

На правах рукописи

О.А. Шмонин

Шмонин Олег Андреевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ДВУМЕРНОГО УГЛОВОГО РАЗРЕШЕНИЯ
ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ В АДАПТИВНЫХ
АНТЕННЫХ СИСТЕМАХ**

1.3.4 – Радиофизика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель: **Флаксман Александр Григорьевич**
доктор физико-математических наук,
профессор

Официальные оппоненты: **Литвинов Олег Станиславович**
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник, профессор
ФГБОУ ВО «Московский государственный
технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследова-
тельский университет)»

Иваненков Алексей Сергеевич
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник ИПФ РАН

Ведущая организация: **Филиал РФЯЦ-ВНИИЭФ**
«НИИИС им. Ю.Е. Седакова»

Защита состоится «28» сентября 2022г. в 17 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.340.03 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского по адресу <https://diss.unn.ru/1222>.

Автореферат разослан «____» _____ 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., доцент



Клюев А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и степень разработанности темы диссертации

В современном мире происходит интенсивное развитие технологий, направленных на повышение безопасности и уровня жизни человека. Особое внимание в этом процессе уделяется автоматизированным и автоматическим системам, способным решать задачи без участия человека или существенно облегчить их решение. К числу таковых можно отнести беспилотные автомобили, различного рода роботизированные системы, системы контроля дорожного, морского и воздушного движения.

Особую роль в работе таких систем играют радио и радиотехнические средства, осуществляющие функции радиолокации, радионавигации и связи (в том числе беспроводного доступа к сети интернет). В ходе своей работы данные средства часто решают задачу оценки числа и направлений прихода волновых фронтов. Помимо этого, задача локализации источников сигнала возникает в акустике и других областях науки и техники. Растущие требования к эффективности указанных выше систем ведут к необходимости постоянного совершенствования методов оценки угловых координат источников излучения (ИИ), синтезу и разработке которых посвящена настоящая диссертация.

Среди радиолокационных систем стоит отдельно выделить автомобильные радары, работающие на частоте 77 ГГц. Данное направление сейчас активно развивается, о чём свидетельствует множество научных публикаций, а также повышенный интерес крупных промышленных компаний к теоретическим и практическим исследованиям на данную тему. Автомобильные радары являются одним из основных источников информации о дорожной обстановке для системы ADAS (Advanced Driver-Assistance Systems), а также беспилотных автомобилей. В связи с этим вопрос точной оценки угловых координат целей встаёт особенно остро.

С одной стороны, в условиях плотного автомобильного трафика разделение целей только по дальности и скорости является недостаточным, и необходимо обеспечить высокое разрешение и точность оценки угловых координат. С другой стороны, требуется уменьшить габариты и стоимость радара, а значит, и число приёмных трактов. В качестве компромисса применяются небольшие цифровые приёмные антенные решётки (АР) и сверхразрешающие алгоритмы оценки угловых координат, позволяющие преодолеть предел разрешения Релея, равный ширине главного лепестка диаграммы направленности (ГЛ ДН) АР. К числу таких алгоритмов можно отнести методы Кейпона, MUSIC (Multiple Signal Classification), ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques), минимального члена корреляционной матрицы (КМ). Дополнительным решением является применение технологии ММО, позволяющей формировать виртуальную приёмную АР, размеры и разрешающая способность которой превосходят аналогичные параметры реальной решётки.

Стоит отметить, что постоянный рост требований к точности позиционирования дорожных объектов ведёт к необходимости оценки сразу двух угловых координат (азимута и угла места), что является острой проблемой ввиду слабой разработанности темы оценки двухмерных угловых координат близкорасположенных ИИ. Кроме того, специфика автомобильного радара накладывает дополнительные ограничения на используемые решения.

Во-первых, алгоритму сверхразрешения доступно относительно небольшое число выборок сигнала АР (т.е. существенно меньшее числа антенных элементов). Это связано с быстрым изменением дорожной обстановки и аппаратными ограничениями на память устройства. В свою очередь, короткая выборка ведёт к вырождению оценочной КМ сигнала и потерям в эффективности существующих методов сверхразрешения.

Во-вторых, алгоритм сверхразрешения должен обладать низкой вычислительной сложностью. Данное требование связано с наличием большого количества целей, угловое положение которых требуется определить. Особенно актуальным данное требование становится для двухмерных алгоритмов, вычислительная сложность которых существенно возрастает по сравнению с одномерными.

В-третьих, автомобильный радар работает в условиях наличия отражения от земной поверхности, что влияет на оценку угловых координат цели. Более того, до настоящего времени концепция виртуальной антенной решётки в ММО радаре рассматривалась только для сигнала, однократно отражённого непосредственно от цели.

Наконец, ввиду наличия вокруг радара большого числа других ИИ (помехи) и рассеивателей, большинство известных методов оценки углового положения теряют свою высокую эффективность.

В связи с обозначенным кругом проблем, вопрос разработки новых и эффективных двухмерных сверхразрешающих алгоритмов оценки числа и угловых координат ИИ является особенно актуальным. Кроме того, существует необходимость чётко прояснить возможность использования виртуальной антенной решётки ММО радара в условиях наличия отражений от земной поверхности.

В радиосвязи оценка угловых координат ИИ сигнала (передатчиков) может использоваться для формирования направленных каналов связи с объектами, положение которых быстро меняется, и требуется постоянная корректировка диаграммы направленности (ДН) приёмной антенны. Применительно к системам беспроводного доступа к сети интернет (Wi-Fi) и мобильной связи данный вопрос стал особенно актуальным с переходом к миллиметровому диапазону длин волн в стандартах IEEE 802.11ad, IEEE 802.11ay (60 ГГц), а также 5G NR (28 ГГц). В данном диапазоне канал связи обладает явно выраженным лучевым характером распространения сигнала, т.е. описывается приближением геометрической оптики. Многочисленные исследования показывают, что в этом случае можно выделить несколько доминирующих путей распространения сигнала, которые характеризуются определёнными направлениями. В данных условиях оценка и слежение за

углами прихода сигнала является одним из способов формирования актуальной ДН АР и поддержания высокой скорости передачи данных. Кроме того, для борьбы с эффектом блокировки луча, ведущего к потере соединения, необходимо оценивать и следить за несколькими возможными направлениями передачи. В совокупности со всем выше сказанным применение массивных прямоугольных антенных решёток в данных системах связи также делает актуальным задачу разработки эффективных методов оценки числа и направлений прихода (двухмерных угловых координат) волновых фронтов.

Одномерный сверхразрешающий метод минимального многочлена КМ был впервые предложен в [Ермолаев В.Т. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38. № 8. С. 841] и [Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Анурин А.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 9. С. 1144] для линейной антенной решётки. Данный метод основан на статистически обоснованном критерии минимума функционала среднеквадратической ошибки (СКО) аппроксимации минимального многочлена. В ходе дальнейших исследований, проведённых авторами метода, он показал высокую эффективность по сравнению с другими алгоритмами, особенно в случае коррелированных ИИ и при короткой выборке сигнала АР.

Таким образом, тема данной диссертации, посвященной разработке новых эффективных методов двухмерного углового сверхразрешения ИИ на основе метода минимального многочлена и обоснованию их применимости в автомобильном ММО радаре, является актуальной. Актуальность выбранной темы диссертации также подтверждается активным интересом ведущих компаний-производителей радаров и оборудования систем связи 5G к разработке новых алгоритмов оценки угловых координат источников сигнала, а также большим объемом публикаций в научно-технических журналах, посвященных данному вопросу.

Цель работы

Целью данной работы является синтез новых сверхразрешающих методов оценки числа и двумерных угловых координат источников излучения на основе метода минимального многочлена, эффективно работающих в условиях пространственно-распределенной помехи, а также обоснование применимости данных методов в ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности.

Задачи работы

1. Разработка, теоретическое обоснование и исследование свойств сверхразрешающих методов для оценки числа, азимута и угла места источников излучения с помощью прямоугольной АР на основе метода минимального многочлена.

2. Обобщение метода минимального многочлена для пеленгации источников сигнала при наличии пространственно-распределенной помехи.

3. Теоретическое обоснование применимости концепции виртуальной АР и разработанных методов для оценки угловых координат целей в ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности.

4. Экспериментальное исследование эффективности метода минимального многочлена при разрешении близких целей в автомобильном ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности.

Методология и методы исследований

При решении поставленных задач использовались методы статистической радиофизики, высшей алгебры, векторного анализа и теории матриц, а также математическое и численное моделирование, натурный эксперимент.

Научная новизна

Научная новизна работы заключается в постановке и решении ряда нерешенных ранее задач, а также в полученных оригинальных результатах:

1. Синтезированы и теоретически обоснованы сверхразрешающие методы оценки числа, азимута и угла места источников излучения с помощью прямоугольной АР на основе метода минимального многочлена с применением корневого и псевдоспектрального подходов. Исследована эффективность предложенных методов.

2. Теоретически обоснована возможность точного вычисления коэффициентов (6) полинома (5) двумерного корневого метода с применением преобразования Фурье на основе конечного числа значений исходного полинома.

3. Предложены улучшения базовой части метода минимального многочлена, позволяющие снизить вычислительные затраты на его реализацию.

4. Для случая двухстрочной (двухстолбцовой) АР предложен новый упрощенный корневой подход для оценки угловых координат источников.

5. Предложено три варианта обобщения метода минимального многочлена на случай пеленгации источников сигнала на фоне пространственно-распределенной помехи. Показана строгая математическая эквивалентность предложенных подходов. Исследована эффективность данного метода.

6. Теоретически исследована возможность применения концепции виртуальной АР в ММО радаре при наличии отражения от земной поверхности. Сформулированы два формальных критерия виртуальной АР и аналитически показано их выполнение или нарушение для всех возможных случаев взаимного расположения приёмников и передатчиков. Полученные результаты подтверждены численным моделированием.

7. Проведена экспериментальная проверка эффективности метода минимального многочлена при оценке числа и угловых координат близкорасположенных целей с помощью виртуальной антенной решётки автомобильного ММО радара при наличии отражений от земной поверхности.

Теоретическая и практическая значимость результатов

Рассматриваемые в рамках диссертации вопросы были поставлены в ходе научно-исследовательских проектов, посвященных разработке алго-

ритмов оценки угловых координат целей для автомобильных радаров миллиметрового диапазона длин волн, инициированных производителями данного продукта. В связи с этим, представленные в данной работе результаты и разработанные алгоритмы имеют непосредственную практическую значимость. Кроме того, полученные результаты могут быть применены и в иных областях, таких как радионавигация, радиолокация и радиосвязь, где возникает задача оценки угловых координат ИИ.

Обоснованность и достоверность

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов, сформулированных в диссертации, подтверждается их сравнением с результатами, полученными с помощью математического и численного моделирования, натурного эксперимента, с опубликованными результатами для частных случаев, а также отсутствием противоречий результатов диссертации известным положениям теории статистической радиофизики.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанный двумерный корневой метод минимального многочлена позволяет эффективно выполнять оценку числа и угловых координат близкорасположенных источников излучения.

2. Выполненное обобщение метода минимального многочлена на случай пеленгации источников сигнала на фоне пространственно-распределённой помехи существенно улучшает качество сверхразрешения и оценки угловых координат.

3. Предложенные критерии виртуальной АР позволяют формализовать задачу применимости данной концепции в условиях наличия отражений от земной поверхности. Результаты анализа предложенных критериев для различных конфигураций реальных антенных решёток ММО радара показывают, что для правильной оценки угловых координат целей необходимо, чтобы либо приёмные, либо передающие элементы реальной антенной решётки имели одинаковую высоту.

4. Результаты натурного эксперимента подтверждают, что метод минимального многочлена позволяет эффективно разрешать близкорасположенные цели в автомобильном ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности.

Апробация результатов и публикации

Основные материалы диссертации опубликованы в 14 работах. Среди них 4 статьи в журнале, включенном в библиографические базы данных Web of Science и Scopus (Изв. Вузов. Радиофизика [1-4]), 1 статья в журнале, включённом в базу данных RSCI (*Russian Science Citation Index*) (Журнал радиоэлектроники [5]), и 9 работ, представляющие собой опубликованные материалы докладов на научных конференциях [6-14].

Результаты диссертационной работы докладывались на VI международной конференции «Инжиниринг & Телекоммуникации – En&T 2019» (МФТИ, Долгопрудный, 2019); XII-ой Всероссийской конференции

«Радиолокация и радиосвязь» (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Москва, 2018 г.); XXI-ой, XXII-ой, XXIII-ой и XXIV-ой научных конференциях по радиофизике (ННГУ, Нижний Новгород, 2017-2020 гг.); XXIV-ой международной конференции «Информационные системы и технологии» ИСТ-2018 (НГТУ, Нижний Новгород, 2018); III-ей научно-технической конференции «Радиолокация. Теория и практика» (АО ФНПЦ «ННИИРТ», Нижний Новгород, 2017 г.).

Личный вклад автора

Диссертант принимал непосредственное участие, как в постановке задач, так и в расчетах, построении аналитических моделей, обработке экспериментальных результатов, обсуждении и физической интерпретации полученных результатов.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка сокращений и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации составляет 141 страницу, включая 38 рисунков, 6 таблиц и список литературы из 106 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** освещается современное состояние методов оценки углового положения источников сигнала, обосновывается актуальность темы диссертации, излагаются цели, задачи и научная новизна работы.

В **первой главе** предлагается обобщение сверхразрешающего метода минимального многочлена на случай двумерной оценки угловых координат ИИ (азимута φ и угла места θ). Исследуются псевдоспектральный и корневой варианты алгоритма. Предлагается новый упрощенный корневой алгоритм для двухстрочной (двухстолбцовой) АР. Также уделяется внимание снижению вычислительной сложности базовой части метода.

В разделе 1.1 описываются модель и свойства принимаемого АР сигнала. Вводится понятие фазирующего вектора антенной решётки, представляющего собой вектор комплексных амплитуд плоского волнового фронта. Доказывается линейная независимость набора различных фазирующих векторов для линейной и прямоугольной АР. Рассматривается разделение векторного пространства сигнала, принятого АР, на сигнальную составляющую, определяемую базисом фазирующих векторов ИИ, и шумовую. Показывается связь между собственным разложением КМ сигнала и сигнальным / шумовым подпространствами.

В разделе 1.2 приводится описание базовой части метода минимального многочлена. Минимальный многочлен КМ получается из характеристического путём удаления кратных корней. Степень минимального многочлена $m = J + 1$ определяется числом J ИИ, а проектор $\mathbf{P}$ на шумовое подпространство может быть оценён на основе его параметров

$$\mathbf{P} = \left[\prod_{k=1}^J (\mathbf{E} - \gamma_k \mathbf{M}) \right] \left[\prod_{k=1}^J \left(1 - \frac{\gamma_k}{\gamma_{J+1}} \right) \right]^{-1}, \quad (1)$$

где $\mathbf{E}$ – единичная матрица, $\mathbf{M}$ – корреляционная матрица, λ_k – собственное число и корень минимального многочлена, $\gamma_k = 1/\lambda_k$ и γ_{J+1} – наибольший из параметров γ , соответствующий шумовому подпространству. На практике используется максимально правдоподобная оценка КМ, минимальный многочлен которой совпадает с характеристическим. Ввиду этого, минимальный многочлен точной КМ аппроксимируется матричным многочленом степени n оценённой КМ. Для этого строится функционал СКО аппроксимации

$$I_n = \min_{\hat{\gamma}_k} Sp \left(\prod_{k=1}^n [\mathbf{E} - \hat{\gamma}_k \hat{\mathbf{M}}]^2 \right), \quad (2)$$

который сравнивается со статистически обоснованным порогом. Значения γ , при которых достигается минимум функционала (2), являются оценкой параметров минимального многочлена КМ и используются в (1) для построения оценки проектора на шумовое подпространство.

Для минимизации функционала (2) авторами оригинального метода предложен итеративный алгоритм решения системы нелинейных уравнений. В диссертации предлагается альтернативный подход. Для этого в выражении (2) производится замена переменных по формулам Виета. Минимизация функционала в этом случае осуществляется посредством решения системы линейных уравнений, а параметры γ ищутся как корни соответствующего полинома. Такой подход позволяет при $n \leq 4$ ($J \leq 3$) получить аналитическое решение. Кроме того, отмечается, что при малом числе L выборок входного процесса вычисление степеней матрицы $\hat{\mathbf{M}} = L^{-1} \mathbf{X} \mathbf{X}^H$ в выражение (2) эффективно заменить на расчёт степеней матрицы $\hat{\mathbf{R}} = L^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{X}$, где столбцами матрицы $\mathbf{X}$ являются выборки сигнала, принятого АР.

В разделе 1.3 приводится обзор вариантов метода минимального многочлена для оценки одномерных угловых координат. Рассматриваются псевдоспектральный и корневой подходы к пеленгации.

В разделе 1.4 рассматриваются варианты построения двумерного метода минимального многочлена. Аналогично одномерной задаче пеленгации на плоскости рассмотрено два подхода: псевдоспектральный и корневой, реализация которых значительно отличается от одномерного случая.

В случае псевдоспектрального подхода строится разрешающая функция $\mu(\varphi, \theta)$, пики которой соответствуют направлениям на ИИ (рис. 1, слева):

$$\mu(\varphi, \theta) = \left(\mathbf{s}^H(\varphi, \theta) \hat{\mathbf{P}}^H \hat{\mathbf{P}} \mathbf{s}(\varphi, \theta) \right)^{-1}, \quad (3)$$

где $\mathbf{s}(\varphi, \theta)$ – фазирующий вектор плоской волны, приходящей с направления (φ, θ) ; $(\cdot)^H$ – эрмитово сопряжение. Поиск узких пиков псевдоспектральной функции требует её вычисления на частой двумерной сетке, шаг которой определяется требуемой точностью оценки угловых координат. Для уменьшения вычислительных затрат в диссертации предлагается предварительная локализация ИИ посредством нахождения минимума гладкой функции

$\mu^{-1}(\varphi, \theta)$ на грубой сетке (рис. 1, справа). Аналитически показывается, что окрестность минимума данной функции сопоставима по размерам с шириной ГЛ ДН АР, что определяет шаг грубой сетки.

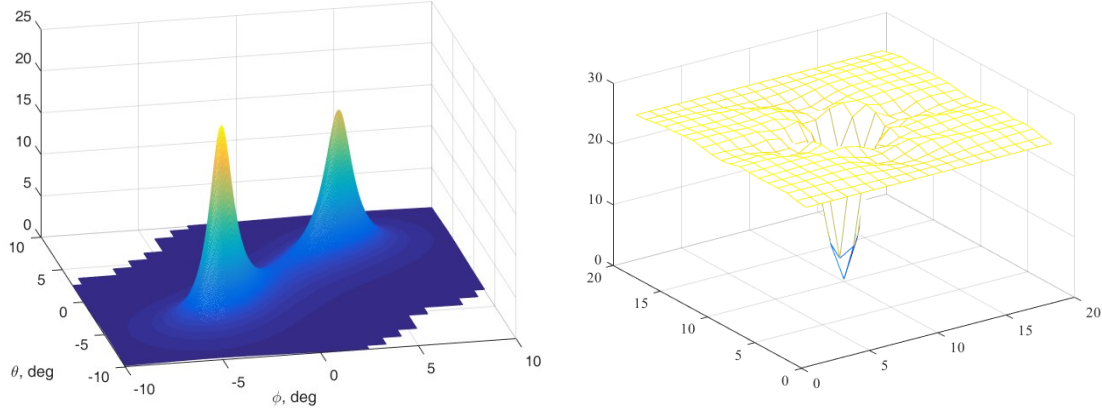


Рис. 1 – Примеры двумерной разрешающей функции псевдоспектрального метода минимального многочлена (результат моделирования) $N_v=N_h=5$; $d_v=d_h=0.5\lambda_w$; $L=10$.

Для прямоугольной антенной решётки предлагается двухмерный корневой метод минимального многочлена. На основе знаменателя выражения (3) путём замены переменных $y = \exp(i2\pi d_h \sin \varphi \cos \theta)$ и $z = \exp(i2\pi d_v \cos \varphi)$ строится полином от двух переменных (y, z)

$$f(y, z) = \mathbf{z}^{-1} \left(\sum_{p=1}^{N_h} \sum_{q=1}^{N_v} y^{q-p} \tilde{\mathbf{P}}_{pq} \right) \mathbf{z} = \mathbf{z}^{-1} \mathbf{F}(y) \mathbf{z}. \quad (4)$$

где $\tilde{\mathbf{P}}_{pq}$ – блок размером $N_v \times N_v$ матрицы $\tilde{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{P}}^H \hat{\mathbf{P}}$, N_v – число строк антенной решётки, $\mathbf{z}^{-1}$ – означает инверсию элементов вектора $\mathbf{z}$, d_h и d_v – периоды антенной решётки по горизонтали и вертикали. В общем случае полином (4) имеет бесконечное множество решений. Однако с учётом его физического смысла, задача может быть сведена к последовательному решению двух полиномов, полученных на его основе. На первом этапе следует отыскать корни полинома $f(y) = \det|\mathbf{F}(y)|$ степени $2(N_h - 1)N_v$, где N_h – число столбцов антенной решётки. В диссертации доказывается, что корни данного полинома инверсны относительно единичной окружности на комплексной плоскости, а в случае точного проектора $\mathbf{P}$ на единичной окружности будут лежать те и только те корни, аргумент которых соответствует направлениям на ИИ. Поэтому, среди корней данного полинома отбираются J , лежащих наиболее близко к единичной окружности внутри, либо вне её. На втором этапе, для каждого отобранного корня y_q находится парный корень z_q полинома (4), лежащий наиболее близко к единичной окружности. На основе сформированных пар корней оцениваются угловые координаты ИИ путём обратной замены.

Непосредственное вычисление коэффициентов полинома $f(y) = \det|\mathbf{F}(y)|$ на основе свойств определителя имеет экспоненциальную вычислительную сложность, нереализуемую на практике. В связи с этим, рассматривается разложение данного полинома в конечный ряд Фурье как сложной периодической функции по аргументу $\psi = 2\pi d_h \sin \varphi \cos \theta$

$$f(y(\psi)) \approx \sum_{p=-K}^K F_p e^{ip\psi} = \sum_{p=-K}^K F_p y^p. \quad (5)$$

Доказывается, что при $K \geq (N_h - 1)N_v$ данное разложение становится точным, а его коэффициенты могут быть найдены по формулам:

$$\begin{cases} F_p = \frac{\Delta\psi}{2\pi} \sum_{q=-K}^K f(y(q\Delta\psi)) \exp\{-ipq\Delta\psi\}, & |p| \leq (N_h - 1)N_v, \quad K \geq (N_h - 1)N_v \\ F_p = 0, & |p| > (N_h - 1)N_v \end{cases} \quad (6)$$

вычислительная сложность которых является полиномиальной. Пример положения корней разрешающих полиномов $f(y)$ и $f(z)$ приведены на рис. 2.

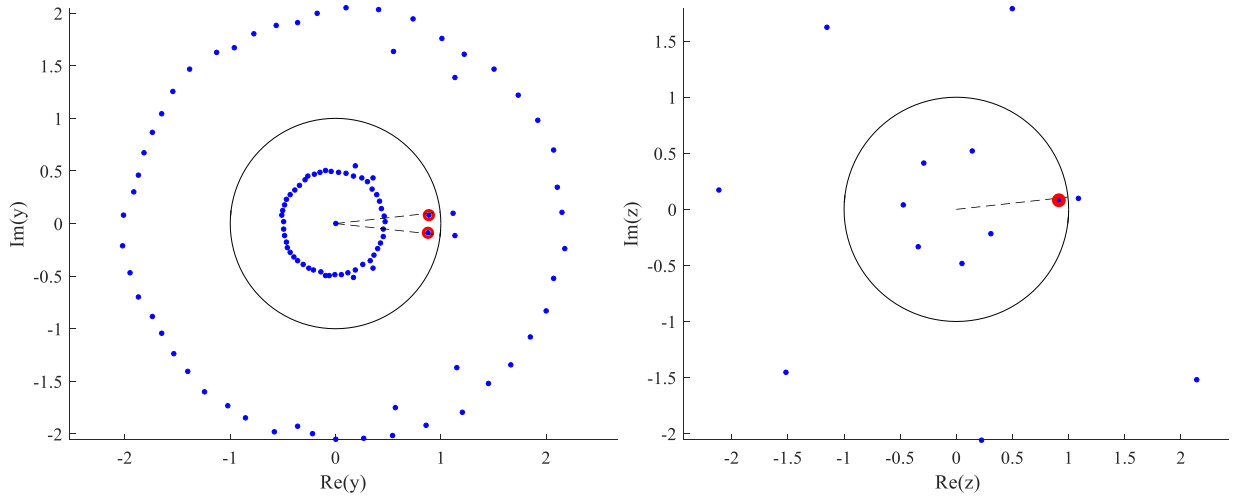


Рис. 2 – Пример положения корней разрешающих полиномов на комплексной плоскости (результат моделирования). $N_v = N_h = 8$; $d_v = d_h = 0.5\lambda_w$; $L = 10$.

Для случая двухстрочной (двухстолбцовой) АР также предложен новый упрощённый корневой подход для оценки угловых координат ИИ. Для этого выражение (4) преобразуется к виду

$$f(y, z) = \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 z^{q-p} (\mathbf{y}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{pq} \mathbf{y}) = f_{-1}(y) z^{-1} + f_0(y) + f_1(y) z = 0 \quad (7)$$

путём изменения порядка индексации элементов АР (перестановки строк и столбцов матрицы проектора). Разрешая данное уравнение относительно z при точно известном проекторе на шумовое подпространство, получим $z = -0.5f_0(y)/f_1(y)$ и полином $f_0^2(y) - 4f_{-1}(y)f_1(y) = 0$. Доказывается, что корни данного полинома инверсны относительно единичной окружности, а на единичной окружности лежат сигнальные корни и только они.

В разделе 1.5 приводятся результаты численного моделирования. В первом сценарии исследовалась квадратная АР ($N_v = 8$, $N_h = 8$, $d_v = 0.5\lambda_w$, $d_h = 0.5\lambda_w$). Угловое положение источников было задано $\varphi_1 = \theta_1 = -2^\circ$, $\varphi_2 = \theta_2 = +2^\circ$, что соответствует нормированному к ширине ДН угловому расстоянию между источниками $\Delta\zeta = 0.45$. Результаты моделирования для этого сценария приведены на рис. 3 (вероятность правильной оценки числа ИИ – слева, СКО ошибка пеленгации – справа). Кривая I соответствует кор-

невному варианту метода минимального многочлена с применением преобразования Фурье. Кривая II – псевдоспектральному варианту метода минимального многочлена. Кривые III и IV – корневому и псевдоспектральному вариантам метода MUSIC. Ошибки азимута отложены сплошной линией и отмечены буквой «а», ошибки угла места – пунктиром и отмечены буквой «е». Оценка КМ производилась по $L = 10$ временным выборкам.

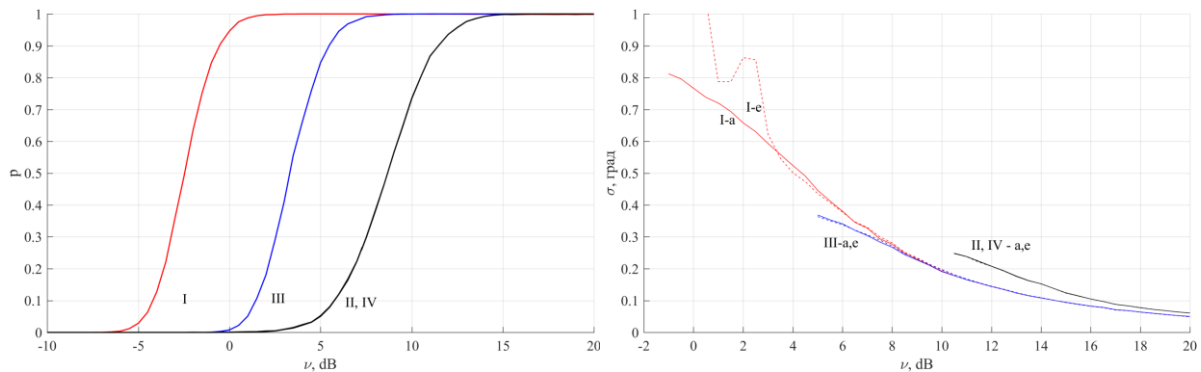


Рис. 3 – Вероятность правильной оценки числа и СКО угловых координат ИИ в зависимости от их мощности (0 dB – мощность шума).

Из результатов моделирования видно, что вероятность правильной оценки числа источников излучения $p = 0.8$ достигается для корневого варианта метода минимального многочлена при мощности ν источников на 12 дБ меньше, чем для псевдоспектрального варианта. Это связано с тем, что количество пиков псевдоспектра при небольших мощностях источников может быть меньше их числа, оценённого методом минимального многочлена. Кроме того, метод минимального многочлена обеспечивает выигрыш примерно на 7 дБ по сравнению с критерием MDL для заданной AP. Величины ошибок оценки угловых координат для методов минимального многочлена и MUSIC примерно совпадают. При этом точность оценки с помощью корневого подхода превосходит точность оценок, полученных с помощью пространственного спектра.

Во втором сценарии AP представляла собой две строки элементов ($N_v = 2$, $N_h = 8$), а угловые координаты источников излучения были заданы $\varphi_1 = -\varphi_2 = 4^\circ$, $\theta_1 = -\theta_2 = 10^\circ$, что соответствует $\Delta\zeta \approx 0.63$ от ширины ДН в соответствующем сечении. Из результатов моделирования видно, что для исследуемой AP вероятность правильной оценки числа источников излучения для метода минимального многочлена и критерия MDL примерно совпадают, что связано с увеличением отношения числа выборок сигнала к числу элементов AP. Точности пеленгации корневыми вариантами методов минимального многочлена и MUSIC практически совпадают, так же как и точности оценок, полученных с помощью корневого подхода с применением преобразования Фурье и предложенного альтернативного способа построения полинома.

В разделе 1.6 сформулированы основные выводы и результаты, представленные в первой главе.

Во **второй главе** предлагается обобщение метода минимального многочлена на случай пеленгации источников сигнала при наличии пространственно-распределённой помехи и исследуется его эффективность.

В разделе 2.1 рассматриваются свойства векторного пространства сигнала, принятого АР, при наличии помехи. Показывается, что базисы сигнального и шумового подпространств могут быть заданы посредством векторов вида $\mathbf{u} = \mathbf{T}_\Sigma \mathbf{v}$, где $\mathbf{v}$ обобщённый собственный вектор пучка матриц $(\mathbf{M}, \mathbf{T}_\Sigma)$, удовлетворяющий условию $\mathbf{M}\mathbf{v} = \lambda \mathbf{T}_\Sigma \mathbf{v}$, λ – обобщённое собственное число, $\mathbf{M}$ – полная КМ принятого сигнала, $\mathbf{T}_\Sigma$ – КМ шума и помехи. При этом базис сигнального подпространства включает вектора, соответствующие J наибольшим обобщённым собственным числам. Число различных обобщённых собственных чисел равняется $J+1$.

В разделе 2.2 предлагается обобщение метода минимального многочлена на основе обобщённой проблемы собственных чисел. Обобщённые собственные числа являются собственными числами для матрицы $\mathbf{T}_\Sigma^{-1}\mathbf{M}$. Поэтому оценка числа источников излучения может быть произведена на основе свойств минимального многочлена этой матрицы, т.е. выражение (2) заменяется в этом случае на

$$I_n = \min_{\hat{\gamma}_k} Sp \left(\prod_{k=1}^n [\mathbf{E} - \hat{\gamma}_k \hat{\mathbf{T}}_\Sigma^{-1} \hat{\mathbf{M}}]^2 \right) \quad (8)$$

Проектор на шумовое подпространство может быть построен в виде

$$\mathbf{P} = \left[\prod_{m=1}^J (\mathbf{E} - \gamma_m \mathbf{M} \mathbf{T}_\Sigma^{-1}) \right] \left[\prod_{m=1}^J (1 - \gamma_m / \gamma_{J+1}) \right]^{-1} \quad (9)$$

где параметры γ являются оценками инверсных обобщённых собственных чисел и получаются при минимизации функционала (8). Данный проектор аннулирует фазирующие вектора источников и не искажает вектора шумового подпространства.

В разделе 2.3 рассматривается подход к обобщению метода минимального многочлена на основе обеляющего преобразования $\mathbf{y} = \mathbf{D}^H \mathbf{x}$, где $\mathbf{x}$ – вектор принятого АР сигнала, $\mathbf{D}$ – матрица обеляющего преобразования. Обеляющее преобразование $\mathbf{D}$ может быть построено на основе разложения Холецкого или обратного матричного корня для КМ помехи $\mathbf{T}_\Sigma$. На выходе обеляющего преобразования шум и помеха имеют единичную корреляционную матрицу, что соответствует постановке задачи классического метода минимального многочлена, рассмотренного в первой главе диссертации. Однако при построении проектора на шумовое подпространство следует учесть искажение волнового фронта сигнала, т.е. для КМ обелённого сигнала $\mathbf{M}_D$

$$\mathbf{P} = (\mathbf{D}^{-1})^H \left[\prod_{m=1}^J (\mathbf{E} - \gamma_m \mathbf{M}_D) \right] \left[\prod_{m=1}^J (1 - \gamma_m / \gamma_{J+1}) \right]^{-1} \mathbf{D}^H \quad (10)$$

Также приводится доказательство эквивалентности всех предложенных подходов к обобщению метода минимального многочлена и обоснование применимости стандартного порога метода для метрик I_n .

В разделе 2.4 приводятся результаты численного моделирования для линейной эквидистантной АР с числом элементов $N = 10$ и периодом $d = 0.5\lambda_w$. Полная КМ оценивалась по $L = 20$ временным выборкам сигнала. КМ шума и помехи аналогично оценивалась в отсутствии полезного сигнала по $Q = 100$ временным выборкам. Два точечных узкополосных независимых ИИ равной мощности располагались на угловых координатах $\pm 4^\circ$. Угловое расстояние между ИИ равнялось 0.8 ширины главного лепестка ДН АР. В силу эквивалентности различных подходов к обобщению метода минимального многочлена моделирование проводилось для подхода на основе обеляющего преобразования с применением разложения Холецкого. Эффективность предложенного алгоритма (GMPM) сравнивалась с эффективностью классического одномерного метода минимального многочлена (MPM). При проведении численного моделирования внешние распределённые помехи полагались независимыми узкополосными источниками с распределенной по гауссову закону угловой плотностью мощности.

В первой серии численных экспериментов один источник помехи с эффективной шириной 10° имел угловую координату 20° и мощность 10 дБ. Из результатов видно, что применение предложенного в данной работе обобщённого метода, который учитывает реальную КМ шума и помехи, приводит к выигрышу в 2 дБ по уровню вероятности $p = 0.8$ правильной оценки числа ИИ в области контроля ($-14^\circ, 14^\circ$) по сравнению с классическим алгоритмом. СКО оценки угловых координат для классического и обобщённого методов минимального многочлена практически совпадают при условии, что оба метода имеют вероятность $p > 0.8$. Однако для предложенного обобщённого метода минимального многочлена существенно слабее выражена систематическая ошибка, связанная со смещением оценок в сторону помехового источника.

Во второй серии численных экспериментов два источника помехи с эффективной шириной 20° и 10° располагались на угловых координатах $\pm 30^\circ$ и имели мощность 10 дБ каждый. На рис. 4 представлены оценки угловых координат источников излучения для классического метода минимального многочлена (слева) и обобщённого метода (справа).

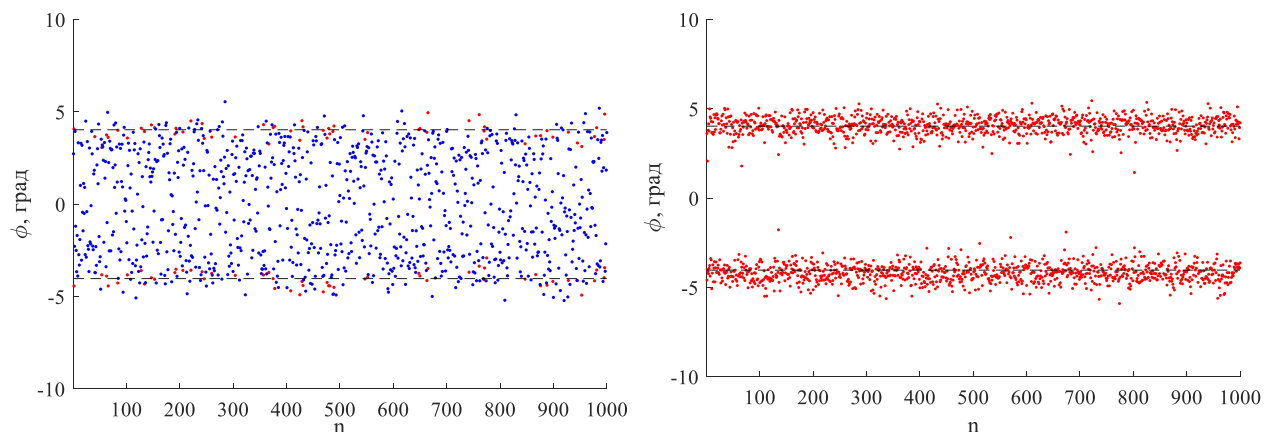


Рис. 4 – Оценки угловых координат источников излучения в отдельных численных экспериментах (MPM – слева, GMPM – справа)

Мощность полезных источников излучения равнялась $\nu = 14$ дБ относительно мощности шума. Видно, что обобщённый метод успешно разрешает ИИ в абсолютном большинстве случаев, а классический метод минимального многочлена в основном представляет два ИИ в виде единого объекта. Применение предложенного в данной работе обобщённого метода приводит к выигрышу в разрешающей способности на 6 дБ по уровню $p = 0.8$ по сравнению с классическим методом. Точность оценки угловых координат для обоих методов практически совпадает при условии, что число источников сигнала определено верно.

В разделе 2.5 сформулированы основные выводы и результаты, представленные во второй главе.

В третьей главе диссертации рассматривается задача оценки угловых координат целей в автомобильном ММО радаре в условиях наличия отражений от земной поверхности.

В разделе 3.1 рассматривается общая концепция ММО радара, а также вводится и обосновывается четырёхлучевая модель сигнала, включающая в себя прямой путь распространения от радара до цели и обратно, два пути с однократным отражением от земли и один путь с двукратным отражением от земной поверхности.

В разделе 3.2 рассматривается концепция виртуальной антенной решётки. Сигнал, принятый виртуальным элементом с индексом $m = N_{tx}(p - 1) + q$, является сигналом, принятым q -той приёмной антенной от p -той передающей антенны, где N_{tx} – число независимых передающих антенн. При этом координата виртуального элемента вычисляется как $\vec{r}_m = \vec{r}_{tx,p} + \vec{r}_{rx,q} - \vec{r}_0$, где $\vec{r}_0$ – вектор, определяющий начало системы координат.

Применяя концепцию виртуальной АР для оценки углового положения целей, мы считаем, что принятый ею сигнал имеет общие свойства с сигналом, полученным с помощью такой же реальной решётки. Эти свойства положены в основу формулируемых в диссертации критериев применимости данной концепции: критерия равенства сигналов и критерия равенства фазирующих векторов.

Критерий равенства сигналов формулируется как «Реальная приёмная антенна с координатой $\vec{r}_{rx2} = \vec{r}_{rx1} + \Delta\vec{r}$ может быть заменена виртуальной, тогда и только тогда, когда сигнал, принятый этой антенной, будет равен сигналу, принятому антенной с координатой $\vec{r}_{rx1}$ от передающей антенны с координатой $\vec{r}_{tx2} = \vec{r}_{tx1} + \Delta\vec{r}$ ». Критерий равенства фазирующих векторов требует, чтобы принятый виртуальной антенной решёткой сигнал (без учёта шума) раскладывался в том же базисе фазирующих векторов ИИ, что и сигнал, принятый аналогичной реальной АР. Иными словами, сигналы виртуальной и реальной АР должны представляться в виде суперпозиции одних и тех же волновых фронтов. Данный критерий является определяющим для эффективной работы методов оценки углового положения ИИ.

Сформулированные критерии всегда выполняются в случае свободного пространства. В диссертации проведён теоретический анализ данных критериев для введённой четырёхлучевой модели в условиях наличия отражений от земной поверхности. Доказано, что если все передающие антенны ММО радара имеют одинаковую высоту, то выполняются оба критерия. Если все приёмные антенны имеют одинаковую высоту, то критерий равенства фазирующих векторов выполняется всегда, а критерий равенства сигналов только тогда, когда высота приёмников равняется высоте некоторого передатчика, выбранного в качестве опорного. В случае, когда как приёмные, так и передающие антенны имеют разнесение по высоте, ни один критерий не выполняется.

Таким образом, если конфигурация АР ММО радара удовлетворяет заданным критериям, то разработанные алгоритмы оценки углового положения ИИ могут быть применены при наличии отражения от земной поверхности.

В разделе 3.3 приведены результаты численного Монте-Карло моделирования, демонстрирующие влияние отражения от земной поверхности на точность оценки углового положения при нарушении критериев виртуальной антенной решётки. Отмечается, что при значениях модуля коэффициента отражения от земной поверхности, превышающих 0.7, точность оценки угла места цели существенно деградирует.

В разделе 3.4 рассматриваются особенности применения метода минимального многочлена в автомобильном ММО радаре. В случае короткой выборки сигнала АР применяется техника пространственного сглаживания, формирующая на основе каждой выборки виртуальной АР набор выборок для подрешётки меньшего размера. Данная техника может быть применена как для линейной, так и для прямоугольной АР.

Отмечается, что обобщённый метода минимального многочлена, представленный во второй главе настоящей диссертации, может быть применён в случае виртуальной АР. Показывается, что КМ помехи зависит от её частотно-временных свойств, и в случае белого шума КМ имеет блочно-диагональный вид. Также отмечается, что прямой и отраженный от земли сигналы могут быть разрешены с помощью прямоугольной АР. Рассматривается алгоритм селекции «мнимых целей» (отражённого от земли сигнала) на основе оценённого угла места.

В разделе 3.5 приведены результаты натурального эксперимента, демонстрирующие эффективность метода минимального многочлена в ММО радаре при наличии отражения от земной поверхности. Несущая частота используемого радара составляла 77 ГГц ($\lambda_w = 3.9$ мм). В качестве зондирующего сигнала применялась последовательность импульсов с линейной частотной модуляцией. Разделение различных передающих антенн ММО системы осуществлялось кодом Уолша длиной четыре.

Реальная антенная решётка ММО радара включала в себя три передающие (Tx) и четыре приёмные (Rx) антенны (рис. 5, слева). Таким образом, полное число виртуальных приёмных каналов составляло 12, а число эле-

ментов виртуальной АР – 11 (рис. 5, справа). Ширина ГЛ ДН виртуальной АР составляла 7.7° .

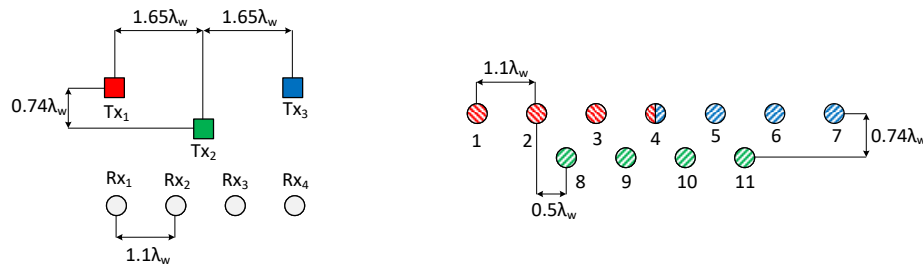


Рис. 5 – Реальная и виртуальная АР МИМО радар

Для используемой МИМО системы выполнен критерий равенства фазирующих векторов. Следовательно, концепция виртуальной антенной решётки может быть применена.

В условиях сверхкороткой выборки сигнала ($L = 1$) применялась техника двойного пространственного сглаживания для подрешётки размером 4. Полученные 10 эффективных выборок передавались на вход одномерному корневому методу минимального многочлена или Root MUSIC.

Эксперимент проводился на полигоне с ровной асфальтированной поверхностью (пустая автомобильная парковка). МИМО радар был закреплен на переднем бампере автомобиля на высоте 0.5 м. В качестве целей (вторичных ИИ) применялись два угловых отражателя треугольной формы, закрепленные на штативах высотой 0.5 м.

Эксперимент включал в себя набор из 9 статических и 2 динамических сценариев. Во всех сценариях метод минимального многочлена превосходит критерий MDL по точности оценки числа ИИ. Средняя ошибка оценки углового разнесения целей, усредненная по статическим сценариям, составила 0.59° для метода минимального многочлена и 0.68° для корневого метода MUSIC. При этом СКО оценки координат отражателей получились равными 0.16° и 0.14° соответственно.

В динамических сценариях автомобиль с закреплённым на нём МИМО радаром двигался в направлении угловых отражателей со скоростью примерно 5 км/ч. Полученный в ходе эксперимента трек целей для одного из сценариев представлен на рис. 6. Из полученных результатов следует, что при $R > 22$ м вторичные ИИ не разрешались с помощью метода Фурье, т.к. угловое расстояние между ними становилось меньше ширины ГЛ ДН виртуальной АР. При этом корневой метод минимального многочлена обеспечивал устойчивое разрешение целей до дальностей $R < 63$ м, что соответствует угловому расстоянию $\delta\varphi = 0.35$ в единицах ширины ГЛ ДН АР.

Влияние земной поверхности при оценке числа и угловых координат ИИ проявлялось в флуктуациях ОСШ, что приводило, как видно из результатов, к потере точности оценки координат целей и разрешения на некоторых дальностях.

В разделе 3.6 сформулированы основные выводы и результаты, представленные в третьей главе.

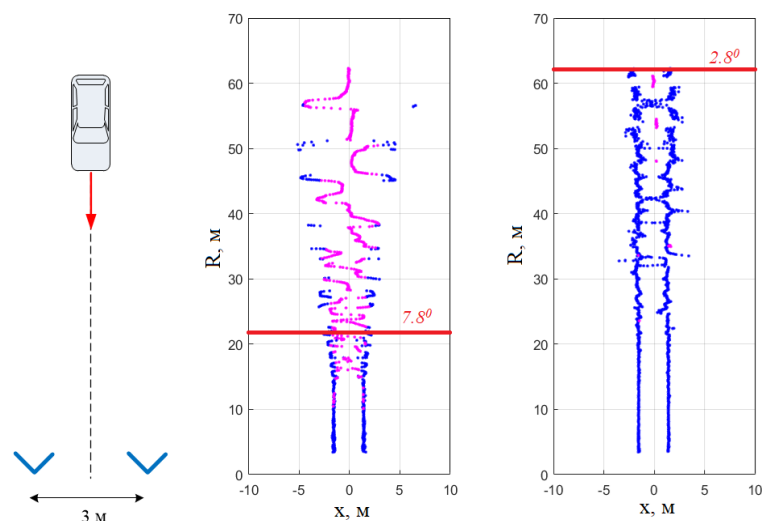


Рис. 6 – Трек целей, полученный при обработке экспериментальных данных в динамическом сценарии для метода Фурье (слева) и метода минимального многочлена (справа)

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе, и сделаны, исходя из них, теоретические и практические выводы.

В **приложении** приведен список используемых сокращений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

Основные результаты диссертационной работы и следующие из них теоретические и практические выводы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Предложен и теоретически обоснован метод минимального многочлена на случай двумерной пеленгации. Исследована эффективность двух способов решения задачи сверхразрешения ИИ: корневого и псевдоспектрального. Проведено сравнение предложенного двумерного метода минимального многочлена и метода MUSIC, используемого совместно с критерием MDL. Результаты моделирования показывают, что метод минимального многочлена позволяет успешно разрешать близкорасположенные ИИ. При малом числе выборок входного процесса этот метод превосходит критерий MDL по вероятности правильной оценки числа ИИ. Если число ИИ оценено правильно, то точность оценок угловых координат для метода минимального многочлена и метода MUSIC практически совпадают.

2. Для случая двухстрочной AP с произвольным числом столбцов (или двухстолбцовой AP с произвольным числом строк) предложен высокоэффективный упрощенный корневой способ сверхразрешения. Результаты численного моделирования показывают, что предложенный упрощенный корневой способ сверхразрешения не уступает в точности пеленгации корневому подходу, применяемому для AP произвольного размера. Сравнение вычислительной сложности рассмотренных алгоритмов показывает, что предложенный альтернативный способ вычисления разрешающего полинома для двухстрочной (двухстолбцовой) AP является наиболее простым и эффективным.

3. Разработаны новые подходы к практической реализации базовой части метода минимального многочлена, направленные на снижение вычислительной сложности. Также предложен способ замены итеративной вычислительной процедуры на аналитическое решение в случае малого числа ИИ.

4. Предложен эффективный сверхразрешающий обобщённый метод минимального многочлена, предназначенный для оценки числа и угловых координат близкорасположенных ИИ на фоне пространственно-распределённой помехи. Рассмотрено два эквивалентных варианта обобщения метода минимального многочлена. Первый вариант основан непосредственно на особенностях построения сигнального подпространства в условиях пространственно-окрашенной помехи, а второй – предполагает применение обеляющего преобразования сигнала и стандартного метода минимального многочлена. Исследование эффективности нового предложенного алгоритма в сравнении с классическим методом минимального многочлена показывает, что при наличии пространственно-распределённой помехи обобщённый метод минимального многочлена приводит к существенному выигрышу в требуемой для успешного разрешения источников мощности сигнала. Также обобщённый метод минимального многочлена позволяет существенно снизить величину систематической ошибки, связанной со смещением оценок угловых координат в сторону помехового источника.

5. На основе свойств сигнала, используемых при оценке углового положения цели, предложено два критерия применимости концепции виртуальной АР в ММО радаре: критерий равенства сигналов и критерий равенства фазирующих векторов. Произведён теоретический анализ предложенных критериев. Исследовано соответствие различных конфигураций АР ММО радаров данным критериям. Доказано, что для применения концепции виртуальной АР в условиях влияния земли необходимо и достаточно, чтобы элементы хотя бы одного типа (приёмники или передатчики) имели одинаковую высоту. Результаты численного моделирования показывают справедливость полученных теоретических результатов.

6. Рассмотрены особенности применения предложенного обобщенного двухмерного метода минимального многочлена в автомобильном ММО радаре при наличии отражения от земной поверхности.

7. Представлены экспериментальные результаты, доказывающие эффективность метода минимального многочлена при оценке угловых координат целей с помощью виртуальной антенной решётки в автомобильном ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ермолаев, В.Т. Угловое разрешение близкорасположенных источников сигналов с использованием двумерной антенной решетки и метода минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, О.А. Шмонин // Изв. вузов. Радиофизика. – 2021. – Т. 64. № 3. – С. 237-251.

2. Ермолаев, В.Т. Применение концепции виртуальной антенной решётки в ММО-радаре при наличии отражений от земной поверхности / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, **О.А. Шмонин** // Изв. вузов. Радиофизика. – 2020. – Т. 63. № 3. – С. 240-249.
3. Ермолаев, В.Т. Экспериментальное исследование углового сверхразрешения двух коррелированных сигналов методом минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Изв. вузов. Радиофизика. – 2018. – Т.61. № 11. – С. 945-957.
4. Ермолаев, В.Т. Угловое сверхразрешение сигналов в антенной решётке с помощью корневого метода минимального многочлена корреляционной матрицы / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Изв. вузов. Радиофизика. – 2018. – Т. 61. № 3. – С. 261-272.
5. Шмонин, О.А. Обобщение сверхразрешающего метода минимального многочлена для пеленгации целей в условиях пространственно-окрашенного шума и помех / **О.А. Шмонин** // Журнал радиоэлектроники. – 2021. - № 1. – С. 1 – 23.
6. Ермолаев, В.Т. Пороговая техника для оценки числа источников радиоизлучения методом минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Труды XXI Научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: ННГУ, 2017. – С. 319-322.
7. Ермолаев, В.Т. Оценка параметров источников сигнала методом минимального многочлена с поиском корней псевдоспектральной функции / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Труды XXI Научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: ННГУ, 2017. – С. 365-368.
8. Ермолаев В.Т. Эффективность оценки числа и угловых координат близкорасположенных коррелированных источников сигналов в антенной решётке с помощью корневого метода минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Радиолокация. Результаты теоретических и экспериментальных исследований. – М.: Радиотехника, 2018. – С.119-130.
9. Шмонин, О.А. Угловое сверхразрешение источников в антенной решётке. Обобщение метода минимального многочлена на случай пространственно-окрашенного шума / **О.А. Шмонин** // Труды XXIV международной научно-технической конференции "Информационные системы и технологии". – Н. Новгород: НГТУ, 2018. – С. 214-219.
10. Ермолаев, В.Т. Экспериментальные результаты углового сверхразрешения двух коррелированных источников с помощью метода минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, **О.А. Шмонин** // Труды XII всероссийской конференции "Радиолокация и радиосвязь". – М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 2018. – С. 69-73.
11. Ермолаев, В.Т. Обобщение сверхразрешающего метода минимального многочлена на случай пространственно-окрашенного шума / В.Т. Ермолаев, **О.А. Шмонин** // Труды XXII научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: ННГУ, 2018. – С. 381-384.

12. Ермолаев, В.Т. Двухмерная пеленгация близкорасположенных источников излучения на основе метода минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакسمан, **О.А. Шмонин**, А.С. Михайлова // Труды XXIII научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: ННГУ, 2019. – С. 395-398.

13. Ermolayev, V. Antenna configuration restrictions for MIMO radar influenced by ground reflection / V. Ermolayev, A. Flaksman, **O. Shmonin** // 2019 International Conference on Engineering and Telecommunication. – 2019. – P. 1-5.

14. Ермолаев, В.Т. Оценка двумерных угловых координат источников излучения с помощью корневого варианта метода минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакسمан, **О.А. Шмонин** // Труды XXIV научной конференции по радиофизике. – Н. Новгород: ННГУ, 2020. – С. 278-281.

ОГЛАВЛЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Введение

Глава 1. Синтез двумерного метода оценки угловых координат источников излучения на основе метода минимального многочлена

- 1.1. Модель и свойства принимаемого сигнала
- 1.2. Метод минимального многочлена
- 1.3. Оценка угловых координат источников излучения на плоскости
- 1.4. Оценка угловых координат источников в пространстве
- 1.5. Результаты моделирования
- 1.6. Заключение по первой главе

Глава 2. Метод минимального многочлена при наличии пространственно-распределённой помехи

- 2.1. Свойства векторного пространства при наличии помехи
- 2.2. Подход на основе обобщённой проблемы собственных чисел
- 2.3. Подход на основе обеляющего преобразования
- 2.4. Результаты моделирования
- 2.5. Заключение по второй главе

Глава 3. Оценка угловых координат целей в ММО радаре при наличии отражений от земной поверхности

- 3.1. Принцип работы ММО радара и модель сигнала
- 3.2. Виртуальная антенная решётка и критерии её существования
- 3.3. Влияние отражения от земной поверхности на точность оценки углового положения при нарушении критериев виртуальной антенной решётки
- 3.4. Особенности применения метода минимального многочлена в автомобильном ММО радаре
- 3.5. Результаты натурного эксперимента
- 3.6. Заключение по третьей главе

Заключение

Список сокращений

Список литературы