

Отзыв
официального оппонента на диссертационную работу
Барабаша Никиты Валентиновича
«Аттракторы в кусочно-гладких системах лоренцевского
типа и синхронизация фазовых осцилляторов»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 -
дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление

Рецензуемая диссертация содержит исследования по трём (по числу глав) сюжетам из области теории динамических систем. Общим для них является то, что, во-первых речь идёт о динамических системах, демонстрирующих сложное или хаотическое (в том или ином смысле) поведение траекторий, а во-вторых – то, что в каждом из этих случаев рассматриваются конкретные динамические системы. Именно, это либо потоки, определяемые конкретными векторными полями (в первой и третьей главах) либо динамические системы с дискретным временем, заданные конкретными отображениями.

Трудность исследования конкретных систем состоит в том, что в отличие от абстрактных, для которых «аксиоматически» предполагаются некоторые свойства, позволяющие применять гиперболическую теорию, при работе с этими системами требуемые свойства приходится доказывать. Это приводит к необходимости применять изощрённую аналитическую технику и часто не приводит к строгим результатам. Поэтому многие утверждения о таких системах опираются на обоснование посредством численных экспериментов. Этот подход можно характеризовать как теоретическое исследование модели динамической системы. В диссертации применяется комбинация этих методов.

Перейдём к анализу её содержания по главам

В первой главе речь идёт о давно и хорошо известной системе Лоренца, в которой, как известно наблюдается странный аттрактор. Но несмотря на долгую историю исследования, большое количество публикаций и заметные аналитические результаты до сих пор отсутствует доказательство главного сценария рождения странного аттрактора через каскад бифуркаций коразмерности 1, хорошо известного благодаря численному моделированию.

Изучение подобного сценария производится для модели, имитирующей динамику наблюдаемую в численном моделировании системы Лоренца. В качестве такой модели автором предложен некоторый трехмерный кусочно-линейный поток, допускающий аналитическое описание и исследование. Векторное поле, задающее этот поток, терпит разрывы в точках некоторых плоских прямоугольников, что приводит к возможности так называемых скользящих движений. Эти движения требуют отдельного изучения, которое проведено в данной главе, содержащей следующие результаты

1. Доказано существование сингулярно-гиперболического аттрактора в кусочно-линейной системе, имитирующей систему Лоренца. В явном виде получен каскад бифуркаций коразмерности 1, приводящий к рождению аттрактора.

2. Доказано, что появление скользящих движений в аттракторе приводит к новому неожиданному бифуркационному сценарию, когда в результате гомоклинических бифуркаций седла с положительной седловой величиной рождаются устойчивые периодические орбиты.

3. Доказано существование последовательности скользящих гомоклинических бифуркаций, приводящих к рождению хаотического аттрактора лоренцевского типа. В частности, в явном виде получен скейлинг-фактор для бифуркаций удвоения периода, связанных с многообходными гомоклиническими орбитами и образованием квазиаттрактора.

Во второй главе рассматриваются вопросы об аттракторах и их свойствах некоторых двумерных неавтономных динамических систем с дискретным временем.

Речь идёт об управляемых системах, под которыми понимаются отображения, зависящие от параметра, интерпретируемого как управляющий. В частности рассматриваются логистические отображения с периодическим управляющим параметром, так называемые мигающие системы, в частности, мигающие системы Лоренца и Хинмарша-Роуза. Описаны сценарии возникновения в указанных системах сингулярно-

гиперболических аттракторов, а также так называемых аттракторов призраков.

4. Доказано существование нестационарного сингулярно-гиперболического аттрактора в конкретном двумерном неавтономном отображении, а также так называемого гиперхаотического аттрактора в автономном трёхмерном отображении.

В третьей главе речь идёт о теории синхронизации связанных фазовых осцилляторов. В работе рассматривается классический объект данной теории — ансамбль связанных осцилляторов Курамото. Типичная для данной теории задача о полной и частичной (кластерной) синхронизации в ансамбле осцилляторов Курамото второго порядка, состоящего из произвольного числа неидентичных осцилляторов, аналитически не решена до сих пор. Наиболее близкие к ее решению строгие результаты состоят в доказательстве локальной устойчивости полной и кластерной синхронизации. Аналитические результаты по частичной синхронизации неидентичных осцилляторов Курамото второго порядка были получены только в упрощающем приближении бесконечного числа осцилляторов в ансамбле.

Более сложный случай конечного размера сети ранее не изучался и именно он рассмотрен в диссертации. Автор строит двумерную кусочно-гладкую систему сравнения и получает достаточные условия частичной синхронизации, при которой некоторые осцилляторы синхронизируются внутри когерентной группы осцилляторов (кластера), в то время как остальные асинхронные осцилляторы образуют некогерентное состояние. Соответственно, основной результат этой главы таков

5. Для сети из произвольного числа глобально связанных двумерных осцилляторов Курамото получены явные достаточные условия устойчивой частичной синхронизации.

Условия получены с помощью предложенного автором метода сравнения систем, позволяющего получать границы поглощающей области в фазовом пространстве ансамбля двумерных осцилляторов Курамото.

Перечисленные выше результаты (1-5) сформулированы в тексте диссертации в форме строгих утверждений (теорем, лемм и пр.) и сопровождены подробными и ясными доказательствами. Результаты являются новыми и опубликованы в 8 работах в рецензируемых научных журналах базы Web of Science (квартилей Q1 и Q2) и др. рекомендованных ВАК изданиях, посвящённых теории хаоса, синхронизации и другим задачам нелинейной динамики. Основные результаты докладывались на 13 международных конференциях, а также на заседаниях научных семинаров

в ННГУ им. Н.И. Лобачевского, НИУ ВШЭ (г. Нижний Новгород) и в ЯрГУ им. П.Г. Демидова (г. Ярославль).

Разумеется, текст диссертации не свободен от недостатков. В качестве таковых отмечу следующие

1. В разделе 1.1.3. «Скользящие движения» (стр. 24) автор доопределяет динамическую систему на границе склейки согласно методу А.Ф. Филиппова. Автор не упоминает, что доопределить систему можно и иначе и в данном случае никак не поясняет свой выбор.

2. В главах 1 и 2 используется понятие «сингулярно-гиперболический аттрактор», при этом термины «сингулярный» и «гиперболический» подразумеваются известными. Тем не менее, не лишним было бы привести точное определение этих терминов и обосновать использование.

3. То же самое относится к определениям нескольких динамических систем в главе 2 (мигающие системы, гиперхаотический аттрактор), вместо которых автор ограничивается литературными ссылками, а определение аттрактора призрака вовсе не аккуратно.

Указанные недостатки не означают фактических ошибок. Они только лишь создают неудобства читателю и их можно было бы легко исправить. Поэтому сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Общая характеристика диссертационной работы

Диссертация Н.В. Барабаша состоит из введения, трёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 133 страницы, включая 35 рисунков. Список литературы содержит 164 наименования. Структура работы соответствует логике исследования и хорошо организована.

Диссертация посвящена решению актуальных задач современной нелинейной динамики, а ее результаты существенны для теории хаотических аттракторов и теории синхронизации фазовых осцилляторов. Выносимые на защиту положения формулируются в главах диссертации в форме теорем и сопровождены полными доказательствами. Результаты работы в достаточной степени отражены в восьми статьях, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для публикации результатов диссертаций ВАК Минобрнауки РФ, а также докладывались соискателем на многочисленных международных конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа удовлетворяют всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ N 842 от 24.09.2013 г. (в редакции

от 11.09.2021), а её автор, Барабаш Никита Валентинович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Жиров Алексей Юрьевич, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, профессор, профессор кафедры математики ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Д.ф.-м.н., профессор,

А.Ю. Жиров

25.04.2027г.

Электронный адрес: alexei_zhirov@mail.ru

Название организации:

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Адрес: 125993, Российская Федерация, Москва, Волоколамское шоссе, д. 4, Московский авиационный институт, интернет-адрес: <https://mai.ru>

Начальник отдела УДС МАИ

Т.А. Аникина

