

## Отзыв

официального оппонента на диссертационную работу  
**Барабаша Никиты Валентиновича**  
**«АтTRACTоры в кусочно-гладких системах лоренцевского типа и**  
**синхронизация фазовых осцилляторов»,**  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности **01.01.02 – дифференциальные**  
**уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

В диссертации Барабаша Н.В. исследуются бифуркации и атTRACTоры кусочно-гладких систем лоренцевского типа, неавтономных двумерных отображений и трехмерных потоков, а также сети фазовых осцилляторов Курамото второго порядка.

Работа состоит из введения, 3 глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 133 страницы, включая 35 рисунков. Список литературы содержит 164 наименования. Структура работы соответствует логике исследования и хорошо организована. Автorefерат соответствует тексту диссертации, отражает основные положения, достижения и выводы работы.

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, проводится обширный обзор литературы. Сформулирована научная новизна исследования, описаны основные положения, выносимые на защиту, дана общая характеристика работы.

**Первая глава** посвящена исследованию предложенной автором трехмерной кусочно-линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующей динамику хорошо известной системы Лоренца. Актуальность исследования определена тем, что несмотря на большое количество результатов и публикаций, до сих пор для конкретного трехмерного потока аналитически не был получен сценарий рождения атTRACTора в результате бифуркаций коразмерности 1. В первой главе диссертации Барабаша Н.В. из линейных систем построен такой конкретный поток, для которого удалось провести строгое доказательство этого сценария. Второй результат первой главы относится к роли скользящих движений, возможных исключительно в кусочно-гладких системах. А именно, рассматриваются бифуркации гомоклинических орбит, содержащих участки устойчивых скользящих движений, приводящие к рождению устойчивых орбит несмотря на положительное значение седловой величины. Исследования негладких систем и их бифуркаций в настоящее время является

актуальным направлением нелинейной динамики и представленный в диссертации результат бесспорно является значимым для направления вкладом.

**Вторая глава** диссертации посвящена исследованию хаотических аттракторов в двумерном неавтономном отображении и кусочно-гладких потоках, относящихся к классу т. н. «мигающих систем». Основным результатом здесь является доказательство существования нестационарного сингулярно-гиперболического аттрактора в двумерном отображении. Локализация аттрактора проведена методом систем сравнения, а его гиперболичность установлена с помощью построения инвариантных устойчивых и неустойчивых конусов. Этот результат относится к теории гиперболических динамических систем, восходящим к работам С. Смейла, Д.В. Аносова, и продолжающей сегодня развиваться усилиями, в т. ч. нижегородских математиков В.З. Гринеса, Е.В. Жужомы, О.В. Починки и др.

**Третья глава** диссертации посвящена исследованию частичной синхронизации в конечномерной сети осцилляторов Курамото второго порядка. Динамика ансамблей связанных динамически систем является одним из наиболее популярных направлений современной нелинейной динамики. Модель Курамото, пожалуй, занимает здесь такое же особенное место, какое занимает система Лоренца в теории динамического хаоса. Этой модели в ее различных вариациях посвящены многочисленные зарубежные и отечественные публикации. Однако, до сих пор остаются не решенные задачи, к числу которых относится задача о частичной синхронизации осцилляторов в конечномерной сети Курамото с инерцией. Эта задача была решена в третьей главе диссертации, где с помощью построенной кусочно-гладкой системы сравнения маятникового типа был локализован аттрактор исследуемой системы, соответствующий частичной синхронизации.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы и выводы.

Перечислим **основные результаты** диссертации.

1. Доказано существование сингулярно-гиперболического аттрактора лоренцевского типа в кусочно-линейной системе, имитирующей систему Лоренца. В явном виде получен каскад бифуркаций коразмерности 1, приводящий к рождению аттрактора.

2. Доказано, что появление скользящих движений в аттракторе приводит к новому неожиданному бифуркационному сценарию, когда в результате гомоклинических бифуркаций седла с положительной седловой величиной рождаются устойчивые периодические орбиты.

3. Доказано существование последовательности скользящих гомоклинических бифуркаций, приводящих к рождению хаотического аттрактора лоренцевского типа. В частности, в явном виде получен скейлинг-фактор для бифуркаций удвоения периода, связанных с многообходными гомоклиническими орбитами и образованием квазиаттрактора.

4. Доказано существование нестационарного сингулярно-гиперболического аттрактора в конкретном двумерном неавтономном отображении, а также гиперхаотического аттрактора в автономном трёхмерном отображении.

5. Для сети из произвольного числа глобально связанных двумерных осцилляторов Курамото получены явные достаточные условия устойчивой частичной синхронизации. Условия получены с помощью предложенного метода систем сравнения, позволяющего получать границы поглощающей области в фазовом пространстве ансамбля двумерных осцилляторов Курамото.

### **Общая характеристика диссертационной работы**

Диссертация посвящена решению актуальных задач современной нелинейной динамики, а ее результаты существенны для теории хаотических аттракторов и теории синхронизации фазовых осцилляторов. Выносимые на защиту положения формулируются в главах диссертации в форме теорем и сопровождены ясными доказательствами.

Результаты получены впервые и опубликованы в 8 статьях рецензируемых научных журналах базы Web of Science (квартилей Q1 и Q2) и др. рекомендованных ВАК изданиях. Результаты докладывались на многочисленных международных конференциях, а также на заседаниях научных семинаров в ННГУ им. Н.И. Лобачевского, НИУ ВШЭ (г. Нижний Новгород) и в ЯрГУ им. П.Г. Демидова (г. Ярославль).

### **По диссертации имеется следующее замечание.**

Все статьи написаны соискателем в соавторстве с научным руководителем и старшими коллегами. Это затрудняет понимание личного вклада. Несмотря на то, что личные публикации не требуются ВАК, наличие такой статьи усилило бы общее положительное впечатление от диссертации.

Указанное замечание не влияет на общую положительную оценку диссертации. Диссертационная работа Барабаша Н. В. выполнена на высоком научном уровне и является законченной научно-квалификационной работой.

Считаю, что диссертационная работа удовлетворяют всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ N 842 от 24.09.2013 г. (в редакции от 11.09.2021), а её автор, Барабаш Никита Валентинович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

**Официальный оппонент:**

Кащенко Илья Сергеевич, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, доцент, заведующий кафедрой математического моделирования ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова».

д.ф.-м.н., доцент,  
зав. каф. математического моделирования  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный  
университет им. П.Г. Демидова»

Адрес: 150003, Российская Федерация,  
Ярославль, ул. Советская, д. 14, Ярославский  
государственный университет имени  
П.Г. Демидова

Интернет-адрес университета:

<https://www.uniyar.ac.ru>

Адрес электронной почты: [iliyask@uniyar.ac.ru](mailto:iliyask@uniyar.ac.ru)

  
Илья Сергеевич  
Кащенко

28.04.2022

