

На правах рукописи



ГРИГОРЬЕВ МИХАИЛ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

**ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
ТРЕХМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННЫХ
ПОРОУПРУГИХ ТЕЛ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

**Научный
руководитель:**

Игумнов Леонид Александрович
доктор физико-математических наук, профессор

**Официальные
оппоненты:**

Соловьев Аркадий Николаевич
доктор физико-математических наук, профессор,
Донской государственный технический
университет, заведующий кафедрой
«Теоретическая и прикладная механика»

Федотенков Григорий Валерьевич
кандидат физико-математических наук, доцент,
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
(кафедра «Сопроотивление материалов, динамика
и прочность машин»), доцент

**Ведущая
организация:**

**Южный научный центр Российской академии
наук**

Защита состоится 23 июня 2022 г. в 13:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, Н.Новгород, пр. Гагарина, 23, корп.6.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте <https://diss.unn.ru/1236>.

Автореферат разослан 13 мая 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного
совета

Горохов Василий Андреевич

Пористые материалы широко распространены в природе и технике. Применение пористых материалов в технике позволяет снизить массу и материалоемкость конструкции при увеличении их прочности и надежности. Анализ волновых процессов в пористых материалах и средах имеют принципиальное значение для таких областей, например, как акустика, геомеханика, биомеханика, нефтедобыча, геофизика, материаловедение и др. Например, в геомеханике насыщенные жидкостью или газом почвы и горные породы, рассматриваются как пористые среды.

В естественных условиях, как правило, геоматериалы существуют только в частично насыщенном виде.

Уравнения динамики частично насыщенной пороупругой среды аналитически разрешимы только для специальных случаев. Обзор источников показывает, что из численных методов для моделирования процессов в частично насыщенных пористых средах активно применяются метод конечных элементов (МКЭ) и метод конечных разностей (МКР). Универсальность и конкурентоспособность этих методов позволяет их применять для решения соответствующих задач. По сравнению с МКЭ и МКР для метода граничных элементов (МГЭ) требуется только информация с границы. Это значительно упрощает построение дискретных аналогов при рассмотрении объектов сложной формы. Кроме того, МГЭ особенно подходит для задач о распространении волн в полубесконечной и бесконечной областях, т.к. естественно учитывает необходимые для таких задач условия излучения.

Из российских исследователей, занимающихся продвижением интегрального метода в механике деформируемого твердого тела отметим С.М. Айзиковича, Б.Д. Анина, В.А. Бабешко, А.О. Ватульяна, Е.В. Глушкова, Н.В. Глушкову, И.Г. Горячеву, Л.А. Игумнова, В.В. Калининчука, Н.Ф. Морозова, А.Н. Соловьева и др. Приведенный перечень ученых может быть по праву отнесен к исследователям по анализу пороупругих тел и сред с дополнением таких фамилий, как А.А. Губайдуллин, В.И. Ерофеев, Л.Б. Маслов, В.Н. Николаевский, Д.В. Тарлаковский, Н. Antes, M. Schanz, L. Banjai, B. Albers, M. Nanning, T. Rüberg, P. Urthaler, P. Li и др.

Цель работы состоит в развитии методических и программных разработок метода гранично-временных интегральных уравнений и в проведении на их основе исследований в линейной постановке динамики трехмерных изотропных трехфазных пороупругих однородных тел.

Научную новизну работы составляют:

- а) шаговая гранично-элементная методика и ее программное оснащение для моделирования в линейной постановке динамики трехмерных пороупругих трехфазных однородных тел и сред;
- б) применение в расчетах согласованной гранично-элементной методики прямого подхода метода гранично-временных интегральных уравнений, построенной на основе шаговой схемы квадратур сверток;
- в) численно-аналитический анализ задачи о действии импульсной силы на одномерный трехфазный пороупругий стержень;
- г) гранично-элементный анализ задачи о действии импульсной силы на торец однородного изотропного пороупругого трехфазного призматического тела;
- д) гранично-элементный анализ задачи о действии импульсной силы на однородное изотропное пороупругое трехфазное полупространство;
- е) гранично-элементный анализ задачи о действии импульсной силы на однородное изотропное пороупругое трехфазное полупространство, ослабленное кубической полостью.

Достоверность полученных результатов основана на математической строгости и корректности подхода, в рамках которого:

- начально-краевой задаче методом взвешенных невязок ставится в соответствие прямая формулировка интегрального представления искомого общего решения;
- с помощью свойств обобщенных потенциалов интегрального представления решения строятся сингулярные граничные интегральные уравнения для поиска неизвестных граничных функций;
- используются регуляризованные граничные интегральные уравнения; метод коллокаций построения дискретных аналогов; поэлементная согласованная интерполяция граничных функций; численное интегрирование по Гауссу с заданной точностью на элементах, не содержащих точку коллокации, и с предварительной процедурой раскрытия особенности, на элементах содержащих точку коллокации; процедура блочного Гаусса решения дискретных аналогов как системы линейных алгебраических уравнений и т.п.;
- применяется программное обеспечение метода граничных элементов, верифицированное на численно-аналитических решениях, результатах других авторов и анализе сеточной сходимости.

Практическая значимость результатов состоит:

- в создании методических и программных разработок гранично-элементного моделирования в линейной постановке динамики пороупругих однородных трехмерных изотропных тел и сред;
- в возможности применения созданных гранично-элементных разработок для анализа волновых процессов в реальных объектах.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. методическое и программное оснащение исследования в линейной постановке динамики трехмерных изотропных трехфазных пороупругих однородных тел на основе метода гранично-временных интегральных уравнений;
2. применение шагового метода квадратур сверток в формулировке теоремы об интегрировании оригинала к численно-аналитическому решению одномерных линейных задач динамики изотропных пороупругих однородных трехфазных тел;
3. шаговое гранично-элементное моделирование решений следующих задач о действии импульсной силы:
 - на торец однородного изотропного пороупругого трехфазного призматического тела;
 - на однородное изотропное пороупругое трехфазное полупространство;
 - на однородное изотропное пороупругое трехфазное полупространство, ослабленное кубической полостью.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались на XXIV, XXV, XXVI, XXVII Международных симпозиумах "Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред" им. А.Г. Горшкова (Кременки, 2019, 2020, 2021), XIII, XIV Всероссийских школах-семинарах «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (Дивноморское, 2018, 2019), XVII научно-технической конференции «Молодежь в науке» (Саров, 2018), 6-th International Conference INTEGRITY RELIABILITY FAILURE (IRF2018) (Лиссабон, Португалия, 2018), XLVI Международной летней школе-конференции «Advanced Problems in Mechanics – 2018» (Санкт-Петербург, 2018), Международных научных конференциях "Проблемы прочности, динамики и ресурса" (Нижний Новгород, 2018, 2019), XVI International

Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing CIVIL-COMP 2019 (Рива-дель-Гарда, Италия, 2019), XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019).

Публикации

Научные работы Григорьева М.В. опубликованы в изданиях, индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science, РИНЦ, ВАК, трудах Международных и Всероссийских конференций. По результатам исследований опубликовано 20 работ, в том числе 4 статьи в журналах, рекомендованных ВАК. По теме диссертации опубликовано 10 работ, в том числе 2 статьи в журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 234 наименований. Общий объем диссертации составляет 140 страниц машинописного текста, включая 61 рисунок.

На различных этапах работа поддерживалась средствами различных фондов, ведомств и государственных программ:

- главы 1 и 2 подготовлены при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации в рамках Постановления №220 от 09.04.2010 (№14.У26.31.0031 от 05.02.2018),
- численные результаты § 1.4 получены при финансовой поддержке Государственным заданием Минобрнауки России (№0729-2020-0054);
- работы по модификации программного оснащения и проведению численных экспериментов (§ 3.3) поддерживались грантом РФФИ (№19-38-90224 Аспирант);
- результаты § 3.1 – 3.2 получены при финансовой поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (внутренний номер Н-496-99_2021-2023).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит обоснование актуальности работы. Дан авторский анализ современного состояния исследований по теме диссертационной работы. Сформулированы цель, научная новизна, достоверность, практическая значимость результатов, основные положения работы. Представлены сведения об апробации работы,

публикациях по теме работы, также сведения о содержании глав и заключении работы.

В главе 1 представлены: краткое описание математической модели частично насыщенного пороупругого материала; математическая постановка начально-краевой задачи; метод численного обращения преобразования Лапласа; шаговое численно-аналитическое решение одномерной пороупругой задачи.

В §1.1 дано описание математической модели пороупругого материала. Рассмотрен частично насыщенный пороупругий материал и соответствующая ему трехфазная модель. Распределение фаз материала в пространстве описывается параметрами пористости и насыщенности. Рассматривается вариант полного заполнения пор текучими наполнителями (жидкость, газ). Движение текучей среды в поровом пространстве моделируется законом Дарси в динамической форме.

В §1.2 дана математическая постановка краевой задачи в изображениях по Лапласу для линейной трехмерной изотропной динамической теории пороупругости, когда материал является частично насыщенным.

Уравнения движения строятся объединением определяющих соотношений с соответствующими уравнениями баланса количества движения и уравнениями баланса массы каждой из фаз с учетом кинематических условий. Незвестных функций перемещения твердой фазы $u_i, i = \overline{1,3}$ и поровых давлений p^w и p^a достаточно для полного описания задачи пороупругой динамики. Чтобы получить шаговую формулировку, необходимо в базовых уравнениях математической модели трехфазного материала исключить относительное смещение $v_i^f, i = \overline{1,3}, f = w, a$, преобразовав соотношение

$$\varphi S_f \dot{v}_i^f = -\frac{K_{rf} k}{\eta_f} (p_{,i}^f + \rho_f \ddot{u}_i + \rho_f \dot{v}_i^f), i = \overline{1,3}, f = w, a, \quad (1)$$

где v_i^f – смещение наполнителя относительно твердого скелета, S_f – коэффициент насыщенности материала, φ – пористость, k – проницаемость (абсолютная, макроскопическая, общая) частично насыщенного пороупругого материала, K_{rf} – проницаемость

(относительная) фазы, η_f – коэффициент вязкости текучего наполнителя, ρ_f – плотность фазы, знак « \cdot » обозначает дифференцирование по времени.

Поскольку в (1) входят первая и вторая производные по времени от v_i^f , это преобразование проведем в преобразованиях по Лапласу с комплексной переменной s . Для случая отсутствия объемных сил и источников система уравнений движения принимает вид:

$$\begin{bmatrix} B_1\delta_{ij} + B_2\partial_i\partial_j & B_3\partial_i & B_4\partial_i \\ B_5\partial_j & B_6 & B_7 \\ B_8\partial_j & B_9 & B_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i(\mathbf{x}, s) \\ \hat{p}^w(\mathbf{x}, s) \\ \hat{p}^a(\mathbf{x}, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x} \in \Omega, \Omega \subset \mathbf{R}^3, \quad (2)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, ∂_i – символ дифференцирования по пространственной переменной x_i ,

$$B_1 = G\nabla^2 - (\rho - \beta S_w \rho_w - \gamma S_a \rho_a) s^2, \quad B_2 = K + \frac{2}{3}G, \quad B_3 = -(\alpha - \beta)S_w,$$

$$B_4 = -(\alpha - \gamma)S_a, \quad B_5 = -(\alpha - \beta)S_w s,$$

$$B_6 = -\left(\zeta S_{ww} S_w + \frac{\varphi}{K_w} S_w - S_u \varphi \right) s + \frac{\beta S_w}{\rho_w s} \nabla^2,$$

$$B_7 = -(\zeta S_{aa} S_w + S_u \varphi) s, \quad B_8 = -(\alpha - \gamma)S_a s, \quad B_9 = -(\zeta S_{ww} S_a + S_u \varphi) s,$$

$$B_{10} = -\left(\zeta S_{aa} S_a + \frac{\varphi}{K_a} S_a - S_u \varphi \right) s + \frac{\gamma S_a}{\rho_a s} \nabla^2,$$

$$\zeta = \frac{\alpha - \varphi}{K_s},$$

$$S_{ww} = S_w - \theta(S_w - S_{rw}), \quad S_{aa} = S_a + \theta(S_w - S_{rw}),$$

$$S_u = -\frac{\theta(S_{ra} - S_{rw})}{p^d} S_e^{(\theta+1)/\theta},$$

$$\beta = \frac{\kappa_w \varphi \rho_w s}{\varphi S_w + \kappa_w \rho_w s}, \quad \gamma = \frac{\kappa_a \varphi \rho_a s}{\varphi S_a + \kappa_a \rho_a s}, \quad \kappa_f = K_{rf} \frac{k}{\eta_f}, \quad f = w, a,$$

K_w, K_a – объемные модули жидкости и газа, ∇ – оператор Гельмгольца, S_{ww} – остаточная насыщенность жидкостью, S_{aa} – остаточная насыщенность газом, K_s – объемный модуль зерен скелета, θ – коэффициент распределения пор, K, G – объемный и сдвиговой модули, ρ – плотность элементарного объема,

единичная нормаль к границе области Ω , S^u – граница типа Дирихле и S^σ – граница типа Неймана.

Корректная формулировка математической модели начально-краевой задачи в изображениях по Лапласу включает следующие граничные условия:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, s) = \tilde{\mathbf{v}}, \quad \mathbf{v} = (\hat{u}_i, \hat{p}^w, \hat{p}^a), \quad \mathbf{x} \in S^u, \quad (3)$$

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, s) = \tilde{\mathbf{t}}, \quad \mathbf{t} = (\hat{t}_i, -\hat{q}^w, -\hat{q}^a), \quad \hat{t}_i = \hat{\sigma}_{ij} n_j, \quad \hat{q}_i = s \hat{\nu}_i n_i \quad (\mathbf{x} \in S^\sigma), \quad (4)$$

где n_i – единичная нормаль к границе области Ω , S^u – граница типа Дирихле и S^σ – граница типа Неймана.

Система уравнений (2) – (4) полностью описывает краевую задачу трехмерной изотропной динамической теории пороупругости в изображениях по Лапласу.

В §1.3 описан метод численного обращения преобразования Лапласа. Особенностью численно-аналитического метода является то, что он относится к методу квадратур сверток, но опирается на другую базовую теорему операционного исчисления – теорему об интегрировании оригинала. Метод позволяет строить шаговые схемы численного обращения преобразования Лапласа. Такие шаговые схемы составляют основу шаговых схем метода граничных элементов диссертационной работы.

Базовая формула для построения шаговых гранично-элементных схем выглядит следующим образом:

$$f(0) = 0, \quad f(n\Delta t) = \sum_{k=1}^n \omega_k(\Delta t), \quad n = 1, \dots, N,$$

$$\omega_n(\Delta t) = \frac{R^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \bar{f}(s) s e^{-in\phi},$$

$$s = \frac{\theta(z)}{\Delta t}, \quad z = R e^{i\phi}, \quad \phi = 2\pi \frac{l}{L},$$

где \bar{f} – первообразная по Лапласу с комплексным параметром s функции f , чей оригинал строится шаговым методом; L , N , R – параметры шагового метода; $\theta(z) = 3/2 - 2z + z^2/2$ – характеристическая функция.

В §1.4 рассмотрена в одномерной постановке задача о действии продольной силы на тело из частично насыщенного пороупругого

материала. Расписано построение аналитического решения задачи в изображениях по Лапласу. Дан численный шаговый анализ решения задачи. Построены графики перемещений и поровых давлений во времени с исследованием шаговой сходимости. Исследовано влияние насыщенности жидкостью на нестационарный динамический отклик.

В главе 2 дано описание гранично-элементного подхода, разрабатываемого в диссертационной работе.

В § 2.1 описано построение интегрального представления решения прямого подхода метода граничных интегральных уравнений. Для начально-краевых задач линейной трехмерной изотропной динамической теории пороупругости в рамках трехфазной модели материала записана обобщенная формула Грина-Сомилианы. В § 2.2 с помощью формулы Грина-Сомилианы построено сингулярное, в смысле Коши, граничное интегральное уравнение прямого подхода, а также сингулярное, в смысле Коши, гранично-временное интегральное уравнение прямого подхода. В § 2.3 построена регуляризация граничного интегрального уравнения. Регуляризация выполнена на основе подхода Контаровича-Перлина:

$$\int_{\Gamma} (\mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{v}(\mathbf{y}, s) - \mathbf{T}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{v}(\mathbf{x}, s) - \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{t}(\mathbf{y}, s)) d\Gamma = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Gamma = \partial\Omega,$$

где \mathbf{x} – точка наблюдения, \mathbf{y} – точка интегрирования, \mathbf{U} – фундаментальное решение, \mathbf{T} – матрица сингулярных динамических решений, \mathbf{T}^0 – матрица сингулярных статических решений.

Предварительно проведен координатный анализ ядер сингулярного граничного интегрального уравнения. Показано, что особенности матрицы фундаментального решения трехмерной изотропной линейной пороупругости определяется классической матрицей Сомилианы, а особенности матрицы сингулярных решений трехмерной изотропной линейной пороупругости определяются матрицей сингулярных решений, построенной из матриц Сомилианы путем действия граничного оператора трехмерной изотропной линейной упругой статики. В § 2.4 на основе регуляризованного граничного интегрального уравнения записан дискретный аналог граничного интегрального уравнения. Дискретный аналог параметризован комплексной переменной интегрального преобразования Лапласа, и это позволяет организовать шаговый процесс

получения оригиналов компонент искомым решений. В § 2.5 приведена структура и дано краткое описание программного гранично-элементного оснащения исследовательских расчетов. Программное оснащение является компьютерной реализацией дискретного аналога регуляризованного граничного интегрального уравнения на основе шагового способа численного обращения интегрального преобразования Лапласа. В § 2.6 описан инструментарий визуализации препроцессорной и постпроцессорной информации гранично-элементных расчетов. Примерами использования созданного программного обеспечения являются иллюстрационные рисунки диссертационной работы.

В главе 3 содержатся результаты шаговых гранично-элементных исследований начально-краевых задач о действии скачка поверхностной силы на конечное и полубесконечное пороупругое тело, материал которых описывается трехфазной моделью.

В § 3.1 рассмотрена задача о действии торцевой силы на частично насыщенное пороупругое призматическое тело. Гранично-элементное решение задачи сравнивалось с аналитическим решением (его численно-аналитическим вариантом) и с гранично-элементными решениями, полученными другими авторами. Наличие аналитического решения позволяет верифицировать, построенную в диссертационной работе, шаговую гранично-элементную схему и утверждать, что ее возможности превосходят возможности разработанных схем других авторов. Среди причин улучшенных свойств гранично-элементной схемы является реализация набора следующих подходов: согласованная поэлементная аппроксимация, введенная Р.В. Гольдштейном; иерархический алгоритм поэлементного численного интегрирования; шаговая численная схема, опирающаяся на теорему операционного исчисления об интегрировании оригинала; апостериорный сеточный анализ гранично-элементных решений. В § 3.2 рассмотрена задача о действии вертикальной силы на частично насыщенное пороупругое полупространство. До получения искомого гранично-элементного решения проведен апостериорный анализ расчетной граничной модели. Выбор расчетной гранично-элементной модели позволяет получить верифицированные численные результаты. Отмечено влияние насыщенности на амплитуды нестационарного волнового отклика и на скорости волн отклика. Продемонстрировано

поведение волнового отклика при удалении от источника нагружения изотропного однородного пороупругого полупространства. В § 3.3 рассмотрена задача о действии вертикальной силы на частично насыщенное пороупругое полупространство, ослабленное кубической полостью (рис. 1). До получения искомого гранично-элементного решения проведен апостериорный анализ расчетной гранично-элементной модели. Проведен анализ влияния ослабления полупространства на волновой поверхностный отклик. Имеется анализ влияния заглубленности на динамический волновой отклик, а также фазности пороупругого материала.

Компоненты поверхностной силы $t_i, i = \overline{1,3}$; поверхностных давлений p^w, p^a жидкости и газа определяются как показано на рис. 1. Четверть расчетной сетки содержит 983 элемента на поверхности полупространства и 620 элементов на поверхности полости. Параметры пороупругого материала полупространства следующие: пористость $\varphi = 0,23$, плотность зерен скелета $\rho_s = 2650 \text{ кг/м}^3$, плотность жидкости $\rho_w = 997 \text{ кг/м}^3$, плотность газа $\rho_a = 1,1 \text{ кг/м}^3$, объемный модуль пористого материала $K = 1,02 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, модуль сдвига пористого материала $G = 1,44 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, объемный модуль зерен твердого скелета $K_s = 3,5 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$, объемный модуль жидкости $K_w = 2,25 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, объемный модуль газа $K_a = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, проницаемость $k = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, вязкость жидкости $\eta_w = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$, вязкость газа $\eta_a = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$, давление газа необходимое для вытеснения жидкости из пор $p^d = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$, остаточная насыщенность жидкости $S_{rw} = 0$, остаточная насыщенность газа $S_{ra} = 1$, коэффициент распределения размера пор $\theta = 1.5$. Расчеты выполнены при следующих значениях параметров шагового метода: $R = 0.997$, $\Delta t = 8.0 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, $N = 2000$, $L = 500$.

На рис. 2 и 3 представлены графики перемещений u_1 и u_3 в точке А, расположенной от квадрата нагружения на расстоянии $l = 10 \text{ м}$ и глубине $h = 2 \text{ м}$. Рисунок 2 показывает, что при $S_w = 1$ и при наличии ослабляющей полости максимум перемещения u_1 во временном интервале от момента прибытия продольной волны до прибытия волны Рэлея достигает большей

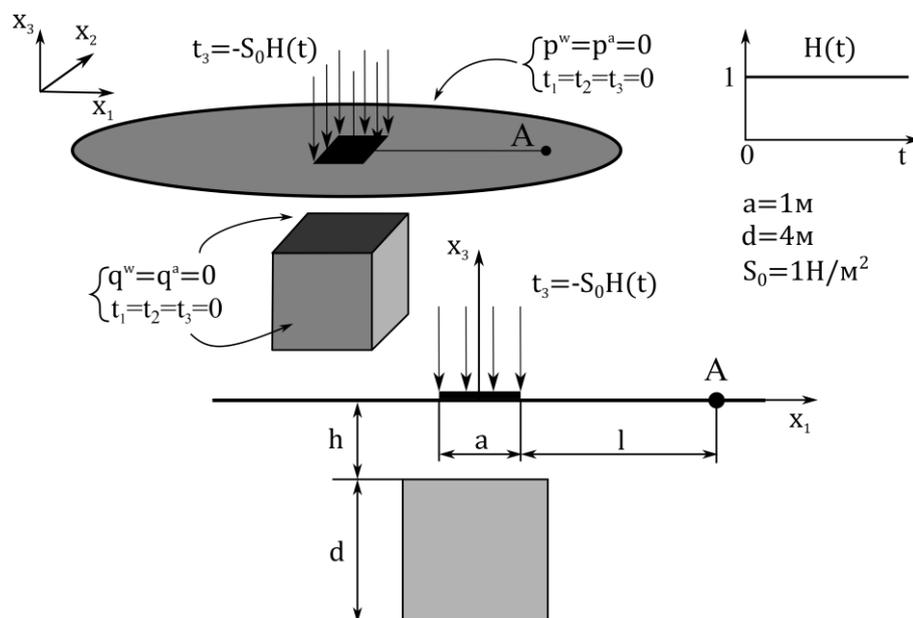


Рис. 1 Схема задачи о действии силы на поверхность полупространства, ослабленного полостью

величины, но происходит это более медленно, чем в случае отсутствия полости. Наличие полости при $S_w = 1$ приводит к увеличению амплитуды перемещения u_1 в момент прибытия волны Рэлея относительно значения амплитуды в случае отсутствия полости. В случае частичного насыщения пороупругого материала при $S_w = 0.9$ наличие ослабляющей полости приводит к снижению максимума амплитуды перемещения u_1 во временном интервале от момента прибытия продольной волны до прибытия волны Рэлея и, как и в случае полного насыщения, приводит к росту амплитуды перемещения u_1 в момент прибытия волны Рэлея. Рисунок 3 показывает, что при $S_w = 1$ наличие ослабляющей полости оказывает такой же эффект на перемещение u_3 , как и на перемещение u_1 . В случае частичного насыщения при $S_w = 0.9$ наличие ослабляющей полости не приводит к изменению максимума амплитуды перемещения u_3 во временном интервале до момента прибытия волны Рэлея, но приводит к росту амплитуды перемещения u_3 в момент прибытия волны Рэлея.

На рис. 4 и 5 представлены графики перемещений u_1 и u_3 в точке А, расположенной от квадрата нагружения на расстоянии $l = 10$ м и при различных значениях величины заглубления полости h для случая частичного насыщения $S_w = 0.9$. Исследования подтвердили выводы по решенным ранее аналогичным задачам в упругой и полностью

насыщенной пороупругой постановках.

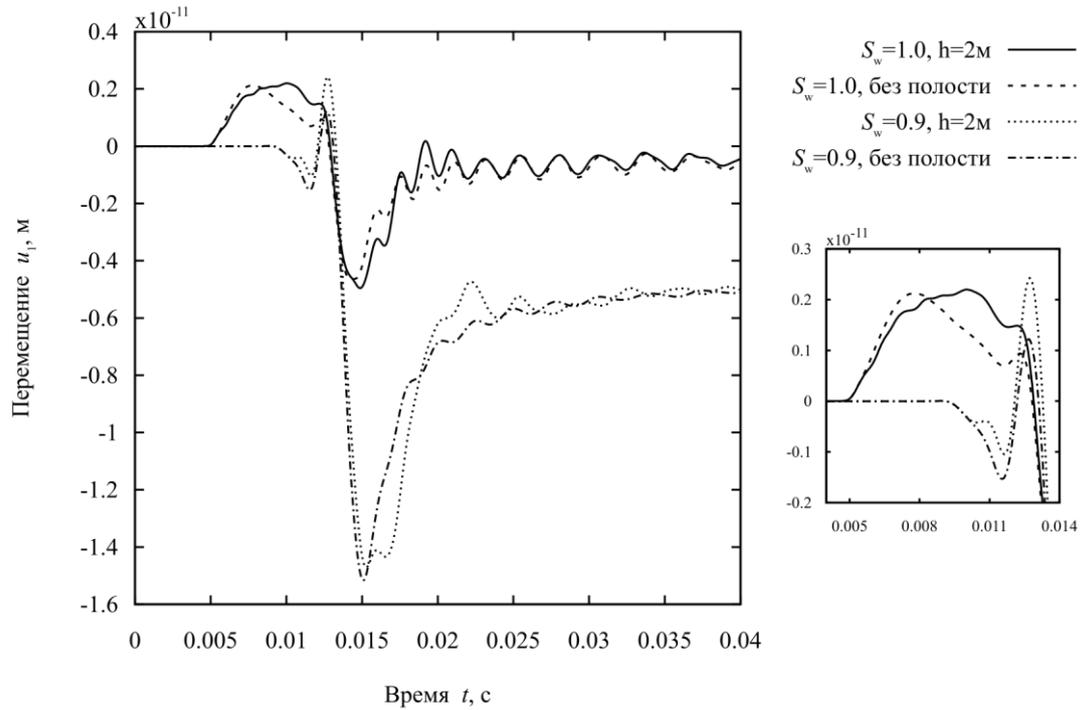


Рис. 2 Графики изменения перемещения u_1 в точке А в зависимости от времени t при различных значениях S_w в случаях наличия и отсутствия полости

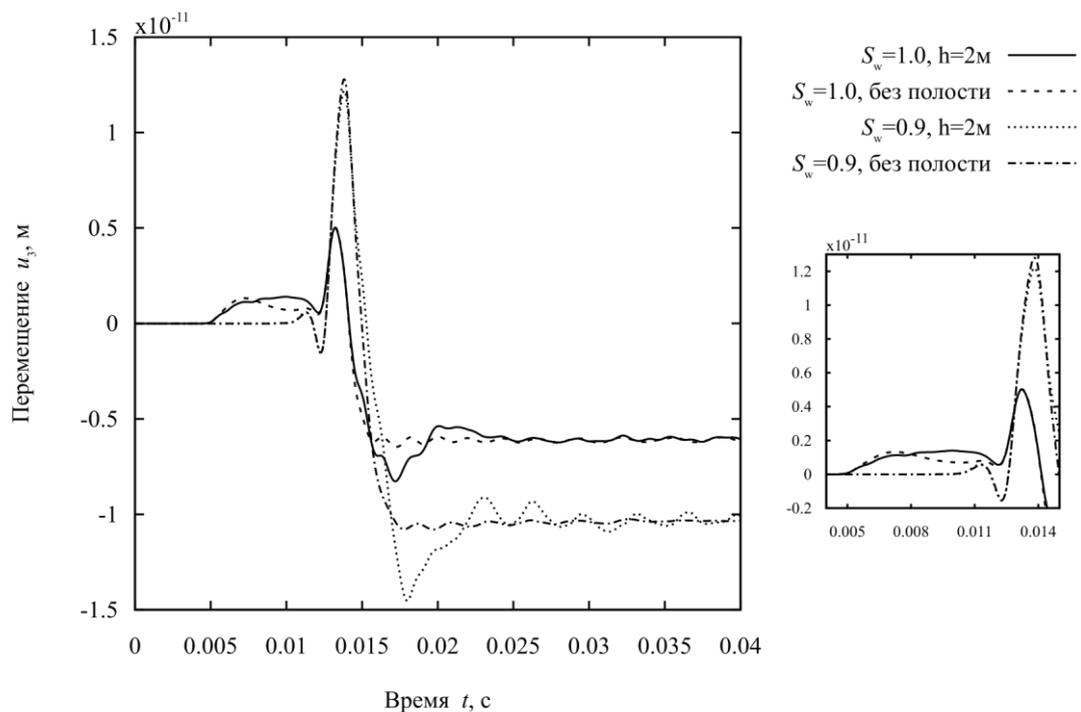


Рис. 3 Графики изменения перемещения u_3 в точке А в зависимости от времени t при различных значениях S_w в случаях наличия и отсутствия полости

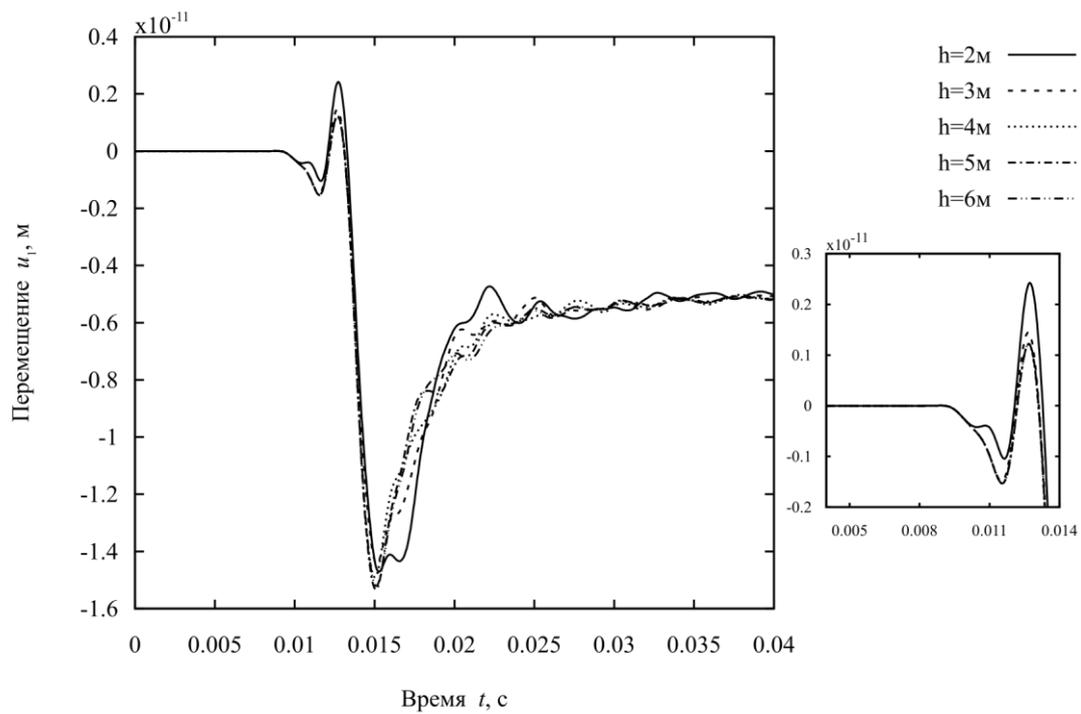


Рис. 4 Графики изменения перемещения u_1 в точке А в зависимости от времени t при различных значениях h

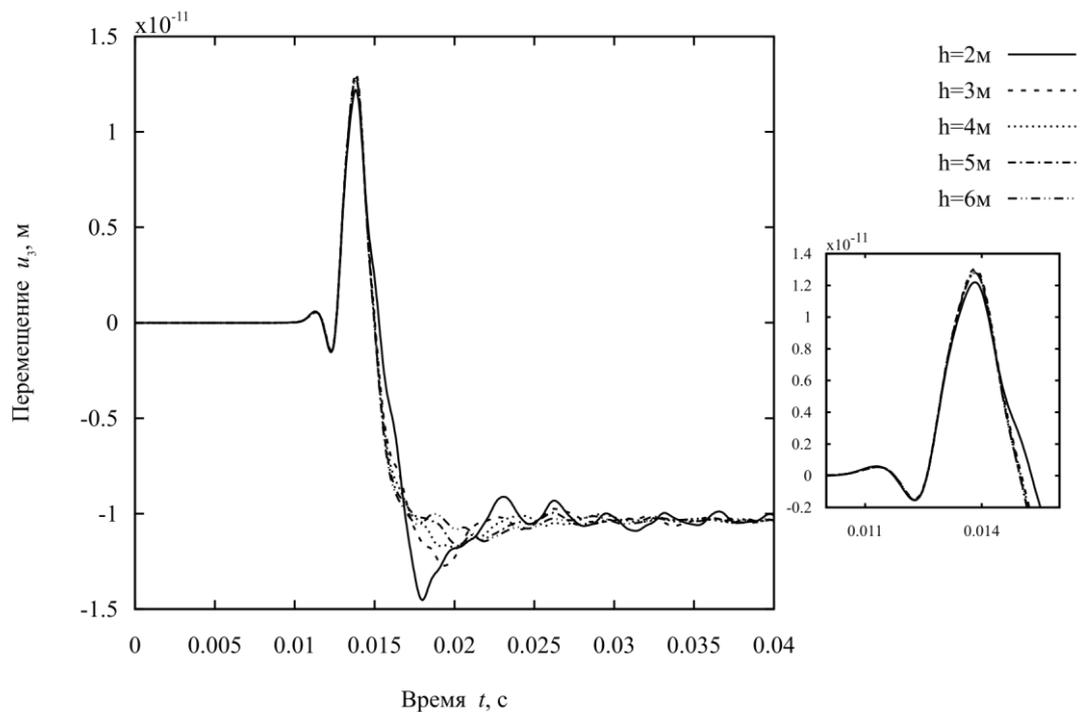


Рис. 5 Графики изменения перемещения u_3 в точке А в зависимости от времени t при различных значениях h

В заключении сформулированы основные результаты и выводы по диссертационной работе.

Основные результаты и выводы по диссертационной работе следующие:

1. Получено методическое и программное оснащение исследования в линейной постановке динамики трехмерных изотропных трехфазных пороупругих однородных тел на основе метода гранично-временных интегральных уравнений. Средства компьютерного моделирования созданы на основе прямого гранично-элементного подхода с использованием сингулярных, в смысле Коши, граничных интегральных уравнений.
2. Применен метод квадратур сверток в формулировке теоремы об интегрировании оригинала для получения численно-аналитических решений одномерных линейных задач динамики изотропных пороупругих однородных трехфазных тел. Построенная шаговая формула численного обращения преобразования Лапласа положена в основу построения шаговой гранично-элементной схемы.
3. Продемонстрированы возможности предложенного шагового гранично-элементного подхода к моделированию решений задач о действии импульсной силы на частично насыщенные пороупругие конечные и полубесконечные тела: на торец однородного пороупругого изотропного трехфазного призматического тела; на однородное пороупругое изотропное трехфазное полупространство; на однородное пороупругое трехфазное полупространство, ослабленное кубической полостью.

Основные результаты и защищаемые положения диссертации опубликованы в следующих работах:

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Петров, А. Н. Численное моделирование динамического отклика в частично насыщенном пороупругом полупространстве от действия нагрузки внутри кубической полости / А. Н. Петров, М. В. Григорьев // Проблемы прочности и пластичности. – 2020. – Т. 82. – № 4. – С. 507-523. – DOI 10.32326/1814-9146-2020-82-4-507-523.
2. Григорьев, М.В. Расчеты действия силы на пороупругое трехфазное полупространство / М.В. Григорьев, Л.А. Игумнов // Проблемы прочности и пластичности. – 2022. – Т. 84. – № 1. – С. 36-51. – DOI

Другие публикации

3. Игумнов, Л.А. Гранично-элементное решение задач поровязкоупругой динамики / Л.А. Игумнов, М.В. Григорьев, А.А. Ипатов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2020. – С.123-124.
4. Литвинчук, С.Ю. Влияние параметров модели пороупругой среды на волновые поля перемещений и поровых давлений / С.Ю. Литвинчук, М.В. Григорьев, А.А. Ипатов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2020. – С.148-149.
5. Григорьев, М.В. Гранично-элементное моделирование распространения возмущений в пороупругом полупространстве с заглубленной сферической полостью / М.В. Григорьев, А.Н. Петров // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2020. – С.94-95.
6. Григорьев, М.В. Гранично-элементное решение задач поровязкоупругой динамики / М.В. Григорьев, Л.А. Игумнов, А.А. Ипатов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVI Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова. – 2020. – С.95-97.
7. Белов, А.А. Гранично-элементное моделирование волн на поверхности пороупругого полупространства при наличии волнового барьера / А.А. Белов, А.Н. Петров, М.В. Григорьев // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов. В 4-х томах. – Уфа, 2019. – Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. – С. 447-449.
8. Григорьев, М.В. Совместное применение методов гранично-временных элементов и Лобатто в задачах трехмерной частично насыщенной пороупругости / М.В. Григорьев, А.А. Белов, А.Н. Петров // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXV международного

- симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2019. – С.76-77.
9. Григорьев, М.В. Исследование влияния формы полости в поровязкоупругом полупространстве на динамические отклики среды с помощью МГЭ / М.В. Григорьев, С.Ю. Литвинчук, А.А. Ипатов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2019. – С. 77-78.
 10. Григорьев, М.В. Трехмерное гранично-элементное моделирование поперечных колебаний пороупругой пластины / М.В. Григорьев, Л.А. Игумнов, А.А. Белов, А.Н. Петров // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2018. – С. 84-85.

Подписано в печать 21.04.2022 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1. Заказ № 694. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в отделе дизайна и цифровой печати

РИУ ННГУ им. Н.И.Лобачевского

603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37