

УТВЕРЖДАЮ

Директор НИУ ВШЭ - Нижний Новгород,

кандидат экономических наук



Бляхман Анна Александровна

«*21»

апреля

2022 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

нижегородского филиала федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» на диссертационную работу Барабаша Никиты Валентиновича «Аттракторы в кусочно-гладких системах лоренцевского типа и синхронизация фазовых осцилляторов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация Барабаша Н.В. посвящена строгому исследованию аттракторов и бифуркаций в конкретных динамических системах, которые в настоящее время представляют интерес для теории динамического хаоса и теории синхронизации. К таким системам относятся кусочно-гладкие системы лоренцевского типа, неавтономные хаотические отображения и потоки, а также сети фазовых осцилляторов.

С 70-х годов прошлого века исследованием странного аттрактора Лоренца занимались как многие отечественные математики (В.С. Афраймович, В.В. Быков, Л.П. Шильников, В.И. Юдович, Я.Г. Синай, В.Н. Белых, Е.А. Сатаев и др.), так и математики зарубежные (Д. Рюэль, Дж. Гуленхаймер, Р. Вильямс и др.). Несмотря на почти 60-летний «возраст» аттрактора Лоренца по сей день привлекает внимание специалистов в области нелинейной динамики. К одним из наиболее заметных недавних результатов относится опубликованное в 2017 году Д.В. Тураевым и И.И. Овсянниковым доказательство рождения аттрактора Лоренца в малой окрестности гомоклинической бифуркации при нулевой седловой величине (бифуркация коразмерности 2). Но несмотря на долгую историю исследования и заметные

аналитические результаты до сих пор отсутствует доказательство главного сценария рождения странного аттрактора через каскад бифуркаций коразмерности 1, хорошо известного благодаря численному моделированию. Доказательству этого сценария посвящена первая глава диссертации Барабаша Н.В., в которой построен трехмерный кусочно-линейный поток лоренцевского типа, позволивший автору провести его аналитическое описание. На сегодняшний день это единственная система лоренцевского типа, позволяющая проводить полное аналитическое исследование ее бифуркаций и хаотических аттракторов.

Исследование хаотических аттракторов продолжено во второй главе диссертации Барабаша Н.В., в которой автор рассматривает системы с дискретным временем и сингулярно-гиперболическими аттракторами. Теория гиперболических динамических систем восходит к работам С. Смейла и Д.В. Аносова и продолжает успешно развиваться в работах нижегородских математиков В.З. Гринеса, Е.В. Жужомы, О.В. Починки и др. Более 50 лет назад с помощью методов нелинейной динамики и эргодической теории было показано, что странный гиперболический аттрактор порождает случайный стационарный процесс. Это вызвало большой интерес в физических приложениях, направленный на поиск динамических систем с гиперболическими аттракторами. Ряд таких систем был предложен в работах С.П. Кузнецова и соавторов, однако к аналитически доказанным сингулярно-гиперболическим аттракторам относятся лишь несколько примеров (аттракторы лоренцевского типа, аттрактор Лози, Белых и др.) В своей диссертации Барабаш Н.В. с помощью построения инвариантных устойчивых и неустойчивых конусов исследует двумерное неавтономное отображение, для которого получает достаточные условия существования нестационарного сингулярно-гиперболического аттрактора.

Заключительная глава диссертации посвящена другому актуальному направлению нелинейной динамики - теории синхронизации связанных фазовых осцилляторов. В работе рассматривается классический объект данной теории – ансамбль связанных осцилляторов Курамото, которому посвящено большое количество зарубежных и отечественных публикаций. Типичная для данной теории задача о полной и частичной (клusterной) синхронизации в ансамбле осцилляторов Курамото второго порядка, состоящего из произвольного числа неидентичных осцилляторов, аналитически не решена до сих пор. Наиболее близкие к ее решению строгие результаты состоят в доказательстве локальной устойчивости полной (Ф. Дёфлер, Ф. Булло, 2011; Я. Чой, С. Ха, С. Юн, 2011) и клusterной синхронизации (В.Н. Белых, И.В. Белых, 2016, 2020). Аналитические результаты по частичной синхронизации неидентичных осцилляторов Курамото второго порядка были получены

только в упрощающем приближении бесконечного числа осцилляторов в ансамбле (Г.С. Медведев, М.С. Мизухара, 2021). Наиболее сложный случай конечного размера сети ранее не изучался и является предметом третьей главы Барабаша Н.В. С помощью построенной двумерной кусочно-гладкой системы сравнения им получены достаточные условия частичной синхронизации, при которой некоторые осцилляторы синхронизируются внутри когерентной группы осцилляторов (клUSTERA), в то время как остальные асинхронные осцилляторы образуют некогерентное состояние.

Диссертация Барабаша Н.В. содержит следующие основные результаты:

1. Доказано существование сингулярно-гиперболического аттрактора лоренцевского типа в кусочно-линейной системе, имитирующей систему Лоренца. В явном виде получен каскад бифуркаций коразмерности 1, приводящий к рождению аттрактора.
2. Доказано, что появление скользящих движений в аттракторе приводит к новому неожиданному бифуркационному сценарию, когда в результате гомоклинических бифуркаций седла с положительной седловой величиной рождаются устойчивые периодические орбиты.
3. Доказано существование последовательности скользящих гомоклинических бифуркаций, приводящих к рождению хаотического аттрактора лоренцевского типа. В частности, в явном виде получен скейлинг-фактор для бифуркаций удвоения периода, связанных с многообходными гомоклиническими орбитами и образованием квазиаттрактора.
4. Доказано существование нестационарного сингулярно-гиперболического аттрактора в конкретном двумерном неавтономном отображении, а также гиперхаотического аттрактора в автономном трёхмерном отображении.
5. Для сети из произвольного числа глобально связанных двумерных осцилляторов Курамото получены явные достаточные условия устойчивой частичной синхронизации. Условия получены с помощью предложенного метода систем сравнения, позволяющего получать границы поглощающей области в фазовом пространстве ансамбля двумерных осцилляторов Курамото.

Эти результаты сформулированы в тексте диссертации в форме строгих утверждений (теорем, лемм и пр.) и сопровождены подробными и ясными доказательствами. Результаты являются новыми и опубликованы в 8 работах в рецензируемых научных журналах базы Web of Science (квартилей Q1 и Q2) и др. рекомендованных ВАК изданиях, посвящённых теории хаоса, синхронизации и другим задачам нелинейной динамики. Основные

Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. (в редакции от 11.09.2021), а её автор, Барабаш Никита Валентинович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доклад Барабаша Н.В. по материалам диссертации был представлен на двух заседаниях (1 и 8 апреля 2022 г.) научного семинара международной лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук (специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцентом, заведующей кафедрой фундаментальной математики Нижегородского филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» Починкой Ольгой Витальевной (г. Нижний Новгород, Б. Печерская ул., д. 25/12, каб. 224, тел. +7 (831) 432-78-84, e-mail: opochinka@hse.ru).

Отзыв утвержден на заседании кафедры фундаментальной математики (протокол № 8.1.2.1.7-03/1 от « 20 » апреля 2022 г.).

д.ф.-м.н., доцент,
зав. каф. фундаментальной
математики НИУ ВШЭ –
Нижний Новгород

Починка Ольга Витальевна

Название организации:

Нижегородский филиал ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ - Нижний Новгород)

Адрес: 603014, Российская Федерация, Нижний Новгород, Сормовское шоссе, д. 30.

Телефон: +7 (831) 419-55-81

E-mail: nnov@hse.ru

Официальный сайт: <https://nnov.hse.ru>

