические выражения для искомых корней.

В разделе 3.2 кратко описаны статические и динамические сценарии с неподвижным и подвижным радиолокатором, соответственно, и приведены экспериментальные результаты по разрешению двух близкорасположенных источников сигналов, а также их сравнение с результатами, полученными другими известными методами. В качестве целей применялись уголкового

отражатели треугольной формы, а также автомобили. Отражатели и АР радиолокатора располагались на высоте  $\approx 0.5$  м над асфальтированной поверхностью земли.

Приведем некоторые из экспериментальных результатов для статических сценариев. Угловое расстояние между двумя уголковыми отражателями составляло  $\delta\varphi=0.32$  и  $\delta\varphi=0.47$  ширины луча АР. На рис. 5 представлены результаты, полученные сканированием лучом АР (слева), спектральным (в центре) и корневым (справа) методами минимального многочлена. Оценка относительного углового расстояния между источниками составила 0.24 (при  $\delta\varphi=0.32$ ) и 0.37 (при  $\delta\varphi=0.47$ ), то есть были получены меньшие величины по сравнению с реальными, что характерно для сверхразрешающих методов. СКО измерения координат источников сигналов, полученная с помощью корневого метода, составила соответственно 0.16 и 0.13 град., то есть не превышала 2% от ширины луча АР (7.7 град.).

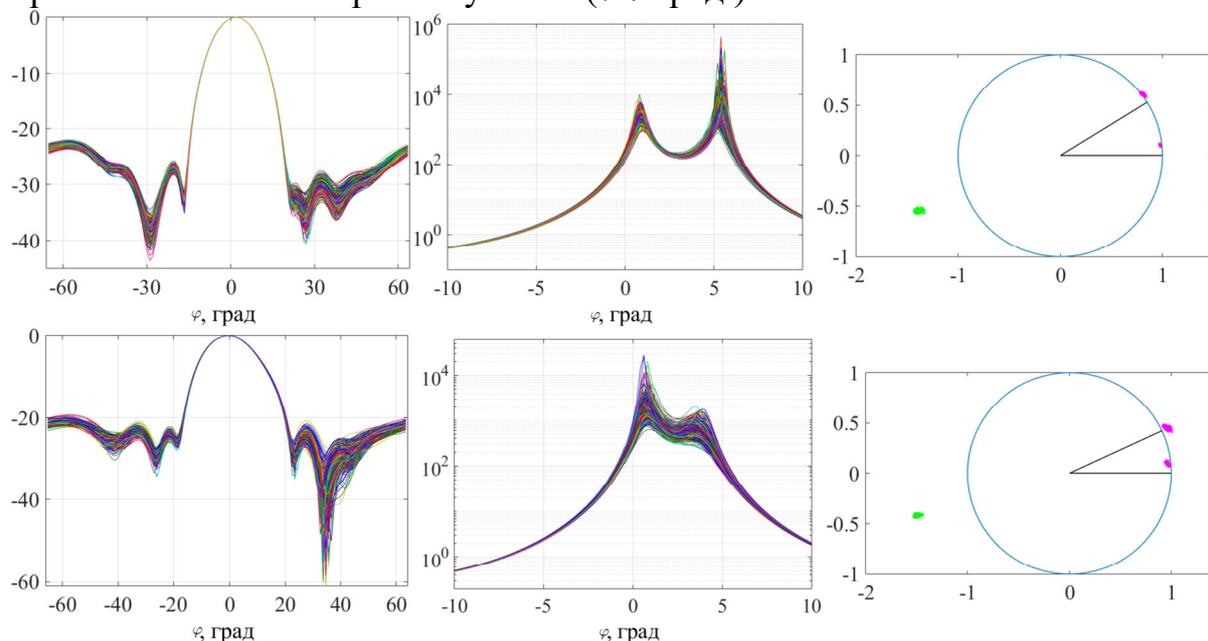


Рис. 5. Сканирование лучом АР (слева), спектральный (в центре) и корневой (справа) методы минимального многочлена при  $\delta\varphi=0.32$  (сверху) и  $\delta\varphi=0.47$  (внизу)

Из полученных результатов следует, что корневой метод минимального многочлена обеспечил процент правильной оценки числа источников равный 100 % при разном относительном угловом расстоянии  $\delta\varphi$  между источниками (8 сценариев,  $\delta\varphi$  изменялось в пределах от 0.37 до 0.65, по 250÷1000 независимых измерений для каждого сценария). Соответствующий процент правильной оценки числа источников для критерия MDL составил от 48 % до 100 %. Эффективность корневого метода минимального многочлена по точности оценки координат источников сигналов практически совпала с эффективностью корневого метода MUSIC при условии, что метод MUSIC «знал» истинное число источников сигналов.

В разделе 3.3 приводятся результаты экспериментов для динамических сценариев. Координаты уголков равнялись  $\pm 1.5$  м относительно нормали к АР. Для визуального анализа были построены треки целей в декартовой системе координат, которая показана на рис. 6. Приводятся сравнительные ре-

зультаты, полученные сканированием лучом AP (слева), спектральным (в центре) и корневым (справа) методами минимального многочлена. Синим цветом отмечены случаи, когда пеленговалось две цели, красным – одна.

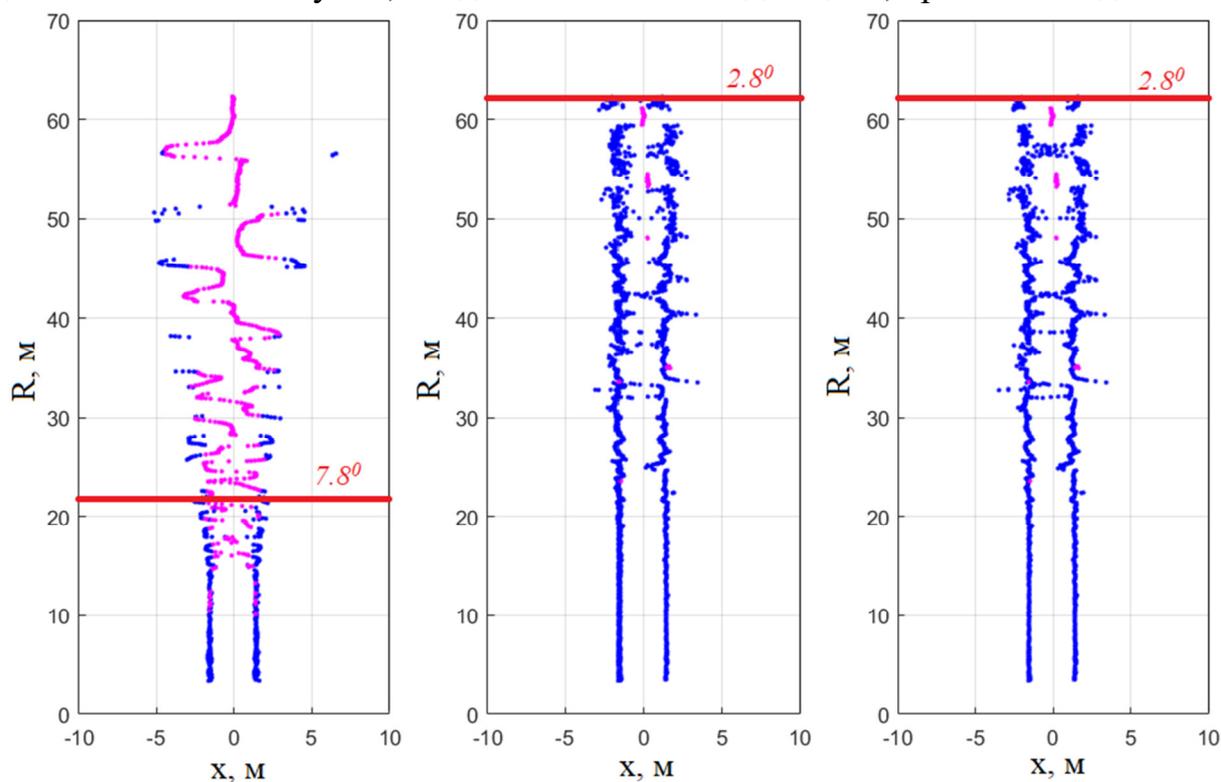


Рис. 6. Треки целей. Сканирование лучом AP (слева), спектральный (в центре) и корневой (справа) методы минимального многочлена

Из представленных результатов следует, что оба метода минимального многочлена дали близкие результаты. Разрешение источников обеспечивалось на всех дальностях до  $R=63$  м (угловое расстояние  $\delta\varphi=0.35$ ). Процент правильной оценки числа источников методами минимального многочлена составил 96%. Угловое расстояние между целями, равное ширине луча AP ( $7.7^\circ$ ), соответствует расстоянию  $\approx 22$  м. Видно, что устойчивое разрешение целей методом сканирования лучом AP выполняется только при расстояниях  $R$  меньших этого значения.

В [разделе 3.4](#) рассматриваются результаты экспериментов для сценариев на реальной дороге, когда два автомобиля–цели были не разрешимы по дальности и скорости (находились на соседних полосах). На рис. 7 (слева) показана плоскость «Дальность–Азимут», полученная на основе сканирования лучом AP, а справа – эта же плоскость, полученная с использованием корневого метода минимального многочлена. При ширине полосы движения равной  $\approx 350$  см угловое расстояние между центрами автомобилей составляет примерно 3–4 град. Корневой метод обеспечил разрешение целей, в то время как сканирование лучом AP эти цели не разрешило.

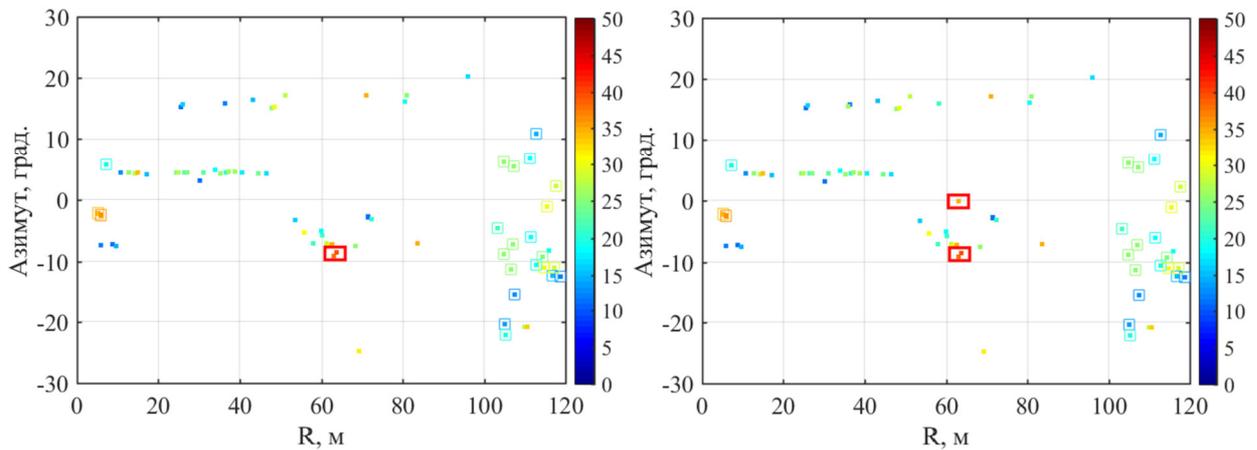


Рис. 7. Цели на плоскости «Дальность–Азимут» при сканировании лучом АР (слева) и при использовании корневого метода минимального многочлена (справа)

В разделе 3.5 сформулированы основные выводы, вытекающие из проведённого в третьей главе рассмотрения.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе, и сделаны исходя из них теоретические и практические выводы.

В приложении приведен список используемых сокращений.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Проведено обобщение метода минимального многочлена КМ в элементах АР, используемого для оценки числа «сверхразрешаемых» некоррелированных источников сигналов. Предложенный подход к выбору порога при аппроксимации минимального многочлена точной КМ обеспечивает высокую эффективность по оценке числа источников в случае произвольной (в том числе и короткой) выборке входного процесса.

2. Предложен «сверхразрешающий» корневой метод минимального многочлена и показана его высокая эффективность при некоррелированных источниках сигналов и произвольной длине выборки входного процесса в АР. Оценка угловых координат источников основана на поиске корней соответствующих полиномов в рамках единой (одноэтапной) вычислительной процедуры.

3. Выполнено обобщение спектрального и корневого методов минимального многочлена на случаи близкорасположенных и произвольным образом коррелированных источников сигналов. Предложено использовать процедуру пространственного сглаживания и получено модифицированное пороговое значение для аппроксимации минимального многочлена сглаженной точной КМ.

4. Экспериментальные результаты по сверхразрешению двух близкорасположенных источников сигналов, полученные на автомобильном радиолокаторе миллиметрового диапазона длин волн, подтвердили высокую эффективность разработанных методов. Метод минимального многочлена обеспечил более высокую вероятность правильной оценки числа источников

по сравнению с известными критериями MDL и AIC. Точность определения азимутальных угловых координат источников сигналов корневым методом минимального многочлена практически совпала с эффективностью корневого метода MUSIC при условии, что метод MUSIC «знал» истинное число источников сигналов.

## СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ермолаев В.Т., Метод минимального многочлена для оценки параметров сигналов, принимаемых антенной решеткой / Флакман А.Г., Елохин А.В., Купцов В.В. // Акустический журнал. 2018. Т. 64, № 1. С. 78-85.

2. Ермолаев В.Т., Угловое сверхразрешение сигналов в антенной решётке с помощью корневого метода минимального многочлена корреляционной матрицы / Флакман А.Г., Елохин А.В., Шмонин О.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 3. С. 261-272.

3. Ермолаев В.Т., Экспериментальное исследование углового сверхразрешения двух коррелированных сигналов методом минимального многочлена / Флакман А.Г., Елохин А.В., Шмонин О.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т.61. № 11. С. 945-957.

4. Аверин И.М., Елохин А.В., Флакман А.Г. Экспериментальное исследование углового сверхразрешения коррелированных источников сигналов методом минимального многочлена // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. №2. 15 стр.

5. Ермолаев В.Т., Метод минимального многочлена для оценки числа источников сигналов в антенной решетке / Флакман А.Г., Елохин А.В., Купцов В.В. // Сборник трудов X Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь». М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. 2016. С. 100-103.

6. В.Т. Ермолаев, Оценка числа коррелированных источников сигналов в антенной решетке методом минимального многочлена. / А.Г. Флакман, А.В. Елохин, В.В. Купцов // Труды XXIII-й международной конференции «Информационные системы и технологии» ИСТ-2017. 21 апреля 2017 г. / Н. Новгород: НГТУ, 2017. с. 1093-1098.

7. Ермолаев В.Т., Пороговая техника для оценки числа источников радиоизлучения методом минимального многочлена / Флакман А.Г., Елохин А.В., Шмонин О.А. // Труды XXI Научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2017. С. 319-322.

8. Ермолаев В.Т., Оценка параметров источников сигнала методом минимального многочлена с поиском корней псевдоспектральной функции / Флакман А.Г., Елохин А.В., Шмонин О.А. // Труды XXI Научной конференции по радиофизике, ННГУ, 2017. С. 365-368.

9. В.Т. Ермолаев, Эффективность оценки числа и угловых координат близкорасположенных коррелированных источников сигналов в антенной решетке с помощью корневого метода минимального многочлена. / А.Г. Флакман, А.В. Елохин, О.А. Шмонин // Труды III научно-технической

конференции «Радиолокация. Теория и практика». 2017 г. / Н. Новгород: АО ФНПЦ «ННИИРТ», 2017.

10. В.Т. Ермолаев, Экспериментальные результаты углового сверхразрешения коррелированных источников сигналов с помощью метода минимального многочлена / А.Г. Флакман, А.В. Елохин, О.А. Шмонин. // Труды XII Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь» / Москва: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2018. С. 69-73.

## **ОГЛАВЛЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Введение**

### **ГЛАВА I. Метод минимального многочлена для оценки числа близко-расположенных источников сигналов**

- 1.1. Минимальный многочлен корреляционной матрицы сигналов в антенной решетке
- 1.2. Метод оценки числа источников сигналов
- 1.3. Результаты численного моделирования эффективности метода
- 1.4. Заключение по первой главе

### **ГЛАВА II. Сверхразрешающие методы минимального многочлена корреляционной матрицы входного процесса в антенной решетке**

- 2.1 Псевдоспектральный и корневой методы
  - 2.1.1 Псевдоспектральный метод
  - 2.1.2 Корневой метод
- 2.2 Обобщение методов на случай коррелированных источников сигналов
- 2.3 Результаты численного моделирования эффективности методов
- 2.4 Заключение по второй главе

### **ГЛАВА III. Результаты натуральных экспериментов на автомобильном радиолокаторе**

- 3.1 Обработка сигналов в ЛЧМ-ММО-радиолокаторе
- 3.2 Статические сценарии (полигон)
- 3.3 Динамические сценарии (полигон)
- 3.4 Сценарии на реальной дороге
- 3.5 Заключение по третьей главе

### **Заключение**

### **Список сокращений**

### **Список используемой литературы**