ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО»

На правах рукописи

Сметанин Илья Владиславович

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико -
математических наук,
профессор
Волков Иван Андреевич

Нижний Новгород – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Развитие конструкций и аппаратов современного энергомашиностроения, самолётостроения, нефтехимического оборудования и др. характеризуется увеличением их рабочих характеристик, снижением материалоёмкости, ростом числа нестационарных режимов термомеханического нагружения, существенным расширением температурного диапазона работы машиностроительных конструкций. Указанные тенденции привели к тому, что на сегодняшний день одной из основных задач разработки, проектирования и эксплуатации конструкций и аппаратов новой техники является решение задачи надёжной расчётной оценки их прочности и ресурса. Такие задачи наиболее актуальны для конструкций эксплуатация, которых происходит в течении нескольких десятилетий (современные атомные энергетические установки, жидкостные ракетные двигатели, авиационные газотурбинные двигатели, газотурбинные установки нового поколения, резервуары для хранения газообразных и сжиженных продуктов и др.) [5, 6, 13, 44, 59].

При проектировании конструкций обеспечение их безопасности с точки зрения прочности, сводится к расчётному обоснованию ресурса для заданной консервативной модели эксплуатации объекта с определёнными допусками на «незнание» реальных условий эксплуатации объекта, физико-механических характеристик материалов, приближённостью методов расчёта и т.п.

Повреждение и разрушение материала конструктивных узлов в основном обусловлено зарождением микродефектов, их ростом и слиянием в макроскопические трещины. Описание механического поведения микродефектов не менее важно, чем описание развития макротрещин и в последнее десятилетия для решения таких задач успешно развивается новое научное направление – механика повреждённой среды (МПС).

Данная работа посвящена применению моделей и методов МПС для численной оценки длительной прочности материалов и конструкций при термомеханическом нагружении, оценки их ресурсных характеристик, служащих основой для разработки экспертных систем оценки ресурса.

Степень разработанности темы. В настоящее время разработан ряд моделей МПС, описывающих деградационные процессы в конструкционных сплавах. Однако в большинстве случаев эти подходы ориентированы лишь на определённые режимы нагружения и не могут достоверно отразить зависимость протекания процессов зарождения и роста микродефектов от истории напряженно-деформированного состояния (НДС), температуры, скорости деформаций и др. В действительности, такие параметры как траектория деформирования, режим изменения температуры, характер НДС, история его изменения и др. в значительной степени влияют на процессы накопления повреждений. Всё это указывает на необходимость анализа кинетики НДС и накопления повреждений в локальных опасных зонах элементов конструкций и его теоретического описания соответствующими уравнениями состояния.

Цель и задачи диссертационной работы. Целью диссертационной работы является оценка длительной прочности конструкционных материалов (металлов и их сплавов), элементов и узлов несущих конструкций при высокотемпературном термомеханическом нагружении с использованием определяющих соотношений МПС.

Для достижения цели необходимо решить следующие основные задачи:

– методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставления расчётных данных с опытными результатами, провести верификацию уравнений МПС, предложенных проф. Ю.Г. Коротких и развитых в работах его учеников (И.А. Волков, Д.А. Казаков, Д.Н. Шишулин) для сложных режимов высокотемпературного термомеханического нагружения с учетом сопутствующих малоизученных эффектов деформирования;

– разработать эффективный алгоритм интегрирования уравнений МПС и создать программные средства, используемые при решении конкретных задач;

– провести оценку достоверности используемых уравнений МПС путем проведения численных расчетов и сопоставления их результатов с данными натурных экспериментов для ряда наиболее характерных процессов деформирования;

– выявить характерные особенности процесса высокотемпературного термомеханического разрушения элементов конструкций и аппаратов современной техники путём численного решения прикладных задач.

Научная новизна. Методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставление результатов расчета с опытными данными, проведены исследования:

– влияние скорости деформаций на процессы высокотемпературного вязкопластического деформирования поликристаллических конструкционных сплавов при простом и сложном термомеханическом нагружении;

– непропорциональности и нестационарности процесса вязкопластического деформирования;

– влияния температуры и уровня приложенных нагрузок (переход с одного значения напряжений к другим) на длительную прочность металлов;

– влияние вида траектории деформирования на длительную прочность поликристаллических конструкционных сплавов.

Проведена оценка достоверности модели МПС при расчете высокотемпературной нестационарной ползучести лабораторных образцов в условиях многоосного напряженного состояния и конкретизирован вид ряда определяющих соотношений.

Получены новые решения задачи оценки несущей способности корпуса реактора ядерной энергетической установки (ЯЭУ) в условиях гипотетической аварии по механизму длительной прочности. Получены допустимые значения внутреннего давления, не приводящие к макроразрушению.

Теоретическая значимость работы. Получены новые данные по длительной прочности поликристаллических конструкционных сплавов. Показано существенное влияние скорости деформаций на процесс вязкопластического деформирования, вида траектории деформирования на длительную прочность конструкционных сплавов при высокотемпературном термомеханическом нагружении.

Показано, что подход основанный на правиле линейного суммирования повреждений при расчете длительной прочности материалов и конструкций может привести как к консервативной, так и неконсервативной оценке.

Практическая значимость работы. На базе методологии оценки ресурса ответственных инженерных объектов (ОИО) предложенной проф. Ю.Г. Коротких разработана научно - обоснованная методика, созданы алгоритмы и программные средства численного анализа длительной прочности при высокотемпературном термомеханическом нагружении элементов и узлов несущих конструкций. Показано, что благодаря учёту основных эффектов, сопутствующих процессам высокотемпературного термомеханического нагружения на базе данного подхода возможно создание экспертных систем по оценке ресурса конструкций и аппаратов современной техники. Внедрение результатов работы возможны на предприятиях Росатома, Роскосмоса, авиастроения, министерства обороны при проектировании конструкций и аппаратов современной техники.

Развитая модель МПС заложена в программе «EXPMODEL», позволяющей исследовать процессы вязкопластического деформирования и накопления повреждений в локальных зонах элементов конструкций. Данный программный продукт также может быть применён в экспериментальных исследованиях для обоснования формы и геометрических размеров лабораторных образцов.

Методология и методы исследования. Основой диссертационного исследования является метод математического моделирования, сочетающий численное моделирование процессов высокотемпературной ползучести и длительной прочности материалов с экспериментальными исследованиями на испытательных машинах высокого класса точности. Основные положения базируются на фундаментальных законах механики деформируемого твёрдого тела (МДТТ). Для компьютерного моделирования длительной прочности конструкций численными методами используется интегрированный пакет прочностного анализа «ANSYS».

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие основные результаты диссертационной работы:

– результаты оценки достоверности определяющих соотношений МПС, для расчёта высокотемпературной нестационарной ползучести и длительной прочности поликристаллических конструкционных сплавов при простом и сложном термомеханическом нагружении;

– результаты исследования влияния скорости деформаций, непропорциональности и нестационарности процесса вязкопластического деформирования, характера и уровня приложенных нагрузок и температуры на длительную прочность поликристаллических конструкционных сплавов;

– результат решения конкретной прикладной задачи - оценка несущей способности корпуса реактора ядерной энергетической установки (ЯЭУ) в условиях гипотетической аварии.

Достоверность полученных результатов подтверждается корректным математическим обоснованием основных определяющих соотношений МПС, их соответствие фундаментальным законам МДТТ, сопоставлением численных результатов с опытными данными, применением широкоиспользуемого аппарата численных методов и использованием лицензированного программного обеспечения ANSYS (лицензия ANSYS №1069197 от 07.01.2020).

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

– VIII Международном научном симпозиуме, посвященному 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела», 2015, Тверь.

– X Всеросийской конференции по механике деформируемого твердого тела, 2017, Самара;

– 28th Russian conference on mathematical modelling in natural sciences, rumonas 2019, Perm;

– XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова, «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред», 2020, Вятичи.

В общем объеме работа докладывалась на научном семинаре по динамике и прочности Научно-исследовательского института механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им Н.И. Лобачевского 2021, Нижний Новгород.

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 11 [8, 9, 10, 11, 12, 14, 20, 21, 23, 75, 112] научных работ, в том числе 6 [8, 9, 10, 11, 12, 75] статей в журналах, входящих в перечень рекомендуемых ВАКом изданий.

Личный вклад автора:

– разработка ряда программных модулей программы «EXPMODEL» [8, 9, 10, 11, 12, 75];

– численный анализ влияния скорости деформации на процессы нестационарного вязкопластического деформирования конструкционных сплавов при простом и сложном нагружении [10, 20];

– численное решение задачи оценки влияния вида траектории деформаций на высокотемпературную нестационарную ползучесть конструкционных сплавов при сложном нагружении [8, 12, 23];

– численное исследование процесса высокотемпературной ползучести и длительной прочности конструкционных сплавов при одноосном растяжении [9, 75, 21];

– численный анализ ряда характерных особенностей длительной прочности конкретных конструктивных элементов (корпуса реактора ядерной энергетической установки (ЯЭУ) в условиях гипотетической аварии), связанных с моментом образования и местоположением макротрещин, историей изменения НДС и величины поврежденности в зоне разрушения, нелинейным суммированием повреждений и др. [11, 14, 112].

В совместных работах Игумнову Л.А. принадлежит участие в обсуждении результатов исследований; Коротких Ю.Г. – помощь в адаптации модели МПС для решения задач нестационарной ползучести и длительной прочности; Волкову И.А. – постановка задач, руководство исследованиями, участие в анализе и обсуждении результатов; Казакову Д.А. – консультации при обработке экспериментальных данных, Шишулину Д.Н. – помощь в обработке экспериментальных данных и получении материальных параметров, а также помощь в проведении вычислений в ВК «ANSYS»; Тарасову И.С. – помощь в проведении численных расчетов в по программе «EXPMODEL»; Литвинчук С.Ю, Боеву Е.В – консультации при реализации модели пластичности Ю.Г. Коротких.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 159 страниц основного текста, включая 90 рисунков и 11 таблиц. Список литературы на 12 страницах включает 114 наименований.

Диссертация выполнена при финансовой поддержке:

Результаты раздела 4.3 получены при поддержке Государственного задания Минобрнауки России (№0729-2020-0054).

Благодарности. Автор выражает благодарности:

– сотруднику АО «ОКБМ Африкантов» Шишулину Д.Н. за консультации и помощь в получении материальных параметров определяющих соотношений МПС и помощь в проведении численных расчетов в ВК «ANSYS»;

– сотруднику ФГБОУ ВО ВГУВТ Тарасову И.С. за помощь в проведении численных расчетов по программе «EXPMODEL».

Глава 1. Экспериментально-теоретические исследования процессов деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при высокотемпературном термомеханическом нагружении

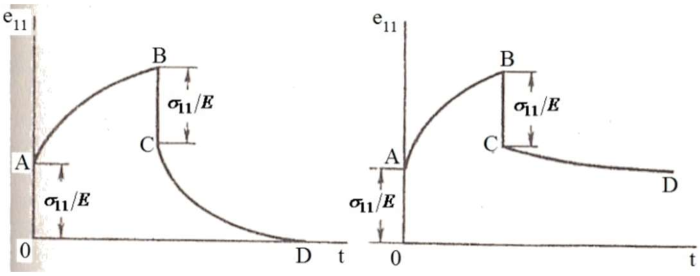
В главе 1 приведен литературный обзор существующего состояния по исследованиям процессов ползучести и длительной прочности в условиях низких скоростей деформации и высоких эксплуатационных температур, особое внимание уделено разработанным критериям длительной прочности и математическим моделям, позволяющим проводить оценку кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления повреждений при ползучести, оценке ресурсных характеристик конструкционных материалов и численным методам обеспечивающим решение краевых задач расчетов на прочность в вязкойпластичной постановке.

1.1. Анализ экспериментальных данных по исследованию процессов ползучести и длительной прочности поликристаллических конструкционных сплавов при высокотемпературном термомеханическом нагружении

Ползучесть конструкционного материала характеризуется появлением неупругих (остаточных) деформаций при воздействии как статического, так и меняющегося во времени нагружения, причем скорость которых значительно увеличивается при увеличении температуры, либо воздействия агрессивных сред. Вследствие чего в конструктивных узлах оборудования инженерных объектов возникают изменения напряженно-деформированного состояния и геометрических размеров. При жестком ограничении деформаций в конструкционном материале ползучесть проявляется в виде уменьшения действующих напряжений в конструкции – *релаксации напряжений* конструкционного материала [13, 17, 37, 41, 57, 74].

После деформирования конструкционного материала со скоростями нагружения, при которых возникают деформации ползучести, и снятия нагрузки, деформации ползучести будут уменьшаться с течением времени, причем скорость уменьшения является нелинейной зависимостью от времени.

В зависимости от уровня действующих напряжений, при которых возникли деформации ползучести может реализовываться как полное исчезновение остаточных деформаций при малом уровне напряжений (рис. 1.1 а), так и их уменьшение на сравнительно малую величину при больших уровнях напряжений (рис. 1.1 б).



а б

Рис. 1.1

Приведенное на рисунке 1.1 явление получило название «обратной» ползучести материала. Данное явление изучено сравнительно мало, однако оно существенно при анализе результатов испытаний с перерывами в охлаждении и нагружении образцов.

Основной базой для расчетов на прочность конструкций в условиях ползучести являются изотермические экспериментальные исследования, проводимые на лабораторных образцах в условиях одноосного растяжения при постоянных во времени уровнях действующих условных напряжений до полного разрушения лабораторного образца. Результатами исследований являются экспериментальные кривые ползучести, являющиеся зависимостью деформации ползучести от времени. Исследования проводятся в следующей последовательности [48]:

1. Нагрев лабораторного образца до заданной температуры с учетом равномерности распределения температурного поля по длине рабочей части;

2. Нагружение лабораторного образца до условного напряжения, равного 10% от требуемого уровня;

3. Выдержка при данных условиях пять минут с регистрацией удлинения образца;

4. При отсутствии удлинения производится нагружения до требуемого уровня условных напряжений с последующей выдержкой под нагрузкой установленного времени. При наличии удлинения – требуется снижение заданного уровня условных напряжений.

В процессе проведения исследований производится синхронизированная регистрация показаний действующего уровня условных напряжений, удлинения лабораторного образца в рабочей части и пройденного времени исследований. Результаты исследований представляются в виде графических зависимостей (кривых ползучести) приведенных на рис. 1.2, где на оси абсцисс приводится время, на оси ординат – полная деформация, определяемая по удлинению рабочей части образца (1.1). Для одного значения температуры требуется получение серии кривых при разных уровнях действующих напряжений [17, 48].

Деформация ползучести e_{11}^c при проведении экспериментальных исследований в условиях одноосного нагружения определяется как:

$$e_{11}^c = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad (1.1)$$

где l_0 – начальная расчетная длина рабочей части лабораторного образца, Δl – удлинение рабочей части лабораторного образца. Применимость зависимости (1.1) ограничивается малыми деформациями, как правило не более 3%. При больших значениях величин деформаций необходимо использовать логарифмическую зависимость:

$$e_{11}^c = \ln(1 + \tfrac{\Delta l}{l}) \qquad (1.2)$$

Анализ многочисленных экспериментальных исследований ползучести различных конструкционных материалов показывает, что разброс экспериментальных данных (разброс кривых ползучести при одной температуре и уровне условных напряжений) может достигать 30%.

При обработке экспериментальных данных участком, где производится подъем уровня напряжения до заданной величины пренебрегают, ввиду его малой длительности по сравнению с временем выдержки образца при заданном уровне напряжений.

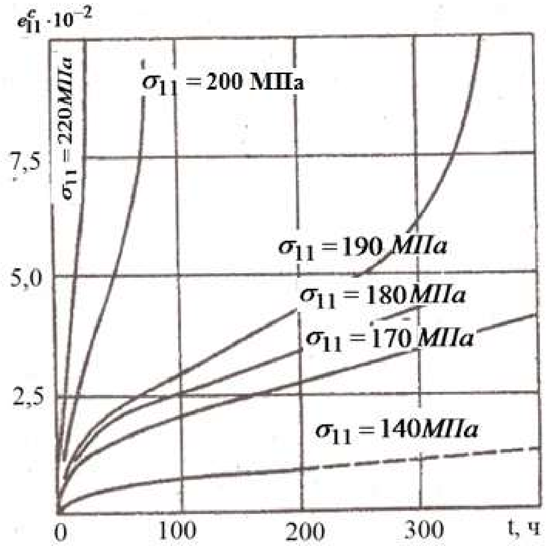


Рис. 1.2

Кривая ползучести конструкционных материалов, как правило, состоит из трех стадий, характеризующих внутренние физические механизмы, проходящих в объеме конструкционного материала при ползучести (рис. 1.3), однако при определенных уровнях напряжений и температур первая или вторая стадии могут отсутствовать, а третья иметь не ярко выраженный характер резкого роста скорости ползучести.

Первая стадия (отрезок АВ рис. 1.3) характеризуется уменьшением скорости деформации ползучести и связана с упрочнением материала. Первую стадию называют стадией неустановившейся ползучести. Вторая стадия (отрезок ВС рис. 1.3) – стадия устранившейся ползучести, на которой скорость деформации ползучести условно постоянна. Стадия связана с взаимным влиянием эффектов упрочнения и разупрочнения материала, либо отсутствием данных эффектов.

Третья стадия (отрезок CD рис. 1.3) характеризуется постоянным увеличением скорости деформации ползучести до объема конструкционного материала.

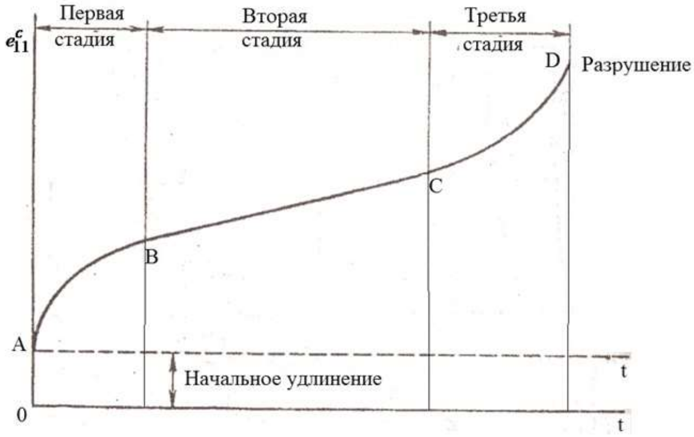


Рис. 1.3

Особенности кривых ползучести (наличие и выраженность стадий) являются прямым следствием протекающих физических механизмов при ползучести конструкционных материалов, таких как эволюция дислокационной структуры, фазовых изменений структуры, образование микронесплошностей и др., и при преобладании одного механизма над другим происходит постепенный переход от одной стадии к другой на кривой ползучести.

К одним из первых исследований направленных на изучение третьей стадии ползучести можно отнести опыты (рис. 1.4) Эндрейда [17, 48, 57], который отметил, что при учете в опытах фактическое изменение площади поперечного сечения, отсутствует ярко выраженное увеличение скорости деформации ползучести. Он связывал третью стадию с образование шейки в лабораторных образцах. Однако дальнейшие исследования других авторов показывали, что третья стадия обнаруживается до развития шейки и связана с образованием и развитием несплошностей в объеме материала, что в свою очередь уменьшает эффективную площадь поперечного сечения образца и приводит к увеличение скорости деформации ползучести. В настоящее время достаточно много работ посвящено проблеме образования несплошностей в конструкционном материале при ползучести, в тоже время отсутствует единая методология к вопросу моделирования процессов разрушения (образования макротрещины) при ползучести.

Стоит отметить, что при увеличении уровня действующих напряжений происходит уменьшение второй стадии и увеличение третьей относительно общего времени до разрушения.

Рис. 1.4

Для оценки влияния температуры при котором происходит нагружение используют гомологическую температуру. Гомологическая температура определяется как отношение действующей температуры к температуре плавления конструкционного материала. Эквивалентность процессов ползучести двух конструкционных материалов при температурах T_1 и T_2 в зависимости от температуры будет максимальна при равенстве их гомологических температур [17]:

$$\frac{T_1}{T_{пл}^{(1)}} = \frac{T_2}{T_{пл}^{(2)}}, \tag{1.3}$$

Данное физическое описание широко используется при исследованиях процессов ползучести в условиях высоких температур.

В практическом применении результатов исследований процессов ползучести большее внимание уделяется первой и второй стадии на диаграмме ползучести материалов, так как третья стадия определяется наиболее сложным физическим механизмом процесса ползучести и требуются физически обоснованные и проверенные математические модели, способные описывать поведение материалов в данных условиях для произвольных напряженных состояний.

Аналогично пластическому деформированию конструкционных материалов при описании реономных свойств (ползучесть) конструкционных материалов используется понятие предела ползучести. Предел ползучести σ_c соответствует действующей интенсивности напряжения, при которой деформация ползучести достигает заданной величины (допуск на деформацию ползучести) на установленной временной базе. Установленная временная база определяется исходя из назначенного ресурса конструктивного элемента инженерных объектов. Допуск на деформацию ползучести может определяться исходя из недопустимости определенного формоизменения конструкции, сохранения минимально гарантируемых зазоров, отсутствия влияния на кинетику напряжённо-деформированного состояния и др.

В первом приближении величину деформации ползучести можно определить по ее скорости, при условии ее постоянства на относительно большом участке диаграммы ползучести [17]:

$$e_{11}^{c} = \dot{e}_{11\min}^{c} t \qquad (1.5)$$

На практике также используется понятие предела ползучести как уровень интенсивности напряжений при котором скорость ползучести соответствует заданной технической документацией.

В качестве иллюстрации на рис. 1.5 приведены зависимости величины предела ползучести от температуры испытаний с временной базой 10^5 часов для высоколегированной стали ЭИ123 с учетом разной величины допуска на деформацию ползучести. На рис. 1.6 приведены зависимости предела ползучести от температуры с учетом допускаемой интенсивности скорости деформации ползучести для стали 35ХМ.

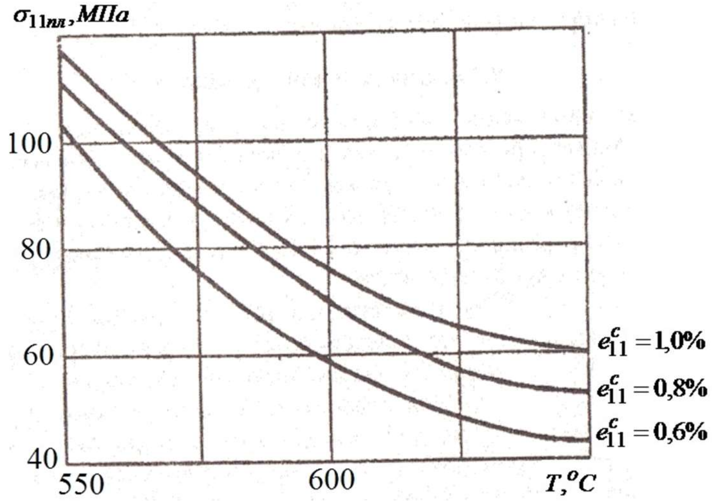


Рис. 1.5

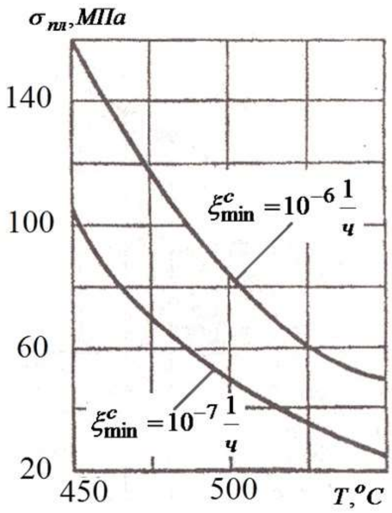


Рис. 1.6

Анализируя имеющиеся экспериментальные данные при испытаниях на ползучесть в условиях меняющихся уровней действующих напряжений можно сделать следующие выводы:

– при переходе на более высокий уровень напряжений скорость деформации ползучести увеличивается до значений близких скорости на начальном участке первой стадии кривой ползучести, далее она асимптотически уменьшается до скорости соответствующей действующему уровню напряжений;

– при изменении знака действующих напряжений проявляется эффект, аналогичный, как и при повышении уровня напряжений, однако он отличается более выраженным характером разупрочнения материала, проявляющимся как увеличение скорости ползучести на начальном участке после смены знака.

В качестве физических закономерностей и явлений при ползучести в условиях изменения уровня действующих напряжений можно выделить следующее [13]:

– скорость деформации ползучести тем больше, чем при меньшим уровне действующих напряжений достигнуто значение текущей деформации ползучести. Данное явление получило название «преемственности» и изображено на рис. 1.7 и 1.8, где (I) - $\sigma_{11}^{*} > \sigma_{11}^{(1)}$, (II) - $\sigma_{11}^{*} = \sigma_{11}^{(1)}$ и (III) - $\sigma_{11}^{*} < \sigma_{11}^{(1)}$;

– не сохраняется закон коммутативности Одквиста, а именно деформации ползучести, соответствующие образованию макротрещины, либо окончанию второй стадии на кривой ползучести, полученные путем разной истории приложения (последовательности и величины) действующих напряжений не равны.

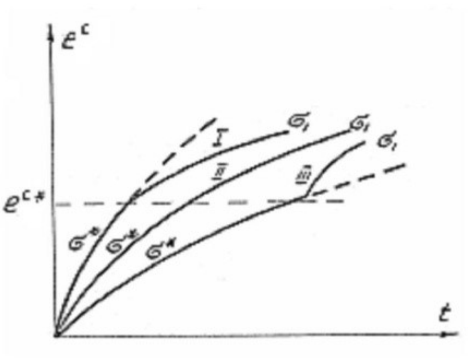


Рис. 1.7

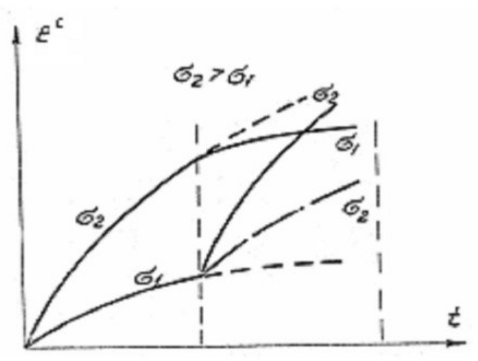


Рис. 1.8

В работе [96] приводятся опытные результаты, полученные при испытании на ползучесть лабораторных образцов из свинца. Испытания проводились в условиях действия изменяющихся уровней действующих напряжений (рис. 1.9). Уровни изменялись по следующей программе:

$$\sigma_{11} = \begin{cases} \sigma_{11}^{(1)}, 0 \le t_1 \\ \sigma_{11}^{(1)}, t_1 \le t \le t_2 \\ \sigma_{11}^{(1)}, t \ge t_2 \end{cases} \quad (1.6)$$

$$\sigma_{11}^{(1)} = 1{,}5\sigma_{11}; 1{,}35\sigma_{11}; 1{,}2\sigma_{11}; \sigma_{11}; 0{,}5\sigma_{11}; 0{,}25\sigma_{11}; 0$$

На рис. 1.9 представлена поверхность $e_{11}^c = e_{11}^c(\sigma_{11}, t)$, образованная кривыми ползучести с добавленной координатой по изменяемому напряжению σ_{11}. Из рисунка видно, что после снижения уровня действующего напряжения присутствует участок с близкой к постоянной деформации ползучести, в тоже время при увеличении уровня действующего напряжения появляется стадия резкого увеличения скорости ползучести, аналогичная первой стадии на кривой ползучести. В данной работе указывается на то, что при знакопеременном действии напряжений скорость деформации ползучести значительно увеличивается (рис. 1.9 при $\sigma_{11}^{(1)} = 0$).

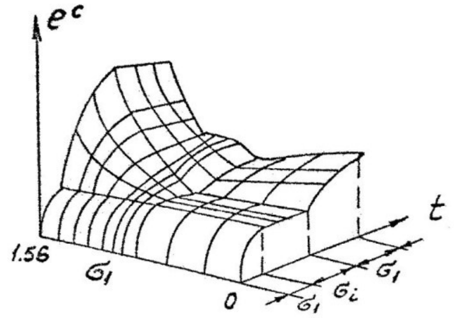


Рис. 1.9

Полученные опытные данные, приведенные в работе [47], показывают, что увеличение скорости деформации ползучести происходит и при изменении температуры в условиях действия постоянного напряжения. Данный эффект показан на рис. 1.10, где приведены диаграммы ползучести для цинка в условиях постоянного касательного напряжения, реализуемого крутящим моментом равным, и изменением температуры в процессе нагружения.

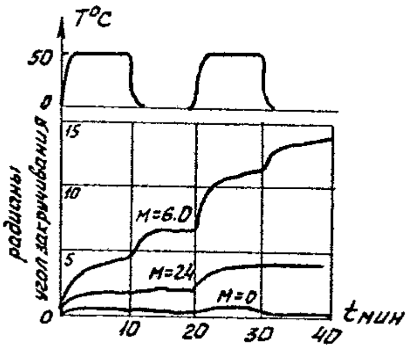


Рис. 1.10

Из работы [97] можно сделать вывод, что влияние ползучести необходимо учитывать при изменении скорости деформирования конструкционного материала. На рис. 1.11 приведены диаграммы деформирования материала при разных скоростях деформирования в условиях кручения. На рис. 1.11 «а» приведены результаты опытов при уменьшении скорости деформирования, из которого видно, что текущая диаграмма деформирования стремиться к диаграмме, соответствующая меньшей скорости нагружения асимптотически. На рис. 1.11 «б» приведены экспериментальные результаты при увеличении скорости деформирования, показывающие аналогичный характер поведения материала – асимптотическое приближение к диаграмме характерной для данной скорости деформирования.

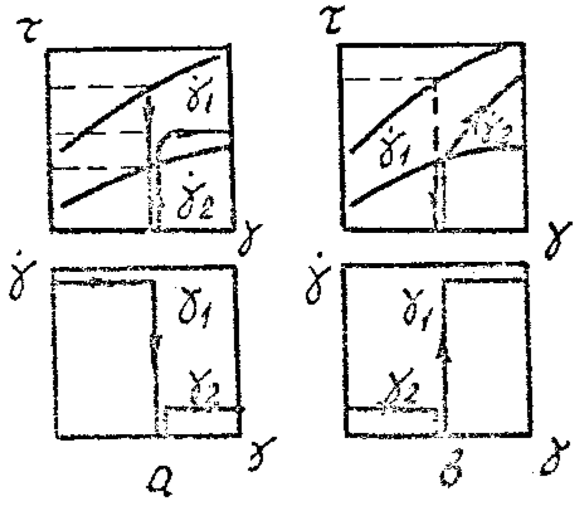


Рис. 1.11

Аналогичные результаты по влиянию скорости деформирования на кинетику напряженно-деформированного состояния приведены в работе [97] и представлены на рис. 1.12. В эксперименте образец деформировался с постоянной скоростью $\dot{e}_{12}$ до заданной деформации e_{12}, далее скорость деформирования уменьшалась и на диаграмме реализовывался асимптотический переход с одной кривой, характерной для определенной скорости деформирования на другую. На рис. 1.13 показывает аналогичный эксперимент с увеличением скорости деформирования.

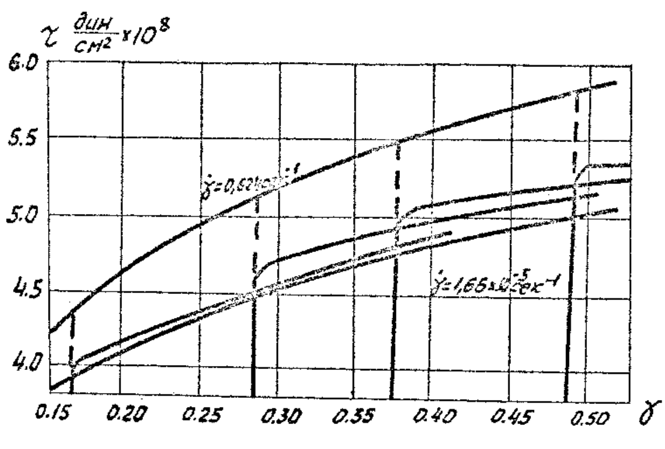


Рис. 1.12

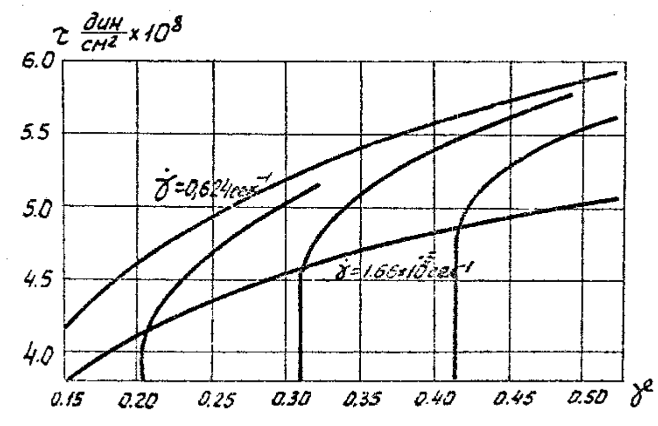


Рис. 1.13

В дополнение можно привести опытные данные приведенные в работе [94], которые подтверждают результаты экспериментов приведенные в [97].

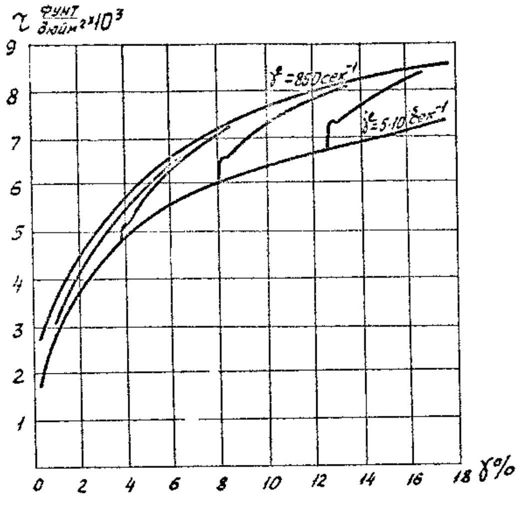


Рис. 1.14

В литературе, посвященной исследованиям закономерностей деформирования конструкционных материалов при действии ползучести, в сравнении с одноосными экспериментами, лишь небольшое количество работ посвящено ползучести в условиях многоосного нагружения [29, 87].

В приведенных исследованиях [87] авторы проводили экспериментальные исследования на ползучесть алюминиевого сплава в условиях изменяющихся двухосного нагружения и температуры в течении испытаний каждого образца.

Авторы рассматривали концепцию разработки математической модели ползучести материала на базе использования понятия поверхности ползучести, как геометрического места напряжённых состояний, которые соответствуют постоянным скоростям деформации ползучести $\sqrt{\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}} = const$. К основным выводам данной работы можно отнести:

– показано то, что вектора скорости деформации ползучести $\dot{e}_{ij}$ ортогонален к касательной плоскости поверхности ползучести в точке нагружения;

– выявлен эффект увеличения скорости деформации ползучести $\dot{e}_{ij}$ при изменении направления нагружения, причем увеличение скорости не происходило при повторном нагружении в том же направлении предыдущего этапа нагружения, т.е. происходит смещении центра поверхности ползучести, подобно кинематическому упрочнению (эффекту Баушингера) в теории пластичности материалов;

– повышении температуры в испытаниях вызывало разупрочнение материала и уменьшению радиуса поверхности ползучести;

– в условиях действия постоянного напряженного состояния, изменение температуры приводило к изменению скорости ползучести без проявления поведения, характерного первой стадии кривой ползучести (резкое увеличение скорости с ее дальнейшим уменьшением), однако, при действии постоянной температуры и увеличении интенсивности напряжений происходило увеличение скорости деформации ползучести, аналогичное первой стадии кривой ползучести.

Одни из наиболее показательных опытов на ползучесть в условиях двухосного нагружения были приведены в работе [68]. Испытанию подвергались образцы из стали 304. Температура в процессе испытаний составляла $T = 650^{o}C$, также при данной температуре проводилась выдержка в течении 22 часов до нагружения лабораторных образцов. Лабораторные образцы имели трубчатую форму с наружным диаметром Ø21 мм и толщиной стенки равной 1 мм. Рабочая часть образца составляла 98 мм. Испытания проводились на испытательной установке, позволяющей проводить испытания при совместном действии растяжения-сжатия и кручения. Для измерения деформаций использовался экстензометр.

На рис. 1.15 приведена программа нагружения лабораторных образцов, где основным изменяемым параметром является Θ – угол между векторами напряжений $|\bar{\sigma}_A|$ и $|\bar{\sigma}_B|$ в пространстве $\sigma_{11} \sim \sqrt{3}\sigma_{12}$. Нагружение образов было повторяющимся, а именно проводилось нагружение кручением с действующим напряжением равным модулю вектора $\bar{\sigma}_A$ и выдержкой при данном напряжении восемь часов, далее производилась разгрузка и нагружение при совместном действии растяжения и кручения с вектором напряжения $\bar{\sigma}_B$ и выдержкой в течении восьми часов. Данная история нагружения повторялась пять раз. Модули векторов напряжений $|\bar{\sigma}_A|$ и $|\bar{\sigma}_B|$ в опытах были равны 137,3 МПа.

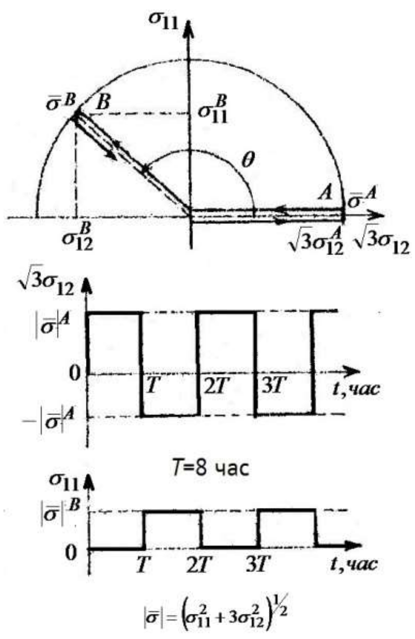


Рис. 1.15

Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о увеличении интенсивности скорости деформации ползучести по вращения вектора действующих напряжений при всех углах поворота (Θ = 30, 90, 150 и 180°). При угла Θ = 30 и 90° по мере увеличения числа повторов нагружения увеличение интенсивности скорости деформации ползучести после изменения угла вектора напряжения уменьшается. При угла Θ = 150 и 180° по мере увеличения числа повторов нагружения поведение интенсивности скорости деформации ползучести после изменения угла вектора напряжения практически остается постоянным (рис. 1.16 – 1.23). Следовательно, на разупрочнение стали 304 при ползучести сильное влияние оказывает угол изменения вектора действующих напряжений. Также необходимо отметить то, что при повороте вектора действующих напряжений возникает неколлинеарность векторов напряжений и скоростей деформаций ползучести.

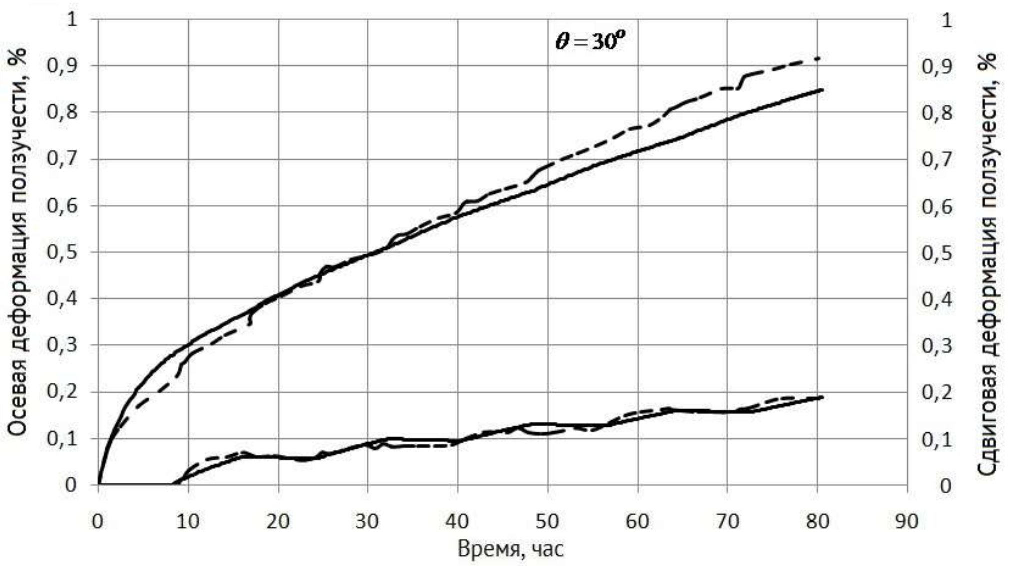


Рис. 1.16

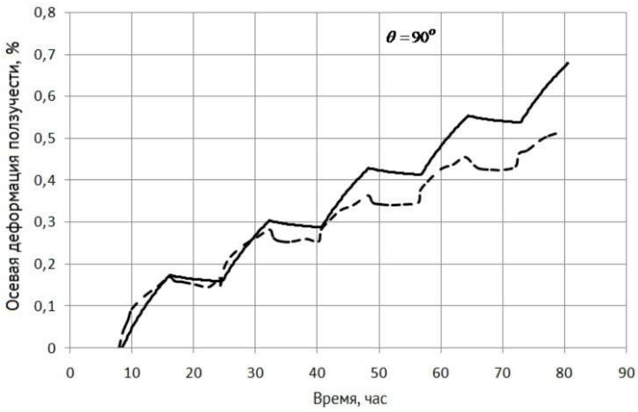


Рис. 1.17

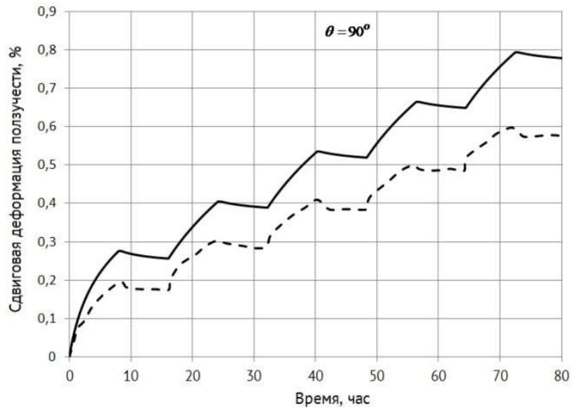


Рис.1.18

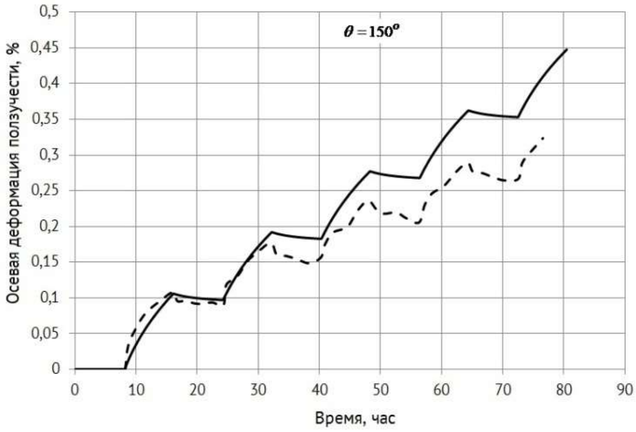


Рис. 1.91

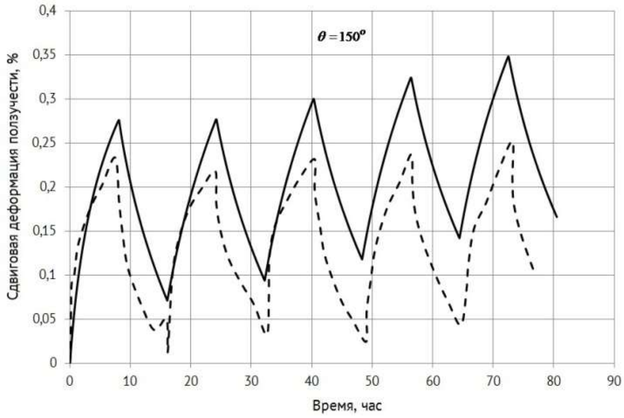


Рис. 1.20

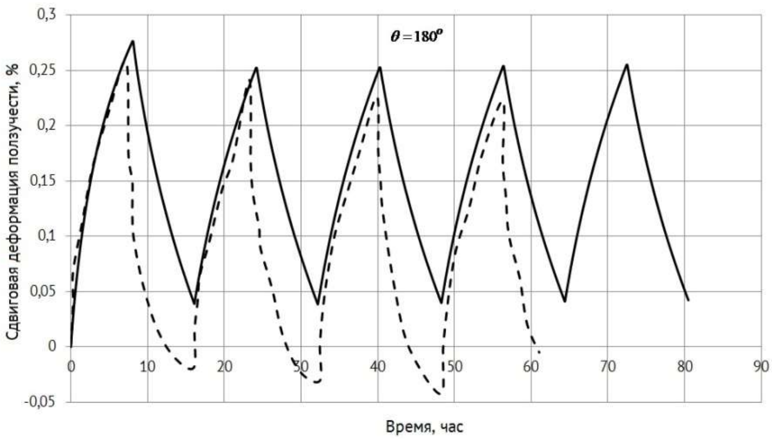


Рис. 1.21

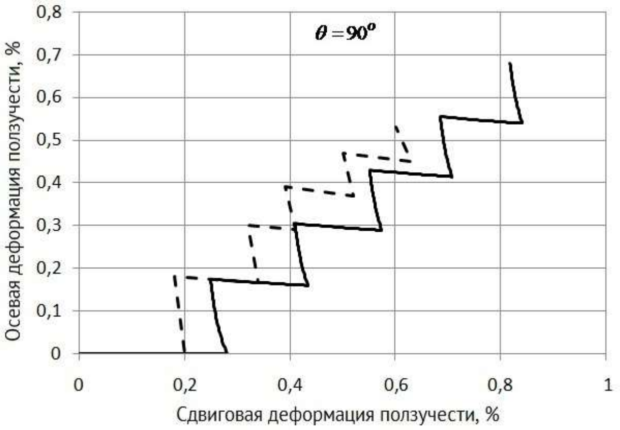


Рис. 1.22

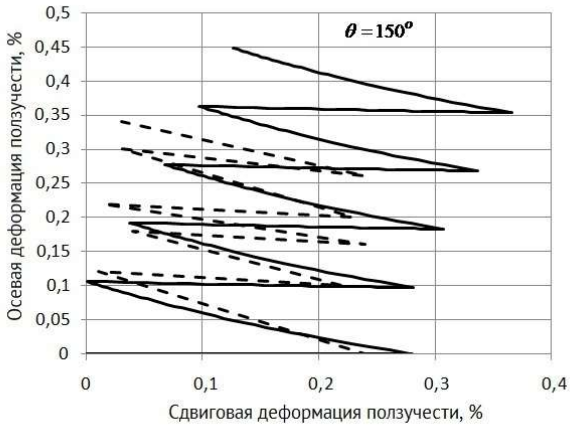


Рис. 1.23

Время разрушения при ползучести зависит от действующего уровня напряжений и температуры. По результатам испытаний, проводимых до разрушения лабораторных образцов из конструкционных материалов, определяя время до разрушения t_f, строятся кривые длительной прочности $t_f = t_f(\sigma_{11}, T)$, однако для построения данных кривых требуется достаточно большое количество экспериментальных данных при разных уровнях напряжений и температур. Также стоит отметить, что экспериментальные данные ползучести для металлов и их сплавов во всем диапазоне температур и действующих напряжений имеют достаточно большой разброс как по скоростям деформаций ползучести, так и по времени до разрушения. В основном исследования длительной прочности проводятся при изотермическом одноосном растяжении лабораторных образцов [18]. Изотермическая кривая длительной прочности строится в координатах $\sigma_{11} \sim t_f$ с использованием одинарной или двойной логарифмических шкал (рис. 1.24).

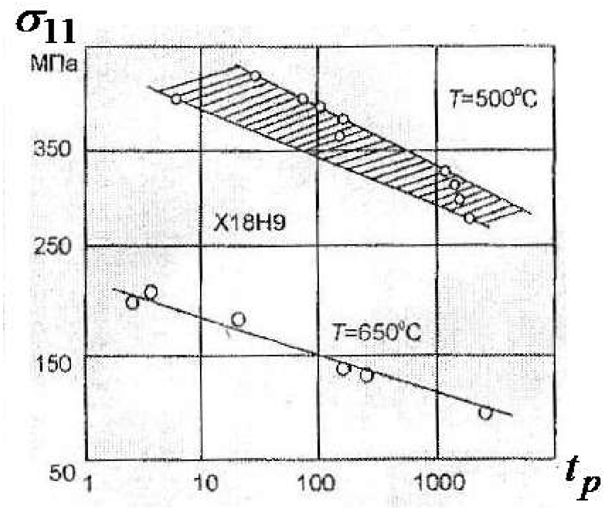


Рис. 1.24

К одной из главных проблем исследований процессов деформирования конструкционных материалов при ползучести стоит отнести то, что большая часть проведенных исследований была выполнена в условиях изотермического одноосного нагружения лабораторных образцов, в то время как эксплуатационная нагруженность оборудования и систем инженерных объектов отличается многоосным стохастичным нагружением в условиях нестационарности тепловых полей, что существенно влияет на ползучесть конструкционных материалов. В настоящее время существует достаточно большое количество работ, посвященных определению инвариантных параметров процессов ползучести при различных видах напряженного состояния необходимых для расчетов длительной прочности конструкций [41, 45], где проводились экспериментальные исследования в условиях одноосного растяжения, чистого кручения и при совместном действии растяжения и кручения лабораторных образцов. На основании данных работ можно сделать вывод о том, что эквивалентной величиной напряжений необходимой для математического описания процессов ползучести и длительной прочности в условиях однородного напряженного состояния является комбинация главного растягивающего напряжения и величины интенсивности напряжений. В литературе встречаются работы, где в качестве инвариантного параметра к видам напряженного состояния используется мощность диссипации энергии деформирования при ползучести [66].

Одним из актуальных вопросов при исследовании ползучести конструкционных материалов является использование критерия суммирования повреждений при действии изменяющегося действующего напряжения и температуры. В современных нормативных документах, используемых при проектировании инженерных объектов, суммирование выполняется на основании гипотезы Пальмгрена-Майнера (1.7), т.е. принимается аддитивность процессов накопления повреждений при разных уровнях действующих напряжений и температур, и суммарная величина поврежденности (сумма относительных наработок $\frac{\Delta t_i}{t_{fi}}$ по времени для каждого уровня действующих напряжений) находится в диапазоне от ноля до единицы при которой и происходит образование макротрещины.

$$\sum \frac{\Delta t_i}{t_{fi}} = 1, \qquad (1.7)$$

При исследованиях кинетики накопления повреждений и их суммирования при нестационарных условиях нагружения возникают две главных проблемы:

– отсутствует единое физическое представление понятия поврежденности, так как задача математической формализации механизмов деградации происходящих в конструкционных материалах при ползучести является достаточно сложной и используется некоторая интерпретация данных механизмов, для которой невозможно использовать методы количественного анализа степени деградации непосредственно в исследуемом материале. Имеются лишь работы где устанавливается зависимость изменения механических величин от параметров процесса ползучести. Например в работе [24] установлена линейная корреляционная зависимость твёрдости материала и параметров кривой длительной прочности (рис. 1.25);

– большинство работ, посвященных данной тематике, направлены на установление законов суммирования с использованием эмпирических зависимостей или оценку достоверности уже имеющихся формализованных критериев. При выявлении отклонений того или иного критерия отсутствует возможность выявления причины отклонения на базе рассмотрения физических механизмов, проходящих вследствие ползучести.

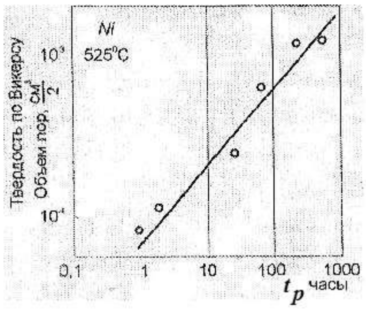


Рис. 1.25

Обзор современной литературы по вопросу суммирования повреждений при ползучести материала [24] позволяет сделать вывод о существенном отклонении гипотезы Пальмгрена-Майнера при нестационарных режимах нагружения при изменении как напряжений так и температур.

На основании рассмотренного вопроса по учету деградации конструкционного материала и суммирования повреждающих факторов при нестационарных режимах нагружения в условиях ползучести можно отметить [24]:

– кинетика накопления повреждений в конструкционном материале не связана с временем протекания процесса ползучести линейно;

– влияние различных по величине уровней действующих напряжений и температур на накопление повреждений с точки зрения протекания физических механизмов деградации в конструкционных материалах в настоящее время окончательно не изучено. В тоже время есть экспериментальные доказательства того, что в условиях изотермического нагружении при уменьшении уровня действующего напряжения объем пор, являющиеся зародышами макротрещин, в объеме материала увеличивается (рис. 1.25). Аналогичный эффект наблюдается и при понижении температуры при постоянном уровне действующих напряжений. В процессе одного испытания, при выдержке лабораторного образца в течении некоторой части от полного времени до разрушения, объем пор возрастает с уменьшением уровня действующих напряжений, но становится мало чувствительным к изменению температуры;

– отсутствует критическое значение поврежденности при ползучести, при котором однозначно наступает разрушение (образование макротрещины). Каждая история нагружения, включающая в себя изменение во времени напряженного-деформированного состояния и температурных полей соответствует своему характерному значению поврежденности конструкционного материала.

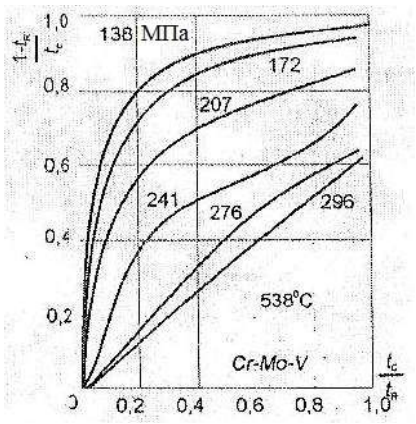


Рис. 1.26

На рис. 1.26 приведены диаграммы, описывающие процесс накопления повреждений при ползучести. В данных испытаниях лабораторные образцы нагружались первоначальным уровнем действующих напряжений. По оси ординат приведена величина поврежденности от первоначального уровня напряжений выраженная как $1-t_R t_C^{-1}$ (t_C – среднее значение времени до разрушения образцов, не испытавших воздействия, t_R – время до разрушения образцов, претерпевших воздействие). По оси абсцисс – относительная наработка по времени для первоначального уровня напряжений $t_O t_R^{-1}$.

Рассмотри следующий пример: лабораторный образец нагружался предварительным напряжением равным $296 МПа$ в течение 40 часов в течении времени, соответствующем относительной наработки $t_O t_R^{-1} = 0{,}5$, при этом величина поврежденности равна 0,34. При напряжении $138 МПа$ равное значение поврежденности будет при $t_O t_R^{-1} = 0{,}02$.

Исходя из приведенных диаграмм, констатируем, что при воздействии напряжения равного $296 МПа$ в течении 40 часов создает структурное состояние материала, которое дает такую же длительную прочность образцов, как и при напряжении $138 МПа$ в течении 2000 часов. Это означает, что изменение напряжения с 296 до $138 МПа$ на этом этапе составило бы 0,98 первоначальной долговечности, остающейся при этом низком напряжении, а не 0,5 по закону линейного суммирования повреждений. Аналогично, воздействие напряжения $138 МПа$ в течение $t_O t_R^{-1} > 0{,}06$ ослабило бы материал в такой степени, что разрушение наступило бы немедленно вслед за увеличением напряжения до $296 МПа$. Таким образом, можно предположить, что в условиях ползучести увеличение уровня действующих напряжений в процессе нагружения приведет к тому, что величина поврежденности, выраженная как относительная наработка, при разрушении будет меньше единицы, а уменьшение уровня действующих напряжений в процессе нагружения приведен к величине относительной наработки в момент разрушения больше единицы.

1.2. Модели высокотемпературной ползучести и длительной прочности материалов и конструкций при высокотемпературном термомеханическом нагружении

При определении ресурса конструктивных элементов ответственных инженерных объектов требуется проведение расчетного анализа напряженно-деформированного состояния для эксплуатационных режимов нагружения с учетом фактических упруговязкопластических свойств конструкционного материала. В основе расчетов поведения материалов при нагружении лежат математические модели, описывающие процессы деформирования, кинетику накопления повреждений и критерии разрушения, выполнение которых позволяет установить момент образования макротрещины в конструкции [13, 17, 18]. Математические модели деформирования опираются на физические закономерности процессов деформирования и входящих в них параметров, соответствующих конкретному конструкционному материалу. Параметры моделей определяются из опытов, выполненных по специальной программе нагружения лабораторных образцов. Как правило, данные исследования проводятся при одноосных (растяжение-сжатие, кручение) изотермических режимах нагружения. Для достоверного проведения расчетов на длительную прочность конструкций необходима следующая экспериментальная информация:

– диаграммы изотермического растяжения лабораторных образцов конструкционного материала в диапазоне эксплуатационных температур;

– полные кривые ползучести, включая третью стадию, предшествующую разрушению лабораторного образца в диапазоне эксплуатационных температур и уровней действующих напряжений в конструкции и определенные по ним кривые длительной прочности. Испытания должны проводится с учетом фактического времени эксплуатации конструкции, а при невозможности обеспечения данного условия (время эксплуатации более десятков лет) должны применяться ускоренные методы проведения испытаний с параметрической обработкой экспериментальных данных [13, 17, 18, 48];

– экспериментальные исследования направленные на проведение проверки используемых математических моделей при эксплуатационных режимах нагружения.

Перечисленных экспериментальные данные могут служить основой для получения параметров для одномерных математических моделей, описывающих процессы ползучести и характеристик длительной прочности [48].

При моделировании процесса упруговязкого поведения конструкционного материала в основном используются зависимости, основанные на одномерных параметрах деформирования, выраженным через величины интенсивности как деформаций, так и напряжений.

Для моделирования кривых ползучести имеется достаточно большое количество уравнений, основанных на одномерном случае нагружения. Первым шагом во всех моделях является разделение деформаций на упругую деформацию и деформацию ползучести:

$$e_{11} = e_{11}^{e} + e_{11}^{c} \tag{1.8}$$

Это соотношение можно считать определением деформации ползучести. Деформация ползучести функционально зависит от уровня действующих напряжений, времени действия напряжений и температуры T:

$$e_{11}^{c} = e_{11}^{c}(\sigma_{11}, t, T) \tag{1.9}$$

Зависимость деформации ползучести от параметров нагружения можно записать как [17]:

$$e_{11}^{c} = f_1(\sigma_{11}) f_2(t) f_3(T) \tag{1.10}$$

Приведем предложенные различными авторами функциональные зависимости от напряжений [17]:

$f_1(\sigma_{11}) = B\sigma_{11}^{n}$ – закон Нортона, (1.11)

$f_1(\sigma_{11}) = Csh(\propto \sigma_{11})$ – закон Прандля, (1.12)

$f_1(\sigma_{11}) = Dexp(\beta\sigma_{11})$ – закон Дорна, (1.13)

$f_1(\sigma_{11}) = A[sh(\gamma\sigma_{11})]^{n}$ – закон Гарофало, (1.14)

$f_1(\sigma_{11}) = B(\sigma_{11} - \tilde{\sigma})^{n}$ – закон трения, (1.15)

В которых все символы, не совпадающие с σ_{11}, обозначают материальные константы.

В качестве временных зависимостей были предложены следующие соотношения [17]:

$f_2(\mathrm{t}) = t$ – для второй стадии ползучести, (1.16)

$f_2(t) = Bt^m$ – закон Бейли, (1.17)

$f_2(\mathrm{t}) = \left(1 + bt^{1/\delta}\right)\exp(kt)$ – закон Андраде, (1.18)

$f_2(t) = \sum_j a_j \cdot t^{m_j}$ – закон Грехема и Уоллеса, (1.19)

Функцию температуры можно представить в виде закона Арениуса:

$$f_3(T) = A\exp(-\Delta H/kT) \tag{1.20}$$

где A – константа материала, ΔH – энергия активации, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

В практических расчетах наиболее широкое распространение получила следующая зависимость для определения деформации ползучести:

$$e_{11}^c = C\exp\left(-\Delta H/kT\right) \cdot t^m \sigma_{11}^n, \tag{1.21}$$

При изотермическом нагружении (1.18) будет иметь вид:

$$e_{11}^c = Bt^m \sigma_{11}^n. \tag{1.22}$$

В случае нестационарных уровней действующих напряжений при изотермическом нагружении зависимость (1.19) необходимо преобразовать к определению скорости деформации ползучести:

$$\dot{e}_{11}^c = \frac{de_{11}^c}{dt} = mBt^{m-1}\sigma_{11}^n. \tag{1.23}$$

Представленное выражение (1.23) является математической моделью деформационного упрочнения.

Подавляющая часть конструкций эксплуатируется в условиях воздействия сложного напряженного состояния, следовательно, при расчётах на прочность конструкций в условиях ползучести необходимо это учитывать. Однако, проведение экспериментальных исследований в которых можно с высокой степенью точности изучать процессы деформирования при ползучести представляют собой технически сложную задачу. Характеристики ползучести конструкционных материалов в основном определяют из экспериментов, в которых реализуется двухосное нагружение трубчатых лабораторных образцов – растяжение-сжатие и кручение. Экспериментальные исследования ползучести в условиях двухосного растяжения очень редкие и не всегда могут быть представительными в виду геометрических особенностей лабораторных образцов.

Теории ползучести, позволяющие описывать поведение конструкционного материла в условиях сложного нагружения основываются на трех положениях:

– конструкционный материал рассматривается как пластически не сжимаемый;

– принимается гипотеза пропорциональности скоростей деформаций ползучести либо деформаций ползучести и девиатора напряжений;

– вводится функциональная зависимость между интенсивностями скоростей деформаций ползучести и напряжений.

Основные подходы к решению задач математического моделирования процессов ползучести при сложных видах нагружения рассмотрены в ряде работ [5, 37, 57, 58, 70, 74].

Приведенные одномерные математические модели процесса ползучести имеют ряд недостатков, а именно:

– позволяют численно моделировать только две первых стадии на кривой ползучести и не позволяют моделировать третью стадию, где необходимо учитывать процессы накопления повреждений;

– не позволяют моделировать процессы ползучести при знакопеременном нагружении;

– не описывают процессы обратной ползучести при полной или частичной разгрузке конструкционного материала.

В настоящее время существенное развитие получили математические модели деформирования конструкционных материалов, основанных на использовании внутренних параметров состояния таких как остаточные микронапряжения, поверхность скоростей ползучести и др [13, 17, 18, 34, 35, 45, 63, 81-86, 88-93, 95, 98-111, 113, 114]. Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования подтверждают перспективность данного подхода так как можно в рамках единой концепции описывать процессы деформирования при ползучести и пластичности конструкционных материалов. Стоит учесть, что большинство математических моделей основанных на использовании внутренних параметров состояния можно привести к единой форме представления. В одномерных моделях, основанных на упрочнении история нагружения учитывалась в определяющем соотношении между скоростью деформации и напряжением посредством зависимости либо от времени, либо от текущей деформации. Эти переменные (параметры) использованы для описания текущего состояния материала и поэтому могут быть названы параметрами состояния. Связанная с данным понятием концепция теории параметров состояния заключается в выборе «скрытых» параметров, отличных от указанных выше. Рассмотрим в качестве примера модель с двумя параметрами α и R:

$$\dot{e}_{ij}^{c} = f\left(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, R\right) \qquad (1.24)$$

в написанном соотношении фигурирует деформация ползучести, однако под $\dot{e}_{ij}^{c}$ можно было бы подразумевать и более общую неупругую деформацию.

Для моделирования процессов поведения конструкционного материала при сложном нагружении требуется описание эволюции внутренних параметров состояния. В большинстве работ принимается, что процессы деформирования определяются двумя механизмами – упрочнением и разупрочнением, а эволюционные уравнения принимают следующий вид:

$$\dot{\alpha}_{ij} = f_1\left(\sigma_{ij},\alpha_{ij},R\right)\dot{e}^c_{ij} - f_2\left(\sigma_{ij},\alpha_{ij},R\right)\alpha_{ij},$$
$$\dot{R} = g_1\left(\sigma_{ij},\alpha_{ij},R\right)\left|\dot{e}^c_{ij}\right| - g_2\left(\sigma_{ij},\alpha_{ij},R\right)\left(R-R_o\right). \qquad (1.25)$$

Эволюционные уравнения (1.22) имеют следующую закономерность – первые слагаемые в правых частях моделируют процессы упрочнения, в вторые – процессы разупрочнения. При взаимной компенсации упрочнения и разупрочнения описывается вторая стадия на кривой ползучести с постоянной скоростью деформации ползучести. Приведенные соотношения аналогичны принятым в теории течения, где параметр α_{ij} является центром поверхности нагружения, R – радиус поверхности нагружения.

Для функций f, f_1, f_2, g_1, g_2 используются самые разные выражения, приводящие к соотношениям Бейли-Орована, Робинсона, Харта и др [5].

Для использования данных моделей требуется определить большое количество материальных констант, что в свою очередь требует проведения большого количества экспериментов. Кроме того, для определения этих констант необходимы не только простейшие опыты с постоянной нагрузкой – нужны, в частности, и опыты на релаксацию с постоянной деформацией.

Экспериментальные исследования ползучести позволили установить, что для однородных изотропных конструкционных материалов деформация ползучести является сдвиговой. В связи с этим следуют следующие предположения:

– гидростатическая составляющая тензора напряжений не влияет на процесс ползучести материала;

– скорости главных деформаций ползучести пропорциональны главным сдвиговым напряжениям;

– зависимость интенсивность скорости деформации ползучести от интенсивности напряжений идентична зависимости, полученной для одноосного нагружения:

$$\dot{e}_{11} = g(t) f(\sigma_{11}). \tag{1.26}$$

В дальнейшем необходимо выделить два момента:

– во-первых, очевидно, что скорости деформаций ползучести не меняются при наложении гидростатического давления p и зависят только от главных значений девиатора напряжений;

– во-вторых, при использовании последнего предположения существует только одна форма определяющих уравнений для сложного напряженного состояния. Возникают и другие возможности если вместо эффективных напряжения и скорости деформации ползучести использовать максимальное сдвиговое напряжение $\tau_{\max} = \tau_2$ (напомним, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) и максимальную скорость сдвиговой деформации $\dot{\gamma}_2$.

Таким образом, для сложного напряженного состояния определяющие уравнения теории ползучести записываются в виде:

$$\dot{e}_{ij} = \psi\left(\sigma'_{ij} - \alpha_{ij}\right), \tag{1.27}$$

$$\dot{\alpha}_{ij} = f_1 \dot{e}^c_{ij} - f_2 \alpha_{ij}, \tag{1.28}$$

$$\dot{R} = g_1 \dot{e}^c_{ij} - g_2 \left(R - R_o\right). \tag{1.29}$$

Скалярные величины ψ, f_1, f_2, g_1 и g_2 являются функциями эффективного напряжения $\widetilde{\sigma}_{ij}$ эффективного упрочнения $\widetilde{\alpha}_{ij}$, параметра $\widetilde{R}$ и в общем случае зависят еще и от эффективной разности действующих напряжений и параметров упрочнения.

Конкретный вид этих зависимостей определяется из экспериментов при одноосном нагружении.

В настоящее время проектирование машин и аппаратов новый техники направлено на увеличение ресурса на несколько десятков лет, в связи с этим требуются исследования длительной прочности конструкционных материалов на базе $10^5 \div 10^6$ часов эксплуатации. Данное требование приводит к тому, что основная задача обеспечения требуемой длительной прочности заключается в разработке математических моделей поведения материалов, которые позволят с минимальным количеством экспериментальной информации наиболее достоверно расчетным способом определять ресурс конструктивных элементов. Для этого необходимы детальные экспериментально-теоретические исследования ползучести материалов, включая стадию предшествующую разрушению с учетом физических аспектов процесса накопления повреждений.

Рассмотрим кривые ползучести с наличием всех трех участков деформирования (рис. 1.27), где к основным характеристикам можно отнести [18]:

– начальную скорость деформации ползучести на первом участке $0t_1$;

– установившуюся скорость деформации ползучести на втором участке t_1t_2;

– характер изменения скорости деформации ползучести на третьем участке t_2t_P и время его начала;

– время, при котором происходит разрушение лабораторного образца t_p и соответствующее ему значение деформации ползучести e_p^c.

Третий участок кривой ползучести связан с текущей степенью поврежденности конструкционного материала и ее влиянием на процесс деформирования. Изменение скорости деформации ползучести коррелирует с ростом накопленной поврежденности. Начало третьего участка связано с началом влияния степени поврежденности на процесс деформирования материала.

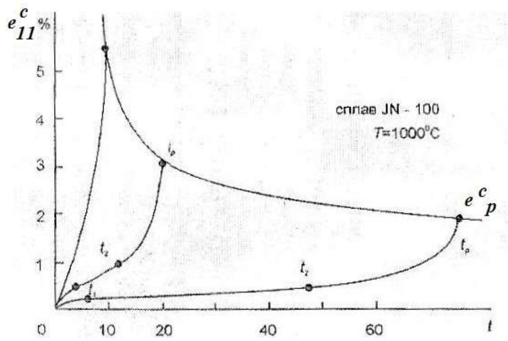


Рис. 1.27

Кривая ползучести отражает изменение микроструктуры конструкционного материала при деформировании. Накопление повреждений в период инкубационного развития не влияет на деформационные свойства конструкционного материала. Данный период достаточно продолжительный и чем более высокий уровень напряжений действует, тем большее относительное время он занимает на кривой ползучести. После завершения инкубационного периода начинается влияние степени поврежденности на деформационные характеристики материала. На основании проведенного анализа исследований процесса ползучести можно сделать вывод, что поврежденность, в том числе и в инкубационной стадии, оказывает различное влияние на скорость деформации ползучести при больших и малых уровнях действующих напряжений, так как реализуется различные механизмы протекания ползучести. При больших уровнях напряжений деформирование происходит как транскисталитно, с образованием полос скольжения, так и по границам зерен (межкристалитно) с образованием несплошностей (микропор) и разрушение будет подобно разрушению полученному при квазистатическом растяжении. При малых уровнях напряжений деформация ползучести преимущественно происходит по границам зерен (межкристалитно) с образованием несплошностей (микропор) и разрушение носит хрупкий характер.

При исследованиях ползучести материалов необходимо установить связь процессов деформирования и разрушения, так как данная связь будет основой для оценки степени поврежденности материалов по кинетики деформаций ползучести.

Экспериментальные исследования показывают наличие выраженной связи между кинетикой процессов деформирования при ползучести и кинетикой накопления повреждений в конструкционном материале (рис. 1.28). Процессы деформирования и накопления повреждений в процессе ползучести оказывают на друг друга взаимное влияние.

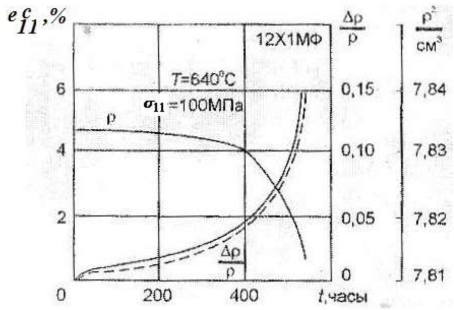


Рис. 1.28

Таким образом исследование третьего участка на кривой ползучести является необходимы для установления закономерностей процессов накопления повреждений и дальнейшего построения физически обоснованных математических моделей деформирования и разрушения при ползучести.

Особую трудность составляет проведение испытаний на ползучесть конструкционных материалов на временной базе несколько десятков тысяч часов. Для решения данного вопроса необходимо установить основные закономерности процессов при кратковременной ползучести на малых базах разрушения и процессов проходящих на больших базах разрушения с учетом влияния температуры.

В ряде работ исследователями [13, 17, 18, 24, 41, 45, 49-56, 64] было предложены особые методы обработки экспериментальных данных, которые называются параметрическими.

Параметрические методы основываются на установлении эмпирической зависимости между параметрами испытаний (действующее напряжение, температура) и результатами испытаний (время разрушения, характеристики деформирования при ползучести и др.). Вид зависимости для каждого конструкционного материала определяется путем получения корреляционных коэффициентов путем минимизации отклонений от результатов испытаний.

Наиболее распространенными параметрическими зависимостями являются Мэнсона-Хаферда и Ларсона-Миллера.

Параметрическая зависимость Ларсона-Миллера стоится на предположении о том, что для каждого материала и уровня действующих напряжений существует значение параметра P, которое однозначно связано с температурой испытаний и временем разрушения следующим выражением:

$$P = (T + a)\left(C + \lg t_p\right), \tag{1.30}$$

В зависимости (1.27) a и C являются константами конструкционного материала.

Параметрическая зависимость Мэнсона-Хаферда строится из аналогичного предположения и имеет вид:

$$P = \left(T - T_a\right)\left(\lg t_p - \lg t_a\right), \tag{1.31}$$

В зависимости (1.28) T_a и t_a – константы конструкционного материала.

Стоит отметить что отдельно взятая параметрическая зависимость не может описать длительную прочность каждого конструкционного материала, она только наиболее качественно и количественно по сравнению с другими зависимостями описывает кривую длительной прочности в определенном диапазоне температур для наиболее близкого по характеристикам и свойствам класса материалов для которого был определен ее вид. Поэтому необходимо знать для какого класса материалов подходит та или иная зависимость.

Шерби и Дорном была предложена зависимость для компенсации времени по температуре испытаний:

$$\theta = \int_0^t \left[exp\left(-\frac{Q}{RT(\tau)}\right)\right] dt \tag{1.32}$$

где Q – энергия активации, R – газовая постоянная, T – абсолютная температура в Кельвинах, τ и t – предшествующее и текущее время.

Параметрические зависимости для возможности экстраполяции кривой длительной прочности могут быть записаны как:

$$t_p = H(\sigma)Q(T) \tag{1.33}$$

или

$$t_p = H(\sigma)C(t_f)$$

Применение параметрических зависимостей ограничивается уровнями напряжений и диапазоном температур, при которых не происходит смены механизма ползучести материала. Также на использование параметрических зависимостей негативно влияет естественный разброс по физико-механическим свойствам конструкционных материалов которые отличаются плавкой и сортаментов (труба, поковка и т.п.).

При расчетах на длительную прочность конструкций возникает проблема использования параметрических зависимостей при сложном многоосном нагружении. К наиболее распространённым критериям можно отнести:

- максимальное главное напряжение σ_1;
- интенсивность тензора напряжений σ_u;
- комбинация σ_1 и σ_u.

В работах [51, 52] авторы доказали, что более достоверным из представленных является критерий Писаренко-Лебедева (1.13) с учетом зависимости времени до разрушения t_f в виде (1.14).

$$\sigma_e = \chi\sigma_u + (1-\chi)\sigma_1 \tag{1.34}$$

$$t_f = C\sigma_e^m \tag{1.35}$$

В настоящее время развивается подход к описанию процессов ползучести с учетом накопления повреждений на основе концепции сред с повреждениями введенного Л.М. Качановым и Ю.Н. Работновым [36-39, 72, 73]. В рамках данного подхода используется скалярная величина накопленной поврежденности. На базе данного подхода с использованием уравнений состояния при упруговязкопластическом деформировании представляется возможным получение параметров степени деградации конструкционных материалов из результатов экспериментальных исследований. Для описания накопленной поврежденности применяются феноменологические математические модели, в основе которых лежат изменения макрохарактеристик упругого и неупругого поведения конструкционного материала при развитии определенной степени поврежденности.

В работе [106] Ж. Леметром приведены положения об уравнениях накопления повреждений, где отмечается прочностной критерий должен иметь вид кинетического уравнения процесса, а не заканчиваться одним предельным условием. Это уравнение должно позволять учитывать историю нагружения во времени, должно иметь вид записи скоростях параметров процесса и опираться на уравнения, описывающие процесс кинетики напряженно-деформированного состояния деформирования материала.

Ж.Л. Шабош [88] строит определяющие соотношения поведения материалов при деформировании на основе совместного механики разрушения с термодинамикой необратимых процессов.

В работах [34, 35] с позиции механики повреждённой среды развиты определяющие соотношения вязкопластического деформирования и разрушения материалов и конструкций. В основу этой модели положена возможность представления сложного процесса развития взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными моделями пластичности, ползучести и накопления повреждений. При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности ω. Используется предположение того, что в процессе упруговязкопластического деформирования могут независимо развиваться несколько различных видов поврежденности, влияющие друг на друга. Изменение меры поврежденности $\Delta\omega_k$ для каждого вида на шаге изменения внешних воздействий представляется в виде:

$$\Delta\omega_k = \Delta\omega_k\left(\Delta\Psi_k, \overline{\omega}, q_k^{\beta}\right) \qquad (1.36)$$

где $\overline{\omega}$ − накопленное значение функции ω; Ψ_k – функция, характеризующая долю накопленной энергии, ответственной за развитие повреждений рассматриваемого вида; q_k^{β} − некоторые константы материала.

Вычисление изменений функций Ψ_kи вклада их в изменение меры поврежденности ω_k осуществляется в соответствующих частных моделях поврежденности. Полное значение меры ω, соответствующее текущему состоянию, вычисляется в составной модели на основе принятого алгоритма суммирования повреждений.

С.А. Шестериковым и А.М. Локощенко [79] показано, что в рамках механики сплошной среды для описания процессов ползучести конструкционных материалов наиболее перспективной является предложенная Ю.Н. Работновым концепция уравнений механического состояния с системой кинетических уравнений для определения его внутренних параметров.

Д. Крайчинович [98, 101, 102] провёл анализ развития кинетических теорий за последние десятилетия. Им дан обзор типовых задач механики, решаемых с позиций континуальной механики повреждённой среды. С физической точки зрения повреждения представлены в виде сфероидальных пустот и плоских дискообразных микротрещин. С помощью описания кинематики роста повреждений устанавливается закон накопления повреждённости. Это уравнение содержи матрицу жёсткости, отражающую не только накапливаемые, но и накопленные ранее повреждения. Акцентируется внимание на таких проблемах, как однородность и изотропия, масштабный фактор, влияние границ зёрен в поликристаллических материалах и различных фаз в композитных материалах, усреднение при измерении смещений и деформаций и др. Рассмотрены некоторые феменологические и физические модели материала основанные на данной концепции. Проанализированные недостатки, достижения и тенденции развития

МПС. Отмечается, что растущий интерес к механики континуального разрушения является доказательством её актуальности.

Ж. Беттен [85] рассмотрел широкий класс моделей, описывающих ползучесть изотропных и анизотропных материалов. Различные особенности явлений ползучести и длительной прочности при сложном напряжённом состоянии описываются с помощью тензорной меры повреждения.

Хуа-Танг Яо с коллегами [114] рассмотрели эволюцию развития кинетической теории ползучести и длительной прочности, начиная с работ Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова. В статье [114] рассмотрена возможность применения кинетической теории при моделировании особенности длительного разрушения металлов с использованием, скалярных, векторных и тензорных мер повреждения. Особое внимание уделено анализу структурных механизмов ползучести (рост пор, учёт диффузионных процессов и др.).

1.3. Численное моделирование задач длительной прочности элементов и узлов несущих конструкций

При решении задач численного моделирования длительной прочности инженерных объектов при нестационарном термосиловом нагружении с учетом неупругого поведения и деградации конструкционных материалов, особое внимание должно уделяться вопросам взаимосвязи физических механизмов и их математическому описанию. Построение физически обоснованных и верифицированных моделей поведения конструкционных материалов, наряду с используемыми численными методами, является основой получения достоверных результатов расчета ресурсных характеристик инженерных объектов в условиях ползучести. В тоже время необходимо использовать оптимизированные алгоритмы интегрирования уравнений состояния конструкционных материалов позволяющие с минимальной ошибкой на шаге интегрирования и максимальным быстродействием проводить вычисления кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления повреждений. Также необходимо развитие эффективных схем численного решения краевых задач на основе МКЭ для проведения связанных расчетов таких как «тепло-прочность», что влечет за собой развитие или создание новых типов конечных элементов.

Далее будет приведено численное решение задачи оценки ресурсных характеристик при высокотемпературной ползучести конструктивного элемента с использованием расчетного «кода» ANSYS [82], основанного на методе конечных элементов (МКЭ) с подключаемой библиотекой пользовательской модели упруговязкопластического деформирования конструкционных материалов.

1.4. Выводы по Главе 1

Основные выводы из обзора о состоянии проблемы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Основная часть экспериментальных исследований ползучести и длительной прочности конструкционных материалов проведена при одноосном изотермическом нагружении лабораторных образцов.

2. Модель накопления повреждений, построенная на базе введения деградирующего континуума позволяет достоверно учитывать кинетику накопления повреждений в конструкционных материалах.

3. Наиболее перспективной моделью вязкого поведения конструкционных материалов является кинетическая теория деформирования, позволяющая учитывать влияние многоосности и вида напряженного состояния при нагружении на кинетику процесса ползучести.

4. Необходимо совместное моделирования процессов деформирования и накопления повреждений, так как в условиях ползучести они взаимосвязаны.

5. Для суммирования повреждений при ползучести необходимо использовать нелинейные модели, так как использование правила линейного суммирования Пальмгрена-Майнера может приводить к существенным отклонениям от результатов испытаний.

6. Для достоверной оценки длительной прочности конструкций необходим учет всей истории нагружения и изменения температурных полей.

Глава 2. Определяющие соотношения механики повреждённой среды (МПС) для оценки термомеханической длительной прочности материалов и конструкций

2.1 Общие положения

Основные положения в механике поврежденной среды [32, 33, 36, 37, 74] были заложены во второй половине двадцатого века выдающимися советскими учеными механиками А.А. Ильюшиным, Л.М. Качановым и Ю.Н. Работновым. В работах [36, 37, 74] Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова было отмечено, что для моделирования процессов деградации и разрушения в условиях ползучести конструкционных материалов, помимо параметров состояния материала характеризующимися величинами действующих напряжений и текущих деформаций, необходим учет степени деградации конструкционного материала. Для решения данного вопроса ими был введен параметр, характеризующий меру поврежденности материала, в уравнения ползучести [39, 72, 73]. Л.М. Качанов ввел в математическую модель поведения конструкционных материалов в условиях ползучести параметр ψ, характеризующий сплошность элементарного объема. Параметр ψ менялся в диапазоне от 1 (отсутствие несплошностей) до 0 (разрыв всего сечения, образование макротрещины). В работах Ю.Н. Работнова была развита кинетическая теория ползучести с использованием параметра сплошности ψ, которая позволяла моделировать третью стадию кривой ползучести, которая является предвестником разрушения [73]. В качестве параметра, характеризующего степень деградации конструкционного материала был использован параметр поврежденности равного $\omega = 1 - \psi$. Особая заслуга в развитии механики поврежденной среды принадлежит А.А. Ильюшину, который разработал теоретические основы создания моделей механики поврежденной среды и описал меры степени деградации (повреждения) материалов в скалярной, векторной и тензорных величинах. А.А. Ильюшиным была предложена математическая модель ползучести конструкционных материалов с использованием тензорного параметра поврежденности в виде симметричного тензора второго ранга [32, 33].

Все указанные выше работы советских ученых были основой нового направления в механике деформируемого твердого тела – механики поврежденной среды, которая опирается на неотделимость совместно протекающих процессов неупругого деформирования и деградации конструкционных материалов.

Использование степени повреждения материалов в виде скалярных, векторных и тензорных величин приведено в работах Ж.Леметра [45], Боднера [4], С.Мураками [63], А.М. Локощенко [49, 53, 79], Ю.Г. Коротких [46], и др. [25, 26, 42, 62, 65, 67, 77, 78].

В настоящее время механика поврежденной среды получила существенное развитие в возможностях моделирования в прикладных задачах прочности процессов изменения в процессе нагружения напряженно-деформированного состояния и степени деградации в широком диапазоне скоростей нагружения с учетом всех основных эффектов при сложных траекториях нагружения.

2.2. Математическая модель механики поврежденной среды для описания длительной прочности материалов и конструкций

В диссертационной работе применяется вариант математичекой модели механики поврежденной среды для расчета процессов деформирования и накопления повреждений при ползучести при сложном нестационарном нагружении, развитой в работах Ю.Г. Коротких [43]. В модели используются следующие положения:

– тензоры деформаций и их скоростей являются суммой упругой, пластической (не зависящей от времени нагружения) и вязкой (зависящей от времени нагружения) составляющих. Пластическая и вязкая составляющие определяются историей нагружения, упругая – действующими напряжениями;

– конструкционный материал обладает начальной изотропией свойств;

– процессы деформирования конструкционных материалов, характеризующиеся малыми деформациями;

– поверхности текучести и скоростей деформаций ползучести определяются формой Мизеса;

– изменение эквипотенциальных поверхностей скоростей деформаций ползучести определяется смещением координат центра ρ_{ij}^{c} и величиной радиуса C_c ;

– изменение поверхности текучести определяется смещением координат центра ρ_{ij} и величиной радиуса C_p;

– скорости деформаций пластичности и ползучести определяются из ассоциированного закона течения;

– изменение объема материала упругое (принимается пластическая несжимаемость $e_{ii}^{p} = 0$);

– степень поврежденности материала учитывается параметром ω - повреждённости, которая изменяется в диапазоне $\omega_0 \le \omega \le \omega_f$ (ω_0 - начальный уровень поврежденности материала, а ω_f - критическая величина поврежденности, характеризующаяся образованием макротрещины);

– влияние степени деградации на процессы упругого и неупругого деформирования конструкционного материала осуществляется введением деградирующего континуума эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$.

– Модель механики поврежденной среды, развитой в работах Ю.Г. Коротких состоит из трех взаимосвязанных составных частей [43, 75]:

– уравнений, описывающих упруговязкопластичное деформирование конструкционного материала с влияния степени поврежденности;

– уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;

– критерия прочности поврежденного материала, определяющего момент образования макроскопической трещины.

2.2.1 Уравнения связи между тензорами напряжений и деформаций в вязкопластической области

Принимается правило аддитивности компонент тензора деформаций e_{ij} и тензора скорости деформаций $\dot{e}_{ij}$, являющиеся суммой упругих деформаций $e_{ij}^{e}, \dot{e}_{ij}'^{e}$ и деформаций ползучести $e_{ij}^{c}, \dot{e}_{ij}'^{c}$: $e_{ij} = e_{ij}^{e} + e_{ij}^{c}$, $\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^{e} + \dot{e}_{ij}^{c}$.

Тензор напряжений связан с тензором упругих деформаций уравнениями термоупругости:

$$\sigma = 3K\left[e - \alpha T\right)\right]; \ \dot{\sigma} = 3K\left[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}\right)\right] + \frac{\dot{K}}{K}\sigma \cdot$$

$$\sigma'_{ij} = 2Ge_{ij}'^{e}, \ \dot{\sigma}_{ij} = 2G\dot{e}_{ij}'^{e} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \ e_{ij}'^{e} = e'_{ij} - e_{ij}^{c} \qquad (2.1)$$

где σ , e – гидростатические части тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij}

;

σ'_{ij}, e'_{ij} – девиаторные части тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} ;

$G(T)$ – модуль Юнга 2-го рода (модуль сдвига);

$K(T)$ – объёмный модуль упругости;

$\alpha(T)$ – коэффициент линейного расширения при изменении температуры;

T – текущее значение температуры.

В пространстве напряжений вводится поверхность текучести F_p имеющая центр ρ_{ij} и радиусы C_p, [12, 19]:

$$F_p = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0,$$

$$S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}. \qquad (2.2)$$

Описание циклических режимов деформирования производится путем введения поверхности циклической «памяти», имеющей следующий вид:

$$F_\rho = \rho^p_{ij}\rho^p_{ij} - \rho^2_{\max} = 0, \qquad (2.3)$$

где $\rho_{\max}$ – радиус поверхности «памяти».

Радиус поверхности текучести определяется на основании следующих соотношений [12, 19]:

$$\dot{C}_p = \left[q_\chi H\left(F_\rho\right) + a\left(Q_s - C_p\right)\Gamma\left(F_\rho\right)\right]\dot{\chi} + q_3\dot{T}, \qquad (2.4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt\,,\ \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3}\dot{e}^p_{ij}\dot{e}^p_{ij}\right)^{1/2},\ \chi^p_m = \int_0^t \dot{\chi}_p H\left(F_\rho\right)dt\,,\ \chi_p = \int_0^t \dot{\chi}dt\,, \qquad (2.5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A\psi_1 + (1-A)q_1}{A\psi_1 + (1-A)},\ Q_s = \frac{Q_2 A\psi_2 + (1-A)Q_1}{A\psi_2 + (1-A)},\ 0 \le \psi_i \le 1,\ (i = 1,2) \qquad (2.6)$$

$$A = 1 - cos^2\theta\,,\ \cos\theta = n^e_{ij}n^s_{ij}\,,\ n^e_{ij} = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij}\dot{e}'_{ij})^{1/2}}\,,\ n^s_{ij} = \frac{S_{ij}}{(S_{ij}S_{ij})^{1/2}}\,, \qquad (2.7)$$

$$H(F_\rho) = \begin{Bmatrix} 1, F_\rho = 0 \wedge \rho^p_{ij}\dot{\rho}^p_{ij} > 0 \\ 0, F_\rho < 0 \vee \rho^p_{ij}\dot{\rho}^p_{ij} \le 0 \end{Bmatrix},\ \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho), \qquad (2.8)$$

В зависимостях (2.4 – 2.8) введены следящие обозначения:

C_p^0 — начальное значение радиуса поверхности текучести.

q_1 – модуль изотропного упрочнения, описывающий изотропное упрочнение при лучевых монотонных путях нагружения;

q_2 – модуль, описывающий изотропное упрочнение при изломе траектории деформирования на 90º;

q_3 – модуль, описывающий изменение радиуса поверхности текучести вследствие изменения температуры;

a – константа, определяющая скорость стабилизации формы петли гистерезиса вследствие изменения радиуса поверхности текучести;

Q_s – стационарное значение радиуса поверхности текучести при текущих значениях радиуса поверхности «памяти» ρ_{max} и температуры T ;

χ_p – длина траекторий пластического деформирования материала;

χ_m – длина траекторий пластического деформирования материала при монотонном нагружениях.

Внутренняя переменная ρ_{ij}, учитывающая анизотропию свойств, вызванную пластическим деформированием, определяется как[67]:

$$\dot{\rho}_{ij}^{p} = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi}_p - g_3^p \rho_{ij}^p < \dot{T} >, \ \rho_{ij}^p = \int_0^t \dot{\rho}_{ij}^p dt, \tag{2.9}$$

где $g_1^p > 0$, $g_2^p > 0$ и $g_3^p > 0$ – модули кинематического (анизотропного) упрочнения.

Соотношение, определяющее изменение поверхности «памяти» F_ρ в процессе деформирования записывается через эволюцию ρ_{max}:

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{\left(\rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p\right) H\left(F_\rho\right)}{\left(\rho_{mn}^p \rho_{mn}^p\right)^{1/2}} - g_2^p \rho_{\max} \dot{\chi}_p - g_3^p \rho_{\max} \left\langle \dot{T} \right\rangle . \tag{2.10}$$

В уравнении (2.10) и далее по тексту в угловые скобки $\langle \ \rangle$ заключены значения величин для которых: $\left\langle \dot{B} \right\rangle = \begin{cases} \dot{B} & при \quad \dot{B} > 0 \\ 0 & при \quad \dot{B} \le 0 \end{cases}$.

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из ассоциированного закона течения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda_p S_{ij}, \tag{2.11}$$

где λ_p – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора догрузки девиатора напряжений в конце шага нагружения.

Для описания процессов ползучести в пространстве напряжений вводятся поверхности ползучести F_c, имеющие общий центр ρ_{ij}^c и различные радиусы C_c, определяемые текущим напряжённым состоянием:

$$F_c^{(k)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0,\ S_{ij}^c = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c,\ k = 0,1,2,... \tag{2.12}$$

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} \dot{\tau} = \lambda_c S_{ij}^c \dot{\tau}, \tag{2.13}$$

где λ_c – соответствует текущей поверхности $F_c^{(k)}$, определяющей текущее напряжённое состояние S_{ij}^c.

Поверхность с радиусом $\overline{C}_c$, соответствует нулевой скорости ползучести с определённым заданным допуском на величину деформации ползучести на определенной временной базе:

$$F_c^{(0)} = \overline{S}_{ij}^c \overline{S}_{ij}^c - \overline{C}_c^2 = 0,\ \overline{S}_{ij}^c = \overline{\sigma}'_{ij} - \rho_{ij}^c, \tag{2.14}$$

где $\overline{S}_{ij}^c$ и $\overline{\sigma}'_{ij}$ – совокупность напряжённых состояний, отвечающих нулевой скорости ползучести.

$$\overline{C}_c = \overline{C}_c(\chi_c, T);\ \dot{\chi}_c = \left(\frac{2}{3}\dot{e}_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c\right)^{1/2};\ \chi^c = \int_o^t \dot{\chi}^c dt;\ \lambda_c = \lambda_c(\psi_c, T);\ \lambda_c = \begin{cases} 0, \psi_c \le 0 \\ \lambda_c, \psi_c > 0 \end{cases} \tag{2.15}$$

где $\overline{C}_c$ и λ_c – функции температуры *T*, определяемые экспериментальным путем.

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести имеет вид [13, 17, 18]:

$$\dot{\rho}_{ij}^c = g_1^c \dot{e}_{ij}^c - g_2^c \rho_{ij}^c \dot{\chi}_c - g_T^c \langle \dot{T} \rangle, \tag{2.16}$$

где g_1^c и g_2^c – параметры кинематического упрочнения, g_T^c – температурный модуль.

Конкретизируя соотношение (3) закон градиентальности можно представить в виде:

$$\dot{e}_{ij}^{c} = \lambda_c \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^{c} S_{ij}^{c}} - \overline{C}_c}{C_c} \right) S_{ij}^{c} \dot{\tau} \tag{2.17}$$

Длина траектории деформирования при ползучести определяется как:

$$\dot{\chi}_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{e}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_c \left(\sqrt{S_{ij}^{c} S_{ij}^{c}} - C_c \right) \dot{\tau}\,, \tag{2.18}$$

Кривая длины траектории деформирования при ползучести χ_c в зависимости от времени процесса t при $S_u^c = const$ имеет вид, представленный на рис. 2.1

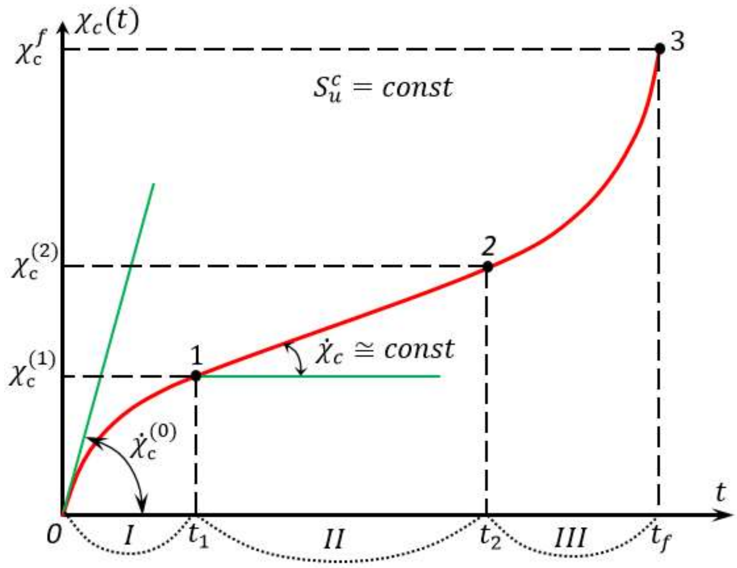


Рис. 2.1

На кривой $\chi_c(t)$ (рис. 2.1) можно выделить три характерные зоны ползучести материала:

I. зона неустановившейся ползучести (0 – 1), где скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ убывает;

II. зона установившейся ползучести (1 – 2), где скорость деформации ползучести приблизительно постоянна $\dot{\chi}_c \cong const$;

III. зона активного накопления повреждений (2 – 3), где постоянно увеличивается скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ и начинается прогрессивное влияние степени деградации на механические свойства материала.

Наличие и протяженность I и II зоны зависит от конструкционного материала и от величины интенсивности активных напряжений S_u^c.

Значение λ_c^I для первого участка кривой ползучести определяется как:

$$\lambda_c^I = \lambda_c^{(0)}\left(1 - \frac{\chi_c}{\chi_c^{(1)}}\right) + \lambda_c^{(1)}\frac{\chi_c}{\chi_c^{(1)}}, \tag{2.19}$$

где $\lambda_c^{(0)}$, $\lambda_c^{(1)}$ – значения параметра λ_c в точках «0» и «1» первого участка кривой ползучести материала (см. рис. 2.1).

На третьем участке предшествующему разрушению:

$$\lambda_c^{III} = \lambda_c^{II}(\omega), \tag{2.20}$$

где ω – величина поврежденности.

Зависимости (2.14) – (2.20) позволяют моделировать процессы ползучести при неизотермическом нестационарном нагружении и описывают стадии неустановившиеся и установившиеся скорости ползучести.

Поврежденность влияет на физико-механические свойства на стадии ее развития и активного слияния рассеянных несплошностей в объеме конструкционного материала. Для учета влияния поврежденности используются эффективные напряжения, которые определяются как:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij}, \; \tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma, \tag{2.21}$$

где $\tilde{G}$, $\tilde{K}$ – эффективные упругие константы, определяемые по формулам Мак-Кензи [13, 17, 18]. Выражение для эффективных модулей записывается в следующем виде:

$$\tilde{G} = G(1-\omega)\left[1 - \frac{(6K+12G)}{(9K+8G)}\omega\right], \tilde{K} = 4GK(1-\omega)/(4G+3K\omega) \tag{2.22}$$

Эффективные значения координат центров поверхностей текучести и эквипотенциальных скоростей ползучести $\tilde{\rho}_{ij}^p, \tilde{\rho}_{ij}^c$ определяются соотношениями:

$$\tilde{\rho}_{ij}^p = F_1(\omega)\rho_{ij}^p = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij}^p, \; \tilde{\rho}_{ij}^c = F_1(\omega)\rho_{ij}^c = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij}^c. \tag{2.23}$$

2.2.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений по механизму длительной прочности

При разработке определяющих соотношений кинетики накопления повреждений принято [7, 24, 28-31, 45, 62, 88-90], что процесс накопления повреждений условно состоит из двух стадий: первая стадия сопровождается зарождением несплошностей (микропор, микротрещин), вторая стадия представляет собой развитие и активное слияние рассеянных несплошностей.

Кинетическое уравнение накопление повреждений в конструкционных материалах принимается в виде произведений функций от внутренних параметров, влияющих на скорость накопления повреждений:

$$\dot{\omega} = f_1(\beta) f_2(\omega) f_3(W_c) f_4(\dot{W}_c), \tag{2.24}$$

В зависимости (2.24) функций f_i позволяют учитывать зависимость скорости накопления повреждений $\dot{\omega}$ от следующих параметров процесса деформирования:

– вида напряжённого состояния – функция $f_1(\beta)$;

– текущего уровня накопленной поврежденности – функция $f_2(\omega)$;

– текущего значения поглощенной энергии, идущей на образование несплошностей (микропор и микротрещин) – функция $f_3(W_c)$;

– текущей скорости изменения поглощенной энергии Wc – функция $f_4(\dot{W}_c)$.

Конкретизируя входящие в уравнении (2.24) функции, можно записать:

$$f_1(\beta) = \exp(-k\beta), \; f_2(\omega) = \begin{cases} 0, & W_c \le W_c^a \\ c \cdot \omega^{-1/3} (1-\omega)^{-2/3}, & W_c > W_c^a \end{cases} \tag{2.25}$$

$$f_3(W_c) = \frac{W_c - W_c^a}{W_c^f - W_c^a}, \; f_4(\dot{W}_c) = \dot{W}_c / W_c^f, \; \dot{W}_c = \rho_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c, \; W_c = \int_0^t \dot{W}_c \, dt, \tag{2.26}$$

В уравнениях (2.25) и (2.26) введены следующие обозначения:

– β – параметр «жесткости» напряжённого состояния ($\beta = \sigma/\sigma_u$);

– W_c^a – значение поглощенной энергии W_c в конце стадии зарождения рассеянных несплошностей в условиях ползучести;

– W_c^f – значение поглощенной энергии, соответствующее образованию макротрещины в условиях ползучести;

– c – константа интегрирования уравнения (2.24).

Стадия развития и слияния несплошностей в конструкционном материале завершается достижением уровня накопленной поврежденности ω критического значения ω_f.

$$\omega = \omega_f \leq 1 \,. \tag{2.27}$$

По заданной истории изменения во времени температурного и механического нагружения при совместном интегрирований уравнений, описывающих упруговязкопластическое поведение (2.1 – 2.23) и кинетики накопления повреждений (2.24 – 2.27), определяется ресурс конструктивных элементов узлов и агрегатов инженерных объектов в условиях протекания процесса ползучести в конструкционных материалах.

Определяющие соотношения (2.14 – 2.23), описывающие процесс нестационарной неизотермической ползучести, разработаны как система «вложенных» математических моделей. При исключении из уравнений параметров (приравнивая к нулю), ответственных за определенные эффекты деформирования при ползучести, можно получить частные математические модели, используемые при решении простых задач.

2.2.3. Критерий прочности поврежденного материала

Анализ многочисленных экспериментальных работ, посвященных исследованиям ресурсных характеристик при ползучести в условиях многоосного нагружения свидетельствуют о том, что значение критической величины поврежденности ω_f может принимать значения менее 1 и находится в диапазоне: $0{,}2 \leq \omega_f \leq 0{,}8$. При многоосном нагружении в условиях всестороннего растяжения элементарного объема конструкционного материала и наличии накопленной поврежденности за пройденную историю нагружения может произойти разрушение при уровне интенсивности действующих напряжений, при которой практически отсутствуют изменения текущего уровня деформаций ползучести и $\omega < \omega_f$ [1, 2, 13]. Таким образом, для оценки ресурсных характеристик в условиях ползучести необходимо разработать критерий прочности конструкционного материала на основе введения в математическую модель механики поврежденной среды предельной поверхности разрушения:

$$\Phi(\sigma_{ij}, \omega, T) < 0, \tag{2.28}$$

При $\omega = 0$, соотношение (2.28) определяет предельную поверхность разрушения для исходного материала, при $0 < \omega \le \omega_f$ соотношение (2.28) определяет семейство поверхностей поврежденного материала.

Задача экспериментального-теоретического определения вида поверхности разрушения (2.28) является непреодолимо трудной, ввиду необходимости проведения большого количества экспериментальных исследований в условиях многоосного нагружения, в том числе и на трехосное растяжение с равными значениями главных напряжений. В связи с эти критерий разрушения (прочности) принимается как достижение уровня накопленной поврежденности ω критического значения ω_f.

$$\omega = \omega_f \le 1. \tag{2.29}$$

2.3 Методика идентификации материальных параметров и скалярных функций моделей МПС.

2.3.1 Определение материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений термоползучести

Для определения параметров и скалярных функций в математической модели неизотермической нестационарной ползучести (2.14 – 2.23) необходимо проведение специально разработанных экспериментов – базовых экспериментов. Экспериментальные исследования по определению параметров и скалярных функций проводятся в условиях изотермического нагружения при температурах T_j, находящихся в диапазоне эксплуатационных значений. Для исследований используются образцы цилиндрической формы с трубчатым или сплошным сечением. Испытания проводятся при мягком одноосном нагружении (растяжение-сжатие). К основным требованиям для лабораторных образцов относятся:

– обеспечение однородного деформирования в пределах рабочей части образца;

– отсутствие влияния концентрации напряжений на переходе от рабочей к захватной части образца на напряженно-деформированное состояние в рабочей части;

– исключение возможности формоизменения и потери устойчивости образца в требуемом диапазоне напряжений и деформаций;

– равномерное распределение поля температур в рабочей части образца.

Параметры и скалярные функции математической модели ползучести определяются по предложенной Ю.Г. Коротких и развитой его учениками (Д.А. Казаков, Д.Н. Шишулин, И.А. Волков) экспериментально-теоретической методике [15, 16, 19, 22].

Для использования в расчетном анализе длительной прочности конструкционных материалов полной математической модели механики поврежденной среды (2.14 – 2.37) необходимо получить следующую информацию:

– зависимости модуля сдвига $G(T)$, модуля объемной упругости $K(T)$ и коэффициента линейного температурного расширения $\alpha(T)$ от температуры в диапазоне эксплуатационных значений;

– скалярную функцию радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести соответствующей нулевому значению скорости от длины траектории деформации ползучести и температуры $\overline{C}_c = \overline{C}_c(\chi_c, T)$;

– зависимость $\lambda_c = \lambda_c(T)$ коэффициента пропорциональности в ассоциированном законе течения при ползучести для двух участков кривой ползучести;

– зависимость модулей кинематического упрочнения $g_1^c(T)$, $g_2^c(T)$ от температуры;

– зависимость параметра $k(T)$ функции «жесткости» напряжённого состояния $f_1(\beta)$ от температуры;

– $W_c^a(T)$ – зависимость поглощенной энергии W_c в конце стадии зарождения рассеянных несплошностей (от температуры начала третьего участка кривой ползучести);

– $W_c^f(T)$ – зависимость поглощенной энергии, соответствующее образованию макротрещины в условиях ползучести от температуры.

Для определения скалярной функции радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести соответствующей нулевому значению скорости ползучести $\overline{C}_c = \overline{C}_c(\chi_c, T)$ от длины траектории деформации ползучести и температуры и параметров кинематического упрочнения $g_1^c(T)$, $g_2^c(T)$ от температуры лабораторные образцы испытаваются в два этапа:

– первый этап: испытания на ползучесть при заданных постоянных уровнях интенсивности напряжений $\sigma_{u(j)} = const$ и температуре нагреваются до заданного значения температуры $T_j = const$ до разрушения;

– второй этап: по информации полученной из первого этапа («веера» кривых ползучести при заданном значении температуры T_j) определяется уровень напряжений $\sigma_{11}^{(1)}$, при котором, с учетом заданного допуска на деформацию ползучести и выбранной временной базы, принимается, что скорость деформации ползучести равна нулю. Далее образец нагружается до величины напряжения $\sigma_{11}^{(1)}$ в точке 1 (рис. 2.2) и выдерживается до наступления близкой к нулю скорости ползучести при релаксации – точка 2 с напряжением $\sigma_{11}^{(2)}$.

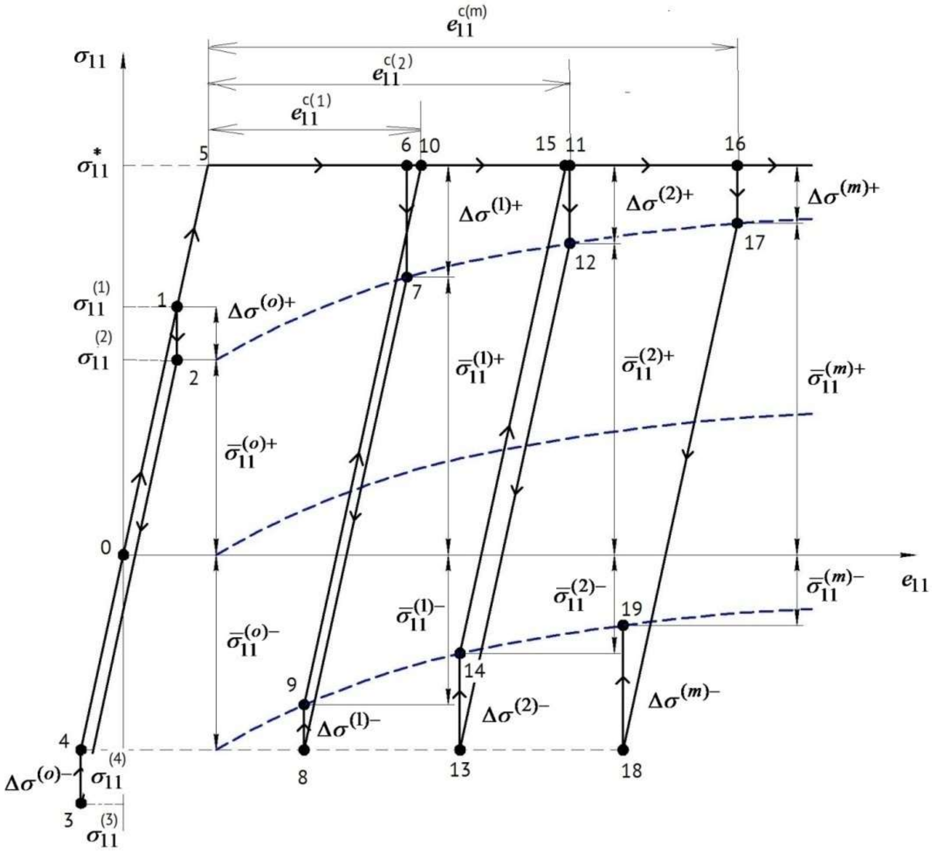


Рис. 2.2

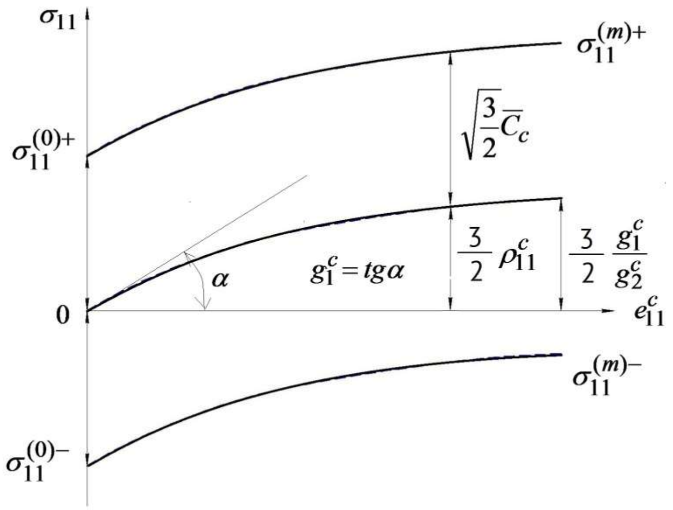


Рис. 2.3

Далее образец нагружается до напряжения $\sigma_{11}^{(3)}$ (точка 3 на рис. 2) и в результате процесса релаксации оказывается в точке 4. Следующим действием при определении кинетики поверхности эквипотенциальной скорости ползучести соответствующей нулевому значению скорости образец нагружается до заданного уровня интенсивности напряжений $\sigma_{u(j)} = const$ для достижения определенного значения деформации ползучести $e_{11}^{c(1)}$, $e_{11}^{c(2)}$, …, $e_{11}^{c(m)}$ и после достижения каждого значения деформации ползучести проводятся испытания на релаксацию напряжений.

Полученный набор точек характеризует изменение верхней (точки 2, 7, 12 17 и т.д.) и нижней границы (точки 4, 8, 13, 19 и т.д.) поверхности нулевой скорости ползучести, в зависимости от накопленной деформации ползучести. Таким образом, уровни напряжений полученные после прохождения процесса релаксации $\overline{\sigma}_{11}^{(0)+}$ и $\overline{\sigma}_{11}^{(0)-}$ (рис. 2.3) определяют границы поверхности эквипотенциальной скорости ползучести соответствующей нулевому значению скорости.

Зависимость радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести соответствующей нулевому значению скорости определяется по формуле:

$$\overline{C}_c = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{\sigma_{11}^{(m)+} + \sigma_{11}^{(m)-}}{2}, \; m = 0,1,2,3... \qquad (2.30)$$

Интегрирование уравнения (2.16) для случая одноосного нагружения позволяет получить зависимость $\rho_{11}^{c}\left(e_{11}^{c}\right)$, которая является базовой при определении параметров $g_1^c(T)$, $g_2^c(T)$:

$$\rho_{11}^{c} = \frac{g_1^c}{g_2^c}\left(1 - e^{-g_2^c e_{11}^c}\right), \tag{2.31}$$

где e – основание натуральных логарифмов.

Праметр g_1^c определяется как тангенс угла наклона касательной к кривой $\rho_{11}^c \sim e_{11}^c$ в начале координат (рис. 2.3). Параметр g_2^c можно определить из соотношения $\rho_{\max}^c = \dfrac{g_1^c}{g_2^c}$, где $\rho_{\max}^c$ – предельное асимптотическое значение ρ_{11}^c при данной температуре $T = T_j$.

Для определения параметров $\lambda_c^{(0)}$ и $\lambda_c^{(1)}$ используются результаты экспериментов на ползучесть (две первых стадии кривых ползучести), полученные при выполнении первого этапа. На базе соотношений (2.32) определяются значения $\lambda_c^{(0)}$ и $\lambda_c^{(1)}$.

$$\lambda_c^{(0)} = \frac{3}{2}\frac{\dot{e}_{11}^{неуст}}{\left(\sigma'_{11} - \overline{\sigma}_c\right)}, \quad \lambda_c^{(I)} = \frac{3}{2}\frac{\dot{e}_{11}^{уст}}{\left(\sigma'_{11} - \dfrac{3}{2}\rho_{11}^c - \overline{\sigma}_c\right)} \tag{2.32}$$

2.3.2 Определение параметров кинетических уравнений накопления повреждений

Определение материальных параметров эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений производится на стадии коллективного взаимодействия микродефектов, начиная с которой наблюдается значимое влияние поврежденности на физико-механические характеристики и параметры НДС материала. Постулируется, что все отклонения результатов численного моделирования процессов деформирования без учета влияния поврежденности от экспериментальных на этой стадии приписываются влиянию накопленной поврежденности ω [4, 9, 12, 21].

Приближенно значение W_a может быть определено из испытаний на ползучесть при заданной амплитуде напряжений (мягкое нагружение) по моменту начала разупрочнения материала (началу третьего участка кривой), а величина W_c^f – по моменту образования макроскопической трещины (конец третьего участка кривой ползучести).

Глава 3. Программная реализация процессов упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при комбинированном термомеханическом нагружении

В связи с развитием вычислительной техники и численных методов решения краевых задач механики деформируемого твердого тела в настоящее время появилась возможность проведения вычислительного эксперимента по оценке полной долговечности узлов сложных инженерных объектов при реалистичных режимах нагружения.

Расчетное определение полного эксплуатационного ресурса в рамках объединенной модели разрушения должно включать в себя:

- определение граничных условий, действующих на выбранный элемент конструкции при эксплуатационных режимах работы установки;
- реализацию модели кинетики НДС под действием нестационарной нагрузки;
- расчет процесса накопления повреждений, инициирование трещины и её кинетики, залечивание при перегрузках и тд.

Кроме того, расчет должен включать в себя модели различных предельных состояний, достижение которых меняет физические аспекты разрушения и методики определения долговечности при достижении конкретного предельного состояния или их комбинаций.

В настоящее время нет единой математической модели, адекватным образом описывающей в широком диапазоне изменение амплитуд, частот и последовательности приложения внешних воздействий все физико-механические процессы материала.

Модно говорить о различных вариантах модели, оценки долговечности, справедливой в ограниченной применимости. Таким образом, рассматриваемая предметная область – расчет долговечности инженерных конструкций на стадии проектирования и эксплуатации, - характеризуется большим объемом пространства вариабельности физико-механических моделей.

Особенности вычислительного эксперимента по определению полной усталостной долговечности узлов инженерных объектов состоит в многомодельности и многовариантности физических процессов и внешних воздействий, включающих в себя концепции малоцикловой усталости при циклическом упругопластическом деформировании и механики циклического разрушения.

Для проведения расчетов необходимо решение следующих задач:

1. Определение меняющихся во времени граничных и начальных условий при взаимодействии исследуемой части конструкции с рабочими средами и другими телами или отброшенными элементами конструкции.

2. Решение квазистатической задачи определение напряженно-деформированного состояния с учетом вязкопластического поведения материала, накопления повреждений, очередности прохождения режимов нагружения, а также других усложняющих факторов. Поскольку при вычислительном эксперименте по расчетному определению ресурса моделируются реальные физические процессы, происходящее в материале при реализации конкретной модели эксплуатации, то за модель нелинейного деформирования следует принять соотношение дифференциальной теории вязкопластичности, учитывающей историю нагружения для каждого узла рассматриваемой конструкции.

3. Заключительной задачей прочностной диагностики объекта по текущему состоянию является расчет различных предельных состояний, анализ физико-механических процессов деформирования и разрушения и, собственно, расчет долговечности для моделируемой истории нагружения.

Необходимо также отметить, что современный уровень знаний о механизмах разрушения, сложность интерпретации этих механизмов в условиях реальной эксплуатации, отсутствии необходимых моделей поведения материала и ограниченные возможности экспериментального определения параметров этих моделей делают невозможным оценивание ресурса исключительно на расчетной основе ресурса. Решении этой проблемы может быть достигнуто лишь на базе нетривиального взаимодействия расчетного и экспериментального подходов, которое оказывает неизбежное влияние на программную компоненту разработки [30, 31].

Описанные качественные характеристики прикладного программного обеспечения, его тесная привязка к объекту моделирования к средствам теоретической и экспериментальной поддержки обуславливают уникальность программной компоненты и несводимость её к известным и доступным пакетам прикладных программ МКЭ, даже обладающими высокими функциональными возможностями, как, например, ANSYS. Поэтому адекватное разрешение проблемы оценки ресурса сложных инженерных объектов требует разработки специализированного программного обеспечения с использованием имеющегося опыта создания и эксплуатации пакетов программ МКЭ, современной теоретической и алгоритмической базы и в ряде случаев, заимствование готовых отдельных компонентов, особенно касающихся сервисного обеспечения;

Возможность и трудоемкость реализации специализированного ПО должно оцениваться на основе сопоставления критических по оперативной памяти алгоритмов МКЭ и возможностей современных компьютеров с привлечением во многих случаях плохо формализуемого опыта специалистов, принимавших участие в разработке и эксплуатации имеющихся МКЭ программ.

Для решения задач достоверного прогнозирования ресурсных характеристик инженерных объектов с учетом большинства эксплуатационных факторов нагружения необходимо использовать современные высокопроизводительные вычислительные системы и верифицированные программные комплексы. Данная связка увеличить достоверность расчетного анализа прочности при учете максимального количества закономерностей и эффектов деформирования конструкционных материалов.

Принципиальным моментом при расчетных оценках остаточного ресурса является повышение точности при определении напряженно-деформированного состояние в концентраторах напряжений (сварные швы, малые радиусы переходов и др.), точках изменения граничных условий и других точках, где наблюдается высокий градиент полей напряжений, деформаций и температур.

В настоящее время при недостаточности производительности вычислительных систем задачу оценки ресурсных характеристик разбивают на несколько этапов, которые взаимосвязаны между собой: расчет в упругой постановке конструкции в целом далее выполняется расчет в упруговязкопластической постановке наиболее нагруженного участка с сохранением граничных условий из упругого расчета и следующим этапом идет решение задачи оценки ресурсных характеристик. Решение задачи в упругой постановке позволяет выделить наиболее нагруженные зоны в конструктивном определяющие ресурс конструктивного элемента инженерного объекта с целью дальнейшего выполнения уточняющего расчета в упруговязкопластической постановке.

Численной исследование ресурсных характеристик наиболее нагруженной зоны выполняется с использованием интегрирования кинетических связанных уравнений упруговязкопластического деформирования и степени поврежденности конструкционного материала по проектной или фактической (эксплуатационной) истории нагружения, заданной в виде изменения во времени компонент тензора напряжений или деформаций с учетом изменения температуры.

При выборе и разработке программных средств для расчета вышеописанных процессов необходимо руководствоваться следующими критериями:

– поддержка баз данных с параметрами и функциями математической модели упруговязкопластического деформирования и деградирующего континуума;

– задание произвольной истории нагружения, в том числе на базе расчетных оценок, полученных в других программных пакетах;

– возможность влияния на точность проводимых расчетов;

– наличие средств визуализации результатов расчета;

– наличие интуитивно понятного интерфейса, с учетом особенностей присущих CAE-системам.

3.1 Постановка задачи

Решение задачи заключается в том, что необходимо историю нагружения для элементарного объема материала, заданную в виде изменения компонент тензора деформаций $e_{ij}(t)$ и температуры $T(t)$ от времени разделить на шаги $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. От величины шага зависит точность решения задачи, так как при численном интегрировании уравнений математической модели упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений переводятся из кинетической формы в форму приращений [13, 17, 18]. Все параметры состояния материала (напряжения, деформации, рассеянная энергия, поврежденность и др.) вычисляются через приращения на каждом шаге интегрирования в виде [3]:

$$T_{(n+1)} = T_{(n)} + \Delta T \;;\; \sigma_{ij(n+1)} = \sigma_{ij(n)} + \Delta\sigma_{ij} \;;\; e_{ij(n+1)} = e_{ij(n)} + \Delta e_{ij} \;;\; e'_{ij(n+1)} = e'_{ij(n)} + \Delta e'_{ij} \;;$$
$$e^p_{ij(n+1)} = e^p_{ij(n)} + \Delta e^p_{ij} \;;\; e^c_{ij(n+1)} = e^c_{ij(n)} + \Delta e^c_{ij} \qquad (3.1)$$

Рассматриваются три вида напряженно-деформированного состояния элементарного объема конструкционного материала:

– одноосное, при котором $e_{22} = e_{33}$ и определяются через e_{11} при условии $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$;

– плосконапряженное, при котором e_{33} определяется через e_{11} и e_{22} при условии $\sigma_{33} = 0$;

– объемное, при котором компоненты главной диагонали тензора полных деформаций изменяются не зависимо друг от друга.

Для выполнения расчета необходимо, чтобы были известны следующие величины на n-ом временном шаге:

– физико-механические характеристики и параметры математической модели упруговязкопластического деформирования и деградации конструкционного материала, являющиеся функциями от внутренних параметров состояния материала, вида напряженно-деформированного состояния и текущей температуры;

– приращения компонент тензора полных деформаций Δe_{ij} и текущей температуры ΔT на шаге по времени равного $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

При численном интегрировании уравнений упруговязкопластического деформирования и деградации конструкционного материла на шаге по времени (n+1) определяются компоненты тензоров приращений неупругих деформаций, вызванных ползучестью $\Delta e^c_{ij(n+1)}$ и пластичностью $\Delta e^p_{ij(n+1)}$, компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij(n+1)}$, компоненты тензора упругих деформаций $\Delta e^e_{ij(n+1)}$, величина накопленных повреждений $\omega_{(n+1)}$ и другие величины параметров состояния.

3.2 Алгоритм интегрирования уравнений упруговязкопластического деформирования и деградации конструкционного материала по фактической истории

1. Для численного интегрирования уравнений на шаге по времени $t = t_n$ необходимо, чтобы были известны значения величин, приведенных в таблице 3.1 на шаге по времени $\Delta t = t_n - t_{n-1}$.

Таблица 3.1

Определение параметров состояния в процессе выполнения численного интегрирования на шаге по времени $t = t_n$

Обозначение	Наименование	Определение параметра
$\sigma_{ij(n)}$	Тензор напряжений	
$e_{ij(n)}$	Тензор полных деформаций	
$e^{p}_{ij(n)}$	Тензор пластических деформаций	
$e^{c}_{ij(n)}$	Тензор деформаций ползучести	
$C_{p(n)}$	Радиус поверхности текучести	
$\overline{C}_{c(n)}$	Радиус поверхности ползучести нулевого уровня	На шаге по времени $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ (предыдущий шаг)
$\rho_{ij(n)}$	Координаты центра поверхности пластического нагружения	
$\rho^{c}_{ij(n)}$	Координаты центра семейства эквипотенциальных поверхностей ползучести	
$\chi_{p(n)}$	Длина траектории пластического деформирования	
$\chi_{c(n)}$	Длина траектории вязкого деформирования	

$\chi_{m(n)}$	Длина траектории пластического деформирования на монотонных участках	
$W_{\mathrm{p}(n)}$	Работа тензора микронапряжений на пластических деформациях	
$W_{\mathrm{c}(n)}$	Работа тензора микронапряжений на деформациях ползучести	
$\omega_{\mathrm{p}(n)}$	Поврежденность при пластическом деформировании	
$\omega_{\mathrm{c}(n)}$	Поврежденность при вязком деформировании	
$K(T_{(n+1)})$, $G(T_{(n+1)})$, $\alpha(T_{(n+1)})$	Значения физико-механических характеристик материала	
$C_c(\chi_{(n)}, T_{(n+1)})$	Текущее значение радиуса эквипотенциальной поверхности скорости ползучести	
$g_1^c(T_{(n+1)})$, $g_2^c(T_{(n+1)})$	Текущие значения модулей кинематического упрочнения при ползучести	Из базы данных параметров и скалярных функций
$\lambda_c^1(T_{(n+1)}, \sigma_{u(n+1)})$, $\lambda_c^0(T_{(n+1)}, \sigma_{u(n+1)})$, $\chi_{c1}(T_{(n+1)})$	Текущие параметры модели ползучести материала	
$q_\chi(\chi_{(n)}, T_{(n+1)})$, $q_1(T_{(n+1)})$, $q_2(T_{(n+1)})$, $q_T(\chi_{(n)}^M, T_{(n+1)})$	Текущие значения модулей изотропного упрочнения при монотонном деформировании	

$Q_s(\rho_{(n+1)}^{\max}, T_{(n+1)})$	Текущее значение модуля изотропного упрочнения при циклическом деформировании	
$g_1(T_{(n+1)})$, $g_2(T_{(n+1)})$	Текущие значения модулей кинематического упрочнения	
$W_{c(n)}^{a}, W_{c(n)}^{f}, W_{p(n)}^{a}$, $W_{p(n)}^{f}$	Текущие значения рассеянной энергии	
k	Текущее значение параметра функции $f_1(\beta)$	

2. Производится выбор класса задачи:

– одноосное напряжённое состояние (растяжение-сжатие, знакопеременное кручение):

$$e_{22(n)} = \frac{(2\cdot G_{(n)} - 3\cdot K_{(n)})\cdot e_{11(n)}}{2\cdot(3\cdot K_{(n)} + G_{(n)})} - \frac{3\cdot G_{(n)}\cdot\left(e_{11(n)}^{p} + e_{11(n)}^{c}\right)}{2\cdot(3\cdot K_{(n)} + G_{(n)})} + + \frac{9\cdot\alpha_{(n)}\cdot K_{(n)}\cdot(T_{(n)} - T_0)}{2\cdot(3\cdot K_{(n)} + G_{(n)})}$$

$$e_{22(n+1)} = \frac{(2\cdot G_{(n+1)} - 3\cdot K_{(n+1)})\cdot e_{11(n+1)}}{2\cdot(3\cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})} - \frac{3\cdot G_{(n+1)}\cdot\left(e_{11(n)}^{p} + e_{11(n)}^{c}\right)}{2\cdot(3\cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})} + + \frac{9\cdot\alpha_{(n+1)}\cdot K_{(n+1)}\cdot(T_{(n+1)} - T_0)}{2\cdot(3\cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})}$$

$$e_{33(n)} = e_{22(n)}$$

$$e_{33(n+1)} = e_{22(n+1)}$$

– плосконапряженное состояние:

$$e_{33(n)} = \frac{-(3K_{(n)} - 2\cdot G_{(n)})\cdot(e_{11(n)} + e_{22(n)}) - 6\cdot G_{(n)}\cdot(e_{11(n)}^{p} + e_{22(n)}^{p} + e_{11(n)}^{c} + e_{22(n)}^{c}) + 9\cdot K_{(n)}\cdot\alpha_{(n)}\cdot(T_{(n)} - T_0)}{3\cdot K_{(n)} + 4\cdot G_{(n)}}$$

$$e_{33(n+1)} = \frac{-(3K_{(n+1)} - 2\cdot G_{(n+1)})\cdot(e_{11(n+1)} + e_{22(n+1)}) - 6\cdot G_{(n+1)}\cdot(e_{11(n)}^{p} + e_{22(n)}^{p} + e_{11(n)}^{c} + e_{22(n)}^{c}) + 9\cdot K_{(n+1)}\cdot\alpha_{(n+1)}\cdot(T_{(n+1)} - T_0)}{3\cdot K_{(n+1)} + 4\cdot G_{(n+1)}}$$

– объемное напряженное состояние.

2. Определяются приращения компонент и компоненты шаровой $e_{(n+1)}$, $e_{(n)}$ и девиаторной $e'_{ij(n+1)}$, $e'_{ij(n)}$ составляющих тензора деформаций:

$$e_{(n+1)} = \frac{1}{3}(e_{11(n+1)} + e_{22(n+1)} + e_{33(n+1)});$$

$$e'_{ij(n+1)} = \begin{cases} e_{ij(n+1)} - e_{(n+1)} & при \quad i = j \\ e_{ij(n+1)} & при \quad i \neq j \end{cases};$$

$$e_{(n)} = \frac{1}{3}(e_{11(n)} + e_{22(n)} + e_{33(n)});$$

$$e'_{ij(n)} = \begin{cases} e_{ij(n)} - e_{(n)} & при \quad i = j \\ e_{ij(n)} & при \quad i \neq j \end{cases};$$

$$\Delta e = e_{(n+1)} - e_{(n)}; \Delta e'_{ij} = e'_{ij(n+1)} - e'_{ij(n)}.$$

3. Вычисляется изменение координат центра эквипотенциальной поверхности скорости ползучести за счет изменения температуры $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$:

$$\Delta\rho_{ij}^{cT} = -g_T^c \rho_{ij(n)}^c < \Delta T >;$$

$$g_T^c = \begin{cases} \mathrm{g}_T^c & при \quad \Delta T > 0 \\ 0 & при \quad \Delta T \leq 0 \end{cases}; \qquad < \Delta T > = \begin{cases} \Delta T & при \quad \Delta T > 0 \\ 0 & при \quad \Delta T \leq 0 \end{cases}.$$

$$g_T^c = \left(\frac{\Delta g_1^c}{g_1^c(T_{(n+1)})} \right) \frac{1}{< \Delta T >};$$

$$\Delta g_1^c = g_1^c(T_{(n+1)}) - g_1^c(T_{(n)});$$

$$\rho_{ij(n+1)}^c = \rho_{ij(n)}^c + \Delta\rho_{ij}^{cT}.$$

4. Определяют компоненты $\sigma_{(n)}$ и $\sigma'_{ij(n)}$:

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_{ii(n)}}{3} = \frac{\sigma_{11(n)} + \sigma_{22(n)} + \sigma_{33(n)}}{3};$$

$$\sigma'_{ij(n)} = \sigma_{ij(n)} - \delta_{ij}\sigma_{(n)};$$

$$\sigma'_{ij(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij(n)} - \sigma_{(n)} & при \quad i = j \\ \sigma_{ij(n)} & при \quad i \neq j \end{cases}.$$

5. Определяются приращения девиатора напряжений:

$$\Delta\sigma'_{ij} = 2G_{(n+1)}(T_{(n+1)})\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G(T_{(n+1)})}\sigma'_{ij(n)}$$

где $\Delta G = G(T_{(n+1)}) - G(T_{(n)})$.

6. Определяются компоненты тензора активных напряжений $S^c_{ij(n)}$:

$$S^c_{ij(n)} = \sigma'_{ij(n)} + \Delta\sigma'_{ij} - \rho^c_{ij(n)}.$$

7. Определяется $S^c_{u(n)}$:

$$S^c_{u(n)} = \left(S^c_{ij(n)} S^c_{ij(n)}\right)^{1/2}.$$

8. Проверяется условие $S^c_{u(n)} \geq C_{c(n)}$ (*) и вычисляется шаг по времени:

$$\Delta time = time_{(n+1)} - time_{(n)}$$

9.1 если (*) выполняется, то

9.1.1 Определяется параметр $K1$ для первого шага метода Рунге-Кутта:

Если $\chi_{c(n)} \leq \chi_{c1}$, то: $\lambda_c = \lambda_c^{(0)}\left(1 - \frac{\chi_{c(n)}}{\chi_{c1}}\right) + \lambda_c^{(1)}\frac{\chi_{c(n)}}{\chi_{c1}}$, иначе $\lambda_c = \lambda_c^{(1)}$

$$K1_{ij} = \lambda_c\left(\frac{S^c_{u(n)} - C_{c(n)}}{S^c_{u(n)}}\right)S^c_{ij(n)}$$

9.1.2 Определяется параметр $K2$ для второго шага метода Рунге-Кутта с учетом коррекции девиатора напряжений σ'_{ij} :

$$e^c_{ij(K2)} = e^c_{ij(n)} + K1_{ij}\,\frac{\Delta time}{2}$$

$$K1_u = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(K1_{ij}K1_{ij}\right)^{1/2}$$

$$\chi_{c(K2)} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(e^c_{ij(K2)}e^c_{ij(K2)}\right)^{1/2}$$

$$G^* = G(T_{(n)}) + \frac{\Delta G}{2}$$

$$\sigma'_{ij(K2)} = 2G^*\left(e'_{ij(n+1)} - e^p_{ij(n)} - e^c_{ij(K2)}\right)$$

$$\Delta\rho^c_{ij(K2)} = g^c_1\left(K1_{ij}\,\frac{\Delta time}{2}\right) - g^c_2\rho^c_{ij(n)}K1_u\,\frac{\Delta time}{2}$$

$$\rho^c_{ij(K2)} = \rho^c_{ij(n)} + \Delta\rho^c_{ij(K2)}$$

$$S^c_{ij(K2)} = \sigma'_{ij(K2)} - \rho^c_{ij(K2)}$$

$$S^c_{u(K2)} = \left(S^c_{ij(K2)}S^c_{ij(K2)}\right)^{1/2}$$

Производится проверка $S^c_{u(K2)} \ge C_c\left(\chi_{c(K2)}\right)$, если не выполняется, то переходим на п.9.1.7 ($K2 = K3 = K4 =0$), если выполняется, то:

Если $\chi_{c(n)} \le \chi_{c1}$, то: $\lambda_c = \lambda^0_c\left(1 - \frac{\chi_{c(K2)}}{\chi_{c1}}\right) + \lambda^1_c\,\frac{\chi_{c(K2)}}{\chi_{c1}}$, иначе $\lambda_c = \lambda^{(1)}_c$

$$K2_{ij} = \lambda_c\left(\frac{S^c_{u(K2)} - C_c\left(\chi_{c(K2)}\right)}{S^c_{u(K2)}}\right)S^c_{ij(K2)}$$

9.1.3 Определяется параметр $K3$ для третьего шага метода Рунге-Кутта с учетом коррекции девиатора напряжений σ'_{ij} :

$$e^c_{ij(K3)} = e^c_{ij(n)} + K2_{ij}\,\frac{\Delta time}{2}$$

$$K2_u = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(K2_{ij}K2_{ij}\right)^{1/2}$$

$$\chi_{c(K3)} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(e^{c}_{ij(K3)}e^{c}_{ij(K3)}\right)$$

$$G^{*} = G(T_{(n)}) + \frac{\Delta G}{2}$$

$$\sigma'_{ij(K3)} = 2G^{*}\left(e'_{ij(n+1)} - e^{p}_{ij(n)} - e^{c}_{ij(K3)}\right)$$

$$\Delta\rho^{c}_{ij(K3)} = g^{c}_{1}\left(K2_{ij}\,\frac{\Delta time}{2}\right) - g^{c}_{2}\rho^{c}_{ij(n)}K2_{u}\,\frac{\Delta time}{2}$$

$$\rho^{c}_{ij(K3)} = \rho^{c}_{ij(n)} + \Delta\rho^{c}_{ij(K3)}$$

$$S^{c}_{ij(K3)} = \sigma'_{ij(K3)} - \rho^{c}_{ij(K3)}$$

$$S^{c}_{u(K3)} = \left(S^{c}_{ij(K3)}S^{c}_{ij(K3)}\right)^{1/2}$$

Производится проверка $S^{c}_{u(K3)} \geq C_{c}\left(\chi_{c(K3)}\right)$, если не выполняется, то переходим на п.9.1.7 ($K3 = K4 = 0$), если выполняется, то:

Если $\chi_{c(n)} \leq \chi_{c1}$, то: $\lambda_{c} = \lambda^{0}_{c}\left(1 - \frac{\chi_{c(K3)}}{\chi_{c1}}\right) + \lambda^{1}_{c}\,\frac{\chi_{c(K3)}}{\chi_{c1}}$, иначе $\lambda_{c} = \lambda^{(1)}_{c}$

$$K3_{ij} = \lambda_{c}\left(\frac{S^{c}_{u(K3)} - C_{c}\left(\chi_{c(K3)}\right)}{S^{c}_{u(K3)}}\right)S^{c}_{ij(K3)}$$

9.1.4 Определяется параметр $K4$ для четвертого шага метода Рунге-Кутта с учетом коррекции девиатора напряжений σ'_{ij} :

$$e^{c}_{ij(K4)} = e^{c}_{ij(n)} + K3_{ij}\cdot\Delta time$$

$$K3_{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(K3_{ij}K3_{ij}\right)^{1/2}$$

$$\chi_{c(K4)} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(e^{c}_{ij(K4)}e^{c}_{ij(K4)}\right)$$

$$G^{*} = G(T_{(n)}) + \Delta G$$

$$\sigma'_{ij(K4)} = 2G^*\left(e'_{ij(n+1)} - e^p_{ij(n)} - e^c_{ij(K4)}\right)$$

$$\Delta\rho^c_{ij(K4)} = g^c_1\left(K3_{ij}\,\frac{\Delta time}{2}\right) - g^c_2\rho^c_{ij(n)}K3_u\,\frac{\Delta time}{2}$$

$$\rho^c_{ij(K4)} = \rho^c_{ij(n)} + \Delta\rho^c_{ij(K4)}$$

$$S^c_{ij(K4)} = \sigma'_{ij(K4)} - \rho^c_{ij(K4)}$$

$$S^c_{u(K4)} = \left(S^c_{ij(K4)}S^c_{ij(K4)}\right)^{1/2}$$

Производится проверка $S^c_{u(K4)} \geq C_c\left(\chi_{c(K4)}\right)$, если не выполняется, то переходим на п.9.1.7($K4$ =0), если выполняется, то:

Если $\chi_{c(n)} \leq \chi_{c1}$, то: $\lambda_c = \lambda^0_c\left(1 - \frac{\chi_{c(K4)}}{\chi_{c1}}\right) + \lambda^1_c\,\frac{\chi_{c(K4)}}{\chi_{c1}}$, иначе $\lambda_c = \lambda^{(1)}_c$

$$K4_{ij} = \lambda_c\left(\frac{S^c_{u(K4)} - C_c\left(\chi_{c(K4)}\right)}{S^c_{u(K4)}}\right)S^c_{ij(K4)}$$

9.1.5 Производится вычисление приращений компонент тензора деформации ползучести Δe^c_{ij} и длины пути деформации при ползучести:

$$\Delta e^c_{ij} = \frac{\Delta time}{6}\left(K1_{ij} + 2\cdot K2_{ij} + 2\cdot K3_{ij} + K4_{ij}\right)$$

$$\Delta\chi_c = \left(\Delta e^c_{ij(n+1)}\Delta e^c_{ij(n+1)}\right)^{1/2}$$

9.1.6 Производится вычисление компонент тензора деформации ползучести $e^c_{ij(n+1)}$ и длины пути деформации при ползучести:

$$e^c_{ij(n+1)} = e^c_{ij(n)} + \Delta e^c_{ij}$$

$$\chi_{c(n+1)} = \chi_{c(n)} + \Delta\chi_c$$

9.1.7 Определяются приращения координат центра эквипотенциальной поверхности скорости ползучести $\rho^c_{ij(n+1)}$:

$$\Delta\rho^c_{ij} = g^c_1 \Delta e^c_{ij} - g^c_2 \rho^c_{ij(n)} \Delta\chi_c$$

$$\rho^c_{ij(n+1)} = \rho^c_{ij(n)} + \Delta\rho^c_{ij}$$

9.2 если (*) не выполняется, то:

$$e^c_{ij(n+1)} = e^c_{ij(n)}$$

$$\rho^c_{ij(n+1)} = \rho^c_{ij(n)}$$

$$\chi_{c(n+1)} = \chi_{c(n)}$$

10. Вычисляется гидростатическая (шаровая) составляющая тензора напряжений $\sigma^*_{(n+1)}$:

$$\sigma^*_{(n+1)} = 3K(T_{(n+1)})[e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0)]$$

11. Определяются компоненты девиатора напряжений $\sigma'_{ij(n+1)}$:

$$\sigma'^{**}_{ij(n+1)} = 2G_{n+1}\left(e'_{ij(n+1)} - e^p_{ij(n)} - e^c_{ij(n+1)}\right)$$

12. Определяются компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij(n+1)}$:

$$\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma'^{**}_{ij(n+1)} + \sigma^*_{(n+1)} & при \quad i = j \\ \sigma'^{**}_{ij(n+1)} & при \quad i \neq j \end{cases}$$

$$\sigma_{u(n+1)} = (\sigma'_{ij(n+1)}\sigma'_{ij(n+1)})^{1/2}$$

$$\sigma_{(n+1)} = \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{\sigma_{11(n+1)} + \sigma_{22(n+1)} + \sigma_{33(n+1)}}{3}$$

13. Вычисляется параметр $\beta_{(n)}$:

$$\beta_{(n)} = \frac{\sigma_{(n+1)}}{\sigma_{u(n+1)}}$$

14. Вычисляется функция $f_1(\beta)_{(n+1)}$:

$$f_1(\beta)_{(n+1)} = \exp(k\beta_{(n+1)})$$

15. Вычисляется рассеянная энергия W_c^*:

$$\Delta W_c = \left| \frac{\rho_{ij(n)}^c + \rho_{ij(n+1)}^c}{2} \Delta e_{ij(n+1)}^c \right|$$

$$W_c^* = W_{c(n+1)} + \Delta W_c$$

16 Определяется величина рассеянной энергии $W_{c(n)}$:

16.1 Если $W_c^* > W_{c(n+1)}^a$, то $W_{c(n+1)}$ определяется как:

$$W_{c(n+1)} = W_{c(n+1)}^f \frac{\left(W_c^* - W_{c(n)}^a\right)}{\left(W_{c(n)}^f - W_{c(n)}^a\right)} + W_{c(n+1)}^a \frac{\left(W_{c(n)}^f - W_c^*\right)}{\left(W_{c(n)}^f - W_{c(n)}^a\right)}$$

16.2 Если $W_c^* < W_{c(n+1)}^a$, то $W_{c(n+1)} = W_c^*$.

17. Вычисляется функция $f_2(\omega_{(n+1)})$:

$$f_2\left(\omega_{(n+1)}\right) = \begin{cases} 0, & W_{c(n+1)} \le W_{c(n+1)}^a \\ c \cdot \omega_{(n)}^{-1/3}\left(1 - \omega_{(n)}\right)^{-2/3}, & W_{c(n+1)} > W_{c(n+1)}^a \end{cases}$$

где c - константа интегрирования ($c \cong 0{,}806$)

18. Вычисляется функция $f_3(W_{c(n+1)})$:

$$f_3(W_{c(n+1)}) = \frac{W_{c(n+1)} - W_{c(n+1)}^a}{W_{c(n+1)}^f - W_{c(n+1)}^a}$$

19. Вычисляется функция $f_4(\Delta W_{c(n+1)})$:

$$f_4(\Delta W_{c(n+1)}) = \Delta W_c / (W_{c(n+1)}^f - W_{c(n+1)}^a)$$

20. Определяется накопленная поврежденность:

$$\Delta\omega_c = f_1\left(\beta_{(n+1)}\right) f_2\left(\omega_{(n+1)}\right) f_3\left(W_{c(n+1)}\right) f_4\left(\Delta W_c\right)$$

$$\omega_{c(n+1)} = \omega_{c(n)} + \Delta\omega_c$$

$$\Delta\omega = H\left(\frac{W_{pa(n+1)}}{W_{p(n+1)}} - 1\right)\cdot\Delta\omega_p + \Delta\omega_c$$

$$\omega_{(n+1)} = \omega_{(n)} + \Delta\omega$$

21. Производится проверка критерия прочности:

21.1 Если $\omega_{(n+1)} - \omega_f \geq 0$, то окончание расчёта (образование макротрещины);

21.2 Если $\omega_{(n+1)} - \omega_f < 0$, то определяются эффективные модули упругости и напряжения (с учетом влияния поврежденности):

$$\tilde{G}_n = G_n\left(1-\omega_{(n)}\right)\left[1 - \frac{\left(6K_n + 12G_n\right)}{(9K_n + 8G_n)}\omega_{(n)}\right]$$

$$\tilde{K}_n = 4G_nK_n\left(1-\omega_{(n)}\right)/\left(4G_n + 3K_n\omega_{(n)}\right)$$

$$\sigma'_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}}\sigma'^{**}_{ij(n+1)}$$

$$\sigma_{(n+1)} = \frac{K_{(n)}}{\tilde{K}_{(n)}}\sigma^{*}_{(n+1)}$$

$$\rho^{c}_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}}\rho^{*}_{ij(n+1)}$$

22. Вычисляется приращение координат центра поверхности текучести за счёт изменения температуры

$$\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)};\ \Delta T >= \begin{cases} \Delta T & при \quad \Delta T > 0 \\ 0 & при \quad \Delta T \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta\rho^{T}_{ij} = -g^{p}_{3}\rho_{ij(n)} < \Delta T >;$$

$$g^{p}_{3} = \begin{cases} g^{p}_{3} & при \quad \Delta T > 0 \\ 0 & при \quad \Delta T \leq 0 \end{cases}; \qquad < \Delta T >= \begin{cases} \Delta T & при \quad \Delta T > 0 \\ 0 & при \quad \Delta T \leq 0 \end{cases}$$

23. Модуль изменения кинематического упрочнения за счет влияния температуры определяется как:

$$g^{p}_{3} = \left(\frac{\Delta g^{p}_{1}}{g^{p}_{1}(T_{(n+1)})} - \frac{\Delta g^{p}_{2}}{g^{p}_{2}(T_{(n+1)})}\right)\frac{1}{< \Delta T >};< \begin{matrix} при & \Delta T > 0 \\ при & \Delta T \leq 0 \end{matrix}$$

$$\Delta g^{p}_{1} = g^{p}_{1}(T_{(n+1)}) - g^{p}_{1}(T_{(n)}),\ \Delta g^{p}_{2} = g^{p}_{2}(T_{(n+1)}) - g^{p}_{2}(T_{(n)}).$$

24. Вычисляется тензор догрузки $\Delta\sigma'^{*}_{ij}$ и тензор активных напряжений S^{*}_{ij}:

$$\Delta\sigma'^{*}_{ij} = 2G_{(n+1)}(T_{(n+1)})\left(\Delta e'_{ij} - \Delta e^{c}_{ij(n+1)}\right) + \frac{\Delta G}{G(T_{(n+1)})}\sigma'_{ij(n)};$$

$$\Delta G = G(T_{(n+1)}) - G(T_{(n)});$$

$$S^{*}_{ij} = \sigma'_{ij(n)} + \Delta\sigma'^{*}_{ij} - \rho^{*}_{ij};$$

$$\rho^{*}_{ij} = \rho^{p}_{ij(n)} + \Delta\rho^{T}_{ij} .$$

25. Вычисляется изменение радиуса поверхности текучести за счёт влияния температуры:

$$C^{*}_{p(n)} = C_{p(n)} + q_3(\chi^{mon}_{p(n)}, T_{(n+1)})\Delta T .$$

26. Принимается H(F$_{\rho}$)=1

27. Вычисляется разница DA между интенсивностью активных напряжений S^{*} и текущем радиусом поверхности текучести $C^{*}_{p(n)}$:

$$DA = S^{*} - C^{*}_{p(n)};$$

$$S^{*} = (S^{*}_{ij}S^{*}_{ij})^{1/2} = (S^{*}_{11}S^{*}_{11} + S^{*}_{22}S^{*}_{22} + S^{*}_{33}S^{*}_{33} + 2S^{*}_{12}S^{*}_{12} + 2S^{*}_{23}S^{*}_{23} + 2S^{*}_{13}S^{*}_{13})^{1/2} .$$

28. Производится проверка условия текучести

$$DA \begin{Bmatrix} \le \\ > \end{Bmatrix} \varepsilon .$$

29. Если $DA \le \varepsilon$, то осуществляется переход на пункт 31 алгоритма, так как поведение материала упругое.

30. Если $DA > \varepsilon$, то осуществляется переход на пункт 30 алгоритма, так как поведение материала упругопластическое.

30.2 Если $\left|\rho_{\max(n)}\right| \le \varepsilon$, то H(Fρ)=1

30.3 Вычисляются значения операторов $H(F_{\rho})$ и $\Gamma(F_{\rho})$:

30.3.1 Если $\left|\rho_{\max(n)}\right| \ne 0$ вычисляется вектор (b_{ij})

$$b_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} g_1 \frac{S_{ij}^*}{S^*} - g_2 \rho_{ij(n)}, \; S^* = \left(S_{ij}^* S_{ij}^*\right)^{1/2};$$

30.3.2 Вычисляется скалярное произведение α_ρ

$$\alpha_\rho = \rho_{ij(n)}^{\max} b_{ij} = \rho_{11(n)}^{\max} b_{11} + \rho_{22(n)}^{\max} b_{22} + \rho_{33(n)}^{\max} b_{33} + 2\rho_{12(n)}^{\max} b_{12} + 2\rho_{23(n)}^{\max} b_{23} + 2\rho_{13(n)}^{\max} b_{13};$$

$$F_p = (\rho_{ij(n)} \rho_{ij(n)})^{1/2} - \rho_{\max(n)};$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1 & при \quad F_\rho \ge 0{,}1 \quad и \quad \alpha_\rho > -0{,}1 \\ 0 & при \quad F_\rho < -0{,}1 \quad или \quad \alpha_\rho \le 0{,}1 \end{cases}, \; \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p).$$

30.4 Вычисляется модуль изотропного упрочнения q^* на данном временном шаге нагружения:

$$q^* = \bar{q}_\chi H(F_\rho) + a(\bar{Q}_S - C_{p(n)}) \Gamma(F_\rho),$$

$$n_{ij}^e = \frac{\Delta e'_{ij}}{(\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}}, \; n_{ij}^{S^*} = \frac{S_{ij}^*}{(S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2}}, \; \cos^2\theta = (n_{ij}^e n_{ij}^{S^*}), \; A_D = 1 - \cos^2\theta,$$

$$\bar{q}_\chi = \frac{q_2 A_D + (1 - A_D) q_1}{A_D + (1 - A_D)}, \; \bar{Q}_S = \frac{Q_2 A_D + (1 - A_D) Q_1}{A_D + (1 - A_D)}$$

30.5 Вычисляется проекция θ вектора $\rho_{ij(n)}^p$ на вектор S_{ij}^*

$$\theta_\rho = \frac{\rho_{ij(n)} S_{ij}^*}{S^*} = \frac{\rho_{11(n)}^p S_{11}^* + \rho_{22(n)}^p S_{22}^* + \rho_{33(n)}^p S_{33}^* + 2\rho_{12(n)}^p S_{12}^* + 2\rho_{23(n)}^p S_{23}^* + 2\rho_{13(n)}^p S_{13}^*}{S^*}.$$

30.6 Определяется значение $(\lambda C_p)_{(n+1)}$ в конце временного шага $t_{(n+1)}$

$$(\lambda C_p)_{(n+1)} = \frac{DA}{2G + g_1 - \sqrt{\frac{2}{3}} g_2 \theta_\rho + \sqrt{\frac{2}{3}} q^*}.$$

Текущие значения величин G, g_1, g_2 выбираются для температуры $T_{(n+1)}$.

30.7 Определяется приращение длины пути пластического деформирования

$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{2}{3}} (\lambda C_p)_{(n+1)}, \; \Delta C_p = q^* \Delta\chi, \; C_{p(n+1)} = C_{p(n)}^* + \Delta C_p.$$

30.8 Определяются тензор приращений пластических деформаций Δe_{ij}^p

$$\Delta e_{ij}^{p} = (\lambda C_p)_{(n+1)} \cdot \frac{S_{ij}^{*}}{S^{*}}.$$

30.9 Определяется тензор приращений координат центра поверхности текучести $\Delta\rho_{ij}^{p}$:

$$\Delta\rho_{ij}^{(1)} = g_1^{p}\Delta e_{ij}^{p},$$

$$\Delta\rho_{ij}^{p(2)} = -g_2^{p}\rho_{ij(n)}^{p}\Delta\chi,$$

$$\Delta\rho_{ij}^{p} = \Delta\rho_{ij}^{p(1)} + \Delta\rho_{ij}^{p(2)}.$$

30.10 Вычисляются координаты центра поверхности текучести $\rho_{ij(n+1)}^{p}$ и параметр состояния ρ^{p*}:

$$\rho_{ij(n+1)}^{p} = \rho_{ij(n+1)}^{p} + \Delta\rho_{ij}^{p}.$$

$$\rho_{(n)}^{p*} = \left(\rho_{ij(n)}^{p}, \Delta\rho_{ij(n)}^{p}\right)^{1/2}$$

$$\rho_{(n+1)}^{p*} = \left(\rho_{ij(n+1)}^{p}, \Delta\rho_{ij(n+!)}^{p}\right)^{1/2}$$

30.11 Если *H(Fρ)=1* и *Г(Fρ)=0*, то:

30.11.1 $\rho_{\max(n)} > \varepsilon$, то:

$$\Delta\rho_{\max}^{деф} = \frac{\rho_{ij(n)}^{p}\Delta\rho_{ij(n)}^{p}}{\rho_{(n)}^{p*}}$$

$$\rho_{\max} = \Delta\rho_{\max}^{деф} + g_3^{p}\rho_{\max(n)}\langle\Delta T\rangle$$

$$\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + \Delta\rho_{\max}$$

30.11.2 $\rho_{\max(n)} \le \varepsilon$, то:

$$\Delta\rho_{\max}^{деф} = \left(\rho_{ij(n)}^{p}\Delta\rho_{ij(n)}^{p}\right)^{1/2}$$

$$\rho_{\max} = \Delta\rho_{\max}^{деф} + g_3^{p}\rho_{\max(n)}\langle\Delta T\rangle$$

$$\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + \Delta\rho_{\max}$$

30.12 Если *H(Fρ)=0* и *Г(Fρ)=1*, то:

30.12.1 $\Delta\rho^{p}_{ij(n)}\rho^{p}_{ij(n)} > 0$, то:

Знак1 = 1

30.12.2 $\Delta\rho^{p}_{ij(n)}\rho^{p}_{ij(n)} < 0$, то:

Знак2 = -1

30.12.3 $\Delta\rho^{p}_{ij(n)}\rho^{p}_{ij(n+1)} > 0$, то:

Знак1 = 1

30.12.4 $\Delta\rho^{p}_{ij(n)}\rho^{p}_{ij(n+1)} < 0$, то:

Знак2= -1

30.13 Если знак$_1$=1 и знак$_2$= -1, то:

Если $\rho^{p*}_{(n+1)} \le 1, \quad то \quad \Delta\rho^{деф}_{\max} = 0$;

Если $\rho^{p*}_{(n+1)} > 1 \quad и \quad \left|\rho_{\max(n)} - \rho^{p*}_{(n+1)}\right| \le 1, \quad то \quad \Delta\rho^{деф}_{\max} = 0$;

Если $\rho^{p*}_{(n+1)} > 1 \quad и \quad \left|\rho_{\max(n)} - \rho^{p*}_{(n+1)}\right| > 1, \quad то \quad \Delta\rho^{деф}_{\max} = -\dfrac{\rho_{\max(n)} - \rho^{p*}_{(n+1)}}{3}$;

$$\rho_{\max} = \Delta\rho^{деф}_{\max} + g^{p}_{3}\rho_{\max(n)}\langle\Delta T\rangle$$

$$\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + \Delta\rho_{\max}$$

30.14 Если знак$_1$= -1 и знак$_2$= 1, то:

$$\Delta\rho^{деф}_{\max} = 0$$

$$\rho_{\max} = \Delta\rho^{деф}_{\max} + g^{p}_{3}\rho_{\max(n)}\langle\Delta T\rangle$$

$$\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + \Delta\rho_{\max}$$

30.15 $\sigma'_{ij(n+1)} = \rho^{p}_{(n+1)} + C_{p(n+1)} \cdot \dfrac{S^{*}_{ij}}{S^{*}}$

30.16 $e^{p}_{ij(n+1)} = e'_{ij(n+1)} - \dfrac{\sigma'_{ij(n+1)}}{2 \cdot G_{(n+1)}} - e^{c}_{ij(n+1)}$

30.17 $\Delta e^{p}_{ij} = e^{p}_{ij(n+1)} - e^{p}_{ij(n)}$

30.18 $\Delta\chi_p = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(e^p_{ij(n)}, e^p_{ij(n)}\right)^{1/2}$

30.19 $\sigma_{(n+1)} = 3 \cdot K_{(n+1)} \cdot \left(e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)} \cdot \left(T_{(n+1)} - T_0\right)\right)$

30.20 $\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma'_{ij(n+1)} + \sigma_{(n+1)} & при \quad i = j \\ \sigma'_{ij(n+1)} & при \quad i \neq j \end{cases}$

30.21 $\chi_{p(n+1)} = \chi_{p(n)} + \chi_p$

30.22 $\chi^{mon}_{p(n+1)} = \chi^{mon}_{p(n)} + \Delta\chi_p \cdot H(F_p)$

30.23 $\Delta W_p = \left| \frac{\rho^p_{ij(n)} + \rho^p_{ij(n+1)}, \Delta e^p_{ij}}{2} \right|$

30.24 $e'^{*}_{(n)} = \left(e'_{ij(n)}, e'_{ij(n)}\right)^{1/2}$

30.25 $\sigma_{u(n+1)} = \left(\sigma'_{ij(n+1)} \cdot \sigma'_{ij(n+1)}\right)^{1/2}$

30.26 $e^p_{u(n+1)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(e^p_{ij(n+1)} \cdot e^p_{ij(n+1)}\right)^{1/2}$

30.27 Вычисляется рассеянная энергия $W_{p(n+1)}$:

$$W_{p(n+1)} = W_{p(n)} + \Delta W_p$$

30.28 Если $W_{p(n+1)} > W^a_{p(n+1)}$, то $W_{p(n+1)}$ определяется как:

$$W_{p(n+1)} = W^f_p \frac{\left(W_{p(n+1)} - W^a_{p(n)}\right)}{\left(W^f_{p(n)} - W^a_{p(n)}\right)} + W^a_{p(n+1)} \frac{\left(W^f_{p(n)} - W_{p(n+1)}\right)}{\left(W^f_{p(n)} - W^a_{p(n)}\right)}$$

30.29 Вычисляется параметр $\beta_{(n)}$:

$$\beta_{(n+1)} = \frac{\sigma_{(n+1)}}{\sigma_{u(n+1)}}$$

30.30 Вычисляется функция $f_1(\beta)_{(n+1)}$:

$$f_1(\beta)_{n+1} = \exp(k\beta_{(n+1)})$$

30.31Вычисляется функция $f_2(\omega)$:

$$f_2\left(\omega_{(n+1)}\right)=\begin{cases}0, & W_{p(n+1)}\le W_p^a\\ c\cdot\omega_{(n)}^{-1/3}\left(1-\omega_{(n)}\right)^{-2/3}, & W_{p(n+1)}>W_{p(n+1)}^a\end{cases}$$

где c - константа интегрирования ($c\cong 0{,}806$).

30.32 Вычисляется функция $f_3(W_p)$:

$$f_3(W_p)=\frac{W_{p(n+1)}-W_{p(n+1)}^a}{W_{p(n)}^f-W_{p(n+1)}^a}$$

30.33 Вычисляется функция $f_4(\Delta W_p)$:

$$f_4(\Delta W_p)=\Delta W_p/(W_{p(n+1)}^f-W_{p(n+1)}^a)$$

30.34 Определяется накопленная поврежденность:

$$\Delta\omega_p=f_1(\beta)f_2(\omega)f_3(W_p)f_4(\Delta W_p)$$

$$\omega_{p(n+1)}=\omega_{p(n)}+\Delta\omega_p$$

$$\Delta\omega=H\left(\frac{W_{pa(n+1)}}{W_{p(n+1)}}-1\right)\cdot\Delta\omega_p+\Delta\omega_c$$

$$\omega_{(n+1)}=\omega_{(n)}+\Delta\omega$$

30.35 Производится проверка критерия прочности:

30.35.1 Если $\omega_{(n+1)}-\omega_f\ge 0$, то окончание расчёта (образование макротрещины);

30.35.2 Если $\omega_{(n+1)}-\omega_f<0$, то определяются эффективные модули упругости и напряжения (с учетом влияния поврежденности):

$$\tilde{G}_n=G_n\left(1-\omega_{(n)}\right)\left[1-\frac{(6K_n+12G_n)}{(9K_n+8G_n)}\omega_{(n)}\right]$$

$$\tilde{K}_n=4G_nK_n\left(1-\omega_{(n)}\right)/\left(4G_n+3K_n\omega_{(n)}\right)$$

$$\sigma'_{ij(n+1)}=\frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}}\sigma'^{**}_{ij(n+1)}$$

$$\sigma_{(n+1)}=\frac{K_{(n)}}{\tilde{K}_{(n)}}\sigma^*_{(n+1)}$$

$$\rho_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\widetilde{G}_{(n)}} \rho^*_{ij(n+1)}$$

31. Если $DA \le \varepsilon$, то:

31.1 $\sigma_{(n+1)} = 3 \cdot K_{(n+1)} \cdot \left(e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)} \cdot \left(T_{(n+1)} - T_0\right)\right)$

31.2 $\rho^p_{ij(n+1)} = \rho^p_{ij(n)} + g^p_3 \rho^p_{ij(n)} \langle \Delta T \rangle$

31.3 $e^p_{ij(n+1)} = e^p_{ij(n)}$

31.4 $e^p_{ij} = 0$

31.5 $\Delta\rho^p_{ij(n)} = g^p_3 \rho^p_{ij(n)} \langle \Delta T \rangle$

31.6 $d = \left(\sigma'^*_{ij} - \rho^p_{ij(n)}, \sigma'^*_{ij} - \rho^p_{ij(n)}\right)^{1/2} - \Delta C_{p(n)}$

31.7 $\chi_{(n+1)} = \chi_{(n)}$

31.8 $\chi^{mon}_{p(n+1)} = \chi^{mon}_{p(n)}$

31.9 $C_{p(n+1)} = C_{p(n)} - q_{3(n+1,n)} \cdot \Delta T$

31.10 $\chi_p = 0$

31.11 $\rho_{\max(n+1)} = \rho_{\max(n)} + g^p_3 \rho_{\max(n)} \langle \Delta T \rangle$

31.12 $\Delta C_p = q_{3(n+1,n)} \cdot \Delta T$

31.13 $d = \left(\sigma'^*_{ij} - \rho^p_{ij(n)}, \sigma'^*_{ij} - \rho^p_{ij(n)}\right)^{1/2} - \Delta C_{p(n)}$

31.13.1 Если $d \ge \varepsilon$, то: $\sigma'_{ij(n+1)} = \rho_{ij(n)} + S^*_{ij} \cdot \dfrac{C_{p(n)}}{S^*}$

31.13.2 Если $d < -\varepsilon$, то: $\sigma'_{ij(n+1)} = \sigma'_{ij}$

31.14 $\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma'_{ij(n+1)} + \sigma_{(n+1)} & при \quad i = j \\ \sigma'_{ij(n+1)} & при \quad i \ne j \end{cases}$

31.15 $\sigma_{u(n+1)} = \left(\sigma'_{ij(n+1)} \cdot \sigma'_{ij(n+1)}\right)^{1/2}$

31.16 $e^p_{u(n+1)} = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \left(e^p_{ij(n+1)} \cdot e^p_{ij(n+1)}\right)^{1/2}$

3.3 Описание программного средства «Expmodel»

При проектировании и продлении сроков службы инженерных объектов ресурсные характеристики обосновываются на базе решения задач кинетики напряженно-деформированного состояния в упругой постановке и суммировании повреждений, основанном на гипотезе аддитивности повреждающих факторов от процессов деформирования. Однако, данный подход не позволяет учитывать реальную зависимость ресурсных характеристик инженерных объектов от проектной или эксплуатационной истории нагружения [65], что может привести к недостоверным и неконсервативным оценкам при решении задач прочности.

В настоящее время разработанные математические модели механики поврежденной среды и механики разрушения с достаточной для инженерных задач степенью достоверности позволяют моделировать процессы деформирования, деградации конструкционных материалов и их разрушения. Для практического использования современных математических моделей процессов деформирования и разрушения наиболее нагруженных зон узлов и агрегатов инженерных объектов необходимо с использованием данных моделей разрабатывать новые и дополнять ими имеющиеся программные комплексы расчетов на прочность с учетом упруговязкопластического поведения конструкционных материалов и нелинейной, зависящей от фактической истории температурного и механического нагружения кинетики накопления повреждений.

На базе математической модели приведенной в главе 2 в НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского разработан программный комплекс Expmodel, который позволяет проводить оценку ресурсных характеристик конструкционных материалов при задании произвольной истории нагружения элементарного объема: для «мягкого» нагружения при котором история нагружения представляется в виде зависимости $\sigma_{ij}(t)$, для «жесткого» – в виде зависимости $e_{ij}(t)$.

В программном комплексе Expmodel расчетный анализ кинетики напряженно-деформированного состояния для элементарного объема выполняется в упруговязкопластической постановке для случаев одноосного, плосконапряженного и объемного видов нагружения с учетом степени накопления повреждений в конструкционном материале. Для проведения расчета ресурсных характеристик при ползучести материала на первом этапе необходимо получить решение краевой задачи в аттестованном программном средстве, основанном на методе конечных элементов (например Ansys, Marc, Abaqus и др.). Полученная история изменения компонент тензора напряжений $\sigma_{ij}(t)$ или деформаций $e_{ij}(t)$ и температуры $T(t)$ от времени загружается в виде истории нагружения элементарного объема для проведения расчетных оценок ресурсных характеристик материала в программном комплексе Expmodel.

Программный комплекс Expmodel учитывает следующие эффекты упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений:

– температурную зависимость физико-механических характеристик;

– учет зависимости кинетики накопления повреждений от жесткости (объемности) напряженного состояния;

– двухстадийность и нелинейность процесса накопления повреждений;

– нелинейное суммирование накопленных повреждений в зависимости от истории нагружения.

Программный комплекс позволяет выполнять препроцессорную обработку исходных данный и постпроцессорную обработку результатов численного моделирования. На рис. 3.2 представлено главное окно программного комплекса.

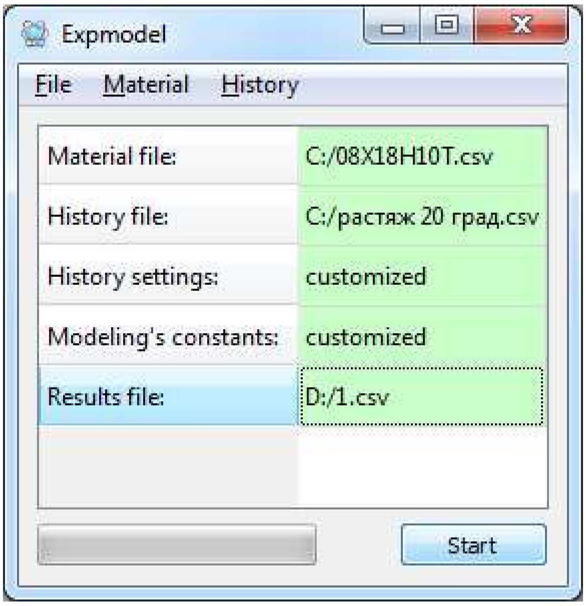


Рис. 3.1

Физико-механические характеристики, параметры математической модели и скалярные функции находятся в файле базы данных с расширением «.csv». База данных представлена в виде таблиц, которые можно открыть программным пакетом Excel, установленного в Microsoft Office. Структура файла базы данных позволяет его расширять за счет включения новых конструкционных материалов.

С использованием программного комплекса Expmodel было выполнено численное моделирование процессов стационарной и нестационарной ползучести при пропорциональном и непропорциональном нагружении для ряда конструкционных сталей. Полученные результаты использовались для оценки достоверности математической модели механики поврежденной среды (глава 2). Достоверность численных результатов моделирования проверялась путем сравнения с имеющимися опытными данными.

3.4 Численные исследования процессов ползучести конструкционных материалов при одноосном изотермическом нагружении

3.4.1 Численные исследования ползучести стали 12Х18Н9 при одноосном нагружении

Численный анализ процесса ползучести проведен для стали 12Х18Н9 в случае осевого растяжения при температуре 650 ^{0}С. Уровни действующего напряжения составляли σ_{11} = 200, 220 и 240 МПа. На рис. 3.3 приведены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (пунктирные линии) кривые ползучести для заданных условий нагружения. Экспериментальные кривые ползучести были получены в НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского под руководством проводимых исследований Д.А. Казаковым [40]. В таблице 3.1 приведены физико-механические характеристики и параметры математической модели механики поврежденной среды для описания процессов нестационарной ползучести стали 12Х18Н9 при температуре 650 ^{0}С.

Таблица 3.2

Физико-механические характеристики и параметры модели ползучести для стали 12Х18Н9

К, МПа	G, МПа	C_c^*, МПа	$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$	$\lambda_c^{(0)}$, 1/Мпа*час	$\lambda_c^{(1)}$ I, 1/Мпа*час	g_1^c, МПа	g_2^c	W_c^a, МДж/м^3	W_c^f, МДж/м^3
125000	57700	140	0.03	0,1	0.00007	0.00025	1100	150	10	100

На рис. 3.4–3.6 приведены расчетные зависимости до момента образования макротрещины следующих параметров состояния при ползучести конструкционного материала:

– зависимость эффективного растягивающего напряжения $\tilde{\sigma}_{11}$ от времени процесса ползучести t (рис. 3.4);

– зависимость эффективного радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести нулевого уровня $\tilde{C}_c^*$ от времени процесса ползучести t (рис. 3.5);

– кинетика накопленной поврежденности ω в зависимости от времени процесса ползучести t (рис. 3.6).

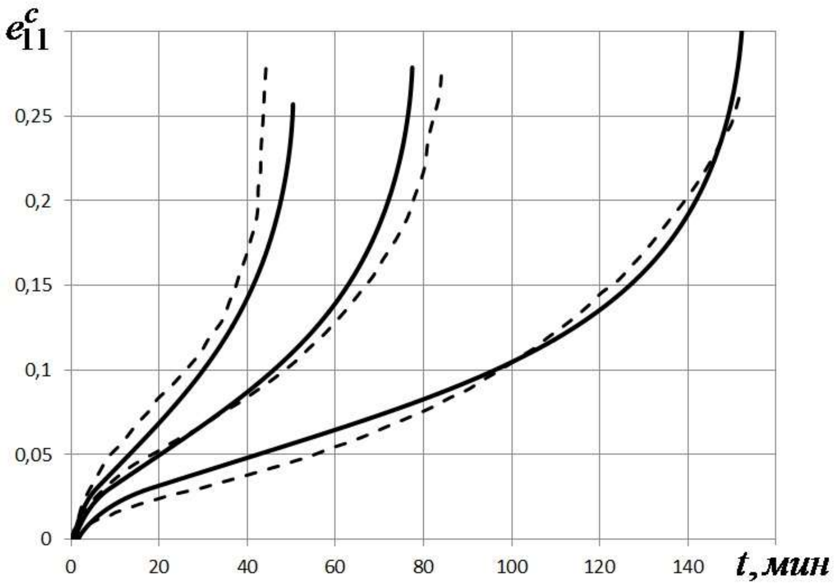


Рис. 3.2

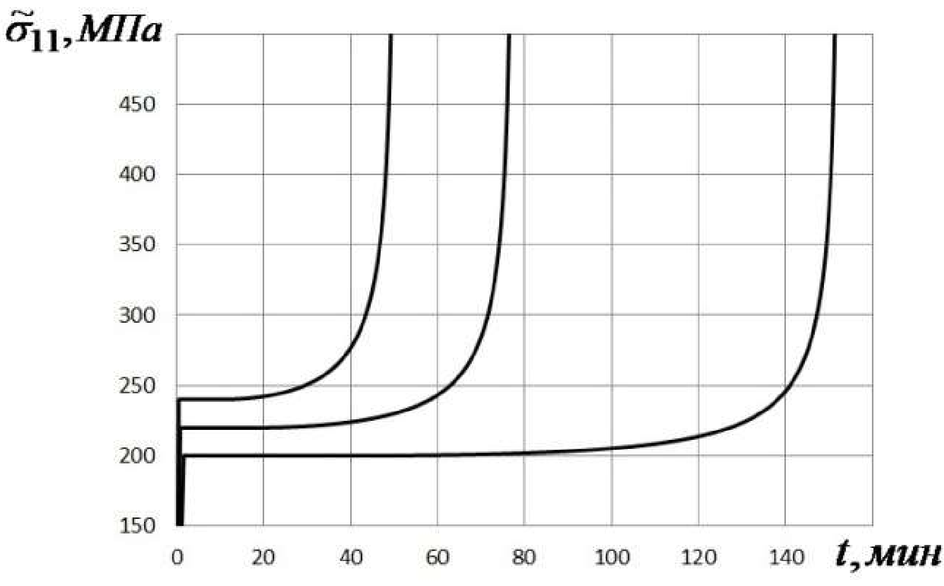


Рис. 3.3

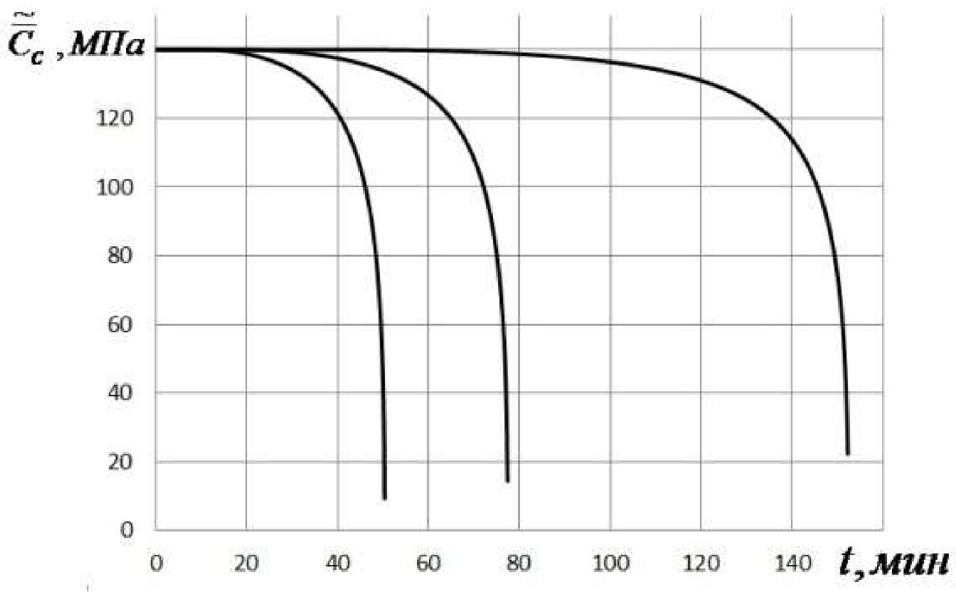


Рис. 3.4

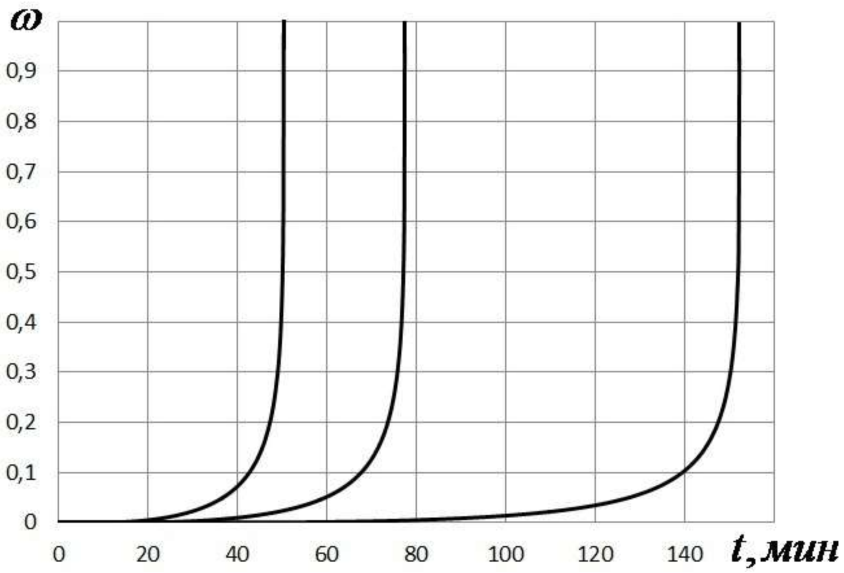


Рис. 3.5

Из анализа сравнения расчетных и опытных данных можно констатировать, что математическая модель нестационарной ползучести позволяет качественно и количественно описывать три стадии ползучести с приемлемой для инженерных задач степенью точности. Также модель количественно описывает длительную прочность (время до разрушения в зависимости от действующего напряжения) стали 12Х18Н9 при указанной температуре и уровнях действующих напряжений.

3.4.2 Численные исследования ползучести стали Х18Н10Т при одноосном нагружении

Численный анализ процесса ползучести проведен для стали Х18Н10Т в случае одноосного нагружения (растяжения) при температуре 850 ^{0}С. Уровни действующего напряжения составляли σ_{11} = 40, 50, 60 и 80 МПа. На рис. 3.9 приведено сравнение расчетных (сплошные линии) и экспериментальных (пунктирные линии) кривых ползучести для заданных условий нагружения. Экспериментальные кривые ползучести были получены в [48] В таблице 3.4 приведены физико-механические характеристики и параметры математической модели нестационарной ползучести для стали Х18Н10Т.

Таблица 3.3

Физико-механические характеристики и параметры математической модели ползучести для стали Х18Н10Т при температуре 850 ^{0}С

T, °C	K, МПа	G, МПа	$\overline{C}_c$, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, 1/МПа·час	$\lambda_c^{(1)}$, 1/МПа·час	g_1^c, МПа	g_2^c	W_c^f, МДж/м^3	W_c^a, МДж/м^3	α_c	$\chi_c^{(1)}$
850	62855	29010	17	0,00011	0,00011	19000	224	4.7	0.3	1	0.03

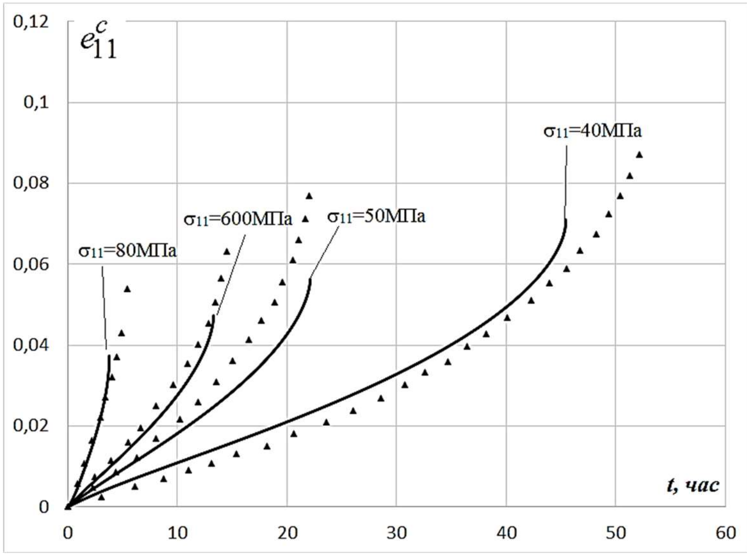


Рис. 3.6

Из сравнения численных и опытных данных можно сделать вывод, о их качественном и количественном соответствии. Также модель количественно описывает длительную прочность стали Х18Н10Т при указанной температуре испытаний и уровнях действующих напряжений.

На рис. 3.10 – 3.12 приведены следующие зависимости параметров состояния конструкционного материла при ползучести от времени процесса:

– эффективные значения координат центра семейства поверхностей эквипотенциальных скоростей ползучести $\tilde{\rho}_{11}^{c}$ от времени процесса t (рис. 3.10);

– величина рассеянной энергии при ползучести W_c от времени процесса t (рис. 3.11);

– кинетика накопления поврежденности ω от времени процесса t (рис. 3.12).

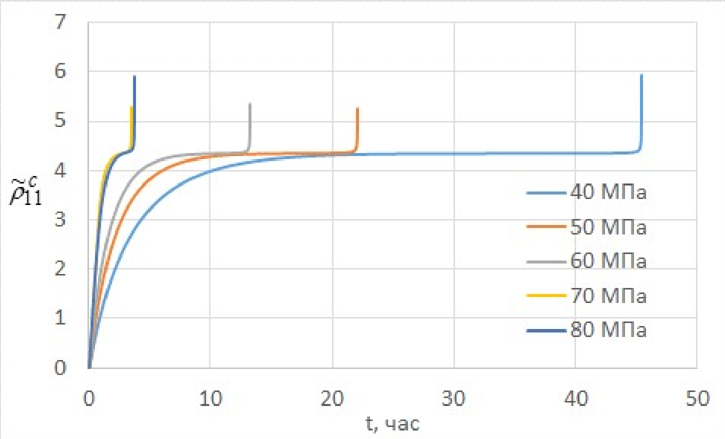


Рис. 3.7

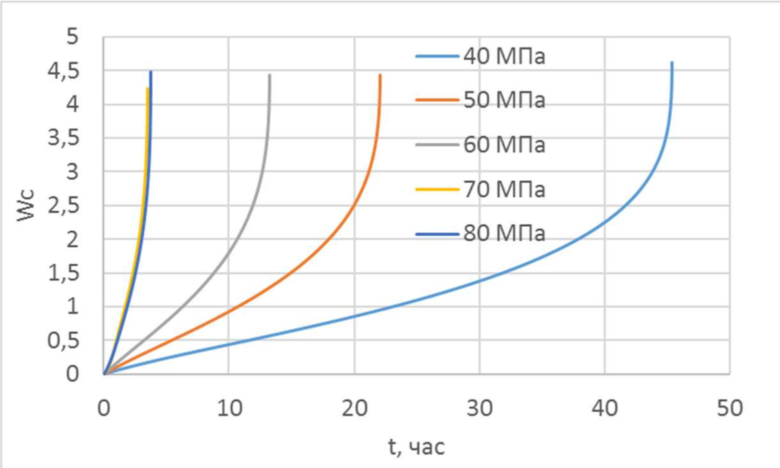


Рис. 3.8

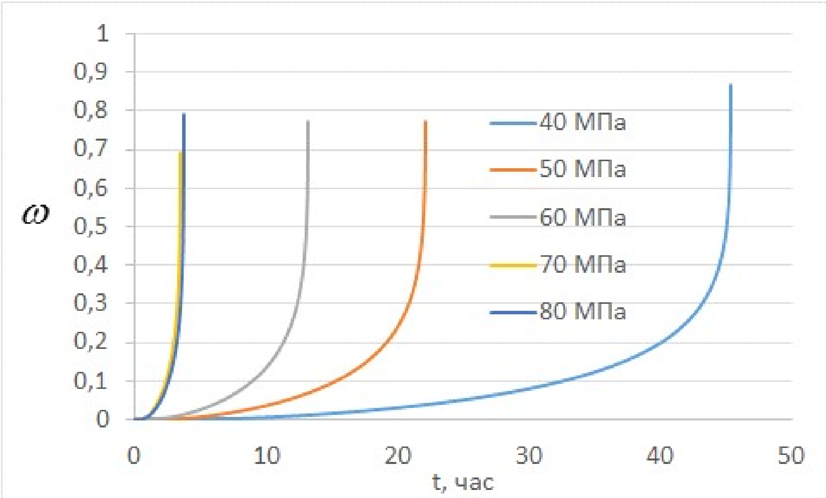


Рис. 3.9

В целом, анализируя полученные численные результаты при ползучести стали Х18Н10Т, можно отметить, что предложенная математическая модель качественно и количественно описывает основные эффекты наблюдаемые при нестационарной ползучести и деградацию начальных прочностных свойств материалов по механизму длительной прочности.

3.4.3 Численные исследования ползучести меди при одноосном нагружении

В работе [48] представлены результаты экспериментальных исследований ползучести и длительной прочности цилиндрических медных образцов при одноосном растяжении. Образцы имели рабочую длину l =50 мм. Уровни действующего напряжения составляли σ_{11} = 40, 50, 60 и 70 МПа. Исследование ползучести и длительной прочности проводилось при температуре 400 °С. Исследуемый материал при 400 °С обладает нелинейной зависимостью мгновенных деформаций от напряжений, а рабочий диапазон изменений напряжений σ_{11} = 40÷70 МПа находятся выше предела текучести.

Результатами испытаний являлись кривые ползучести в координатах ε^c_{11}~t. По результатам экспериментальных исследований были определены параметры математической модели ползучести для меди (Табл. 3.5).

Таблица 3.4

Физико-механические характеристики и параметры модели ползучести для меди при температуре 400 ^{0}С

Т, °С	$\overline{C}_c$, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, 1/МПа·час	$\lambda_c^{(1)}$, 1/МПа·час	g_1^c, МПа	g_2^c	W_c^f, МДж/м^3	W_c^a, МДж/м^3	$\chi_c^{(1)}$
400	14,7	0,000213	0,000213	2500	227,2	6,2	4,9	0,015

На рис. 3.14 представлено сравнение кривых ползучести полученных численным и экспериментальным путем. Здесь сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования, а пунктирной соответствующие экспериментальные результаты. Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных.

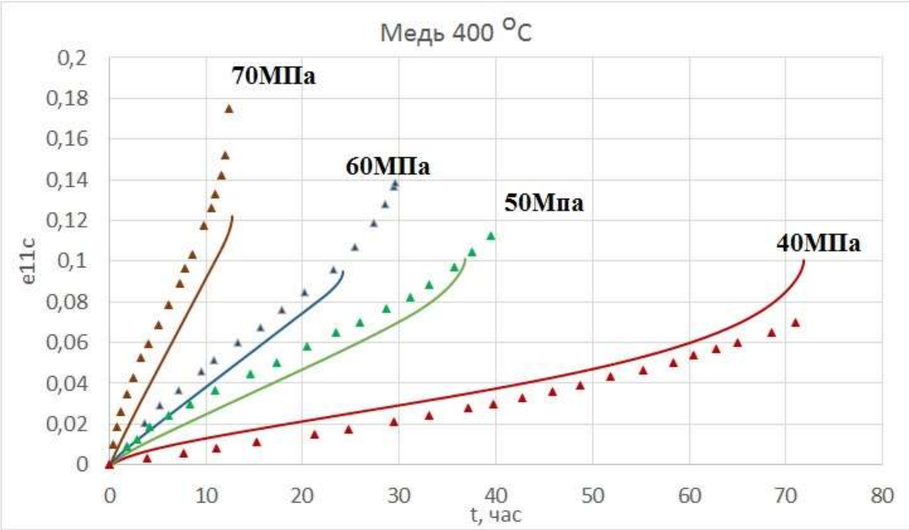


Рис. 3.10

На рис. 3.15 – 3.18 приведены следующие зависимости параметров состояния конструкционного материла при ползучести от времени процесса:

– эффективные значения координат центра семейства поверхностей эквипотенциальных скоростей ползучести $\tilde{\rho}_{11}^{c}$ от времени процесса t (рис. 3.15);

– зависимость эффективного радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести нулевого уровня $\tilde{C}_c^*$ от времени процесса ползучести t (рис. 3.16);

– величина рассеянной энергии при ползучести W_c от времени процесса t (рис. 3.17);

– кинетика накопления поврежденности ω от времени процесса t (рис. 3.18).

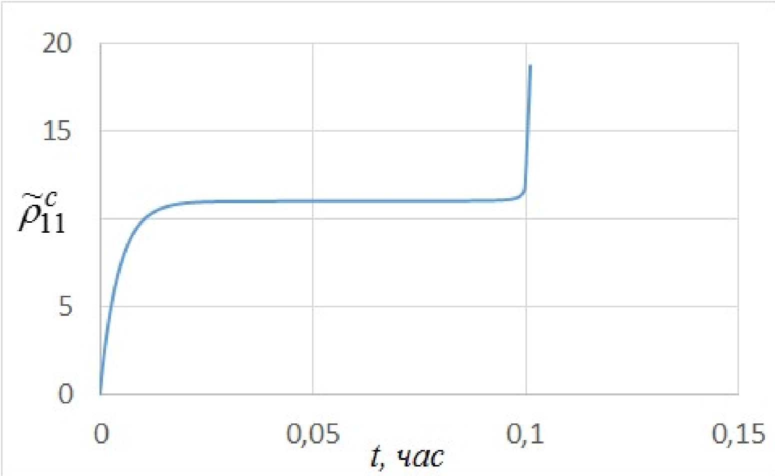


Рис. 3.11

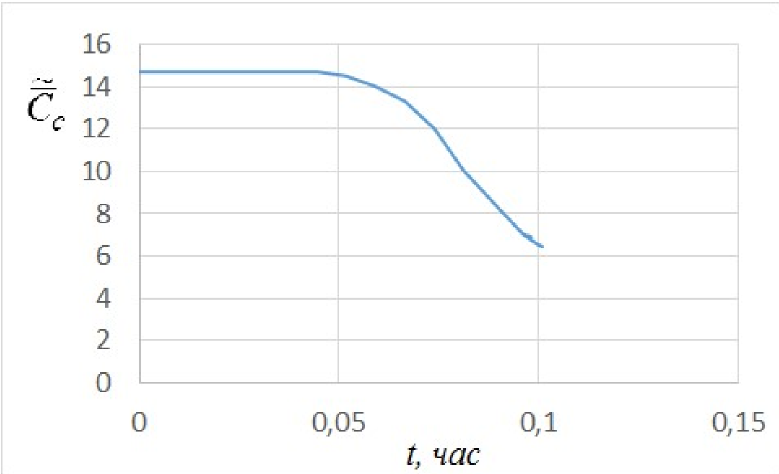


Рис. 3.12

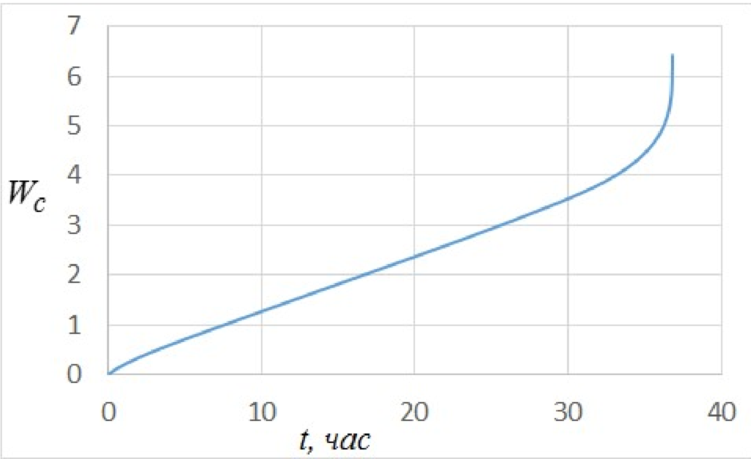


Рис. 3.13

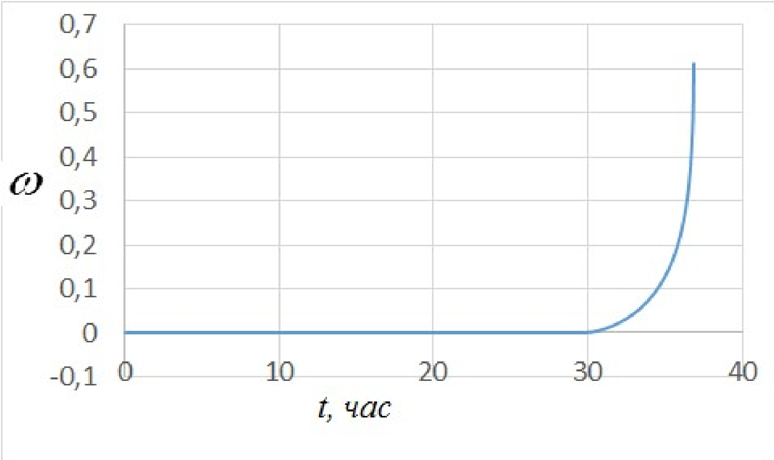


Рис. 3.14

Анализируя полученные численные результаты при ползучести меди, можно отметить, что предложенная математическая модель качественно и количественно описывает основные эффекты наблюдаемые при ползучести и деградацию начальных прочностных свойств материалов по механизму длительной прочности.

3.4.4 Численные исследования ползучести сплава ВЖ-159 при изменении уровня действующего напряжения в процессе одноосного нагружения

В работе [40] приведены результаты экспериментальных исследований процессов кратковременной высокотемпературной ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159, которые были получены в НИИМ ННГУ им. Н.И. Лобачевского под руководством Д.А. Казакова. Экспериментальные исследования были выполнены на цилиндрических образцах сплошного сечения с длиной рабочей части $l = 50 мм$ и диаметром $d = 8 мм$ в условиях одноосного растяжения для различных уровней растягивающих напряжений σ_{11} и температур T. Результатами испытаний являлись кривые ползучести в координатах $\varepsilon_{11}^{c} \sim t$. На основе полученных экспериментальных данных были определены параметры математической модели ползучести для сплава ВЖ-159 (Табл. 3.6).

Таблица 3.5

Физико-механические характеристики и параметры модели ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159

T, °C	K, МПа	G, МПа	$\overline{C}_c$, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, 1/МПа·час	$\lambda_c^{(1)}$, 1/МПа·час	g_1^c, МПа	g_2^c	W_c^f, МДж/м³	W_c^a, МДж/м³	$\chi_c^{(1)}$
750	137000	64000	265	0,000046	0,0005	1100	150	120	14,3	0
850	113000	52000	85	0,00068	0,00068	1000	150	14	5	0

На рис. 3.19 – 3.22 представлено сравнение кривых ползучести, полученных численным моделированием и экспериментальным путем при следующих условиях нагружения:

– температура испытаний $T = 750^o C$, уровни действующего напряжения составляли $\sigma_{11} = 350 МПа$ и 450 МПа соответственно (рис. 3.19);

– температура испытаний $T = 850^o C$, уровни действующего напряжения составляли $\sigma_{11} = 120 МПа$ и 150 МПа соответственно (рис. 3.20);

– температура испытаний $T = 750^o C$, переход с уровня напряжений $\sigma_{11} = 350 МПа$ на уровень – $\sigma_{11} = 450 МПа$ (рис. 3.21);

– температура испытаний $T = 850^o C$, переходе с уровня напряжений $\sigma_{11} = 120 МПа$ на уровень – $\sigma_{11} = 150 МПа$ (рис. 3.22).

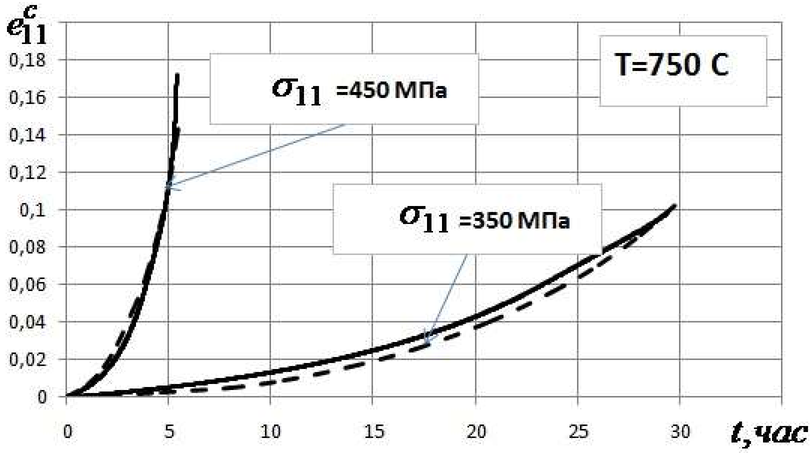


Рис. 3.15

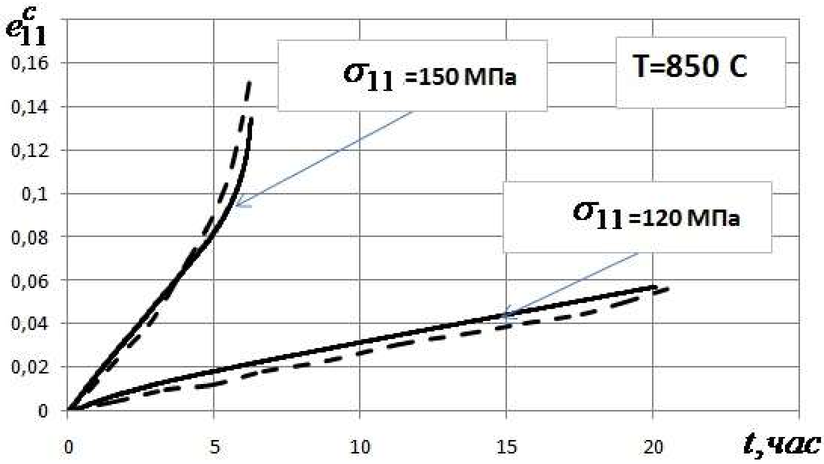


Рис. 3.16

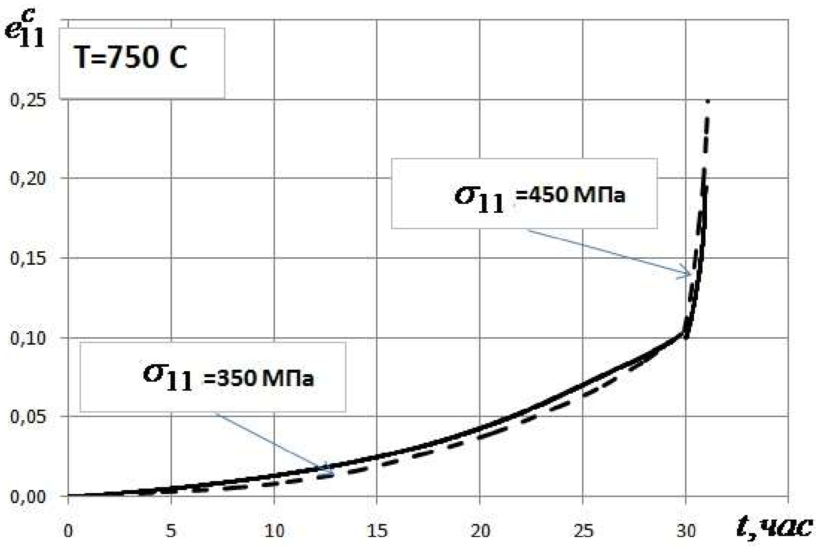


Рис. 3.17

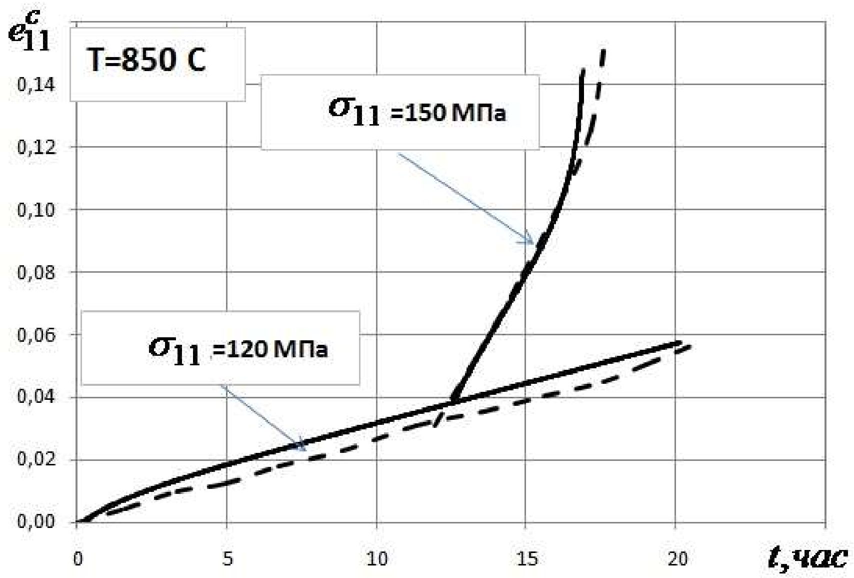


Рис. 3.18

На рис. 3.23 – 3.27 приведены следующие зависимости параметров состояния конструкционного материла при ползучести от времени процесса для варианта нагружения с переходом от уровня напряжений $\sigma_{11} = 120 МПа$ на уровень – $\sigma_{11} = 150 МПа$ при температуре $T = 850^o C$:

– зависимость эффективного растягивающего напряжения $\tilde{\sigma}_{11}$ от времени процесса ползучести *t* (рис. 3.23);

– эффективные значения координат центра семейства поверхностей эквипотенциальных скоростей ползучести $\tilde{\rho}_{11}^c$ от времени процесса t (рис. 3.24);

– зависимость эффективного радиуса поверхности эквипотенциальной скорости ползучести нулевого уровня $\tilde{C}_c^*$ от времени процесса ползучести *t* (рис. 3.25);

– величина рассеянной энергии при ползучести W_c от времени процесса t (рис. 3.26);

– кинетика накопления поврежденности ω от времени процесса t (рис. 3.27).

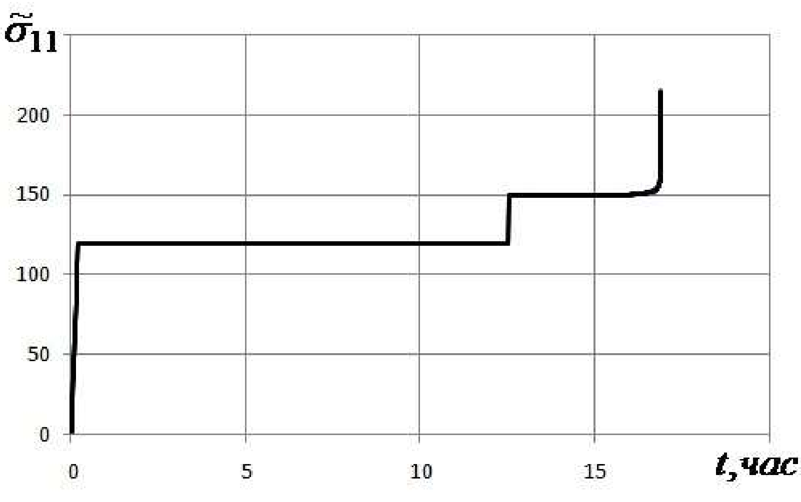


Рис. 3.19

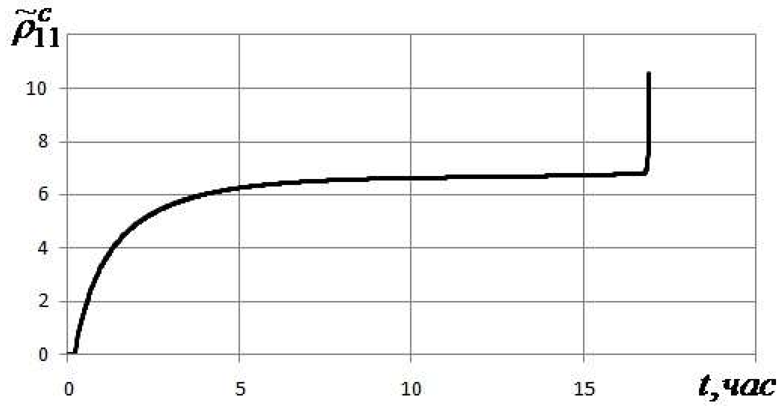


Рис. 3.20

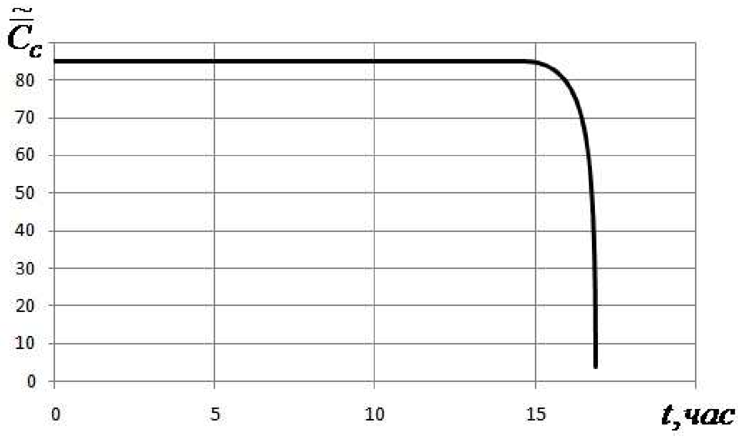


Рис. 3.21

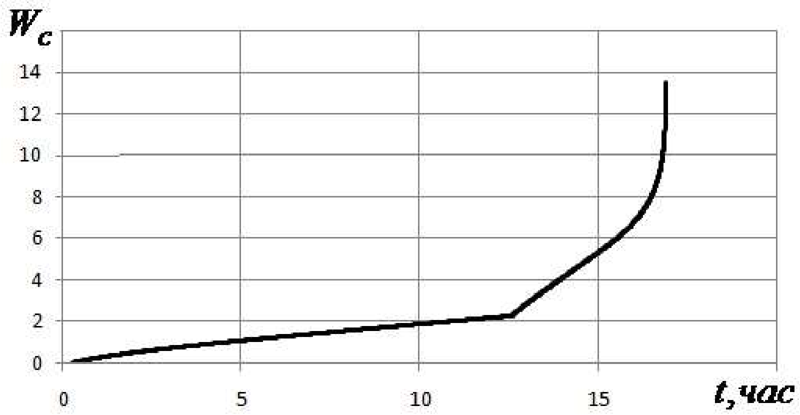


Рис. 3.22

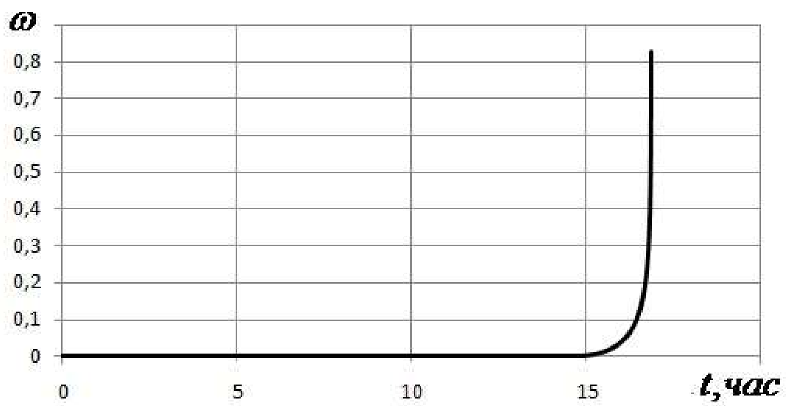


Рис. 3.23

Анализируя полученные численные результаты при ползучести сплава ВЖ-159, можно отметить, что предложенная математическая модель качественно и количественно описывает основные эффекты наблюдаемые при ползучести в условиях изменения уровней действующего напряжения и деградацию начальных прочностных свойств материалов.

3.4.5 Численные исследования обратной ползучести для сталей 35 и ATV

В ниже приведенных примерах для конструкционных сплавов рассматриваются задачи моделирования процессов обратной ползучести, возникающих после уменьшения уровня действующего напряжения на лабораторный образец в процессе испытаний на ползучесть.

Первый пример: Образец из стали конструкционного материала – стали 35 испытывался на ползучесть при осевом напряжении $\sigma_{11} = 52\,МПа$ и температуре $T = 450\,^{o}C$ [41]. Время испытаний составляло $t = 9070$ часов. Величина полной деформации при достижения данного времени составляла $e_{11} = 0{,}587\%$. По достижении заданного времени испытания, образец разгружался до уровня действующего напряжения $\sigma_{11} = 7{,}7\,МПа$ при неизменной температуре. При этом произошло уменьшении полной деформации e_{11} на 0,029%. Далее проводилась выдержка образца при данном напряжении в течении 400 часов, за данное время возникла деформация обратной ползучести равная $e_{11}^{c} \approx 0{,}019\%$, что составляет $\approx 0{,}9 e_{11}^{e}$.

Численное моделирование процессов ползучести и обратной ползучести проводилось с использованием параметров математической модели ползучести для стали 35, приведенных в таблице 3.2. На рисунке 3.7 приведено сравнение результатов численного моделирования (сплошная линия) и опытных данных (точки), которое показывает их совпадение как качественно, так и количественно.

Таблица 3.6

Физико-механические характеристики и параметры модели ползучести стали 35 при температуре 450 ^{0}C

K, МПа	G, МПа	C_c^{*}, МПа	C_c^{**}, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, $МПа \cdot час^{-1}$	$\lambda_c^{(1)}$, $МПа \cdot час^{-1}$	λ_c^{**}, $МПа \cdot час^{-1}$	g_1^{c}, МПа	g_2^{c}
128400	59270	15	1,1	$4{,}13 \cdot 10^{-8}$	$4{,}13 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-5}$	2800	100

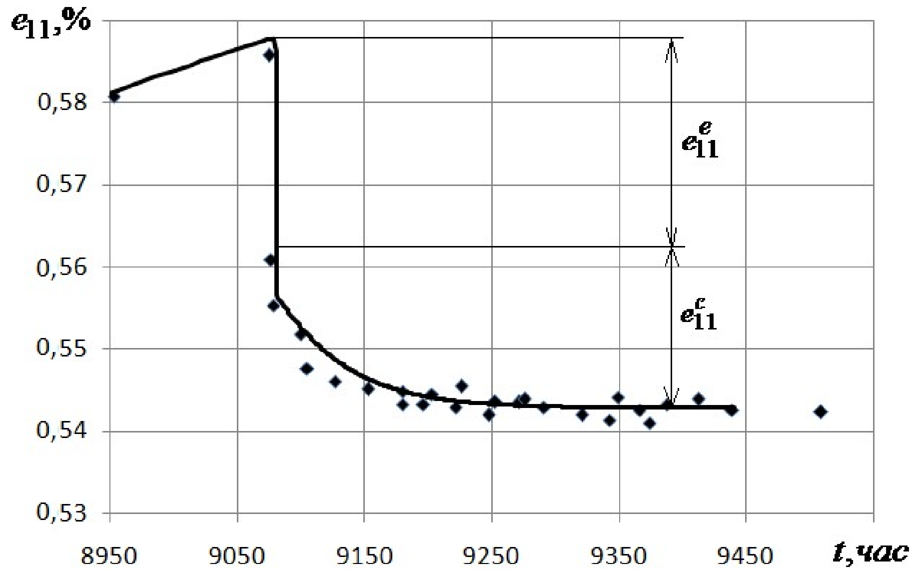


Рис 3.24

Второй пример: Образец из стали конструкционного материала – стали ATV испытывался на ползучесть при напряжении $\sigma_{11} = 138\,МПа$ и температуре $T = 538\,^{o}C$ [41]. Время испытаний составляло $t = 8060$ часов. Величина полной деформации при достижения данного времени составляла $e_{11} = 1{,}18\%$. По достижении заданного времени испытания, образец разгружался до уровня действующего напряжения $\sigma_{11} = 7{,}7\,МПа$ при неизменной температуре. При этом произошло уменьшении полной деформации e_{11} на 0,0921%. Далее проводилась выдержка образца при данном напряжении в течении 2100 часов, за данное время возникла деформация обратной ползучести равная $e_{11}^{c} \approx 0{,}08\%$, что составляет $\approx 0{,}9 e_{11}^{e}$.

Аналогично первому примеру для стали ATV проводилось численное моделирование процессов ползучести и обратной ползучести. Параметры математической модели ползучести для стали ATV, приведены в таблице 3.3. На рисунке 3.8 приведено сравнение результатов численного моделирования (сплошная линия) и опытных данных (точки), которое также показывает их совпадение как качественно, так и количественно.

Таблица 3.7

Физико-механические характеристики и параметры модели ползучести для стали ATV при температуре 538 ^{0}C

K, МПа	G, МПа	C_c^*, МПа	C_c^{**}, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, $МПа \cdot час^{-1}$	$\lambda_c^{(1)}$, $МПа \cdot час^{-1}$	λ_c^{**}, $МПа \cdot час^{-1}$	g_1^c, МПа	g_2^c
128400	59270	70	11,6	$7 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-6}$	5000	200

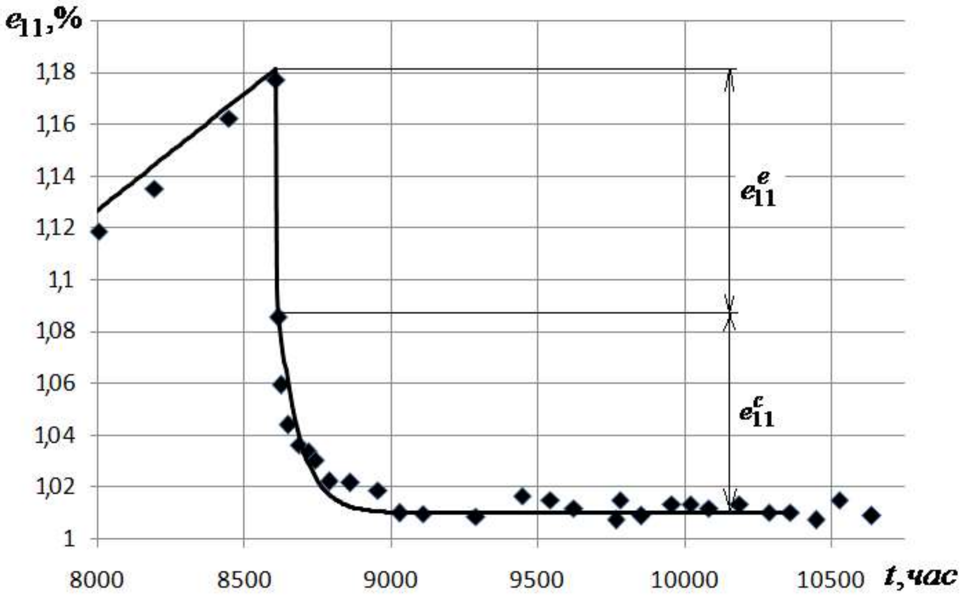


Рис. 3.25

Глава 4. Некоторые результаты численного моделирования процесса длительной прочности материалов и конструкций при высокотемпературном термомеханическом нагружении

Проблема оценки ресурса является традиционной, но в связи с массовым переходом на создание цифровых копий (двойников) конструктивных элементов и систем машин и оборудования как объектов численного исследования эксплуатационного поведения, включая и определение ресурсных характеристик, особую важность приобретают задачи математического моделирования деградационных механизмов, протекающих в процессе эксплуатации. Решение данной задачи возможно только при использовании математических моделей, достоверно описывающих как изменение напряженно-деформированного состояния с учетом вязкопластического поведения, так и кинетику степени деградации конструкционных материалов. В настоящее время в нормативных документах основным методом к определению ресурса является критериальный подход, основанный на полуэмпирических зависимостях. Однако, данный подход может привести как излишнему консерватизму, так и завышенным назначенным показателям ресурса конструкций, что подтверждается периодическими происшествиями при эксплуатации ответственных инженерных объектов вследствие протекающих процессов исчерпания ресурса.

Решение задачи контролирования технического состояния выработанного и остаточного ресурса конструктивных узлов ответственных инженерных объектов (ОИО) возможно только с применением математического моделирования протекающих процессов деградации для каждой опасной зоны с учетом ее индивидуальных характеристик, используя фактическую историю эксплуатационного нагружения. Это обстоятельство накладывает жесткие требования на достоверность моделирования процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах при произвольных сильно непропорциональных сложных режимах механического и температурного нагружения [59, 60].

Одной из основных задач при расчетной оценке ресурса элементов конструкций является задача определения наиболее вероятных механизмов разрушения при заданных материалах, технологии изготовления, средств дефектоскопии, режимах нагружения и эксплуатационных условиях работы данного объекта. На текущий момент времени с использованием современных средств исследований микро- и мезоуровня структуры конструкционных поликристаллических материалов подтвержден факт того, что на стадии деградации до зарождения макроскопической трещины, наряду со структурными и фазовыми изменениями, образуются и развиваются рассеянные по объему поликристаллического тела микроскопические дефекты в виде микротрещин и микропор. Скорость деформирования и величина температуры существенным образом влияют на характер и вид разрушения как конгломератов зерен для материалов подвергнутых пластической деформации при процессах доведения структуры после отливки (ковка, раскатка и др.) так и дендритов для материалов отливок (слитков без последующего улучшения структуры). Разрушение конгломератов зерен и дендритов можно разделить на транскристаллитное и межкристаллитное. Как правило, транскристаллитное разрушение реализуется при высоких значениях скоростей деформирования ($> 10^0$ сек$^{-1}$ и температуре $< 0{,}3T_{\text{п}}$, где $T_{\text{п}}$ – температура плавления конструкционного сплава) и возникает по причине превышения скорости деформирования над скоростью возникновения пластической деформации в конструкционном материале. Межкристаллитное разрушение характерно для малых скоростей деформирования ($< 10^{-3}$ с$^{-1}$) и высоких температур ($> 0{,}6T_{\text{п}}$). Условно процесс разрушения конструкционных поликристаллических материалов делится на две стадии – стадию образования и развития рассеянных в объеме микродефектов и стадию слияния рассеянных микродефектов в макротрещину и дальнейший ее рост до размеров, при которых происходит макроразрушение конструкций.

Поликристаллические тела, такие как металлы и их сплавы обладают реономными эффектами, которые проявляются при статическом нагружении и, как правило, высоких температурах с появлением макроскопических необратимых деформаций ползучести. Реономные эффекты приводят к сокращению ресурсных характеристик конструкционных материалов при нестационарных режимах нагружения с длительными выдержками, особенно этот эффект проявляется в зоне повышенных температур эксплуатации. В зависимости от уровня действующих напряжений образование и рост микродефектов (микропор) может происходить как по границам зерен в материале, так и в объеме зерна. Для большинства конструкционных материалов преимущественное транскристаллитное накопление микропор и микротрещин происходит при высоком уровне действующей интенсивности напряжений и наличии включений (карбидов, нитридов, частицы другой фазы и др.), а межкристаллитное происходит при низкой интенсивности напряжений и высокой температуре. Стоит отметить, что транскристаллитное накопление повреждений всегда сопровождается накоплением микродефектов на границах зерен, но их количество зависит от уровня действующего напряжения и температуры. Также на механизм накопления повреждений при ползучести большое влияние имеет вид напряженно-деформированного состояния и протекающие в объеме поликристалла диффузионные процессы.

Процесс разрушения характеризуется локализацией в наиболее нагруженной зоне с наибольшей скоростью деградационных процессов. В свою очередь скорость протекания деградационных процессов определяется условиями эксплуатации и геометрией конструктивных элементов машин и аппаратов. В подавляющем большинстве наиболее нагруженные зоны труднодоступны для проведения контроля неразрушающими методами, что обуславливает особое внимание к достоверному математическому моделированию процессов деформирования и деградации конструкционных материалов [18, 61, 78].

Для численных исследований кинетики напряженно-деформированного состояния в задачах определения ресурсных характеристик используются расчетные программные средства, позволяющие проводить расчеты конструкций на прочность в двухмерных, трехмерных и осесимметричных постановках задач с учетом нелинейностей вызванных геометрией конструкции и вязкопластическим поведением конструкционных материалов. Наиболее широко использующимся численным методом является метод конечных элементов.

В настоящей работе для численного исследования напряженно-деформированного состояния элементов несущих конструкций применяется вычислительный программный пакет ANSYS [82].

4.1 Исследование процесса нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии

В работе [27, 68] представлены результаты экспериментальных исследований трубчатых лабораторных образцов из нержавеющей стали 304 на ползучесть в условиях многоосного напряжённого состояния. Испытания проводили при температуре $T = 650^o C$ при периодическом чередовании двух видов напряжённого состояния с различными направлениями главных осей тензора напряжений.

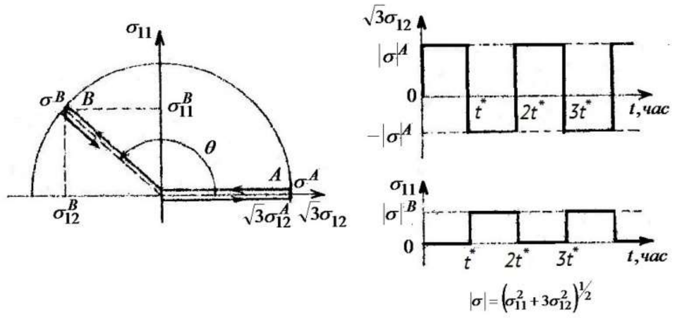


Рис. 4.1

Эксперименты проводили по схеме «мягкого» нагружения. Перед опытами образцы выдерживали при температуре $T = 650^o C$ в течении 22 часов. На рис. 2 представлена диаграмма нагружения образца во времени. Каждый цикл повторяющегося многоосного нагружения состоит из чистого кручения σ_A в течении $t^*_{час}$ с последующей полной разгрузкой и совместного растяжения с кручением σ_B в течении $t^*_{час}$ с последующей разгрузкой. Векторы σ_A и σ_B имеют равную величину, по различным направлениям (θ – угол между векторами, см. рис. 1). Такой цикл нагружения повторяется 5 раз при значении $t^* = 8ч$ и $|\sigma_A| = |\sigma_B| = 173{,}3 МПа$, что близко к пределу текучести стали 304 при $T = 650^o C$.

Физико-механические характеристики стали 304 и материальные параметры модели нестационарной ползучести при температуре $T = 650^o C$ приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 4.1

Физико-механические характеристики и параметры модели нестационарной ползучести стали 304 при температуре $T = 650^o C$.

K, МПа	G, МПа	α, 1/град	g_1^c, МПа	g_2^c	$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$	$\lambda_c^{(0)}$, $(МПа \cdot c)^{-1}$	$\lambda_c^{(1)}$, $(МПа \cdot c)^{-1}$
124000	56500	0,0000188	10000	470	0,003	0,025	0,00003	0,000012

Таблица 4.2

Зависимость изменения радиуса поверхности ползучести C_c^* от длины траектории деформаций ползучести стали 304 при температуре $T = 650^o C$.

χ_c	0	0,0005	0,001	0,0015	0,002	0,0025	0,003	0,004	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04
C_c^*, МПа	74,0	76,0	77,0	78,0	79,0	79,5	80,0	81,0	81,3	81,6	81,6	81,6	81,6

На рис. 4.2-4.1.8 дано сравнение опытных и расчётных данных при $\theta = 180^o, 150^o, 90^o\ u\ 30^o$ соответственно. Здесь и далее штриховыми линиями показаны экспериментальные результаты, черными сплошными линиями определяющие соотношения нестационарной ползучести (1)–(14) развитые в работах авторов, а синими и красными частные случаи данной модели (синим – модель с линейным кинематическим упрочнением, а красным – модель с изотропным упрочнением).

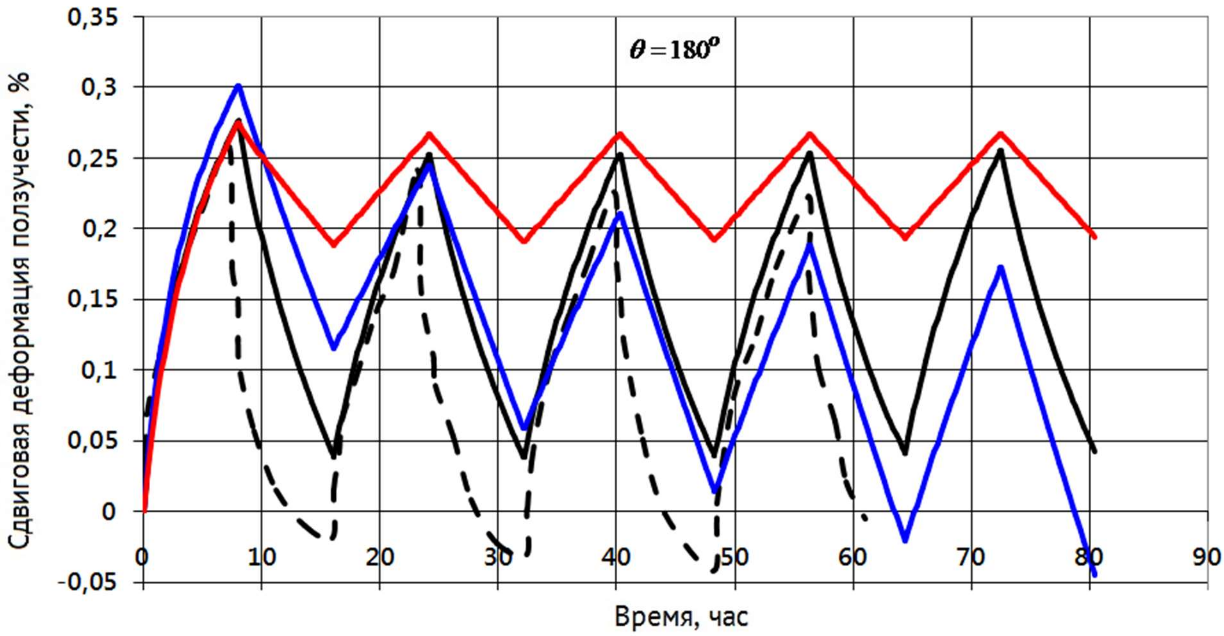


Рис. 4.2

Экспериментальные результаты для $\theta = 180^o$ (рис. 4.2 – знакопеременное кручение) показывают, что кривая ползучести после каждой перемены знака напряжения почти идентичная кривой после начального нагружения, т.е. проявляет ту же тенденцию, что и кривые ползучести для нержавеющей стали 304 при $T = 593^o C$ [68]. Однако расчёты по теории ползучести с изотропным упрочнением (красная линия) для $\theta = 180^o$ не позволяет описать переходную ползучесть после перемены знака напряжений.

Модель нестационарной ползучести с линейным кинематическим упрочнением (синяя линия) позволяет получить достаточно хорошее соответствие между расчётными и экспериментальными результатами. Вместе с тем, при первой смене знака напряжений наблюдается расхождение между опытными и расчётными данными (рассчитываемая по модели с линейным кинематическим упрочнением амплитуда деформаций ползучести почти вдвое меньше экспериментальной). Кроме того, с ростом числа циклов нагружения расчётная амплитуда деформаций ползучести падает, что не соответствует экспериментальным данным [8].

Общий вариант теории нестационарной ползучести (1)–(14), учитывающий как изотропное, так и нелинейное кинематическое упрочнение, позволяет более точно описать экспериментальные результаты (черная линия). После первой перемены знака напряжений расчётные данные качественно и количественно согласуются с опытными данными, и в дальнейшем, с ростом числа циклов нагружения эта тенденция сохраняется.

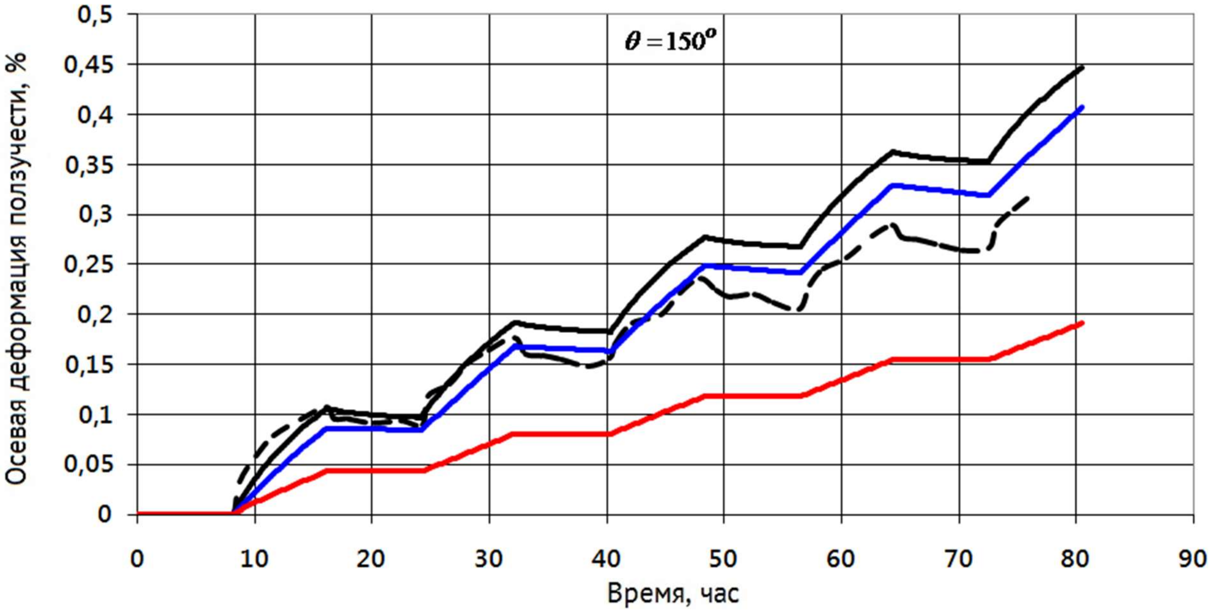


Рис. 4.3

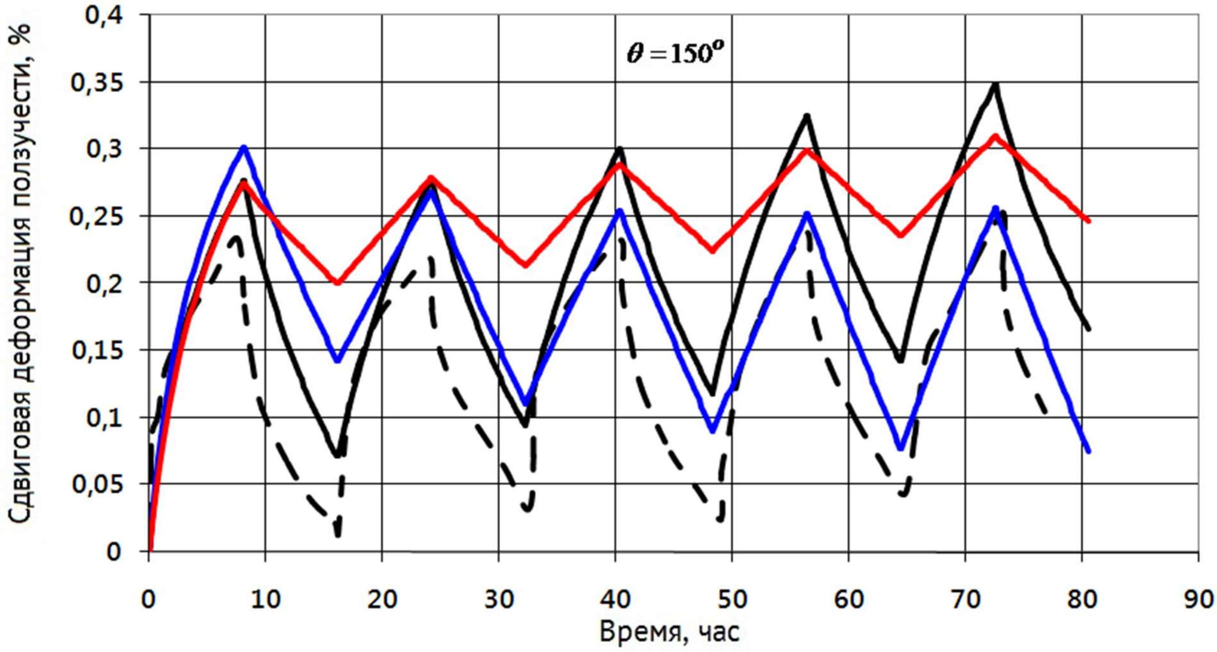


Рис. 4.4

При циклическом многоосном нагружении для $\theta = 150^o$ (рис. 4.3, 4.4) расчёт по модели с изотропным упрочнением для сдвиговой деформации ползучести аналогичен изменению этой деформации при $\theta = 180^o$ при меньшей амплитуде, а расчётная накопленная осевая деформация ползучести почти вдвое меньше осевой деформации определённой экспериментально [8]. Кроме того, данный вариант определяющих соотношений не описывает важного физического явления – обратной ползучести при разгрузке. Поэтому теория ползучести с изотропным упрочнением, не учитывающая векторные свойства процесса деформирования, не может описать разупрочнение материала при вращении вектора напряжений.

Сравнивая модель с линейным кинематическим упрочнением и общий случай теории ползучести с изотропным и нелинейным кинематическим упрочнением (1)–(14) можно отметить следующее. Модель с линейным кинематическим упрочнением даже более точно, чем общий вариант определяющих соотношений нестационарной ползучести описывает зависимость осевой деформации ползучести от времени (рис. 4.3). Что касается зависимости сдвиговой деформации ползучести от времени (рис. 4.4), то здесь наблюдаются те же закономерности, что и для $\theta = 180^o$. Таким образом общий вариант теории нестационарной ползучести (1)–(14) все же более достоверно описывает опытные данные, чем модель нестационарной ползучести с линейным кинематическим упрочнением.

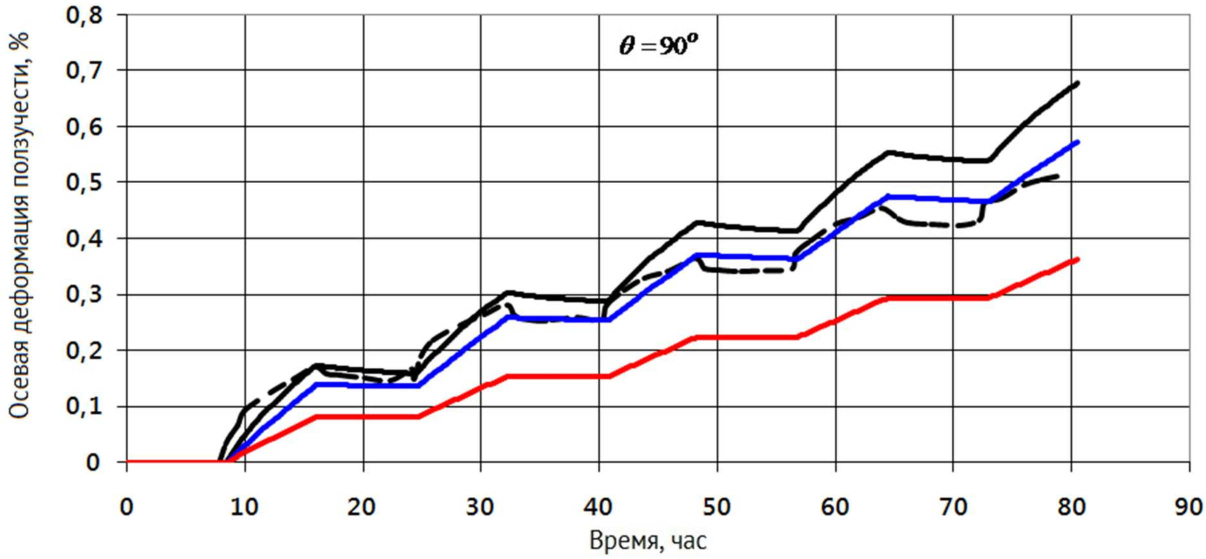


Рис. 4.5

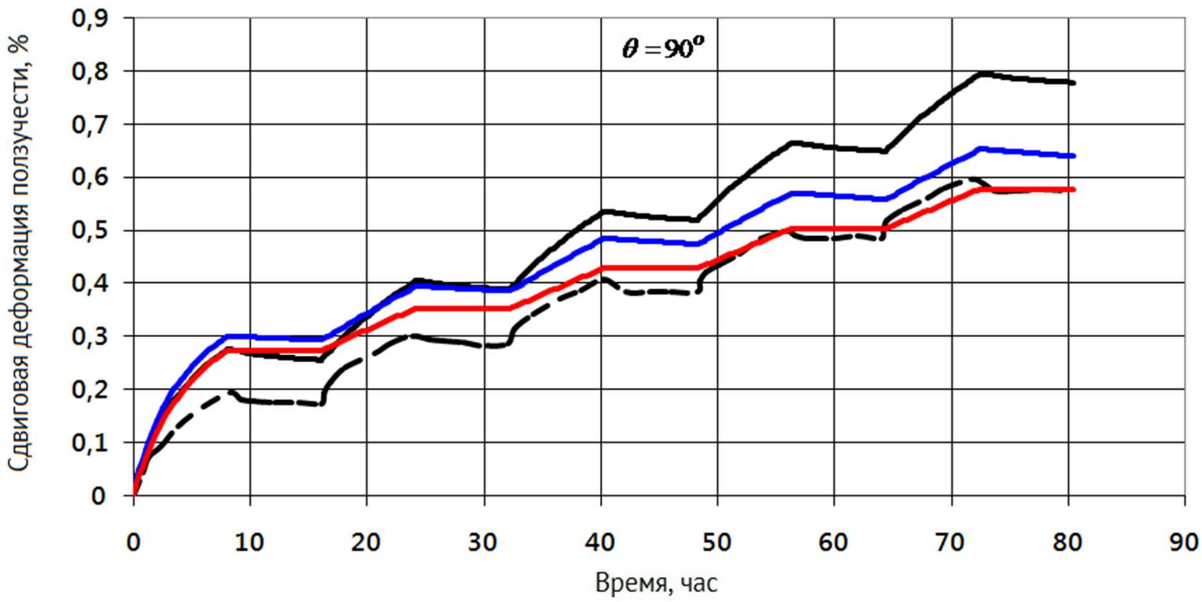


Рис. 4.6

На рис. 4.5, 4.6 показано сравнение экспериментальных и теоретических результатов для случая чередования кручения и растяжения ($\theta = 90^o$). По модели ползучести с изотропным упрочнением для $\theta = 90^o$ получены заниженные значения изменения осевой и сдвиговой деформации ползучести после смены циклов растяжения и кручения. Различие кривых ползучести ,построенных по уравнениям общей теории ползучести (1)–(14) и модели с линейным кинематическим упрочнением не так существенны.

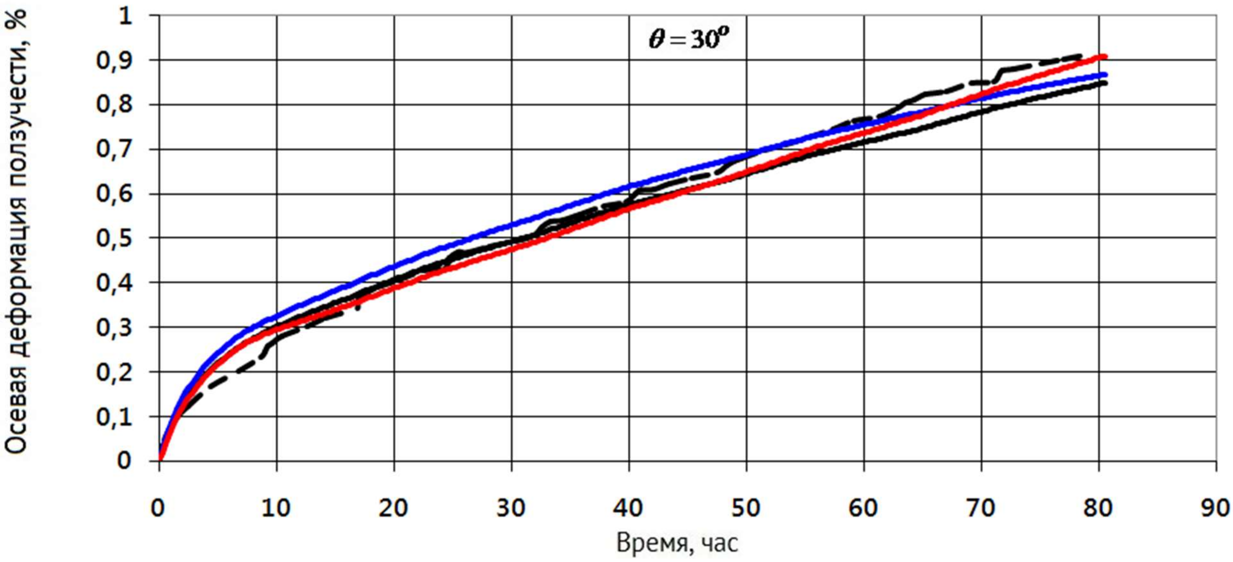


Рис. 4.7

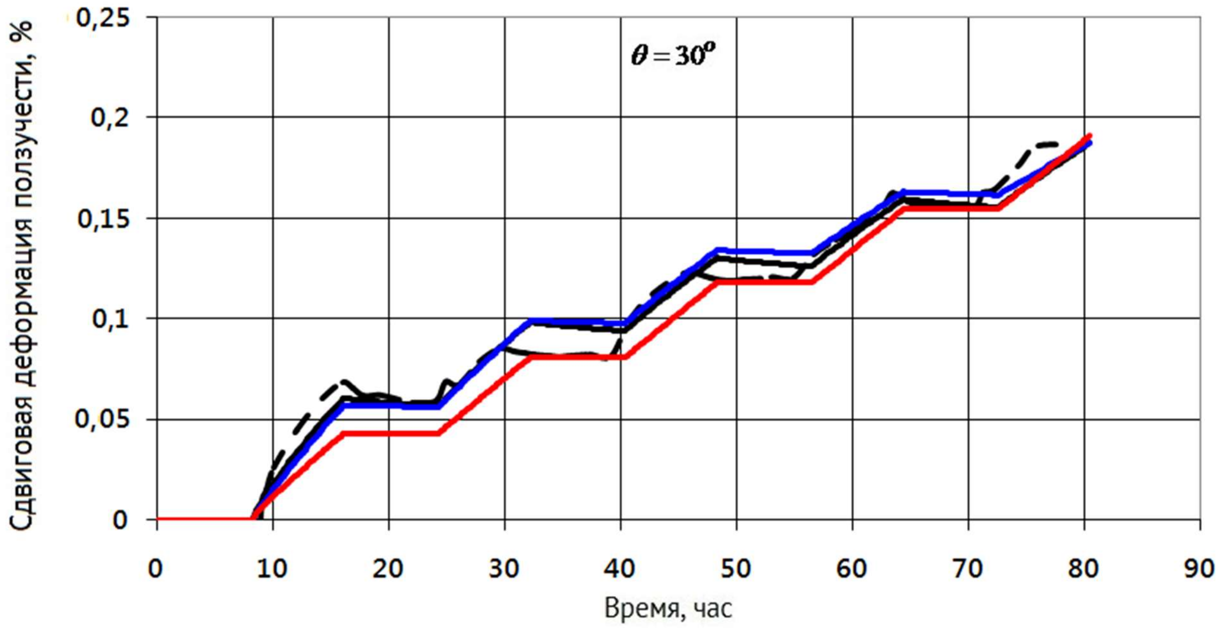


Рис. 4.8

На рис. 4.7, 4.8 показаны результаты для $\theta = 30^o$. Из рисунков видно отсутствие существенных различий между величинами, рассчитанными по различным теориям, а так же между расчётными и экспериментальными данными.

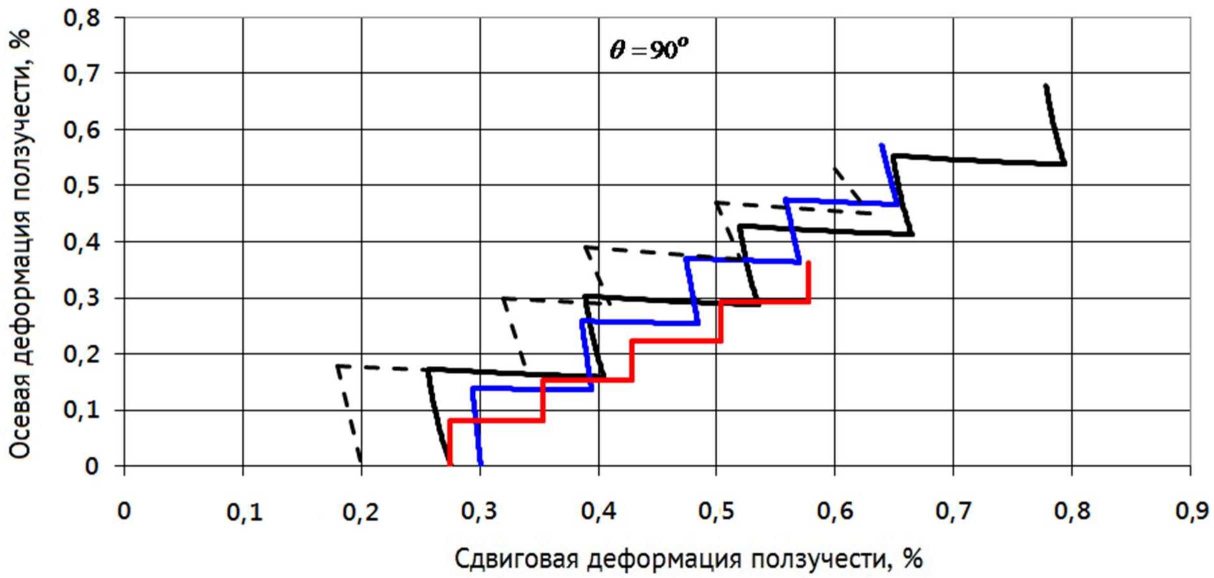


Рис. 4.9

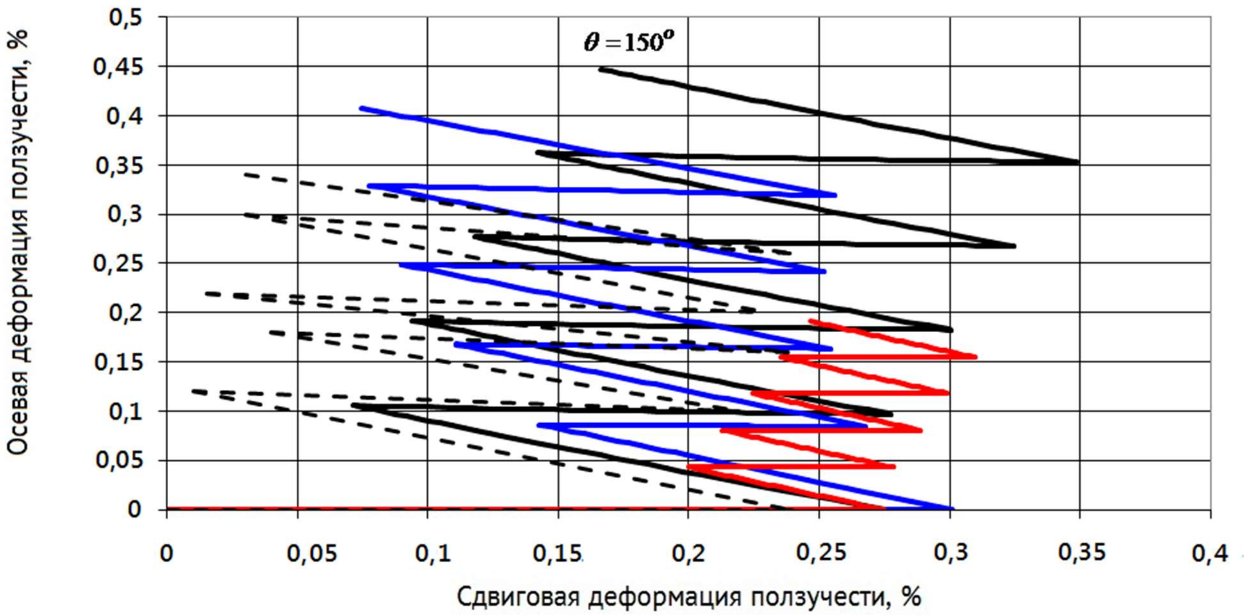


Рис. 4.10

На рис. 4.9, 4.10 сопоставлены расчётные и экспериментальные траектории деформаций ползучести при $\theta = 90^o$ и 150^o. В соответствии с экспериментальными результатом [68] вектор приращения деформаций ползучести de^c не коллинеарен вектору напряжений σ сразу же после вращения вектора напряжения. Однако эта неколлинеарность имеет тенденцию к постепенному исчезновению по мере роста деформаций ползучести после вращения вектора напряжения.

На рис. 4.9, 4.10 видно, что модель ползучести с изотропным упрочнением не может описать неколлинеарность σ и de^c, так как не учитывает векторные свойства процесса деформирования. Модель ползучести с линейным кинематическим упрочнением позволяет выразить неколлинеарность, однако расчётная неколлинеарность исчезает не так быстро, как экспериментальная. Вариант уравнения нестационарной ползучести с изотропным и нелинейным кинематическим упрочнением (1)–(14) описывает с достаточной для инженерных расчётов точностью неколлинерность векторов σ и de^c и может быть использована при решении прикладных задач.

В целом анализируя полученные численные результаты в сравнении с экспериментальными данными, можно отметить качественное и количественное совпадение модельных представлений (1)–(14) с опытными данными [27, 68] по нестационарной ползучести при блочном многоосном нагружении стали 304. Некоторые количественные отличия расчётных данных от экспериментальных может быть объяснены следующими фактами:

– неточностью при задании материальных параметров и скалярных функций модели нестационарной ползучести (1)–(14);

– информация в [68] представлена без учёта разброса экспериментальных данных в пределах каждого отдельного опыта;

– экспериментальные результаты представленные в [68] свидетельствуют о наличии и пластической деформации, которая не учитывалась в настоящих расчётах;

– при обработке экспериментальных данных авторами [27, 68] учитывалось условие несжимаемости материала.

4.2 Закономерности изменения характеристик ползучести и пластичности в экспериментах на кратковременную ползучесть при сложном нагружении

Для установления связи между тензорами напряжений и деформаций в вязкопластической области при действии высоких температур и меняющихся во времени силовых нагрузок, а также для построения достоверной теории нестационарной ползучести при многоосных напряжённых состояниях наряду с опытами при постоянных напряжениях необходимы эксперименты по заданной программе нагружения или деформирования лабораторных образцов. Данные опыты проводят путём одноосного растяжения лабораторных образцов при заданных скоростях деформирования и условии, что в каждом опыте скорость деформации и температура остаются неизменными [69].

В [68] приведены результаты экспериментальных исследований закономерностей изменения скалярных и векторных свойств стали 30ХГСА при проведении (P+q)–опытов (растяжение с внутренним давлением) на сложное нагружение по двухзвенным ломанным траекториям непропорционального деформирования в условиях ползучести, которые были получены профессором В.П. Дегтярёвым на базе модифицированной машины фирмы «Шопер».

Эксперименты были выполнены при температуре $T = 550^o C$ на тонкостенных цилиндрических образцах с длиной рабочей части $l = 120\,мм$, толщиной стенки $h = 1мм$ и радиусом срединной поверхности $R = 40{,}5мм$, изготовленных из стали 30ХГСА в состоянии поставки. Назначение температуры ($T = 550^o C$) обусловлено стремлением получить такое состояние материала, которое характеризуется наличием развитой ползучести. Образцы нагревали до температуры $T = 550^o C$ за 40–45 мин и выдерживали до начала испытаний в течении 25–30 мин.

При обработке экспериментальных данных принималось условие несжимаемости ($e = 0$), и считалось, что $\sigma_{33} = 0$ [ ].

При численном моделировании данных экспериментальных процессов с использованием развитых определяющих соотношений вязкопластичности заданными являются экспериментальные траектории деформирования $e_{ij}(t)$, а траектории напряжения находились в результате интегрирования определяющих соотношений вязкопластичности по заданной истории изменения e_{ij} («жёсткое» нагружение). Полученные численные результаты сравнивались с экспериментальными данными.

В первом примере представлены результаты исследований по изучению кратковременной ползучести стали 30ХГСА в случае простого нагружения (одноосное растяжение), с целью оценки влияния скорости деформирования. При температуре $T = 550^o C$ были испытаны девять образцов при скоростях деформации $0{,}833 \cdot 10^{-4}$, $0{,}833 \cdot 10^{-5}$ и $0{,}275 \cdot 10^{-5}$ (c^{-1}) соответственно (по три образца на каждую скорость деформации).

В виду отсутствия необходимой экспериментальной информации для стали 30ХГСА в расчётах использовались частные варианты определяющих соотношений термопластичности и нестационарной ползучести при сложном напряжённом состоянии – модели теории течения с нелинейным кинематическим упрочнением.

Физико-механические характеристики и материальные параметры определяющих соотношений термовязкопластичности стали 30ХГСА приведены в таблице.

Таблица 4.3

Физико-механические характеристики и параметры модели термовязкопластичности стали 30ХГСА при температуре $T = 550^o C$.

K, МПа	G, МПа	g_1^p, МПа	g_2^p	g_1^c МПа	g_2^c	$\overline{C}_c$, МПа	C_p^0	$\lambda_c^{(0)}$, $(МПа \cdot c)^{-1}$	$\lambda_c^{(1)}$, $(МПа \cdot c)^{-1}$	$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$
130433	60200	25000	450	10000	450	70	93	0,00013	0,00013	0	0,02

Расчётный анализ процессов деформирования лабораторных образцов с использованием определяющих соотношений термовязкопластичности проводился с использованием программного комплекса «EXPMODEL», предназначенного для расчётного моделирования неизотермического вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при произвольном нерегулярном нестационарном термомеханическом нагружении.

Результаты испытаний, их сравнение с полученными численными результатами приведены на рис. 4.11–4.13.

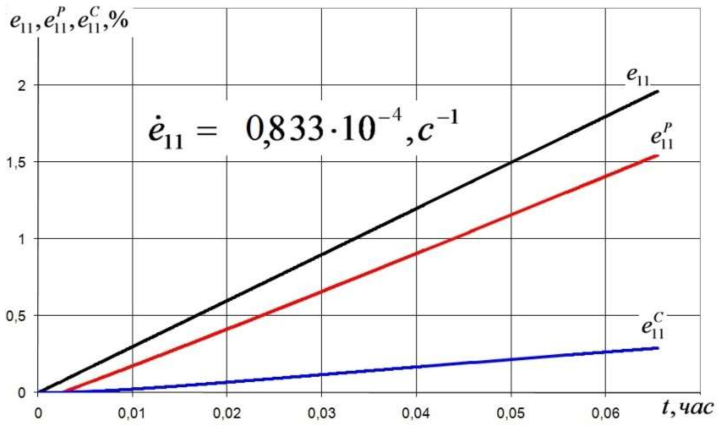


Рис. 4.11

На рис. 4.11–4.13 представлена программа испытаний в случае одноосного растяжения при различных скоростях деформации. Чёрной линией отмечены значения полных деформаций e_{11}, а красной и синей линиями отмечены, расчтёные значения пластических деформаций e_{11}^{p} и деформаций ползучести e_{11}^{c} соответственно.

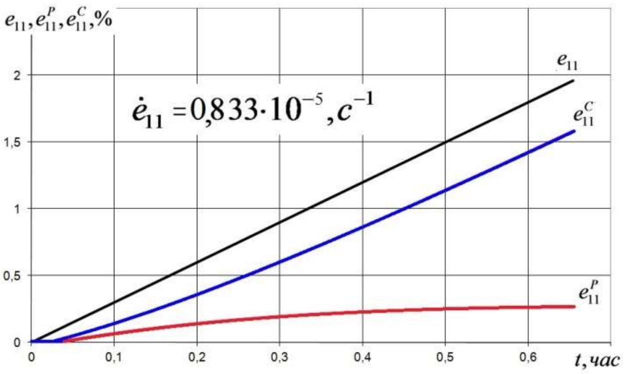


Рис. 4.12

Видно, что с изменением скорости деформирования происходит перераспределение вклада пластических деформаций и деформаций ползучести в процесс деформирования лабораторного образца. Так при скорости деформаций $\dot{e}_{11} = 0{,}833 \cdot 10^{-4}\left(c^{-1}\right)$ наибольший вклад в процесс деформирования вносят пластические деформации, а деформации ползучести значительно меньше (см. рис. 4.11). При скорости деформирования $\dot{e}_{11} = 0{,}275 \cdot 10^{-5}\left(c^{-1}\right)$ преобладают уже деформации ползучести, а наличием пластических деформаций можно пренебречь (см. рис. 4.13).

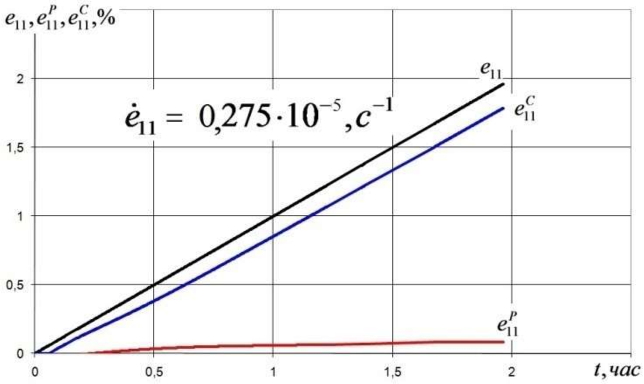


Рис. 4.13

На рис. 4.14 приведены зависимости $\sigma_{11} = f(e_{11})$ для трёх вышеуказанных скоростей деформаций соответственно. Сплошной линией отмечены теоретические результаты, а штриховой – соответствующие опытные данные [10] (каждая экспериментальная кривая построена по результатам испытаний трёх образцов). Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных (отличие составляет не более 12,5%).

Во втором примере при постоянной скорости деформаций получали траектории в виде двухзвенных ломанных траекторий непропорционального деформирования.

Трубчатый образец при постоянной температуре $T = 550^o C$ растягивали с постоянной скоростью деформаций $\dot{e}_{11} = const$ до точки А (значение $e_{11} = 0{,}42\%$), а затем после излома траектории деформирования на 90^o реализовывалось пропорциональное деформирование внутренним давлением с постоянной скоростью деформаций $\dot{e}_{22} = const$ до точки В, при этом деформация e_{11} оставалась постоянной (см. рис. 4.15–4.20).

Программа предусматривала изучение кратковременной ползучести стали 30ХГСА при сложном нагружении с учётом влияния скорости деформирования на скалярные и векторные свойства материала. Для вышеописанной траектории деформирования варьировалась скорость деформаций от $\dot{e}_{11} = \dot{e}_{22} = 0{,}833 \cdot 10^{-4}$ до $\dot{e}_{11} = \dot{e}_{22} = 0{,}833 \cdot 10^{-6}$ (c^{-1}) соответственно.

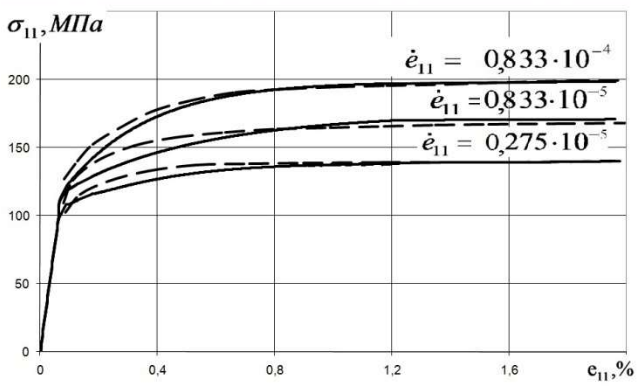


Рис. 4.14

Результаты расчётов, их сопоставление с опытными данными представлены на рис. 4.15–4.17 для скорости деформаций $\dot{e}_{11} = \dot{e}_{22} = 0{,}833 \cdot 10^{-4}$, а на рис. 4.18–4.20 для $\dot{e}_{11} = \dot{e}_{22} = 0{,}833 \cdot 10^{-6}$.

На рис. 4.15, 4.19 представлена программа испытаний при различных скоростях деформаций. Чёрной линией отмечены значения полных деформаций, а красной и синей линиями отмечены расчётные значения пластических деформаций и деформаций ползучести соответственно.

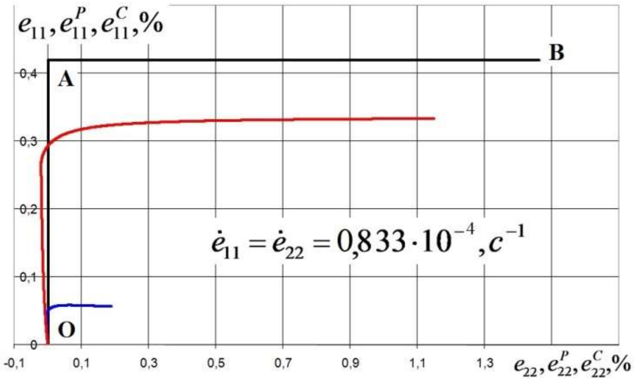


Рис. 4.15

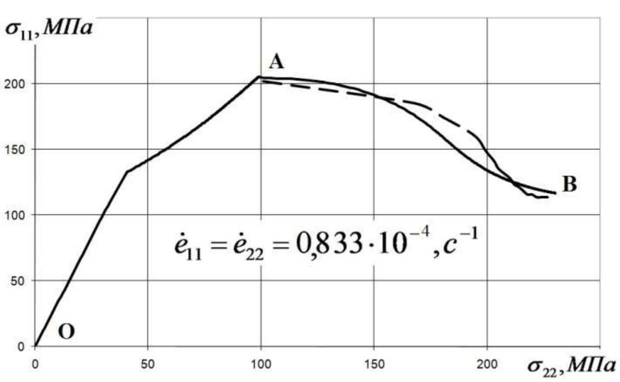


Рис. 4.16

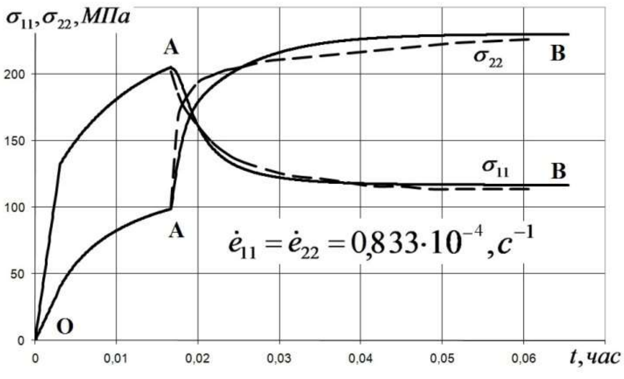


Рис. 4.17

На рис. 4.16, 4.29 изображён отклик на программу испытаний в пространстве напряжений (штриховой линией отмечены опытные данные [ ]).

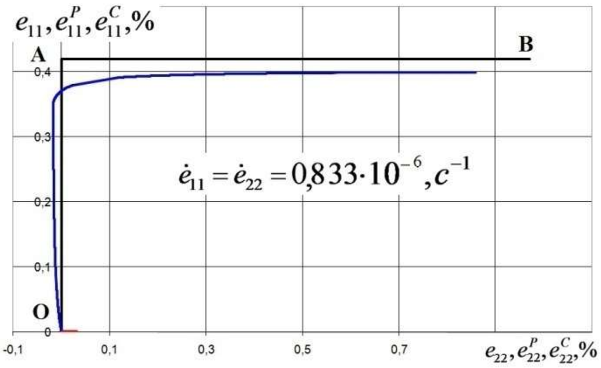


Рис. 4.18

На рис. 4.17, 4.20 показаны графики изменения напряжений σ_{11} и σ_{22} от времени процесса по программе траекторий сложного нагружения по плоским двухзвенным траекториям непропорционального деформирования.

Аналогичные зависимости при скоростях деформаций $\dot{e}_{11} = \dot{e}_{22} = 8{,}33 \cdot 10^{-6} \, (c^{-1})$ представлены на рис. 4.19–4.20 соответственно. Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных.

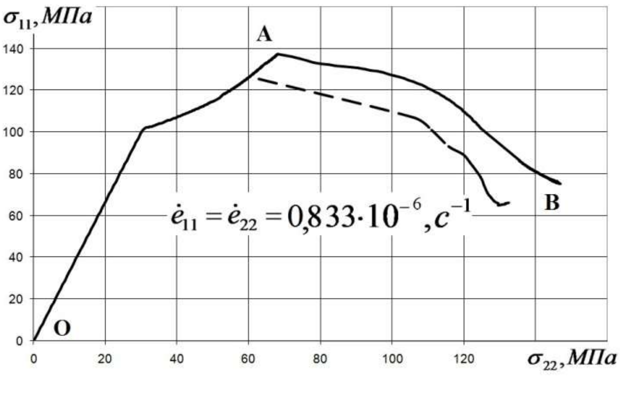


Рис. 4.19

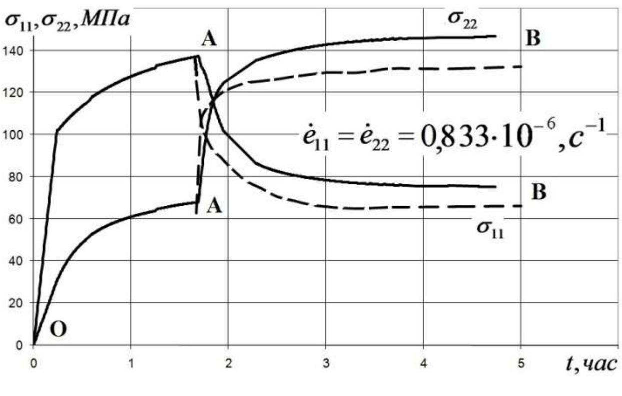


Рис. 4.20

В целом, сопоставляя полученные численные результаты с экспериментальными данными можно отметить качественное и количественное совпадение модельных представлений с опытными данными по ползучести металлов при сложном нагружении. Некоторое отличие расчётных значений от экспериментальных данных может быть объяснено например, неточностями при задании характеристик материала и тем фактом, что при обработке экспериментальных данных принимается условие несжимаемости.

Видно, что с изменением скорости деформаций вследствие наличия реономных эффектов изменяется уровень напряжений (см. рис. 4.18–4.20) и происходит перераспределение вклада пластических деформаций и деформаций ползучести в общий процесс деформирования лабораторного образца.

4.3 Численный анализ несущей способности корпуса реактора в условиях аварийной ситуации, вызванной расплавлением активной зоны

При реализации тяжелой аварии на реакторных установках, с полным, либо частичным расплавлением активной зоны, единственным барьером для радиоактивных материалов является корпус реактора. Расплавление активной зоны сопровождается расплавлением внутрикорпусных конструкций. Взаимодействие расплавленной активной зоны и внутрикорпусных конструкций с корпусом реактора приводит к большому нагреву и возможному проплавлению стенки корпуса. Корпуса реакторов, как правило, изготавливаются из стали перлитного класса, нагрев которой свыше 600 0С приводит к существенному снижению ее физико-механических характеристик и доминирующим механизмом при ее деформировании становится ползучесть материала. Проблема внутриреакторного удержания бассейна расплава является предметом изучения в отечественных и зарубежных исследованиях по поведению и разрушению реакторов корпусного типа при авариях с полным или частичным разрушением активной зоны (см. [40] и имеющиеся там ссылки).

Целостность корпуса реактора при тяжелой аварии с расплавлением активной зоны может нарушаться по двум причинам:

– сквозное проплавление корпуса реактора;

– исчерпание несущей способности корпуса, ввиду деградации начальных прочностных свойств конструкционного материала, преимущественно вследствие эффектов ползучести.

Ниже представлены результаты численного исследования несущей способности корпуса реактора ЯЭУ в условиях гипотетической аварии по механизму длительной прочности. Материал корпуса реактора – сталь 15Х2НМФА.

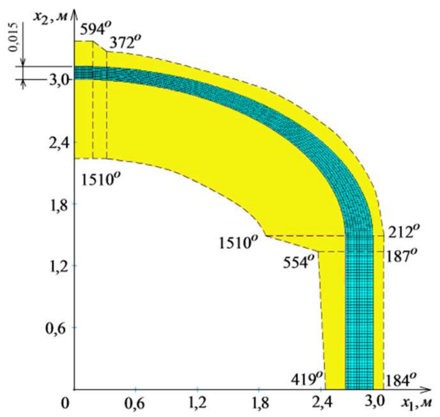
В качестве расчётной схемы принята осесимметричная конструкция корпуса реактора, состоящая из цилиндрической обечайки с эллиптическим днищем. Аварийная ситуация моделировалась воздействием внутреннего гидростатического давления p_1, меняющего от нуля на высоте $h = 1{,}5 м$ от нижней точки днища и моделирующего силовое воздействие от расплава, внутреннего давления p_2 и температуры Т, меняющейся в пределах рассматриваемой части корпуса реактора от 184^o до $1510^o C$.

В расчётах использовались два значения температуры Т на площадке в вершине внешней поверхности эллиптического днища:

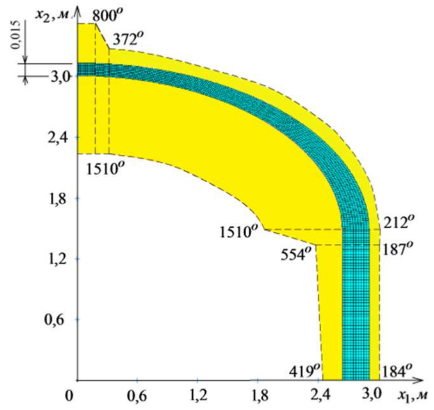
– $T = 594^o C$ (первый вариант расчёта – рис. 4.36а) взята из работы [80];

– $T = 800^o C$ (второй вариант расчёта – рис. 4.36б) взята из работы [76].

Геометрические размеры и эпюра распределения температуры по поверхности корпуса реактора (температура на внутренней и внешней поверхностях корпуса использовалась как граничные условия для расчёта температурных полей в сечении корпуса реактора). Эпюры температурных полей на рис. 4.21 отмечены жёлтым цветом, а корпус реактора – голубым.



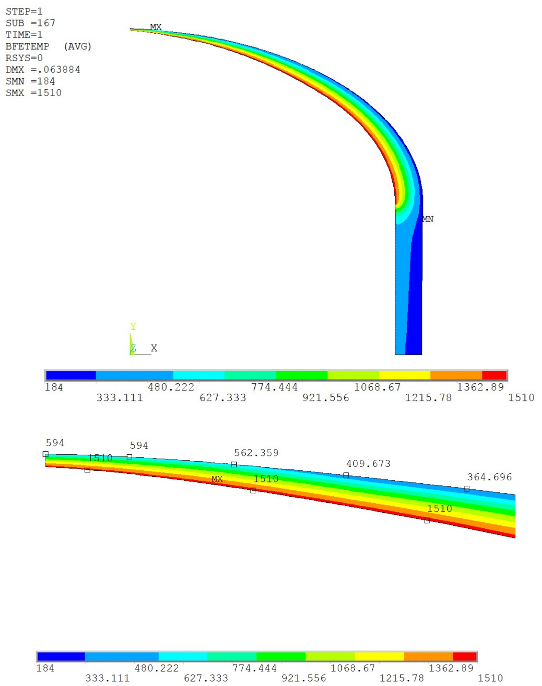
а



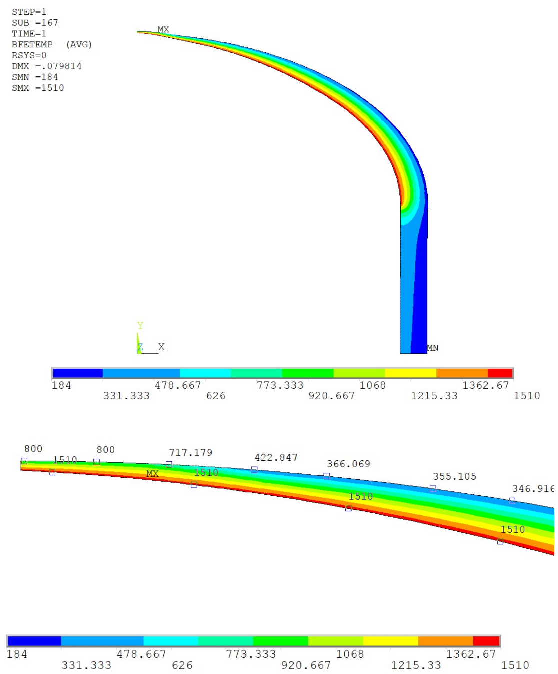
б

Рис. 4.21

Распределение температурных полей в корпусе реактора в условиях тяжёлой аварии, полученное на основе соответствующих теплофизических расчётов (численного решения задачи теплопроводности) при повышении температуры до максимальных значений (продолжительность этапа разогрева составляла 1 минуту) для двух вышеперечисленных вариантов расчёта представлена на рис. 4.22 (ниже на этих рисунках крупным планом выделены фрагменты наиболее «опасных» зон).



а



б

Рис. 4.22

Перед непосредственным моделированием аварийной ситуации были проведены расчёты по оценке достоверности развитой модели МПС и определены материальные параметры стали 15Х2НМФА в диапазоне температур от 20^{o} до $1200^{o}C$. С этой целью использовались экспериментальные данные приведённые в работах [71].

В [71, 76, 80] приведены результаты экспериментальных исследований процессов кратковременной нестационарной ползучести стали 15Х2НМФА в диапазоне температур до $1200^{o}C$. Расчёт процесса ползучести до образования макроскопической трещины проводился при физико-механических характеристиках и материальных параметров модели МПС для стали 15Х2НМФА приведённых в таблице 4.4.

Таблица 4.4

Физико-механические характеристики и материальные параметры модели МПС стали 15Х2НМФА

T, °C	K, МПа	G, МПа	$\overline{C}_c$, МПа	$\lambda_c^{(0)}$, 1/МПа·час	$\lambda_c^{(1)}$, 1/МПа·час	g_1^c, МПа	g_2^c	W_c^f, МДж/м^3	W_c^a, МДж/м^3	ω_f
600	138000	63500	110	0,000045	0,00009	30000	1000	26	11,2	0,8
800	34700	16000	29	0,00026	0,00052	3500	350	7	3,7	0,8
900	66700	30800	9	0,0002	0,000053	1000	300	2,6	1,24	0,8
1200	9170	4230	1,5	0,00027	0,00027	100	100	0,65	0,21	0,8

На рис. 4.23 и 4.24 представлены кривые ползучести при:

– температуре $T = 900^{o}C$ и напряжениях $\sigma_{11} = 20$; 22 и 26,5 МПа соответственно (рис. 4.23);

– температуре $T = 1200^{o}C$ и напряжениях $\sigma_{11} = 4{,}5$; 5,4 и 6,3 МПа соответственно (рис. 4.24).

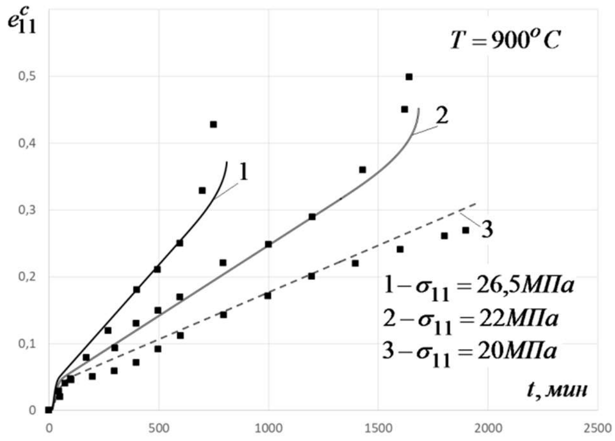


Рис. 4.23

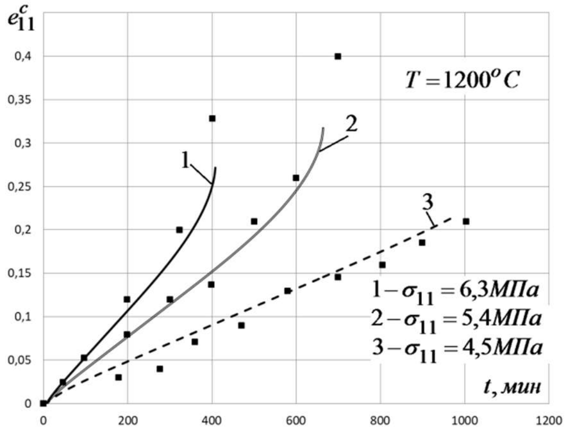


Рис. 4.24

Здесь линиями отмечены результаты численного моделирования с использованием определяющих соотношений МПС (1) – (17), а маркерами соответствующие экспериментальные данные. Видно качественное и количественное соответствие опытных и расчётных данных, как по величине и характеру изменения деформаций на всех трёх участках кривой ползучести, так и по времени образования макроскопической трещины, что позволяет сделать вывод о правильности процесса моделирования и точности нахождения материальных параметров, входящих в развитые определяющие соотношения МПС.

Численное решение задачи оценки длительной прочности корпуса реактора ЯЭУ при термомеханическом нагружении было проведено в два этапа.

На первом этапе выполнялся расчёт на этапе повышения давления и температуры до максимальных значений за малый промежуток времени (продолжительность этапа разогрева составляла 1 минуту).

На втором этапе проводилась выдержка при постоянном давлении и температуре.

Был выполнен ряд расчётов отличающихся величиной внутреннего давления p_2.

В расчёте использовалось четыре значения давления p_2:

– $p_2 = 1{,}25$; 1,35; 1,5 и 2 МПа для варианта температурного поля, представленного на рис. 4.22а;

– $p_2 = 0{,}6$; 0,7; 0,8 и 1 МПа для варианта температурного поля, представленного на рис. 4.22б.

На всех этапах моделировалась нагрузка, действующая на днище корпуса реактора от гидростатического воздействия расплава.

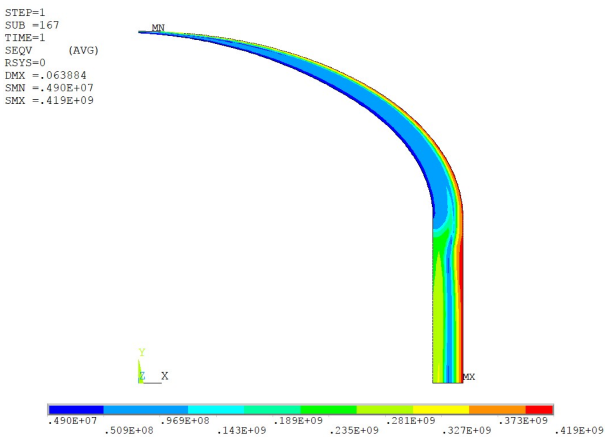
Следует отметить, что при построении расчётной схемы учитывалось наличие зоны эллиптического днища, в которой материал в результате его сильного расплава практически не сопротивляется деформированию. В следствие этого в принятой расчётной схеме толщина эллиптического днища была уменьшена на глубину зоны расплава ($T > 1200^{o}C$).

В результате численных исследований установлено, что для всех выполненных вариантов расчёта с точки зрения длительной прочности наиболее важным оказался второй этап (этап выдержки), сопровождающийся интенсивным развитием деформаций ползучести и ростом повреждений.

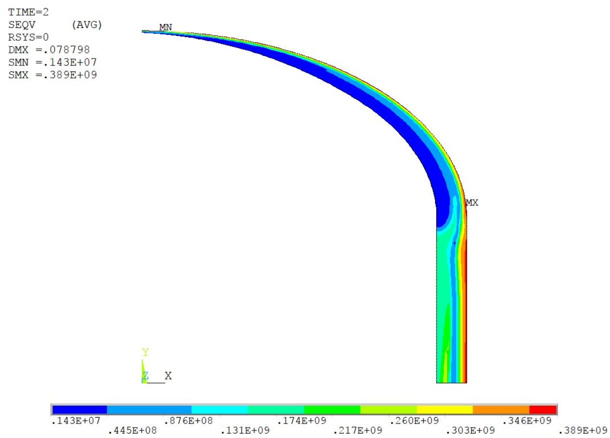
В частности, было установлено, что при значениях $p_2 \leq 1{,}3 МПа$ (для варианта температурного поля представленного на рис. 4.22а) и $p_2 \leq 0{,}6 МПа$ для варианта температурного поля (рис. 4.22б), в момент времени $t > 5 час$ для первого варианта расчёта и $t > 57 час$ для второго варианта расчёта скорость деформаций ползучести в наиболее нагруженной зоне корпуса реактора расположенной в зоне вершины эллиптического днища, оказалась близкой к нулю.

При значениях давления $p_2 \geq 1{,}3 МПа$ для первого варианта расчёта и $p_2 \geq 0{,}6 МПа$ для второго варианта расчёта процесс деформирования корпуса реактора под нагрузкой сопровождался интенсивным формоизменением, вызванным прогрессирующей ползучестью материала в центральной части эллиптического днища.

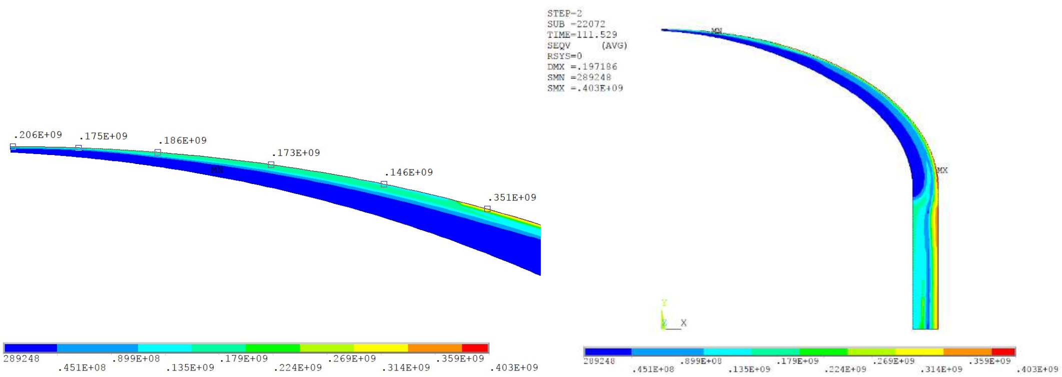
На рис. 4.25 приведено распределение интенсивности напряжений по сечению корпуса реактора для $p_2 = 1{,}5 МПа$ в различные моменты времени для варианта температурного поля (рис. 4.36а), а на рис 4.41 – $p_2 = 1 МПа$ для температурного поля представленного на рисунке 1б. Численный анализ поля напряжений объекта показал, что наиболее нагруженная зона с точки зрения значения интенсивности напряжений с течением времени смещается и для момента времени $T = 111{,}5 мин$ (для первого варианта расчёта) и $T = 126{,}4 мин$ (для второго варианта расчёта), когда рост деформаций ползучести в центральной части эллиптического днища привёл к потере несущей способности корпуса (образование макроскопической трещины), локализуется на внешней поверхности в районе перехода цилиндрической обечайки в эллиптическое днище корпуса реактора.



t=1 мин

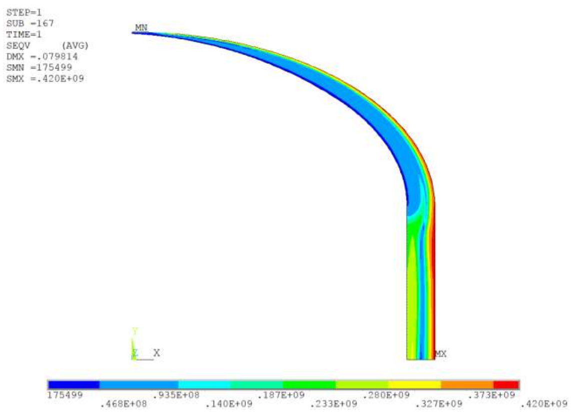


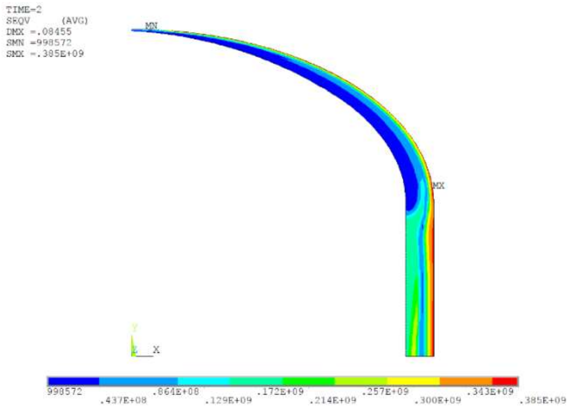
t=2мин



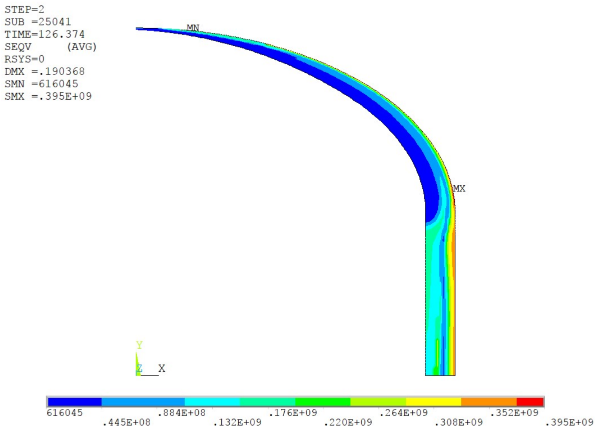
t=111,5мин

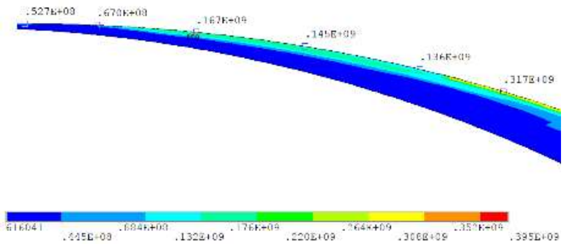
Рис. 4.25





t=1 мин t=2мин

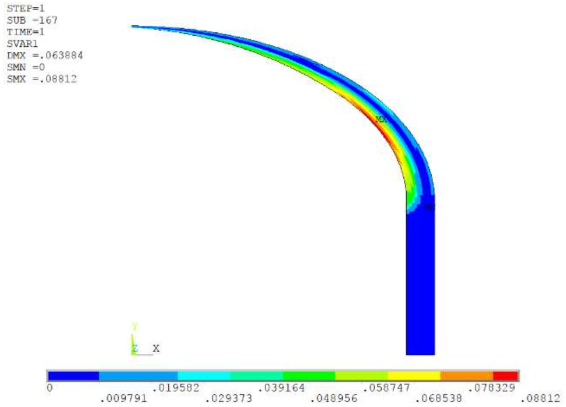




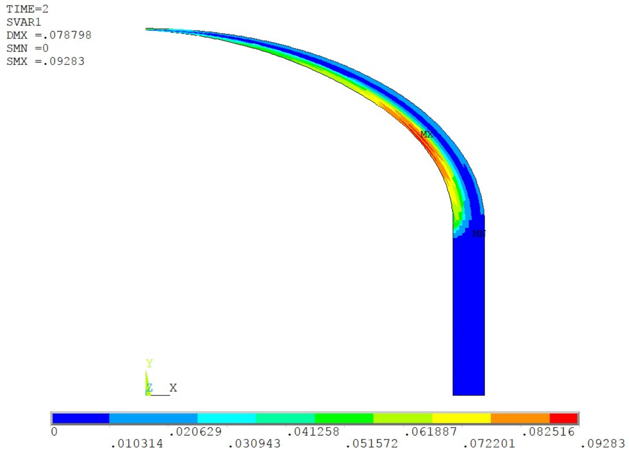
t=126,4мин

Рис. 4.26

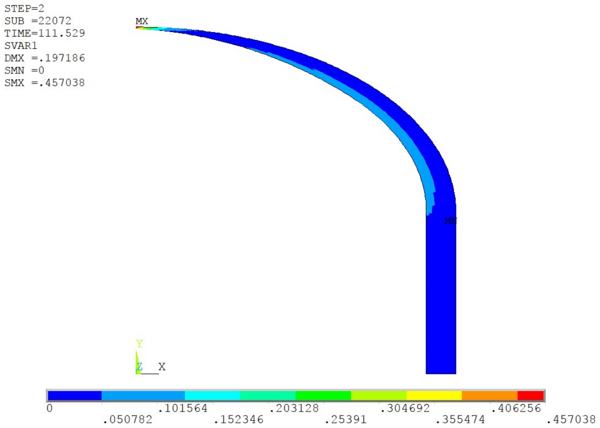
На рис. 4.25 для $p_2 = 1{,}5 МПа$ и температурного поля (рис. 4.22а) приведено распределение интенсивности неупругих деформаций по сечению корпуса в различные моменты времени. а на рис. 4.26 аналогичные иллюстрации для $p_2 = 1 МПа$ и температурного поля (рис. 4.22б). Видно, что в отличие от результатов представленных на рис. 4.25, 4.26 наиболее «опасная» зона (зона с наибольшим уровнем интенсивности деформаций ползучести) локализуется в центральной части эллиптического днища корпуса реактора, где процессы накопления повреждений происходят наиболее интенсивно.



t=1 мин

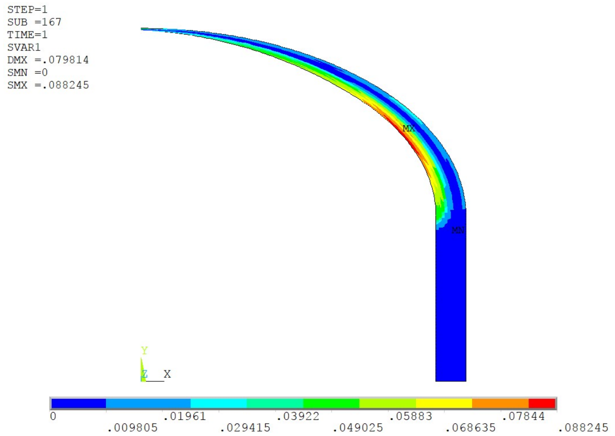


t=2мин

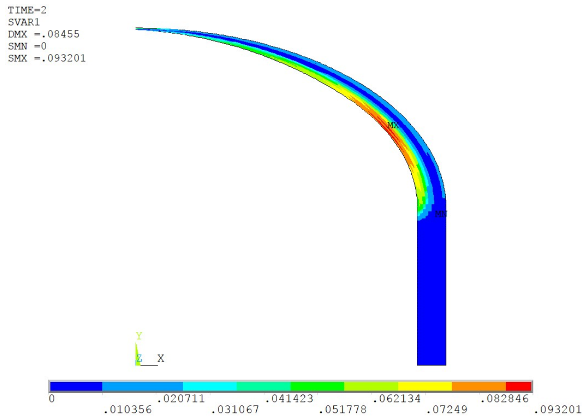


t=111,5мин

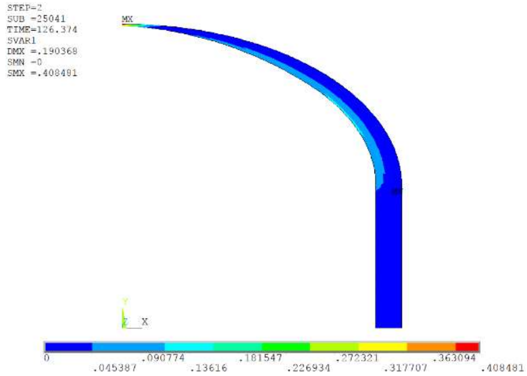
Рис. 4.27



t=1 мин



t=2мин



t=126,4мин

Рис. 4.28

Распределение величины повреждённости по сечению корпуса реактора в момент образования макроскопической трещины для первого варианта расчёта приведено на рис. 4.29, а для второго – на рис. 4.30. Видно, что макроскопическая трещина для обоих вариантов расчёта зарождается в центральной части эллиптического днища в окрестности срединной поверхности конструктивного элемента (на рис. 4.29, 4.30 фрагмент зоны образования макроскопической трещины выделен отдельно).

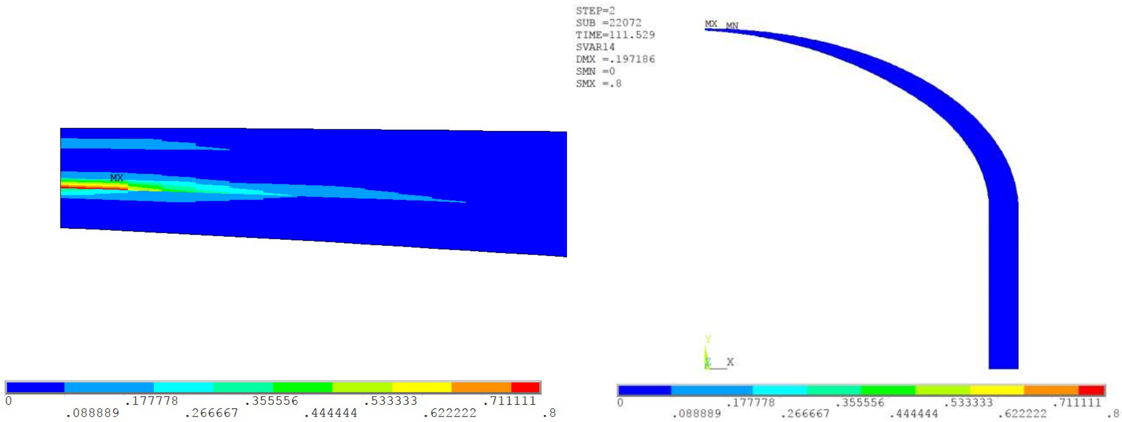


Рис. 4.29

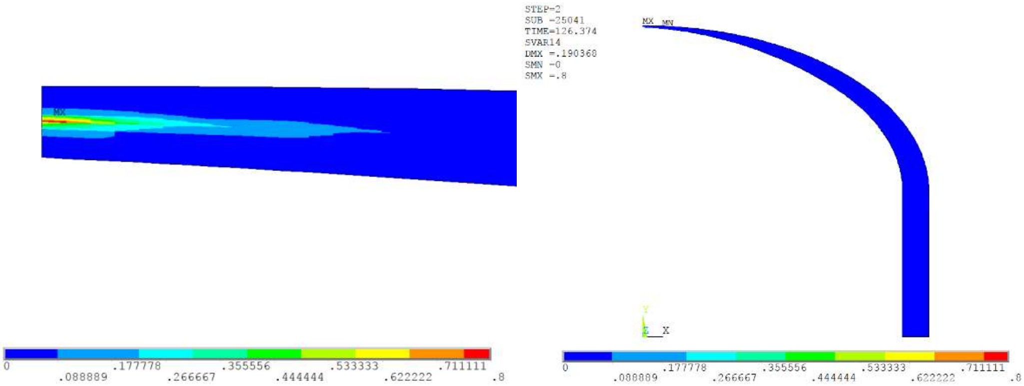


Рис. 4.30

На рис. 4.31 показана зависимость величины повреждённости ω от времени процесса t в наиболее опасной зоне (точка А на рис. 4.44) для варианта температурного поля (рис. 4.22а) и различных значений давления p_2, а на рис. 4.32 аналогичные зависимости для варианта температурного поля показанного на рис. 4.22б.

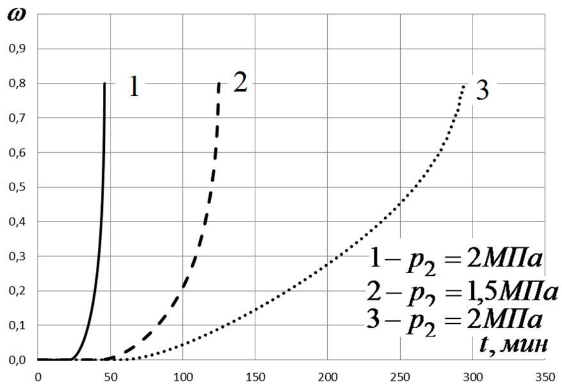


Рис. 4.31

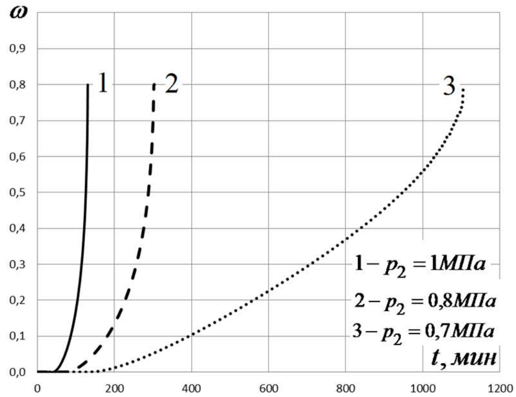


Рис. 4.32

Деформированная конфигурация корпуса реактора к моменту, предшествующему исчерпанию его несущей способности, приведена на рис. 4.33 для двух вышеописанных вариантов расчёта соответственно (масштаб перемещений на рис 4.33 увеличен в 2 раза).

а б

Рис. 4.33

На рис. 4.34 приведена зависимость времени до разрушения от действующего давления p_2 для варианта температурного поля (рис. 4.22а) и варианта температурного поля (рис. 4.22б).

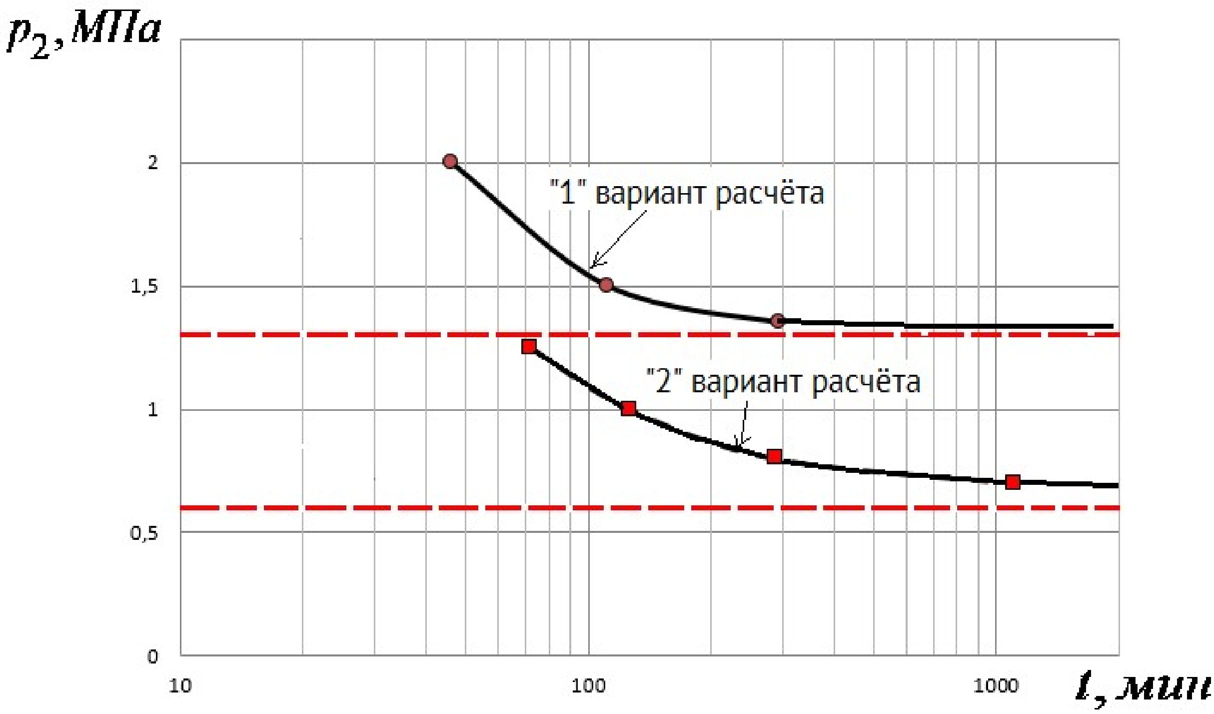


Рис. 4.34

Анализ полученных численных результатов позволяет отметить следующие характерные закономерности процесса деформирования корпуса реактора ЯЭУ:

– для варианта температурного поля представленного на рис. 1а максимально допустимое значение давления p_2 не приводящее к образованию макроскопической трещины по механизму длительной прочности не должно превышать значения $p_2 = 1{,}3 МПа$, а для температурного поля (рис. 4.36б) – $p_2 = 0{,}6 МПа$;

– полученные в настоящей работе численные результаты по определению допустимых значений давлений согласуются с аналогичными результатами полученными другими исследователями [76].

Таким образом проведённые численные расчёты, их сравнение с имеющимися экспериментальными данными позволяют сделать вывод о достоверности определяющих соотношений МПС при деградации материала конструкции по механизму длительной прочности и возможности эффективного использования развитых определяющих соотношений МПС для оценки длительной прочности материалов и конструкций.

Заключение

1. Представлен вариант математической модели МПС Ю.Г. Коротких адаптировнной для расчета параметров процессов нестационарного термовязкопластического деформирования и накопления повреждений по механизму длительной прочности при высокотемпературном термомеханическом нагружении в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) по заданной истории их нагружения.

2. Показано, что модель МПС учитывает:

– зависимость физико-механических характеристик материала от температуры и наличия соотношений между скоростями механической и температурной деформацией;

– влияние на темпы накопления повреждений объемности напряженного состояния и непропорциональности процесса деформирования;

– наличие двух стадий накопления повреждений;

– нелинейность процесса накопления повреждений;

– нелинейность суммирования повреждений при изменении режимов нагружения, вида напряженного состояния.

3. Проведена верификация определяющих соотношений МПС и получены материальные параметры моделей МПС в условиях высокотемпературного термомеханического деформирования для ряда конструкционных сплавов: сталь - 12Х18Н9, Х18Н10Т, сталь 304, 30ХГСА, 15Х2НМФА, жаропрочный сплав ВЖ-159, медь и др.

4. Путем сопоставления результатов численных экспериментов с имеющимися экспериментальными данными для произвольных сложных траекторий непропорционального неизотермического деформирования, показана достоверность развитых определяющих соотношений МПС и программных средств, которая подтвердила правильность моделирования процессов

высокотемпературного термомеханического деформирования и накопления повреждений.

5. Проведён анализ кинетики НДС конкретных конструктивных элементов, подверженных воздействию высокотемпературного термомеханического нагружения и выполнен на его основе прогноз длительной прочности, который показал, что данный подход пригоден для разработки на его основе экспертных систем оценки ресурса ОИО.

Полученные в диссертации деформационные и прочностные свойства жаропрочных сплавов являются необходимым элементом для дальнейшей оценки ресурсных характеристик элементов конструкций при термомеханических воздействиях. Результаты работы найдут применение при оценке прочности и ресурса элементов ЯЭУ, конструктивных узлов энергетических установок и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арутюнян Р.А. О критериях разрушения в условиях ползучести // Проблемы прочности. 1982. № 9. С. 42-45.
2. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.; Л.: Гостехиздат, 1953. -324 с.
3. Бантхья, Мукерджи Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жёсткого типа // Теоретические основы инженерных расчетов. 1985. №4. С. 54–60.
4. Боднер, Линдхолм. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Теоретические основы инженерных расчетов. 1976, №2. С. 51 –8.
5. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1984. – 360с.
6. Болотин В.В. Прогнозирование машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312с.
7. Браун Р. Дж., Лонсдейл Д., Флюитт П. Испытания на длительную прочность при многоосном напряженном состоянии и анализ данных для жаропрочных сталей // Тр. Амер. Общ-ва инженеров – механиков. Теорет. основы инж. расчетов. 1982. Т. 124, № 4. С. 56-65.
8. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А, Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии// Проблемы прочности и пластичности. – 2016. №. 78 (4). С. 436-451.
9. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А., Миронов А.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Модель поврежденной среды для описания длительной прочности конструкционных материалов (металлов и их

сплавов) // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. №. 79 (3). С. 285-300.

10. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Сметанин.И.В. Закономерности изменения характеристик ползучести и пластичности в экспериментах на кратковременную ползучесть при сложном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. № 79 (1). С. 62-75.
11. Волков И.А., Игумнов Л.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Сметанин.И.В. Оценка длительной прочности элементов конструкции при термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2018. № 80 (4). С. 495-512.
12. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А, Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Сметанин.И.В. Определяющие соотношения механики поврежденной среды для оценки длительной прочности конструкционных сплавов // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. № 60 (1). С. 181-194.
13. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.
14. Волков И.А, Волков А.И., Сметанин И.В., Боев Е.В., Оценка усталостной долговечности элементов конструкций при термопульсациях // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред, Материалы XXVI международного симпозиума им. А.И. Горшкова, 2020, г. Вятичи
15. Волков И.А., Казаков А.Д., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Митенков Ф.М., Егунов В.В. Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей с использованием модели деградации, учитывающих усталость и ползучесть материала // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, №6. С. 1–14.

16. Волков И.А., Коротких Ю. Г., Шишулин Д.Н. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. Т. 3, №3. С. 46–57.
17. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности. – Н. Новгород Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.
18. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику поврежденной среды. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 304 с.
19. Волков И.А., Казаков Д.А., Коротких Ю. Г. Экспериментально-теоретические методики определения параметров уравнений механики повреждённой среды при усталости и ползучести // Вестник ПНИПУ. Механика. – Пермь, 2012. № 2 С. 30–58.
20. Волков И.А, Коротких Ю.Г., Тарасов И.С., Сметанин И.В. Модель поврежденной среды для оценки ресурсных характеристик конструкционных сталей при механизмах исчерпания, сочетающих усталость и ползучесть материала // VIII Международный научный симпозиум, посвященный 85-летию со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ профессора В.Г. Зубчанинова «Проблемы прочности, пластичности и устойчивости в механике деформируемого твердого тела», 2015, г. Тверь.
21. Волков И.А., Игумнов Л.А., Сметанин.И.В., Шишулин Д.Н., Определяющие соотношения механики поврежденной среды для описания длительной прочности металлов // X Вресоссияйская конференция по механике деформируемого твердого тела. – 2017, г. Самара.
22. Волков И.А., Шишулин Д.Н., Казаков Д.А., Пичков С.Н. Моделирование основных закономерностей процесса деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах на базе концепции механики

повреждённой среды // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – № 74. – С. 16-27.

23. Волков И.А., Шишулин Д.А., Тарасов И.С., Сметанин.И.В Математическая модель нестационарной ползучести металлов при сложном напряженном состоянии // Математическое моделирование и экспериментальная механика деформируемого твердого тела. Межвузовский сборник научных трудов. Тверской государственный технический университет. – 2017. С. 4-14.

24. Вудфорд Д. А. Повреждение при ползучести и концепция остаточной долговечности // Теоретические основы инженерных расчетов. 1979. Т.101, №4. С. 1-8.

25. Гаруд. Новый подход к расчету усталости при многоосных нагружениях // Теоретические основы инженерных расчетов. 1982. Т. 103, № 2. С. 41–51.

26. Голос, Эльин Теория накопления усталостных повреждений, основанная на критерии удельной энергии полной деформации // Современное машиностроение. Сер. Б. / М.: Мир. 1989. №1. С. 64–72.

27. Гомюк, Бью Куок. Расчет долговечности коррозионностойкой стали 304 в условиях взаимодействия усталости и ползучести с использованием теории непрерывного повреждения // Теоретические основы инженерных расчетов. 1986, №3. С. 111–136.

28. Грант Н. Разрушение в условиях высокотемпературной ползучести // Разрушение. – М.: Мир, 1976. Т. 3. С. 538-578

29. Дейвис, Мейджи. Влияние скорости деформации на механические свойства при растяжении // ТОИР. 1975, №2. С. 58.

30. Зубанчиков В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Процессы сложного нагружения. Книга 2. – тверь: ТГТУ, 2004. – 184 с.

31. Зубанчиков В.Г., Алексеев А.А., Гультяев В.И. Численное моделирование процессов сложного упругопластического деформирования стали по

двухзвенным ломанным траекториям // Проблемы просночти и пластичности. Межвузовский сборник. Вып. 76. Часть 2. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2014. С. 18-25.

32. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности // МТТ. 1967, №3. С. 21–35.
33. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
34. Капустин С.А. Численное моделирование процессов деформирования конструкций с учётом соотношений механики повреждённой среды // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механическиз процессов: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1990. С. 4–14.
35. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А.. Моделировнаие нелинейного моделирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 347с.
36. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
37. Качанов Л.М. Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1960. 456 с.
38. Качанов Л.М. К вопросу о хрупких разрушениях в условиях ползучести при сложном нагружении // Вест. Ленингр. Ун-та. 1972. № 1. С. 92-96.
39. Качанов Л.М. Разрушения в условиях ползучести при сложном нагружении // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. 1972. № 5. С. 11-15.
40. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н. Оценка ресурсных характеристик метериалов и конструкций при усталости и ползучести. – Нижний Новгород, 2020. – 106 с.
41. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984. 624 с.
42. Контести, Кайетоб, Левайян Металлографическое исследование и численное моделирование процесса накопления повреждений при ползучести в

образцах с надрезом из нержавеющей стали марки 117-22 SPH // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988, №1. С. 150-162.

43. Коротких Ю. Г. Описание процессов накопления повреждений материала при неизотермическом вязкопластическом деформировании // Проблемы прочности. 1985 №1. С. 18-23.

44. Корум, Сартори. Оценка современной методологии проектирования высокотемпературных элементов конструкций на основе экспериментов по их разрушению // Теоретические основы инженерных расчетов. 1988, № 1. С. 104 – 118.

45. Крайчинович А.П., Сельварий Ю.А. Аналитическая модель разушения металлов при ползучести // Теоретические основы инженерных расчетов. 1984. Т. 106. №4. С. 101–106.

45. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // Теоретические основы инженерных расчетов. 1985, №1. С. 124-134.

47. Лихачев В. А., Малыгин Г. А. Ползучесть цинка при теплосменах // Физика металлов и металловедения. 1963. Т. 16, № 6. С. 10 - 25.

48. Локощенко А.М., Ползучесть и длительная прочность металлов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 504 с.

49. Локощенко А.М., Исследование поврежденности материала при ползучести и длительной прочности // Прикл. мех. и техн. физ. 1982. № 6. С. 129-133.

50. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1983. № 8. С. 55-59.

51. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Исследование длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1986, № 12. С. 3 – 8.

52. Локощенко А. М. К выбору критерия длительной прочности при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1989, № 9. С. 3 – 6.

53. Локощенко А.М. Новый метод измерения поврежденности металлов при ползучести // Известия РАН. Механика твердого тела. 2005. № 5. С. 102-105.
54. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Известия РАН. Механика твердого тела. 2012. № 3. С. 116-136.
55. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: Моск. гос. индустр. ун-т., 2007. -264 с.
56. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения. – Прикладная механика и техническая физика. 1982. № 1. С. 160-163.
57. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести М.: Машиностроение, 1968. – 400с.
58. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. – М.: машиностроение, 1981. – 220 с.
59. Митенков А. М., Кайдалов В. Б., Коротких Ю. Г. и др., Методы обоснования ресурса ЯЭУ. – М.: Машиностроение, 2007. – 445с.
60. Митенков Ф.М., Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Панов В.А. Прикладная теория пластичночти. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 324 с.
61. Можаровский Н.С., Шукаев С. И. Долговечность конструкционных материалов при непропорциональных путях малоциклового нагружения // Проблемы прочности. 1988, № 10. С. 47 – 53.
62. Мруз З. Упрочнение и накопление повреждений в металлах при монотонном и циклическом нагружении // Теоретические основы инженерных расчетов. 1983. №2. С. 28–36.
63. Мураками. Сущность механики повреждённой среды и её приложение к теории анизотропных повреждений при ползучести // Теоретические основы инженерных расчетов. 1983, №2. С. 44-50.

64. Мэнсон, Энсайн. Успехи за последнюю четверть века в развитии методов корреляции и экстраполяции результатов испытаний на длительную прочность // Теоретические основы инженерных расчетов. 1979. Т.101, №4. С. 9 - 18.
65. Наместникова И.В., Шестериков С.А. Векторное представление параметра повреждённости // Деформация и разрушение твёрдых тел. – М., 1985. С. 43–52.
66. Никитенко А.Ф. Экспериментальное обоснование гипотезы существования поверхности ползучести в условиях сложного нагружения: Сообщение 1, 2 // Проблемы прочности. 1984 № 8. С. 3-11.
67. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И., Рыбакина О.Г. Разрыхление и критерий разрушения в условиях ползучести // ДАН СССР. 1983. Т. 270. №4. С. 831–835.
68. Охаси, Оно, Каваи Оценка определяющих уравнений ползучести для нержавеющей стали 304 при повторяющемся многоосном нагружении // Теоретические основы, 1982, т. 104, №3, С. 1–8.
69. Дегтярев В.П. Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1967. 130 с.
70. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. Думка, 1976. – 415 с.
71. Локтионов В.Д., Соснин О.В., Любашевская И.В. Прочностные свойства и особенности деформационного поведения стали 15Х2НМФА-А в температурном диапазоне 20-1100 ^oC // Атомная энергия, 2005, Т.99, вып. 3, С. 229-232.
72. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. –М.6 Изд-во АН СССР, 1959. С. 5-7.
73. Работнов Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести // Прикл. мех. и техн. физ. 1963. № 2. С. 113-123.

74. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Изд-во «Наука». Главная редакция ФМЛ, 1966. – 752с.
75. Сметанин И.В., Численное исследование процесса высокотемпературной ползучести и длительной прочности конструкционных сплавов при одноосном растяжении // Проблемы прочности и пластичности. – 2021. № 81 (3). С. 294-310.
76. Е.А. Фризен, В.П. Семинишкин, С.И. Пантюнин Термомеханический анализ поведения корпуса реактора средней мощности в условиях тяжелой запроектной аварии // Гидропресс, 2014
77. Соснин О.В. О варианте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения // В сб. «Мех. деформируемых тел и конструкций». – М.: Машиностроение, 1975. С. 460-463.
78. Хажинский Г.М. Деформирование и длительная прочность металлов. – М.: научный мир, 2008. – 136 с.
79. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНИТИ, 1980. Т. 13. С. 3-124.
80. Дробышевский Н.И., А.Е. Киселев, В.Ф. Стрижов, А.С. Филиппов HEFESTM: программное средство для расчета высокотемпературного нелинейного деформирования // Матем. Моделирование, 2010, том 22, номер 2, стр. 45-63.
81. Aboy-Sayed A. S., Clifton R. J., Hermann I. // Exp. Mechanics. 1996. vol. 16. p. 117.
82. Басов К.А. ANSYS, М.: ДМК Пресс, 2009. 2048 с.
83. Bernard-Connolly M., Biron A., Bue-Quic T. Low-cycle fatigue behaviour and cumulative dormage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature // Random Fatigue Life Predictions Asme Publ. 1980. p. 297-302.

84. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // Journal de Mechanigue et appligue. 1983. vol. 2. p. 13 – 32.
85. Betten J/ Mathematical modelling of materials behavior under creep conditions //Appl. Mech. Rev. 2001. Vol. 54. № 2. P. 107-132.
86. Betten J. Creep mechanics / - Berlin^ Springer – Verlag, 2002. 327 pp.
87. Blass J. J., Findtley W. W. Short-time biascial creep of an aluminium alloy abrupt changes of temperature and state of stress // Journal. of Appl. Mech..ASME. Ser. E, № 2.
88. Chaboche J. L. Continuum damage mechanics. Part I // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1988. Vol. 55. P. 59-64.
89. Chaboche J. L. Continuous damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation // Engineering Design. 1981. vol. 64. p. 233-247.
90. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Inter. J. of Plasticity. – Vol. 5. – No. 3. – 1989. – P. 247–302.
91. Clifton R. J. // Mechanical Properties at High Rates of strain ASME. 1980. p. 74.
92. Dyson B.F., Loveday M.S. Creep fracture in nimonic 80A under triaxial tensile stressing // Creep in structures: Proc. Of the 3rd symp., Leicester (UK), Sept. 8-12, 1980. Berlin etc., Springer, 1981. P. 406-421.
93. Elluin F., Kulawski D. An energy-based failure behavior of materials // Journal microstructure and mechanical behavior of materials. 1986. p. 591 - 600.
94. Frantz R.A., Duffy J. the dynamic stress-strain behavior in torsion of 110 AL subjected to a sharp increase in strain rate // Divis. Of Eng. Brown. Univ., Prov. R. J. Army Research Office. DAUC 7060035/1. 1971.
95. Hayhurst D.R., Felce I.D. Creep rupture under tri-axial tension // Engineering fracture Mechanics. 1986. Vol. 25. № 5/6. P. 645-664.
96. Kennedy A. J. The creep of metals under interrupted stress-sing // Journal Proc. of the Royal. 1952. vol. 213. p. 492 – 506.

97. Klepaczro J. Strain rate history effects for polycry stalline allyminium and theory of intersections // Journal Mech. Phys. Solids. 1968. vol. 16. p. 255 – 266.
98. Krajcinovic, D. The continuous damage theory of brittle materials / D. Krajcinovic, G.U. Fonseca // Part I, II, Appl. Mech. – Vol. 48. – 1981. – P. 809–824.
99. Krajcinovic, D. The continuous damage theory: why, how and where? // Spominski zbornik Antona Kuhlja. Lubljana: S. n. 1982. P. 95-109
100. Krajcinovic, D. Continuous damage mechanics revisted: basic concepts and definitions // Trans. ASME: J. Appl. Mech. 1985. Vol. 52. № 4. P. 829-834.
101. Krajcinovic, D. On the basic structure of continuum damage models // Fragmentation, form and flow in fractured. media: Progr. F3-Conf., Neve Ilan, 6-9 Jan., 1986. Bristol: Hilger, Jerusalem (Israel). P. 190-204. Discuss. P. 267.
102. Krajcinovic, Dusan. Damage mechanics accomplishments, trends and needs // Int. J. Solids and Struct. 200 Vol. 37. № 1-2. P. 267-277.
103. Krieg, R.D. A Practical Two Surface Plasticity Theory / R.D. Krieg // Journal of Applied Mechanics. – 1975. – V. 42. – P. 641–646.

104. Lemaitre, J. Aspect phenomeno–logique de la rupture par enclommagement / J. Lemaitre, J. L. Chaboche // Journal de mecanique appliqué. – 1978. – vol. 2. – P. 317–364.
105. Lemaitre J., Chaboche J. Aspect phenomeno-logique de la rupture par enclommagement // Journal de mecanique appliqué. 1978. vol. 2. p. 317 - 364.
106. Lemaitre J. local approach of fracture // Engineering Fracture Mechanics. 1986. Vol. 25 № 5/6. P. 523-537.
107. Murakami S., Mizuno M. A constitutive equation of creep, swelling and damage under neutron irradiation applicable to multiaxial and variable states of stress // J. Sok. Mater. Sci.(Jap.) 1992. Vol. 41. №463. C. 458-464.

108. Naumenko K., Altenbach H., Gorash Y. Creep analysis with a stress range dependent constitutive model // Arch. Appl. Mech. 2009. Vol. 79. P. 619-630

109. Trampczynski W.A., Hayhurst D.R., Leckie F.A. Creep rupture of cooper and aluminum under non-proportional loading // J. Mech. and phys. Solids. 1981. Vol. 29. № 5-6. P. 353-374.

110. Trivaudey F., Delobelle. P. High temperature creep damage under biaxial loading. Pt. 1. Experiments // Trans. ASME J. Eng. Mater. and. Technol. 1990. Vol. 112 № 4. P. 442-449.

111. Volkov I.A., Egunov V. V., Igumnov L. A, D. A. Kazakov, Yu. G. Korotkikh, and F. M. Mitenkov Assessment of the service life of structural steels by using degradation models with allowance for fatigue and creep of the material // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2015, Vol. 56, No. 6. P. 995–1006.

112. Volkov I.A., Igumnov L.A., Litvinchuk S.Y., Volkov A.I., Smetanin I.V., Continual damage model and its implementation for solving the problems of fatigue durability and long – term strength in materials and structures // 28th Russian conference on mathematical modelling in natural sciences, rumonas 2019, Perm.

113. Xu Q., Hayhurst D.R. The evaluation of high-sterss creep ductihty for 316 stainless steel at 550 °C by extrapolation of constitutive equations derived for lower stress levels // Int. J. of Pressure Vessels and piping. 2003. Vol. 80. P. 689-694

114. Yao Hua-Tang, Xuan Fu-Zhen, Wang Zhengdong, Tu Shan-Tung. A review of creep analysis and design under multi-axial stress states // Nuclear engineering and Design. 2007. Vol. 237. P. 1969-1986/