

Работа выполнена в федеральном государственном автономном
образовательном учреждении высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»
(НИИМ Нижегородского университета)

На правах рукописи

Боев Евгений Владимирович



ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ

01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор физико-
математических наук,
профессор
Волков Иван Андреевич

Нижний Новгород – 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА	15
1.1. Анализ основных экспериментальных данных по исследованию усталостного разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при двухчастотном нагружении.....	15
1.1.1. Физические аспекты процесса усталостного разрушения металлов ..	15
1.1.2. Кривые усталости.....	19
1.1.3. Усталостная долговечность при двухчастотном нагружении.....	21
1.2. Модели и критерии усталостной долговечности металлов.....	26
1.3. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) и усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций	48
1.4. Основные выводы из обзора.....	51
2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕХАНИКИ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ.	53
2.1. Общие положения.....	53
2.2. Определяющие соотношения МПС	60
2.3. Алгоритм интегрирования определяющих соотношений МПС.....	70
3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ МПС ПРИ ОДНОЧАСТОТНОМ И ДВУХЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ	87
3.1. Функциональное и системное наполнение программы «EXPMODEL»... 87	
3.2. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений при совместных механизмах мало- и многоциклового усталости	90
3.3. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений при двухблочном малоцикловом нагружении.....	94
3.4. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений в условиях мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения.	99
3.5. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений при двухчастотном нагружении.....	105
4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ	112
4.1. Общие положения.....	112

4.2. Численное моделирование усталостной долговечности деталей авиационных ГТД при циклическом двухчастотном нагружении	119
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	130
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	133

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования.

Обоснованность оценки ресурса ответственных инженерных объектов (ОИО) (авиационного газотурбинного двигателя, ядерной энергетической установки (ЯЭУ), объектов химической, газовой, нефтяной отрасли и др.) в течение длительного срока службы (40–60 лет) требует корректного учета вкладов действующих факторов в повреждение материала критических зон элементов оборудования, которые из-за специфики своего эксплуатационного нагружения определяют ресурс конструкции в целом. В следствие этого при проектировании ОИО необходим тщательный анализ работоспособности элементов оборудования с выделением критических элементов и вероятности их разрушения с учетом конкретных условий работы и действующих факторов, влияющих на процессы деформирования материала и деградацию его начальных прочностных характеристик. На практике с этой целью широко используется верифицированные методики расчета кинетики напряженно-деформированного состояния (НДС), зарождения и развития дефектов. Необходимо, однако, учитывать, что в используемых расчетных методиках неизбежно имеет место некоторая неопределенность, обусловленная неполной достоверностью используемых математических моделей, условностью учитываемых технологических дефектов и др.

На практике такая неопределенность компенсируется соответствующими коэффициентами запаса прочности (консервативный подход). Но его значение в общем случае нельзя считать обоснованным, кроме того, необходимость увеличения срока службы оборудования приводит к необходимости дополнительно увеличивать коэффициенты запаса прочности, следствием чего является рост материалоемкости оборудования и даже отказ от более эффективных конструктивных решений.

В существующей инженерной практике методика расчетного анализа процессов накопления усталостных повреждений, как правило, основана на:

- представлении реального одноосного процесса деформирования в виде некоторого эквивалентного процесса блочного нагружения с регулярным циклом в пределах одного блока нагружения;

- использовании в качестве критерия эквивалентности интенсивности напряжений и деформаций;

- измерение поврежденности относительным количеством отработанных циклов и использовании правила линейного суммирования повреждений.

При этом влияние фактической истории нагружения на темпы деградационных процессов обычно не учитывается.

Неизбежные исходные предположения на стадии проектирования в ряде случаев могут недопустимо снижать консервативные оценки усталостной долговечности. Поэтому такие подходы не могут быть использованы для оценки ресурса конструктивных элементов в процессе эксплуатации. Требуется более совершенные методические подходы, позволяющие с необходимой точностью моделировать реальные физические процессы накопления повреждений и деградационные процессы в материале с учетом реальной истории их нагруженности.

Методы прогнозирования усталостной долговечности можно разделить на две основные группы в зависимости от используемого конкретного подхода.

Первая группа этих критериев основана либо на «эквивалентных» напряжениях, либо на «эквивалентных» деформациях или максимальных (приведенных) компонентах касательных напряжений или деформаций. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что эти параметры играют важную роль в процессе зарождения усталостной трещины, однако, при многоосных и особенно при непропорциональных нагружениях использование данных параметров в качестве эквивалентных может привести к большим ошибкам в оценке усталостной долговечности в неконсервативную сторону (до нескольких раз).

Другой подход основан на введении макроскопического параметра, характеризующего на макроуровне степень поврежденности материала. В общем

случае это должен быть тензор второго ω_{ij} или более высокого Ω_{ijkl} ранга, зависящий от истории напряженно-деформированного состояния. Однако, ввиду отсутствия в настоящее время необходимой экспериментальной информации, в качестве меры поврежденности в большинстве случаев выбирают скалярный параметр ω , изменяющийся от начального состояния ω_0 , соответствующего неповрежденному материалу, до предельной величины ω_f , соответствующей образованию в данном объеме материала макроскопической трещины определенных размеров.

В последние годы для решения таких задач успешно развивается новое научное направление – механика повреждённой среды (МПС) [см 1-24 и имеющиеся там ссылки]. МПС изучает поведение повреждённых материалов (материалов с внутренними дефектами) посредством описания влияния распределённых микродефектов при помощи определённых механических параметров и процессы образования макроскопических трещин (процессы накопления повреждений), сочетая, насколько это возможно на современном уровне знаний, точки зрения материаловедения и механики сплошной среды. Естественно, что рассмотренные соображения имеют приближённый характер с точки зрения реальных процессов на уровне микроструктуры материала. Однако существующая на сегодняшний день практика использования уравнений МПС для различных механизмов истощения ресурса материала позволяет утверждать, что такой подход достаточно эффективен для практических приложений оценки ресурса ОИО, и с его помощью можно достаточно корректно оценивать процесс истощения ресурса конструктивных элементов и узлов несущих конструкций.

Для прогнозирования усталостной долговечности элементов конструкций в последние годы были разработаны различные теории и модели МПС. С точки зрения прогнозирования срока службы методы МПС особенно полезны для моделирования накопления повреждений в материале до образования обнаруживаемого дефекта (например, трещины).

Были предложены и разработаны некоторые нелинейные теории накопления повреждений, модели МПС и методы повреждения на основе энергии повреждения [4, 5, 7-9, 13, 14, 25, 28]. Учитывая строгую связь между энергией гистерезиса и усталостным поведением материалов, были разработаны энергетические подходы для прогнозирования усталостной долговечности с использованием энергии деформации (пластической энергии, упругой энергии или их суммирования) в качестве ключевого параметра повреждения, учитывающего последовательность нагрузок и совокупный повреждающий эффект [29, 30].

Для инженерных объектов, работающих в условиях нестационарных термосиловых нагружений (атомные реакторы, турбины, котлы, авиационные двигатели, объекты химического машиностроения и др.), одним из доминирующих механизмов деградации начальных свойств материала, определяющим ресурс конструктивных узлов, является двухчастотное циклическое нагружение [31-42].

Режим двухчастотного нагружения свойственен элементам энергетического оборудования, лопаткам и дискам турбонасосных агрегатов авиационных и ракетных двигателей, а также элементам конструкций, в которых, как правило, низкочастотное нагружение связывается с основными эксплуатационными режимами, а высокочастотное нагружение является следствием колебаний (пульсаций) рабочего потока или воздействий побочных вибраций. Низкочастотные режимы в этом случае обусловлены пусками, остановками, и испытаниями.

Двухчастотное нагружение с широкой вариацией соотношений амплитуд и частот низкочастотной и высокочастотной составляющих циклической деформации сопровождается изменением диаграмм циклического деформирования, условий накопления повреждений и снижением долговечности. Наложение высокочастотной составляющей циклической деформации на основной процесс малоциклового нагружения приводит к существенному снижению циклической долговечности, причем тем в большей

степени, чем выше уровень соотношений амплитуд и частот складываемых гармонических процессов приложения нагрузки.

К настоящему времени разработан ряд уравнений состояния, описывающих процессы поврежденности материала при циклическом двухчастотном нагружении. Однако большинство этих уравнений ориентированы только на определенные классы нагружения и не связаны с конкретными уравнениями деформирования материала.

Таким образом, задача обоснования применимости (оценка степени достоверности и определение границ применимости) определяющих соотношений механики поврежденной среды при циклическом двухчастотном нагружении, служащих основой для разработки на их базе экспертных систем оценки ресурса конструкций является актуальной.

Степень разработанности темы.

Классические методы предсказания усталостной долговечности при помощи полуэмпирических формул (правил), основанные на стабилизированном анализе процесса деформирования и связывающие параметры петель упругопластического деформирования с количеством циклов до разрушения требуют большого количества экспериментальной информации и справедливы только для узкого класса режимов нагружения.

К настоящему времени разработано большое количество определяющих соотношений МПС, описывающих процессы развития поврежденности в материале. Однако большинство этих уравнений ориентированы только на определённые режимы нагружения и, не связаны с конкретными уравнениями процессов деформирования. На самом деле история упругопластического деформирования (вид траектории деформирования, характер изменения температуры, вид напряжённого состояния, история его изменения и др.) существенно влияет на скорость процессов накопления повреждений. Это подчёркивает важность рассмотрения кинетики НДС в опасных зонах конструктивных элементов и её теоретического описания соответствующими уравнениями состояния.

Цель и задачи диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является оценка усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций при сложных режимах двухчастотного нагружения с использованием определяющих соотношений МПС.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

- провести оценку достоверности уравнений МПС, предложенных Ю.Г. Коротких и развитых его учениками (И.А. Волков, Д.Н. Шишулин) для сложных режимов двухчастотного циклического нагружения с учетом малоизученных эффектов деформирования методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставления полученных результатов расчета с опытными данными;
- разработать эффективный алгоритм интегрирования уравнений МПС и создать на его основе программные средства, необходимые для решения конкретных прикладных задач;
- создать научно-обоснованный инженерный подход, позволяющий на базе результатов решения краевых задач, осуществлять прогноз усталостной долговечности локальных зон конструктивных элементов по заданной истории изменения компонент тензора деформации и температуры (жесткое нагружение), либо компонент тензора напряжения и температуры (мягкое нагружение);
- провести оценку усталостной долговечности конкретных конструктивных элементов с целью выявления характерных особенностей процесса усталостного разрушения опасных зон элементов и узлов несущих конструкций при двухчастотном циклическом нагружении.

Научная новизна.

Методом численного моделирования экспериментальных процессов и сопоставления результатов расчета с опытными данными, проведены исследования:

- влияние жесткого блочного циклического нагружения на усталостную долговечность поликристаллических конструкционных сплавов;
- влияние мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения на деформационные характеристики нержавеющей сталей аустенитного и ферритного класса;
- влияние механизмов мало- и многоциклового усталости на ресурсные характеристики поликристаллических конструкционных сплавов;
- влияние двухчастотного циклического нагружения на усталостную долговечность конструкционных сталей;

Получены новые решения задачи оценки усталостной долговечности конструктивных элементов дефлектора диска турбины высокого давления (ТВД) современных авиационных ГТД при двухчастотном циклическом нагружении.

Теоретическая значимость работы.

Получены новые данные по усталостной долговечности материалов (металлов и их сплавов). Показано существенное влияние двухчастотного циклического нагружения на усталостную долговечность поликристаллических конструкционных сплавов. Показано, что подход, основанный на правиле линейного суммирования повреждений при расчете усталостной долговечности, может привести как к консервативной, так и неконсервативной оценке.

Практическая значимость работы.

Разработана научно-обоснованная инженерная методика, созданы алгоритмы и программные средства для численного анализа усталостной долговечности опасных зон элементов и узлов несущих конструкций при двухчастотном циклическом нагружении. Показано, что благодаря учёту основных эффектов, сопутствующих процессам циклического нагружения, на базе разработанного подхода возможно создание экспертных систем по оценке ресурса конструкций и аппаратов современной техники. Внедрение результатов работы возможно на предприятиях АО «ОДК – Пермские моторы», ПАО «Туполев», ПАО «Объединенная авиастроительная корпорация», ГК «Росатом», ГК «Роскосмос», предприятиях Министерства Обороны РФ и предприятиях

авиастроения для расчетного обоснования прочности и ресурса проектируемых конструкций и аппаратов современной техники.

Методология и методы диссертационного исследования.

Основой диссертационного исследования является метод математического моделирования, сочетающий численное решение задач усталостной долговечности материалов и конструкций с экспериментальными исследованиями на испытательных машинах высокого класса точности. Для численного моделирования НДС конструкций численными методами используется интегрированный пакет прочностного анализа ANSYS.

Положения, выносимые на защиту:

- результаты оценки достоверности определяющих соотношений МПС, предложенных Ю.Г. Коротких для расчёта циклической усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при двухчастотном циклическом нагружении;

- научно-обоснованная инженерная методика оценки ресурсных характеристик материалов и конструкций, позволяющая осуществлять прогноз циклической усталостной долговечности локальных зон элементов и узлов несущих конструкций по заданной истории изменения компонент тензора деформации и температуры (жесткое нагружение), либо компонент тензора напряжения и температуры (мягкое нагружение), полученных из решения соответствующих краевых задач;

- результаты решения конкретных прикладных задач: оценка ресурсных характеристик конструктивного элемента дефлектора диска ТВД одного из авиационных ГТД при различных режимах циклического двухчастного нагружения.

Достоверность полученных результатов подтверждается математическим обоснованием основных положений при формулировке определяющих соотношений МПС, их соответствием фундаментальным законам механики деформируемого твердого тела (МДТТ), сопоставлением численных результатов с опытными данными, применением апробированного аппарата численных

методов и использованием лицензированного программного обеспечения ANSYS (лицензия ANSYS Academic Research, «Customer# 623640»).

Апробация работы.

Основные положения и полученные в диссертационной работе результаты докладывались и обсуждались:

- XXV международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, март 2019 года;

- XLVII International Conference “Advanced Problems in Mechanics” (APM 2019), Санкт-Петербург, 2019;

- 9th International Conference on Materials structure and micromechanics of fracture, сентябрь 2019;

- Ежегодная конференция НИИ Механики, декабрь 2019;

- XXVI Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, март 2020;

- Математический центр АНО ВО «Университет Сириус», Сочи, конференция матцентров, август 2021. Секция «Нелинейная динамика и управление»;

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 15 работ [1 - 15], в том числе 4 [1 - 4] из них в изданиях, входящих в перечень, рекомендуемых ВАК РФ и индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science.

Личный вклад автора:

- разработка ряда модулей программы «EXPMODEL»;

- численный анализ усталостной долговечности конструктивных сталей при одночастотном и двухчастотном циклическом нагружении;

- численный анализ усталостной долговечности нержавеющей стали 08X18H10T при двухблочном малоцикловом нагружении;

- численный анализ напряженно-деформированного состояния нержавеющей сталей аустенитного и ферритного класса в условиях мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения;

- численный анализ характерных особенностей усталостной долговечности конкретных конструктивных элементов дефлектора диска ТВД из сплава ЭП742 одного из авиационных ГТД при различных режимах двухчастного нагружения).

В основных совместных работах Волкову И.А. принадлежит общее руководство исследованиями, постановка задач; Игумнову Л.А. - участие в обсуждении результатов; Шишулину Д.Н. – помощь в получении материальных параметров и скалярных функций МПС и решении задач с использованием ВК «ANSYS».

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 143 страницы основного текста, 52 рисунка и 20 таблиц. Список литературы на 12 страницах включает 111 наименований.

Диссертация выполнена при поддержке.

На различных этапах работа поддерживалась средствами различных фондов, ведомств и государственных программ: глава 3 подготовлена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации в рамках Постановления №220 от 09.04.2010 (№14.Y26.31.0031 от 05.02.2018); параграф §2.2 подготовлен при финансовой поддержке Государственного задания Минобрнауки России (№0729-2020-0054); глава 4 подготовлена при финансовой поддержке гранта РФФИ (№20-08-00450 А); параграф §2.3 подготовлен при финансовой поддержке Программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030» (внутренний номер Н-496-99_2021-2023).

Благодарности.

Автор выражает благодарность доктору физико-математических наук, профессору Игумнову Л.А. за проявленное внимание к работе и сделанные замечания; сотруднику ОАО ОКБМ «Африкантов» Шишулину Д.Н. за

консультации и помощь в получении материальных параметров определяющих соотношений МПС и помощь в проведении численных расчетов в БК «ANSYS».

1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

1.1. Анализ основных экспериментальных данных по исследованию усталостного разрушения поликристаллических конструкционных сплавов при двухчастотном нагружении.

1.1.1. Физические аспекты процесса усталостного разрушения металлов

В общем случае процесс усталостного разрушения конструкционных материалов (металлов и сплавов) связан с протеканием достаточно большого количества физических механизмов на микроскопическом уровне, таких как изменение структуры, фазового состава, зарождение и рост дефектов в кристаллической решетке, на границах зерен и на границах включений. Развитие дефектов проходит с учетом иерархической цепочки от микроскопического масштаба к макроскопическому с учетом влияния на их кинетику различных структурных составляющих на протяжении всего времени их роста [10, 11-15, 20, 21, 43-45]. При усталостном нагружении в объеме конструкционных материалов происходят структурные изменения, которые сопровождают процесс накопления и развития дефектов, приводящих к разрушению. Математическое моделирование процесса усталостного разрушения требует учета структурных изменений в широком диапазоне температур и амплитуд циклического нагружения. В настоящее время процессы деформирования и накопления повреждений сливаются в единый необратимый кинетический процесс деградации материалов для всех условий неизотермического упругопластического деформирования. Процесс деградации конструкционных материалов принято условно разделять на два основных этапа:

- первый этап характеризуется образованием и развитием микродефектов различной природы в объеме материала;
- второй этап сопровождается активным ростом трещины, являющейся результатом слияния распределенных в объеме микротрещин [3, 13, 14].

Длительность каждого этапа зависит от химического состава конструкционного материала, характеристик микроструктуры, условий нагружения и т.д.

Структурно-энергетический анализ процесса усталостного нагружения металлов и их сплавов позволяет сделать вывод, что с точки зрения термодинамики процесса деформирования все протекающие физические механизмы можно разделить на две группы:

- первая группа характеризуется накоплением скрытой энергии в материале и связана с процессами упрочнения/разупрочнения и накоплением микрповреждений, рассеянных по объему;
- вторая группа отвечает за процессы неупругого деформирования и превращение механической энергии неупругости в тепловую энергию, присущее всем металлам и их сплавам в эксплуатационном диапазоне температур.

Разработанные кинетические уравнения [45] накопления повреждений при неупругом деформировании показывают, что:

- кинетика развития поврежденности материала зависит от величины плотности накопленной внутренней энергии;
- процессы накопления повреждений могут протекать только при ненулевом девиаторе ($\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$) тензора напряжений (σ_{ij}).

В работах [19, 25, 46-48] рассматривается вопрос об определении критической энергии при которой происходит разрушение на основе полной затраченной энергии на упругопластическое циклическое деформирование (суммарная площадь петель пластического гистерезиса). Сделан вывод, что энергии при разрушении в случае статического нагружения и циклического деформирования не сопоставимы (последняя больше в десятки раз) и сделана попытка выделения критической энергии из полной, идущей на разрушение. Такое поведение конструкционных материалов проявляется при малоциклового усталости в условиях симметричного одноосного деформирования с долговечностями менее 10^4 циклов. Малоцикловая усталость (рис. 1.1) сопровождается макроскопическими пластическими деформациями и

характерна для элементов конструкций, эксплуатирующийся при высоких значениях температур в местах концентрации напряжений.

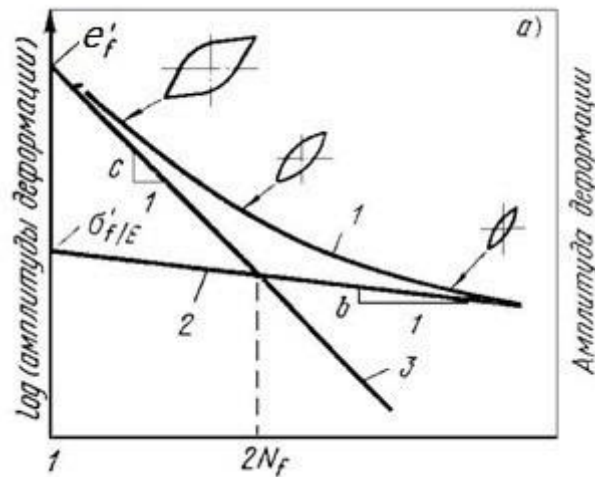


Рис 1.1

Если в условиях циклического нагружения реализуется квазиупругая работа конструкционного материала, при которой величина неупругой деформации много меньше упругой, то данная область относится к многоцикловой усталости. Для нее характерны долговечности более 10^5 циклов.

В диапазоне долговечностей от $\sim 10^4$ до $\sim 10^5$ циклов находится переходная область, в которой реализуются одновременно два деградационных механизма мало- и многоциклового усталости.

Деградация конструкционных материалов при многоцикловой усталости является следствием микропластического деформирования и накопления повреждений на микромасштабах и уровнях отдельных зерен. При многоцикловой усталости необходимо отметить следующее [25, 46, 48]:

- в поликристаллическом материале всегда присутствует пластическая деформация отдельных зерен, число которых увеличивается в процессе нагружения;

- увеличивающаяся концентрация полос скольжения в отдельных зернах является источником образования микропор и микротрещин, рассеянных по всему нагруженному объему материала. На определенной стадии данные дефекты сливаются, образуя макроскопическую трещину и разрушение материала.

Проблемой определения физических аспектов процесса разрушения при усталостном нагружении посвящено достаточно большое количество работ, однако в настоящее время нет возможности определять не только качественные особенности процесса разрушения, но и количественные характеристики изменения структуры материала, приводящие к образованию микропор и микротрещин, а далее макротрещины.

К основным факторам, существенно влияющих на сопротивление конструкционного материала многоциклового усталости являются [10]:

- история нагружения;
- химический состав материала;
- структура материала;
- режим термообработки;
- температура при нагружении;
- состояние поверхности материала;
- внешняя среда;
- наличие остаточных напряжений (сварных, монтажных и т.п.).

Влияние указанных факторов на многоцикловую усталость подобно влиянию на малоцикловую усталость, ввиду того что эти деградационные процессы на микромасштабах связаны с неупругим деформированием конструкционных материалов. Многочисленные экспериментальные данные подтверждают, что при циклическом деформировании с напряжением в цикле меньше технического предела текучести наблюдается петля гистерезиса, как следствие поглощения энергии на микроструктурные изменения, образование и рост поврежденности материала. Петля гистерезиса при многоциклового усталости возникает из-за микропластических деформаций в отдельных объемах

конструкционного материала. Экспериментальные данные [25, 67] позволяют сделать вывод, что аналогично области малоциклового усталости, в области многоциклового усталости петля гистерезиса зависит от амплитуды действующего напряжения при мягком нагружении или от деформации при жестком нагружении.

1.1.2. Кривые усталости

На полной кривой усталости (кривой Веллера) можно наблюдать все стадии усталостного нагружения вплоть до гигацикловой усталости, являющейся предметом отдельного исследования. Экспериментальное построение полных кривых усталости для различных конструкционных металлов и их сплавов является основой создания методов расчётной оценки ресурсных характеристик, а также базой для улучшения уже имеющихся методов [32-36, 49].

Экспериментальное построение полных кривых усталости сопряжено с трудоемким процессом получения опытных данных и их статистической обработки [50, 51]. Как правило, полные кривые усталости строят в одинарных или двойных логарифмических координатах (рис. 1.2).

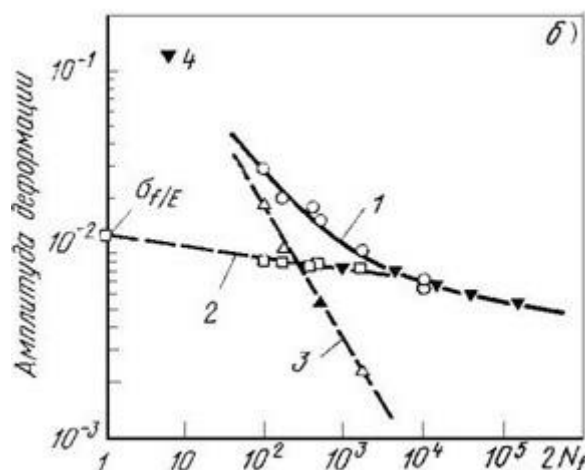


рис 1.2

При циклическом нагружении самой важной и неизменной особенностью является наличие макро- или микро- неупругих деформаций проявляющихся по

всему объему конструкционного материала, либо в отдельных локальных зонах. В зависимости от режима нагружения, вида напряженного-деформированного состояния, структурных особенностей, асимметрии цикла нагружения предел выносливости конструкционного материала может варьироваться, и в определенных случаях превосходить предел текучести. При значениях предела выносливости ниже предела текучести циклическое деформирования начинается со стадии циклической текучести [52]. Далее наступает стадия циклического упрочнения, либо разупрочнения. На данной стадии совместно протекают два механизма – неупругое деформирование и накопление повреждений [53]. В большинстве случаев циклическое упрочнение, либо разупрочнение носит асимптотический характер, который является проявлением физических процессов, связанных с насыщением (выделение другой фазы материала, достижение критической величины плотности дислокаций и т.п.). Как правило, циклическое упрочнение характерно пластичным материалам, а разупрочнение для высокопрочных материалов, либо предварительно упрочненных пластической деформацией.

В настоящее время принято процесс разрушения конструкционных материалов условно делить на следующие стадии: зарождение и накопление микропор и микротрещин, зарождение и развитие усталостных трещин. В работе [44] разрушение материалов при усталостном нагружении авторы разделили на четыре стадии:

- инкубационная стадия;
- стадия разрыхления материала;
- развитие микротрещин до макротрещин критического размера;
- стадия полного разрушения.

Деление на отдельные стадии процесса деградации конструкционного материала при циклическом нагружении весьма условно, особенно это сказывается в области больших долговечностей. В работах [54-56] приведена обобщенная диаграмма усталости для малых амплитуд напряжений в цикле, с указанием стадийности деградационного механизма. При многоцикловой

усталости только в отдельных локальных областях в объеме конструкционного материала имеет место зарождение и развитие микротрещин [57].

1.1.3. Усталостная долговечность при двухчастотном нагружении.

Значительное количество инженерных конструкций и аппаратов в эксплуатационных условиях испытывают циклическое нагружение, которое является полигармоническим со сложным взаимодействием отдельных видов гармоник, которые отличаются как по частотным, так и по амплитудным характеристикам. В подавляющем количестве случаев данные виды нагружения можно представить в виде суммы двух и более гармоник, каждая из которых обладает своей амплитудой и частотой [31-41]. Данный факт позволяет моделировать в экспериментальных исследованиях указанные режимы нагружения. Наиболее часто встречающимся в эксплуатационных условиях является двухчастотный режим нагружения, который можно представить в виде суммы двух гармонических процессов:

$$\sigma = \sigma_1 \sin(2\pi f_1 \tau) + \sigma_2 \sin(2\pi f_2 \tau + \varphi) \quad (1.1)$$

Условно, в зависимости от соотношения частот действующих гармоник режимы нагружения можно разделить на два основных типа:

- с соотношением частот $f_1/f_2 < 10$ (рис. 1.3, а, б). В данном случае характер нагружения зависит от формы цикла, амплитуд действующих гармоник и также сдвига фаз φ ;

- с соотношением частот $f_1/f_2 > 10$, где реализуется наложение пульсаций на основную несущую частоту нагружения, имеющей различные варианты формы цикла, такие как синусоидальная и трапецеидальная формы при различных комбинациях наложения (рис. 1.3, в, з, д) [39].

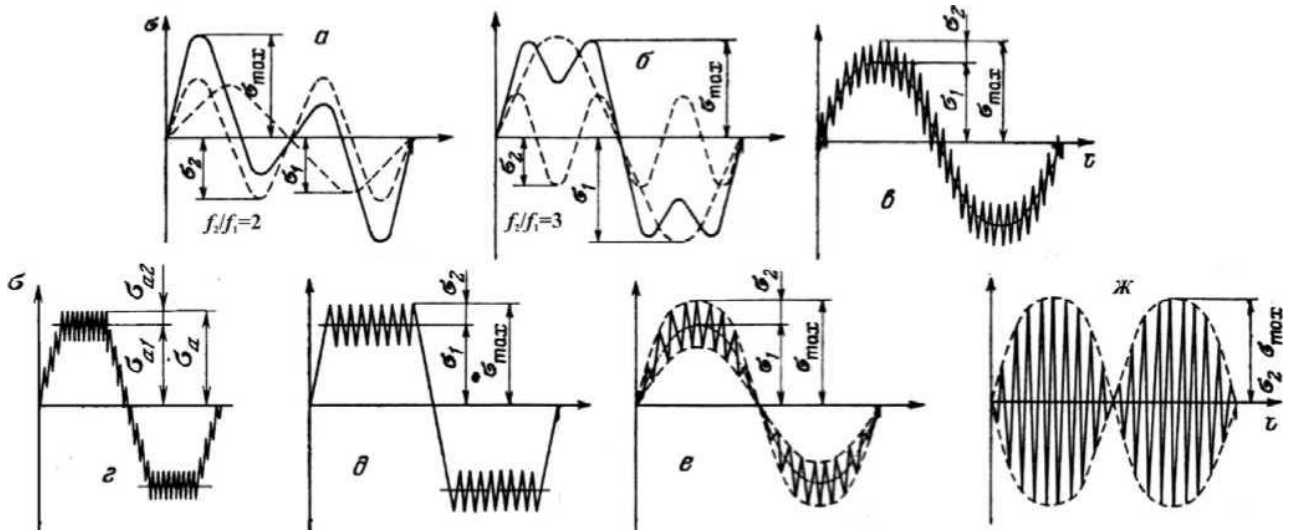


Рис. 1.3

Также возможны и другие типы двухчастотного нагружения (рис. 1.3, е, ж), которые в ряде случаев реализуются в эксплуатационных условиях и их возможно моделировать в экспериментальных исследованиях, например, при изгибе с вращением при изменении действующего напряжения в образце по следующему закону:

$$\sigma = [\sigma_1 + \sigma_2 \sin(2\pi f_2 \tau)] \sin(2\pi f_1 \tau) \quad (1.2)$$

Экспериментальные исследования [37, 38] показывают, что в большинстве случаев при наложении высокочастотной составляющей действующих напряжений на низкочастотную имеет место снижение ресурсных характеристик конструкционного материала по сравнению с одночастотным режимом нагружения. Величина снижения ресурсных характеристик зависит от амплитуд действующих нагрузок, соотношения частот гармонического нагружения и от используемого конструкционного материала. На уровнях напряжений вблизи предела усталости — $\sigma_{max}/\sigma_1 \leq 1,5$ и при малых амплитудах ($\sigma_2 < 0,3\sigma_1$)

снижение долговечности по числу циклов можно считать эквивалентным увеличению амплитуды низкочастотных напряжений σ_1 на величину амплитуды высокочастотных σ_2 . С увеличением $\sigma_{max} > 1,5\sigma_1$ уменьшение числа циклов до разрушения становится более существенным, и на уровнях напряжений, соответствующих области малоциклового усталости, достигает 5 - 10 % от каждого процента амплитуды высокочастотной составляющей в зависимости от ее абсолютного значения [40].

Таким образом, двухчастотное нагружение оказывает влияние на ресурсные характеристики конструкционных материалов и зависит от соотношения амплитуд действующих напряжений σ_1/σ_2 и частот f_1/f_2 . Экспериментальные исследования показывают, что при малых значениях отношения частот f_1/f_2 не превышающих одного порядка не вызывает существенного изменения ресурсных характеристик, однако при увеличении амплитуды и частоты высокочастотной составляющей ресурсные характеристики существенно уменьшаются [40].

В работе [50] приведены результаты экспериментальных исследований влияния на ресурсные характеристики сталей 22К, 12Х2МФА и Х18Н10Т двухчастотного нагружения с изменяющимися соотношениями амплитуд действующих напряжений, которые подтверждают вышеуказанные выводы.

Двухчастотные режимы нагружения возможно моделировать на экспериментальных стендах или испытательных машинах, что существенно упрощает проблему математического моделирования процессов деформирования и накопления повреждений при данных режимах нагружения [33, 58]. В самой простой постановки задачи экспериментального моделирования двухчастотного режима нагружения можно действующую нагрузку представить в виде суммы двух гармонических процессов (рис. 1. 4 а, б).

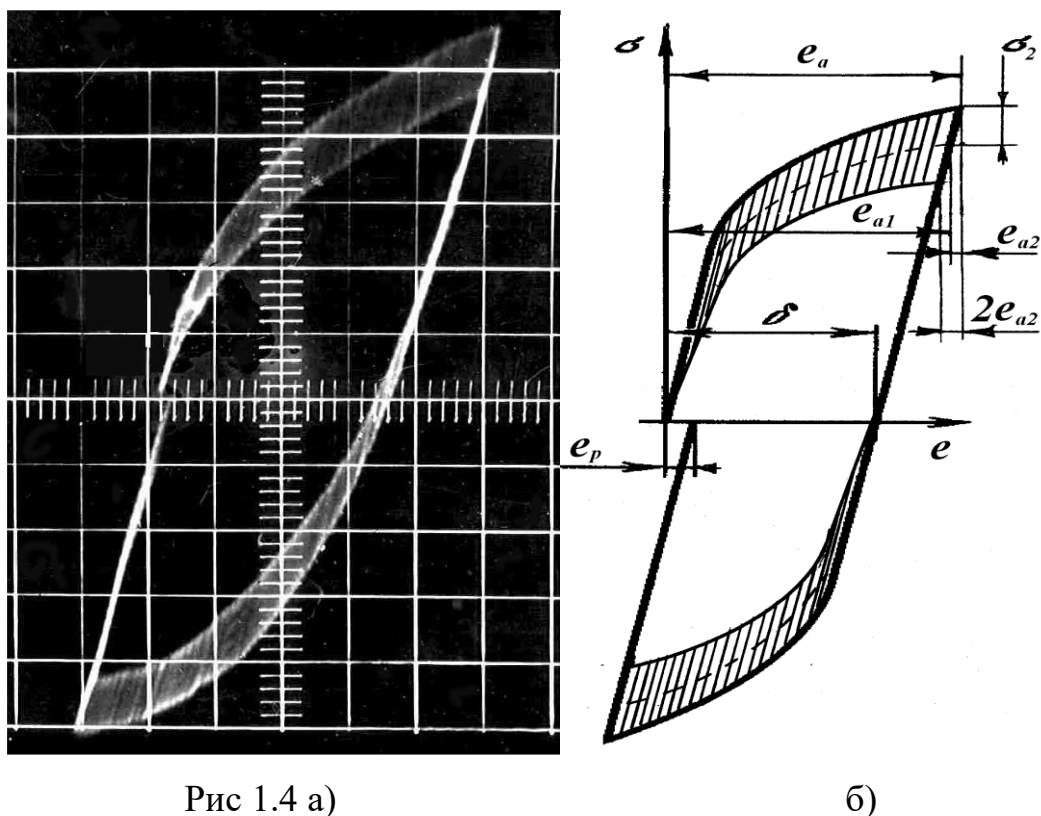


Рис 1.4 а)

б)

При анализе закономерностей суммирования повреждений в условиях двухчастотного упругопластического нагружения можно отметить, что суммирование повреждений при данных условиях нагружения является существенно нелинейным, так как кинетика процесса накопления повреждений представляется весьма сложной, и степень нелинейности зависит от большого числа факторов таких как, отношение амплитуд действующих напряжений и частот, циклического упрочнения или разупрочнения материала, изменения температуры, время цикла [39, 58]. Наряду с температурно-временными эффектами на кинетику диаграмм циклического деформирования, а, следовательно, и на процесс накопления усталостных повреждений, существенное влияние оказывает и форма цикла нагружения.

При двухчастотном нагружении отмечается снижение сопротивления деформированию конструкционных материалов, проявляющееся в увеличении ширины петли пластического гистерезиса в случае двухчастотного нагружения по сравнению с одночастотным. Это снижение иллюстрируется также экспериментальными данными для условий мягкого нагружения при

одночастотной и двухчастотной формах цикла с односторонним и двусторонним наложением на выдержки высокочастотной составляющей деформации.

Основные закономерности процессов циклического деформирования и накопления повреждений определяются из экспериментальных исследований на сервоприводных механических или гидравлических испытательных машинах [33, 41, 58]. В процессе экспериментальных исследований изменяются соотношения амплитуд и частот низкочастотного и высокочастотного нагружения. Величины и соотношения амплитуд и частот выбираются исходя из эксплуатационных условий нагружения [34-36, 41, 42].

На основе результатов экспериментальных исследований усталостной долговечности выполнен анализ ее изменения при двухчастотном циклическом нагружении в сравнении с равным по суммарным амплитудам циклической деформации одночастотным циклическим нагружением. Он показал, что кривые малоциклового усталости для сталей 22К, 12Х2МФА и Х18Н10Т при температуре $t = 300\text{ }^{\circ}\text{C}$, построенные по значениям амплитуды суммарных e_a деформаций ($e_a = e_{a1} + e_{a2}$, где e_{a1} и e_{a2} — амплитуды низкочастотных и высокочастотных деформаций) для жесткого режима двухчастотного нагружения (см. рис. 1.4, а) при уровнях наложенных деформаций $e_{a2} = 0,035\text{ }\%$ и $e_{a2} = 0,07\text{ }\%$ с пересчетом их в условные упругие напряжения ($\sigma_a^* = e_a E$, E — модуль упругости) и соотношении частот $f_2/f_1 = 1500$, расположены значительно левее соответствующих равным величинам суммарной деформации e_a одночастотных кривых малоциклового усталости. Это свидетельствует о значительном снижении усталостной долговечности материала в условиях воздействия дополнительных циклических нагрузок повышенной по сравнению с основным нагружением частоты.

Эксплуатационные условия нагружения несущих элементов машин и конструкций характеризуются значительным количеством факторов, в числе которых, как правило, находятся температура, характер и уровни действующих нагрузок, коррозионные среды и т.п. Эти факторы могут обусловить существенное изменение характера поведения материала, его механических

свойств, способности сопротивляться циклическому деформированию по сравнению с обычными условиями нагружения (стационарное приложение циклической нагрузки, комнатная температура и др.).

Реальное эксплуатационное нагружение инженерных объектов и аппаратов в подавляющем большинстве случаев отличается от общепринятых в экспериментальных исследованиях циклического нагружения с формой цикла в виде синусоиды, либо треугольника. В некоторых случаях, эксплуатационные нагрузки возможно схематично представить в виде суммы действующих одночастотных режимов, однако это далеко не всегда позволяет правильно учитывать вклад каждой составляющей в кинетику накопления повреждений. Приближение в возможно большей степени моделируемых условий нагруженности оборудования к реальным является действенным шагом к уточнению применяемых методов расчетов элементов оборудования, машин и конструкций на прочность.

1.2. Модели и критерии усталостной долговечности металлов

В настоящее время большинство нормативных расчетных оценок ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов основываются на критериях, связывающих амплитудные значения напряжений, деформаций, площади петель гистерезиса и др. Однако, данные критерии не учитывают реальную историю нагружения, не учитывается кинетика напряженно-деформированного состояния при сложных траекториях нагружения, требуют большого количества экспериментальных данных, на основе которых строятся эмпирические зависимости. Указанные критерии приведены в работах [47].

Кривая малоциклового усталости ($N_f \leq 10^4$) при симметричном жестком режиме нагружения в условиях изотермических испытаний хорошо описывается уравнением Коффина-Мэнсона:

$$(2e_{ap})N_f^m = C \quad (1.3)$$

где e_{ap} – размах пластической деформации в цикле нагружения;

N_f – число циклов до образования макротрещины;

константа $C = 0,5Ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right)$ определяется через относительное сужение ψ лабораторного образца цилиндрической формы.

При описании кривой усталости с максимальной долговечностью $\sim 10^5 - 10^6$ циклов в условиях изотермического жесткого симметричного нагружения достаточно часто используются зависимости типа Коффина-Мэнсона-Басквина:

$$e_a = \frac{e_{уст}}{2 \cdot N_f^{0,5}} + \frac{\sigma_{-1}}{E} \quad (1.4)$$

$$e_a = \frac{e_{уст}^{0,6}}{2 \cdot N_f^{0,6}} + \frac{3,5 \cdot \sigma_B}{E \cdot N_f^{0,12}} \quad (1.5)$$

В условиях циклического блочного нагружения используют зависимости типа:

$$\left[\sum n_i e_{pi}^m \right]^m = C_i \quad (1.6)$$

$$\text{где } C_i \leq C = 0,5Ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right),$$

n_i – число циклов в одном из блоков нагружения.

В условиях мягкого нагружения при односторонне накапливаемой деформации используется зависимость:

$$\sum_i \left(\frac{N_i}{N_{fi}} \right)^\alpha + \sum_i \left(\frac{\Delta e_i}{e_f} \right)^\beta = 1 \quad (1.7)$$

где Δe_i – односторонне накопленная деформация в i -ом цикле;

e_f – предельная деформация растяжения при разрыве в условиях квазистатического одноосного нагружения;

N_{fi} – число циклов до разрушения, соответствующее амплитуде нагружения на i -ой ступени.

Зависимости (1.6) и (1.7) предполагают использование кривой усталости и основанных на гипотезе линейного суммирования повреждений от каждого блока нагружения и не учитывают асимметрию цикла нагружения и нелинейность накопления повреждений при чередовании блоков нагружения с различными амплитудами. Также при анализе эксплуатационной нагрузки, нерегулярные циклы нагружения необходимо приводить к регулярным с использованием различных методов таких как метод учета пересечений заданных уровней, методы экстремумов, метод стока, метод парных размахов и т.д. [10, 59]. Самое широкое распространение получили метод стока и метод парных размахов. После определения в блоке нагружения числа циклов разной амплитуды нагружения, число блоков нагружения необходимого до разрушения определяется как:

$$\left[\sum_i \left(\frac{n_i}{N_{fi}} \right) \right] R = 1, \quad (1.8)$$

где n_i – количество циклов в данном блоке с амплитудой $\sigma_{ai}(e_{ai})$;

N_{fi} – число циклов до разрушения при этой амплитуде;

R – число однотипных блоков нагружения.

Расчетная оценка ресурсных характеристик в условиях двухчастотного нагружения на базе критериальных подходов, указанных выше, может определяться на базе одного из двух методов [41, 42]:

- первый метод заключается в оценке составляющих повреждений от каждого компонента режима нагружения с учетом соотношения амплитуд напряжений, частот нагружения и асимметрии цикла;

- второй метод заключается в применении эмпирических зависимостей, описывающих снижение ресурсных характеристик по сравнению с одночастотным нагружением.

Анализ полученных результатов испытаний сталей 22К, 12Х2МФА и Х18Н10Т при одночастотном и двухчастотном нагружении (частота

низкочастотного нагружения $f_1 = 0,0167$ Гц, соотношение частот при двухчастотном нагружении $f_2/f_1 = 1500$) показал, что для описания кривой малоциклового усталости в условиях одночастотного нагружения, наряду с нормативными зависимостями [40, 58], возможно использование эмпирической зависимости Мэнсона [60-64] с подстановкой в него фактических значений механических свойств используемых в эксперименте сталей:

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{2} \left(\frac{\varepsilon_u}{N} \right)^{m_p} + \frac{E^t}{2} \left(\frac{3,5 \sigma_B}{E^t} \right) \left(\frac{1}{N} \right)^{m_e} \quad (1.9)$$

Снижение усталостной долговечности при двухчастотном нагружении в данном случае определяется с использованием соотношений амплитуд действующих напряжений и частот низкочастотной и высокочастотной компонент нагружения [58, 61]:

$$N_1 = N_2 \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{k_N(e_{a2}/e_a)} \text{ или } N_1 = N_2 \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{k_N(\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*)}, \quad (1.10)$$

где e_{a2} и σ_{a2}^* – амплитудные значения высокочастотной составляющей и соответствующие им значения условно упругих напряжений;

e_a и σ_a^* – суммарные амплитудные значения высокочастотной составляющей и соответствующие им значения условно упругих напряжений.

В работе [58] отмечено, что выражения (1.10) удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным лишь при относительно малых значениях отношения $e_{a2}/e_a \approx 0,2 \div 0,3$. При этом расчетное значение снижения долговечности оказывается завышенным, а при превышении показателем степени в этих выражениях $k_N(e_{a2}/e_a)$ определенного «критического» значения результаты вычислений могут оказаться противоречащими физическому смыслу процесса циклического деформирования, что ставит вопрос об исчислении усталостной долговечности по высокочастотным циклам с учетом их переменной асимметрии, взамен ее определения по низкочастотным циклам. Это обстоятельство требует введения соответствующих ограничений на использование выражений (1.10).

Все приведенные выше методы определения ресурсных характеристик были определены для случая одноосного нагружения (растяжения-сжатия или кручения). Однако, в случаях многоосного нагружения возникает очень сложная проблема выбора эквивалентных величин напряжений или деформаций, а также существует неразрешимая проблема учета эффектов деформирования возникающих при непропорциональных траекториях нагружения и связанных с вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций. Отсутствие учета влияния на ресурсные характеристики эффектов возникающих при непропорциональном нагружении использование зависимостей типа (1.3) – (1.8) приводит к большим отклонениям расчетных оценок от экспериментальных данных.

Наряду в вышеприведенным подходом определение усталостной долговечности инженерных объектов и аппаратов используется подход, основанный на исследованиях локальной деформации в концентраторах напряжений. Обоснование применения данного подхода заключается в том, что долговечность объектов определяется долговечностью конструкционного материала в местах конструктивных концентраторов напряжений по классической кривой усталости [10, 59]. Определение ресурсных характеристик конструктивных элементов инженерных объектов и аппаратов выполняется на основе величин локальных деформаций в концентраторе, которые могут быть получены как экспериментальным, так и теоретическим путем. Стоит отметить, что самой принципиальной проблемой данного метода является определение истории нагружения в вершине концентратора с учетом упругопластического поведения конструкционного материала при статических и циклических режимах нагружения, а также эффектов циклического упрочнения, разупрочнения, рачеттинга и др., которые могут существенно влиять на амплитудные значения действующих напряжений и деформаций. В настоящее время трудоемкость использования данного метода при определении кинетики напряженно-деформированного состояния в концентраторе напряжений снизилась в связи с использованием современных методов конечно-элементного

анализа. В качестве наиболее простого метода определения напряженно-деформированного состояния в концентраторе в условно упругой постановке можно рассмотреть правило Нойбера [10, 59], которое основывается на гипотезе постоянстве произведения коэффициентов концентрации:

$$(k_{\sigma} k_e)^{\frac{1}{2}} = k_t \quad (1.11)$$

При выполнении практических расчетов кинетики напряженно-деформированного состояния в концентраторе напряжений вместо моделирования циклического нагружения выполняется расчет для квазистатического однократного нагружения, с учетом свойств конструкционного материала, соответствующих стационарным значениям, полученным при циклическом нагружении [59]. Далее определение долговечности выполняется по следующим уравнениям:

$$e_a = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^6 + e_f' \cdot (2 \cdot N_f)^c \quad (1.12)$$

$$e_a = \frac{\sigma_a}{E} + e_f' \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f'} \right)^{\frac{c}{6}} \quad (1.13)$$

где σ_f' , e_f' , ϵ , c - параметры конструкционного материала, σ_f' - истинное напряжение разрушения при квазистатическом растяжении.

Для асимметричного нагружения вместо уравнения (1.12) используется уравнение:

$$e_a = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_f'}\right) \cdot (2 \cdot N_f)^6 + e_f' \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_f'}\right)^{\frac{c}{6}} \quad (1.14)$$

где σ_0 - величина среднего напряжения в цикле нагружения.

Также асимметрию нагружения можно учесть на основе гипотезы $(e_a \cdot \sigma_{\max})^{0.5} = \text{const}$ ($\sigma_{\max}$ - максимальное напряжение в цикле нагружения).

$$e_a = \frac{\sigma'_f \cdot (2 \cdot N_f)^6}{\sigma_{\max}} \cdot \left[\frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^6 + e'_f \cdot (2 \cdot N_f)^c \right] \quad (1.15)$$

В работе [59] проведен анализ использования правила Нойбера; рассмотрены вопросы влияния асимметрии нагружения, вследствие квазистатического деформирования; достоверность расчетных оценок правила Нойбера; влияние двухосного напряженного состояния на ресурсные характеристики. Было отмечено, что существенное влияние на усталостную долговечность оказывает предварительное нагружение. От предварительного нагружения (сжатия или растяжения) будет зависеть знак величины среднего напряжения в цикле, что влечет за собой различную историю нагружения. Также акцентировано внимание на то, что реализация нескольких предварительных циклов нагружения с большим значением амплитуды нагружения по сравнению с основными циклами нагружения приводит к существенному уменьшению долговечности по сравнению с долговечностью, полученной в результате основного циклического нагружения. В данном случае будет иметь место завышение долговечности при расчете по гипотезе линейного суммирования повреждений Пальмгрена-Майнера.

$$\sum_i \frac{n_i}{N_{fi}} = 1 \quad (1.16)$$

Также в работе сделан вывод, что точность расчетных оценок на основе локальных деформаций сильно зависит от правильного моделирования кинетики напряженно-деформированного состояния в концентраторе, при чем ошибка в определении кинетики напряженно-деформированного состояния в 15 % приводит к ошибке долговечности в $\sim 3 - 4$ раза.

В работе [65] сделан вывод о том, что влияние вида напряженного состояния на ресурсные характеристики очень велико, что накладывает существенные ограничения на использование кривой усталости, которая была получена по результатам одноосных испытаний. В условиях циклических

блочных режимах нагружения авторы предлагают использовать аппроксимацию кривой усталости $N_f(e_a)$ в виде:

$$N_f = \frac{k}{\lambda^c} \left[\frac{1}{\lambda - 1} - \frac{1}{\lambda - (\lambda \cdot \lambda_f^{-1})^8} \right], \quad (1.17)$$

$$\lambda = 1 + \ln\left(\frac{e_a}{e_{ar}}\right), \quad \lambda_f = 1 + \ln\left(\frac{e_f}{e_{ar}}\right),$$

где e_{ar} – амплитудное значение деформаций при напряжении, равном пределу выносливости конструкционного материала;

e_f – истинная деформация при разрушении конструкционного материала;

k и c – константы конструкционного материала.

В работе [5] авторами приведены теоретические выкладки моделирования при циклических нагружениях процессов накопления и суммирования повреждений на стадии до зарождения макротрещин и стадии их развития. Основой является энергетический критерий, связанный с удельной энергией деформации при циклическом нагружении. Исследования проведены на лабораторных образцах из стали А-516 марки 70. В работе отмечено:

- критерии, основанные на условно упругих напряжениях, не моделируют кинетику напряженно-деформированного состояния при развитых циклических пластических деформациях, а, следовательно, не учитывают свойств конструкционных материалов;

- в случае одноосного нагружения точность критериев, основанных на амплитудных значениях пластической деформации Δe_{pa} либо работе тензора напряжений на пластических деформациях ΔW_p при уменьшении амплитуды существенно снижается и при напряжениях, не превышающих технический предел текучести, критерии невозможно использовать.

В данной работе авторы рассматривали вопрос объединения теорий малоциклового и многоциклового усталости путем введения удельной энергии полной деформации представляющие собой сумму энергий:

$$\Delta W_t = \Delta W_p + \Delta W_e \quad (1.18)$$

где ΔW_p и ΔW_e – удельные энергия пластической и упругой деформации соответственно.

В работе сделан вывод, что представленная теория имеет следующие особенности:

- охватывает процессы как мало-, так и многоциклового усталости;
- не противоречит феноменологической теории о зарождении микропор и микротрещин, а также роста макротрещины при циклическом нагружении;
- прослеживается явная связь с энергией внешнего механическим воздействием.

При определении энергий пластической ΔW_p и упругой деформации ΔW_e авторы предлагают использовать «эталонную кривую» циклического деформирования в виде:

$$\Delta e_* = \frac{\Delta \sigma^*}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta \sigma^*}{2 \cdot K^*} \right)^{1/n_*} \quad (1.19)$$

$$\Delta W_p = \frac{1-n^*}{1+n^*} \cdot (\Delta \sigma - \delta \sigma_0) \cdot \Delta e_p + \delta \sigma_0 \cdot \Delta e_p \quad (1.20)$$

$$\delta \sigma_0 = \Delta \sigma - \Delta \sigma^* = \Delta \sigma - 2 \cdot K^* \cdot \left(\frac{\Delta e_p}{2} \right)^{n_*} \quad (1.21)$$

где $\delta \sigma_0$ - величина изменения напряжения в пределе пропорциональности, связанная с отклонением поведения материала от модели Мазинга.

В случае идеального материала Мазинга ($n^* = n'$ и $\delta \sigma_0 = 0$) выражение для удельной энергии пластической деформации принимает вид:

$$\Delta W_p = \frac{1-n'}{1+n'} \cdot \Delta \sigma \cdot \Delta e_p \quad (1.22)$$

При возможности описания кривой малоциклового усталости зависимостью:

$$\frac{\Delta e_a}{2} = \frac{\Delta e_{ea}}{2} + \frac{\Delta e_{pa}}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} \cdot N_f^{\epsilon} + e_f' \cdot N_f^c \quad (1.23)$$

где σ_f' , e_f' , ϵ , c – константы конструкционного материала, а амплитуду напряжений описать выражением:

$$\frac{\Delta \sigma}{2} \approx E \cdot \frac{\Delta e_e}{2} = \sigma_f' \cdot N_f^{\epsilon} \quad (1.24)$$

Тогда выражение для удельной энергии пластической деформации определится в следующем виде:

$$\Delta W_p = 4 \cdot \sigma_f' \cdot e_f' \cdot \frac{c-\epsilon}{c+\epsilon} \cdot N_f^{\epsilon+c} \quad (1.25)$$

Удельная энергия упругой деформации определяется как:

$$\Delta W_e = \frac{1}{2 \cdot E} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \quad (1.26)$$

где σ_m – среднее напряжение в цикле.

Выражение для полной удельной энергии ΔW_t записывается как:

$$\Delta W_t = \frac{1-n'}{1+n'} \cdot (\Delta \sigma - \delta \sigma_0) \cdot \Delta e_p + \delta \sigma_0 \cdot \Delta e_p + \frac{1}{2 \cdot E} \cdot \left(\frac{\Delta \sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \quad (1.27)$$

В работе предлагается зависимость, связывающая полную удельную энергию ΔW_t с усталостной долговечностью в виде:

$$\Delta W_t = K \cdot N_f^{\alpha} + C \quad (1.28)$$

где C – константа конструкционного материала, соответствующая упругой энергии деформации на пределе выносливости.

$$C \approx \Delta W_{\lim} = \frac{1}{8} \cdot (\Delta \sigma \cdot \Delta e_e)_{\lim} \quad (1.29)$$

В работе [66] рассматривается вопрос распространения критерия усталостной долговечности Коффина-Менсона разработанного для циклического одноосного нагружения на случай двухосного нагружения. В работе отмечено, что в случае пропорционального многоосного малоциклового нагружения неприемлемо использование в качестве эквивалентной деформации интенсивности тензора деформации. Предлагается введение параметра $\beta = \frac{\sigma}{\sigma_u}$ в величину эквивалентной пластической деформации, которая позволит учитывать «жесткость» напряженного состояния в процессе циклического нагружения.

$$\Delta e_{p\text{ЭК}}^* = \frac{\Delta e_{up}}{1 - m \left(\frac{\Delta \sigma}{\Delta \sigma_u} \right)} \quad (1.30)$$

В (1.30) значком Δ обозначены размахи величин за один цикл.

$$\Delta e_{up} = \left(\Delta e_{ij}^{1p} \Delta e_{ij}^{1p} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta \sigma_{ii}}{3},$$

m – параметр конструкционного материала ($0 \leq m \leq 1,5$).

В случае многоциклового усталости зависимость Коффина-Мэнсона имеет вид:

$$\frac{\Delta e_{ue}^*}{2} = \frac{\sigma_f^*}{E} \cdot (2N_f)^{C_e} \quad (1.31)$$

Для малоциклового усталости:

$$\frac{\Delta e_{p\text{ЭК}}^*}{2} = e_f^* (2N_f)^{C_p} \quad (1.32)$$

или

$$\frac{\Delta e_{up}}{2} = (1 - m\beta) e_f^* (2N_f)^{C_p} \quad (1.33)$$

В случае двухосного напряженного состояния уравнение циклической долговечности принимает вид:

$$\frac{\Delta e_1}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot f(\lambda, \nu) \cdot (2N_f)^\epsilon + \left(\frac{3}{3-m} \right) \cdot e'_f \cdot f(\lambda, m) \cdot (2N_f)^c \quad (1.34)$$

$$\text{где } \lambda = \frac{\Delta \sigma_2}{\Delta \sigma_1} \quad (\sigma_1 > \sigma_2).$$

где Δe_1 - полная главная деформация, ν - коэффициент Пуассона, σ'_f , ϵ , e'_f , c - параметры конструкционного материала.

$$\frac{\Delta e_{1e}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_f)^\epsilon$$

$$\frac{\Delta e_{1p}}{2} = e'_f \cdot (2N_f)^c$$

$$f(\lambda, \nu) = \frac{1 - \nu \cdot \lambda}{(1 - \lambda - \lambda^2)^{0,5}}$$

$$f(\lambda, m) = \frac{(2 - \lambda) \cdot [3 \cdot (1 - \lambda + \lambda^2)^{0,5} - m \cdot (1 + \lambda)]}{6 \cdot (1 - \lambda + \lambda^2)}$$

Для определения ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов особое значение имеет теория, которая базируется на параметре меры поврежденности ω . Данный параметр был введен Ю.П. Работновым и Л.М. Качановым. Мера поврежденности изменяется в пределах от 0 до 1: при $\omega = 0$ конструкционный материал считается не поврежденным, при $\omega = 1$ – происходит разрушение [1, 2]. Дополняя определяющие соотношения, описывающие упругопластическое поведение введением меры поврежденности, можно создать косвенные методы измерения степени деградации конструкционного материала при циклическом нагружении. Развитие поврежденности связано с физическими процессом образования, роста и слияния микродефектов в макротрещину. Использование данной меры поврежденности позволяет учесть деградацию физико-механических свойств конструкционных материалов. Модели,

учитывающие меру поврежденности конструкционного материала, основываются на феноменологических представлениях физических процессов на микроуровне, влияющих на макроскопические свойства, и приводящие к разрушению при усталостном нагружении. Для проведения качественного анализа процессов разрушения мера поврежденности выбирается исходя из возможности определять ее не только численным моделированием, но и получать экспериментальным путем.

В работах [18, 67] авторами сделан вывод, что критерий прочности должен быть не критериальной зависимостью или предельным условием достижения какой-либо величины, при которой происходит разрушение, а должен формулироваться как кинетическое уравнение процесса, учитывающее всю историю нагружения конструкционного материала с учетом изменения скоростей нагружения и температуры.

В работе [18] авторами на базе энергетического подхода с использованием меры поврежденности ω теоретически была получена зависимость скорости высвобождения энергии деформации поврежденного тела от величины поврежденности конструкционного материала.

Вводится понятие эффективного напряжения:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(1-\omega)} \quad (1.35)$$

На базе гипотезы о независимости упругого и пластического деформирования материала выражается свободная энергию ψ :

$$\psi = \psi_e(e_{ij}^p, T, \omega) + \psi_p(T, \chi) \quad (1.36)$$

$$\chi = \int_0^t \dot{\chi} dt; \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\psi_e = \frac{1}{2\rho} a : a_e : a_e (1-\omega) \quad (1.37)$$

$$\sigma = \rho \frac{\partial \omega_e}{\partial e_y} = -\frac{1}{2} a : e_y (1 - \omega) \quad (1.38)$$

где ρ – плотность материала, a – тензор упругости материала 4-го ранга.

Вводится параметр y , связанный с поврежденностью ω через мощность диссипации $(-y\omega)$:

$$y = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial \omega} = -\frac{1}{2} a : e_y : e_y \quad (1.39)$$

y можно назвать скоростью высвобождения энергии деформации поврежденного тела.

Из уравнений для y и W_e , где W_e – плотность энергии упругой деформации, следует:

$$-y = \frac{W_e}{(1 - \omega)} \quad (1.40)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \nu}{E} \frac{\sigma' : \sigma'}{(1 - \omega)} + 3 \frac{1 - 2\nu}{E} \frac{\sigma^2}{(1 - \omega)^2} \right]$$

$$-y = \frac{\sigma_u^2}{2E(1 - \omega)^2} \left[\frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^2 \right] \quad (1.41)$$

где ν – коэффициент Пуассона,

$$\sigma_u = \left(\frac{3}{2} \sigma' : \sigma' \right).$$

Для одномерного напряженного состояния:

$$-y = \frac{\sigma_u^2}{2E(1 - \omega)^2}$$

Если обозначить через σ^* выражение:

$$\sigma^* = \sigma_u \left[\frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

то:

$$-y = \frac{\bar{\sigma}^{*2}}{2E}$$

Величина $(-y\dot{\omega})$ представляет собой диссипацию энергии в процессе повреждения при разрушении связей в материале.

Постулируется, что процесс повреждения приводит к образованию микротрещины при достижении $(-y)$ величины y_f , которая является характеристикой материала. Этот момент соответствует критической поврежденности ω_f . При одноосном напряженном состоянии:

$-y = y_f$, $\sigma = \sigma_R$, $\omega = \omega_f$, откуда:

$$y_f = \frac{\sigma_R^2}{2E(1-\omega_f)^2},$$

$$\omega_f^2 = \left[1 - \frac{\sigma_R}{(2Ey_f)^2} \right]^2,$$

$$\tilde{\sigma}_R = \left(\frac{\sigma_R}{1-\omega_f} \right) = (2Ey_f)^{\frac{1}{2}}$$

В работах [4, 7-9, 13, 14, 27, 68, 69] за энергию разрушения при малоцикловой усталости предлагается принять работу тензора микронапряжений ρ_{ij} (координат центра поверхности текучести) на пластических деформациях [19, 70]:

$$W = \int \rho_{ij} de_{ij}^p. \quad (1.42)$$

Экспериментальная проверка этого критерия для процесса малоцикловой усталости при одноосном растяжении-сжатии образцов из стали 22К, стали ТС, и т.д. показала независимость предельного значения работы W_f от числа циклов N_f , причем W_f была близка к энергии статического разрушения при одноосном растяжении $Q_{ст}$, вычисляемой с учетом истинного распределения деформаций в шейке образца.

В этой же работе проведен на базе экспериментальной информации анализ составляющих затраченной при деформировании механической энергии:

$$W = \int \sigma_{ij} de_{ij}^p, \quad (1.43)$$

$$W = W_n + W_t, \quad (1.44)$$

где W_n – поглощенная материалом энергия, W_t – выделившаяся энергия в виде тепла.

При исследовании неупругости металлов [25, 46, 48, 54] в области многоциклового усталости форма петли гистерезиса не имеет большого значения, важно значение рассеянной деформации за цикл, которая связана с энергией формоизменения за цикл нагружения $\Delta W_{e\varphi}$:

$$\Delta W_{e\varphi} = \oint \sigma'_{ij} de'_{ij}. \quad (1.45)$$

Работа ΔW_y девиатора напряжений σ'_{ij} , соответствующая напряжениям меньше предела выносливости, не вызывает усталостного повреждения в материале.

В работе [48] на базе анализа экспериментальных процессов многоциклового усталости для большой группы конструкционных материалов показано, что хорошие результаты (постоянство значения энергии W_{de} , затраченной на образование усталостных повреждений) дает уравнение

$$W_{de} = \sum_1^{N_f} \left[\Delta W_{en} - \Delta W_y \left(\frac{\Delta W_{en}}{\Delta W_y} \right)^\alpha \right], \quad (1.46)$$

где W_{de} - "опасная часть" рассеянной энергии (энергии, идущей на образование дефектов); ΔW_{en} - полная рассеянная за цикл энергия; ΔW_y - энергия за цикл, соответствующая пределу выносливости, α – параметр материала.

Хорошее согласование с экспериментальными результатами для симметричного нагружения показала зависимость "опасной" энергии за цикл нагружения ΔW_{ea} от полной рассеянной за цикл нагружения энергии ΔW_e в виде [71-73]

$$\Delta W_{ea} = \Delta W_e - \Delta W_y \left(\frac{\Delta W_e}{\Delta W_y} \right)^\alpha \quad (1.47)$$

или

$$W_{ea} = W_e - B \sum_1^{N_f} (\Delta W_e)^\alpha, \quad (1.48)$$

$$B = \frac{1}{(\Delta W_y)^{(\alpha-1)}}; \quad \alpha > 1.$$

В работе [28] на базе теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением формулируется эволюционное уравнение накопления повреждений для процессов монотонного и циклического нагружения материала.

Принимается поверхность текучести в форме Мизеса:

$$F = (\sigma'_{ij} - \rho_{ij})(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}) - C_p^2 = 0, \quad (1.49)$$

где σ'_{ij} – компоненты девиатора напряжений, а ρ_{ij} – координаты центра поверхности текучести.

Для описания эффектов циклического упрочнения, влияющего на закономерности циклического упрочнения (разупрочнения) материала, вводится зависимость радиуса поверхности текучести C_p от ρ_α и ρ_m :

$$C_p = C_p(\rho_\alpha, \rho_m), \quad (1.50)$$

где ρ_α, ρ_m – накопленное и максимально достигнутое значение $\rho = (\rho_{ij} \rho_{ij})^{\frac{1}{2}}$ в процессе нагружения. Постулируется зависимость:

$$C_p = C_p^0 \left(1 + \eta \rho_m^\delta \right) \frac{1 + \beta \rho_\alpha}{1 + \gamma \rho_\alpha}, \quad (1.51)$$

где $\eta, \delta, \beta, \gamma$ – параметры материала, с помощью которых в (1.51) описываются циклические и стабилизированные свойства материала.

Для $\dot{\rho}_{ij}$ принимается уравнение:

$$\dot{\rho}_{ij} = [C_1 n_{ij} - C_2 m_{ij}] \dot{\chi}, \quad (1.52)$$

$$n_{ij} = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}}}; \quad m_{ij} = \frac{\rho_{ij}}{(\rho_{ij} \rho_{ij})^{\frac{1}{2}}}, \quad (1.53)$$

где C_1 и C_2 являются функциями ρ , $e_p = (e_{ij}^p e_{ij}^p)^{\frac{1}{2}}$.

Поверхность, определяющая процессы зарождения микродефектов f_α :

$$f_\alpha = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}} - \alpha \sigma - \beta = 0 \quad (1.54)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_{ii}}{3}$$

Закон накопления повреждений имеет вид:

$$\begin{aligned} d\omega &= \theta(W_p) dW_p & \text{при } f_\alpha > 0 \\ d\omega &= 0 & \text{при } f_\alpha \leq 0 \end{aligned} \quad (1.55)$$

или

$$d\omega = \theta(W_r^p) \langle (\sigma'_{ij} - \sigma'^r_{ij}) d e_{ij}^p \rangle = \theta(W_r^p) \sigma'_{ij} d e_{ij}^p \left\langle \frac{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_r^{\frac{1}{2}} - \alpha \sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_r^{\frac{1}{2}}} \right\rangle; \quad (1.56)$$

$$\sigma'^r_{ij} = \sigma'_{ij} \frac{\alpha \sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}}};$$

$$W_r^p = \int \langle (\sigma'_{ij} - \sigma'^r_{ij}) d e_{ij}^p \rangle = \int \sigma'_{ij} d e_{ij}^p \left\langle \frac{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}} - \alpha \sigma - \beta}{(\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})_e^{\frac{1}{2}}} \right\rangle;$$

В работе J.L. Chaboche [21] развита модель повреждённой среды, заложенная в современные вычислительные системы конечно-элементного анализа, такие как ANSYS, Abaqus, и др. Модель J.L.Chaboche формулируется в следующем виде:

– уравнение поверхности текучести

$$F = \left[\frac{3}{2} (\sigma_{ij} - \rho_{ij}) (\sigma_{ij} - \rho_{ij}) \right]^{\frac{1}{2}} - C_p = 0, \quad (1.57)$$

– уравнение для радиуса поверхности текучести:

$$C_p = k + C_p^o \chi + C_p^\infty (1 - e^{-b\chi}), \quad (1.58)$$

где C_p^o , C_p^∞ – начальное значение радиуса поверхности текучести и его значение на «бесконечности» при увеличении χ ; e – основание натуральных логарифмов; χ – длина траектории пластического деформирования; k , b – экспериментально определяемые материальные параметры.

– уравнение для эволюции центра поверхности текучести

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{2}{3} c_i \dot{\epsilon}_{ij}^p - \gamma_i \rho_{ij} \chi + \frac{1}{c_i} \frac{\partial C}{\partial T} \rho_{ij} \dot{T}, \quad (1.59)$$

где c_i , γ_i – параметры материала, а T – температура.

Уравнения (1.57) – (1.59) описывают нелинейное кинематическое и изотропное упрочнение (без учёта циклического упрочнения).

$$d\omega = [1 - (1 - \omega)^{\beta+1}]^{\alpha(\Delta\sigma)} \left[\frac{\Delta\sigma}{M(1 - \omega)} \right]^\beta dN, \quad (1.60)$$

где $\Delta\sigma$ – амплитуда напряжений при одноосном регулярном циклическом нагружении, N – число циклов нагружения, $\alpha(\Delta\sigma)$ – функция амплитуды напряжения ($0 \leq \alpha(\Delta\sigma) \leq 1$), β и M – экспериментально определяемые параметры материала.

Для экспериментального определения зависимости $\omega(N)$ использовалось уравнение:

$$\omega = 1 - \frac{\Delta\sigma_a}{\Delta\sigma_{cm}}, \quad (1.61)$$

где $\Delta\sigma_{cm}$ – амплитуда напряжений на стабилизированном участке циклического деформирования, $\Delta\sigma_a$ – изменение амплитуды напряжения в результате развития поврежденности (при заданной амплитуде деформаций).

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величины поврежденности своего критического значения:

$$\omega \leq 1. \quad (1.62)$$

В работе [4] развита модель накопления усталостных повреждений для процессов малоциклового усталости при многоосном напряженном состоянии, основанная на работе пластической деформаций за цикл изменения нагрузки, подсчитываемой на базе определяющих соотношений теории пластического течения. Для установления числа циклов N_f до разрушения используется соотношение:

$$N_f = AW_p^\alpha, \quad (1.63)$$

где A и α – константы материала, а W_p – работа напряжений на деформациях за цикл изменения нагрузки. В качестве теории пластичности используется модель Мруза, основные соотношения которой имеют вид:

$$1. \quad f_i = \frac{3}{2}(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^i)(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^i) - R_i^2 = 0 \quad (1.64)$$

$$2. \quad \Delta e_{ij}'^e = \frac{1}{2}G\Delta\sigma'_{ij}; \quad \Delta e = \frac{\Delta\sigma}{3K}, \quad (1.65)$$

$$3. \quad \Delta e_{ij}^p = \frac{1}{C_i}(\Delta\sigma'_{ij}n_{ij})n_{ij}; \quad n_{ij} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^j)}{R_i}, \quad (1.66)$$

где C_i – модуль пластичности, соответствующий i -ой поверхности текучести, которому принадлежит в данный момент напряженное состояние.

$$4. \quad \Delta\rho_{ij}^j = pd_{ij}; \quad d_{ij} = \left(1 - \frac{R_i}{R_{i+1}}\right)(\sigma'_{ij} - \rho_{ij}^{(i+1)} + k\Delta\sigma'_{ij}) + (\rho_{ij}^{(i+1)} - \rho_{ij}^{(i)}); \quad (1.67)$$

$$5. \quad \Delta W_p = \sigma'_{ij}\Delta e_{ij}^p; \quad W_p = \sum_i \Delta W_{pi}. \quad (1.68)$$

С использованием развитых определяющих соотношений проведён расчет кривых МЦУ при знакопеременном кручении, растяжении-сжатии и совместном растяжении-сжатии и знакопеременном кручении для четырех значений фазового угла 90° , 180° , 135° , 45° , 30° . На рис.1.5, 1.6: 1 – теоретические и экспериментальные результаты для растяжения-сжатия, 2 – для знакопеременного кручения. Экспериментальные результаты для других фазовых углов попали в полосу между прямыми 1 и 2.

На рис. 1.7 представлены расчетные значения энергии повреждения W_p в зависимости от амплитуды осевой деформаций (Δe_{11}) для различных значений фазовых углов между деформациями растяжения-сжатия и знакопеременного кручения ($\Delta e_{12} = 1,5\Delta e_{11}$). Кривая 1 соответствует растяжению-сжатию, 2 – чистому кручению, 3 – совпадению по фазе, 4 – сдвигу фаз на 90° . Из рисунка следует, что при $\Delta e_{11} > 0,13\%$ деформирование со сдвигом фаз на 90° опаснее синфазного.

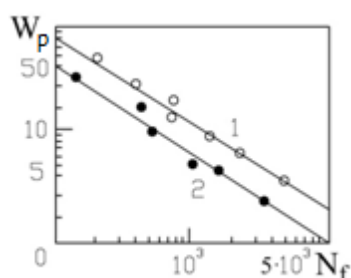


Рис. 1.5

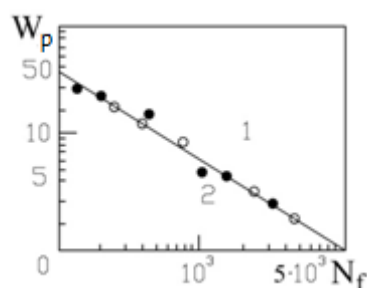


Рис. 1.6

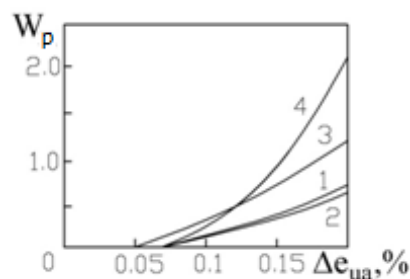


Рис. 1.7

В работах [7-9] с позиции механики повреждённой среды развиты определяющие соотношения вязкопластического деформирования и разрушения материалов и конструкций. В основу этой модели положена возможность представления сложного процесса развития взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными моделями пластичности, ползучести и накопления повреждений. При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности ω .

Непосредственное влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается в модели путем введения зависимости модулей упругости материала от текущего значения функции ω .

При отсутствии эффектов неизотермического деформирования и ползучести материала, соответствующих условиям нагружения, эволюционные уравнения, устанавливающие связь между изменениями приведенных напряжений $\Delta\sigma_{ij}$ и деформаций Δe_{ij} получены в виде:

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij} \left(K - \frac{2}{3}G \right) (\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}), \quad (1.69)$$

$$\Delta d_{ij} = \Delta e_{ij}^* + \omega(\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^*), \quad (1.70)$$

$$\Delta e_{ij}^* = \Delta e_{ij}^p + \frac{\omega - \bar{\omega}}{1 - \omega} \left[\frac{\bar{\sigma}'_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{\bar{\sigma}}{3K} \right], \quad (1.71)$$

где K , G – модули объемной и сдвиговой деформации; Δe_{ij}^p – изменения пластических деформаций на шаге нагружения; $\bar{\omega}$, ω – значения мер поврежденности в исходном (в начале шага) и текущем (в конце шага) состояниях; $\bar{\sigma}'_{ij}$, $\bar{\sigma}$ – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора эффективных напряжений в исходном состоянии; δ_{ij} – символы Кронекера.

Предполагается, что в процессе деформирования могут независимо развиваться несколько различных видов поврежденности. Изменение меры поврежденности $\Delta\omega_k$ для каждого вида на шаге изменения внешних воздействий представляется в виде:

$$\Delta\omega_k = \Delta\omega_k(\Delta\Psi_k, \bar{\omega}, q_k^\beta), \quad (1.72)$$

где $\bar{\omega}$ – накопленное значение функции ω ; Ψ_k – функция, характеризующая долю накопленной энергии, ответственной за развитие повреждений рассматриваемого вида; q_k^β – некоторые константы материала.

Вычисление изменений функций Ψ_k и вклада их в изменение меры поврежденности ω_k осуществляется в соответствующих частных моделях поврежденности. Полное значение меры ω , соответствующее текущему

состоянию, вычисляется в составной модели на основе принятого алгоритма суммирования повреждений.

В качестве моделей, описывающих процессы упругопластического деформирования и накопления повреждений, используются модель термопластичности с комбинированным упрочнением, модель накопления повреждений, основанная на изменении энергии пластического разрыхления, и кинетические уравнения для изменения меры поврежденности при хрупком разрушении.

1.3. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) и усталостной долговечности элементов и узлов несущих конструкций

Вопросы расчетного определения усталостной долговечности инженерных объектов и аппаратов являются сложными как с точки зрения описания фундаментальных физических аспектов проходящих процессов деградации в конструкционных материалах так и с технической точки зрения, ввиду сложности проведения экспериментальных исследований, позволяющих выделить и количественно измерить различного рода эффекты сложного деформирования и кинетики накопления повреждений. Также большую сложность имеет вопрос построения математической модели, позволяющей описывать большой класс траекторий циклического нагружения с минимальным количеством параметров, которые являются проявлением того или иного физического эффекта деформирования. Отдельного рассмотрения заслуживает проблема создания эффективного алгоритма интегрирования уравнений, описывающих процессы деформирования и накопления повреждений. Решение поставленных вопросов возможно путем создания высокопроизводительных вычислительных систем, позволяющих использовать и объединять частные модели деформирования и накопления повреждений в единую модель, которую можно заложить в современные программные комплексы выполняющие расчетные оценки ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов [74, 75]. Вычислительные системы должны создаваться, имея в своей основе

модульный принцип работы, позволяющий проводить постоянное совершенствование. Модульность должна быть использована не только в применении тех или иных аппаратных средств, но и в программном комплексе, давая возможность постоянного улучшения вычислительной системы в целом в направлении расширения класса решаемых задач и быстродействия численных методов интегрирования дифференциальных уравнений.

В настоящее время программные комплексы могут решать задачи определения кинетики напряженно-деформированного состояния при статических и циклических нагружениях с учетом построения геометрической модели не отдельного элемента, а всего инженерного объекта или аппарата в целом. Программные комплексы разрабатываются с учетом высоких требований по части автоматизации процесса расчета, включая препроцессорную и постпроцессорную обработку с визуализацией полученных решений.

В настоящее время наибольшую применимость приобрели программные комплексы, основанные на методе конечных элементов (МКЭ). Они позволяют решать достаточно обширный спектр задач – статической прочности, модальный анализ, устойчивости и др. для двумерных и пространственных цифровых копий объектов. Особенностью современных программных комплексов является их возможность создания моделей конструкций различной конфигурации, интуитивно понятный интерфейс, иерархическая система структуры комплекса, использование пошаговой схемы при разработке цифровых копий, задания граничных условий, проведения расчетных оценок и последующей обработки и анализа результатов расчета. Однако, в своей основе, программные комплексы содержат примитивные модели деформирования конструкционных материалов, что является большим ограничением на их использование при проведении достоверного расчетного анализа кинетики напряженно-деформированного при нестационарных термосиловых нагружениях. В связи с этим, данные комплексы необходимо дополнять математическими моделями, позволяющими не только достоверно численно моделировать процессы упругопластического деформирования при сложных нестационарных термосиловых нагружениях, но

и математическими моделями, достоверно описывающими процессы деградации конструкционных материалов.

В качестве примера можно привести наиболее производительные программные средства на основе МКЭ – ANSYS и Логос [76, 77].

ANSYS – программный комплекс, основанный на методе конечных элементов, позволяющий решать большой класс задач инженерного проектирования: теплопроводности и конвекции, магнетизма, определения напряженно-деформированного состояния при статическом и динамическом нагружениях, устойчивости и др. В программном комплексе заложена возможность задавать многочисленные вариации по физическому принципу действия граничных условий, а также различных видов нагружения. Библиотека конечных элементов включает в себя большое количество элементов, как плоских, так и пространственных для различного класса материалов (металлы, композиты, грунты, бетоны, полимеры, и др.). В качестве наиболее близкой к используемой в настоящей работе модели упругопластического деформирования в программном комплексе заложена модель Шабоса [80], являющейся частным модифицированной модели Ю.Г. Коротких [13, 14].

ЛОГОС – программный комплекс, в котором реализован набор программных инструментов, необходимых для успешного выполнения задач инженерного анализа различного типа: аэро-, гидро- и газодинамики, турбулентного перемешивания и тепломассопереноса, статической и динамической прочности, разрушению и деформации.

К основным компонентам комплекса программ ЛОГОС 5.3.19 относятся:

- пакет программ ЛОГОС-Препост - предназначен для задания начальных данных, обработки геометрии и генерации сеток в задачах инженерного анализа, а также предоставления графических интерфейсов для подготовки и выполнения задач инженерного анализа с использованием отечественных счетных кодов;

- пакет программ ScientificView - предназначен для анализа и обработки расчетных данных, получаемых в результате моделирования различных физических процессов;

- модуль ЛОГОС-Аэро - предназначен для численного моделирования течения вязкого сжимаемого газа на многопроцессорных вычислительных ресурсах;
- модуль ЛОГОС-Гидро - предназначен для численного моделирования процессов гидродинамики на многопроцессорных вычислительных ресурсах;
- модуль ЛОГОС-Тепло - предназначен для численного моделирования процесса теплопроводности в твердотельных конструкциях и/или неподвижных жидкостях/газах на многопроцессорных вычислительных ресурсах;
- модуль ЛОГОС-ПА - предназначен для решения задач механики деформируемого твёрдого тела на многопроцессорных вычислительных ресурсах;
- модуль ЛОГОС-МИП – предназначен для обеспечения сквозного цикла проектирования и расчётного обоснования проектных решений;
- модуль ЛОГОС-Прочность – позволяет выполнять расчетный анализ напряженно-деформированного состояния инженерных объектов и аппаратов при действии статических и динамических нагрузок.

1.4. Основные выводы из обзора

Основные выводы из обзора состояния проблемы по теме диссертационной работы могут быть сформулированы следующим образом:

1. Экспериментально-теоретические исследования кинетики напряженно-деформированного состояния и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлов и их сплавов) при сложном нестационарном циклическом нагружении имеют принципиальное значение в практических приложениях, связанных с расчетами на прочность и долговечность инженерных конструкций и аппаратов, подверженных воздействию многопараметрических нестационарных термосиловых нагрузок (авиационные ГТД, атомные энергетические установки, объекты химического машиностроения и др.).

2. Развитие вычислительной и экспериментальной механики открывает большие возможности для использования моделей МПС и расчетной оценке на

их базе с помощью специальных алгоритмов выработанного и остаточного ресурса машиностроительных объектов.

3. Наиболее общее и адекватное описание процессов накопления усталостных повреждений при совместном действии мало- и многоциклового нагружения дает энергетическое представление данных процессов, по сравнению с широко применяемыми деформационными и силовыми подходами. На базе энергетического подхода возможно объединение данных на микроскопическом и макроскопическом уровнях, а также формирование моделей накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при сложных нестационарных двухчастотных режимах нагружения.

4. Несмотря на достаточно большое количество публикаций посвященных вопросам математического моделирования процессов упругопластического деформирования и накопления повреждений при совместных механизмах мало- и многоциклового усталости в металлах и их сплавах, остается много нерешенных вопросов при практическом использовании моделей данных процессов.

5. При расчетах на прочность и усталостную долговечность конкретных конструктивных элементов инженерных объектов и аппаратов практическое использование математических моделей механики поврежденной среды при двухчастотном циклическом нагружении невозможно при отсутствии экспериментально-теоретической проверки их достоверности для случаев нестационарных НДС, сопровождающихся существенным вращением главных площадок напряжений и деформаций.

2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕХАНИКИ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ.

2.1. Общие положения

Использование той или иной математической модели упругопластического деформирования и деградации начальных прочностных свойств конструкционного материала существенно влияет на метод решения задачи определения ресурсных характеристик. Для разработки наиболее достоверных моделей необходимо использовать математические описания физических механизмов, проходящих при деформировании материала. Основной наиболее правильного решения в данном случае является то, что необходимо учитывать существенные физические явления для определенных классов задач в определяющих соотношениях, описывающих процессы деформирования и разрушения. Самое простое решение задачи построения математических моделей деформирования и разрушения конструкционных материалов заключается в том, что необходимо моделировать каждый отдельный физический механизм с последующим синергетическим объединением в единую математическую модель, которая позволит описывать поведение материала при реализации произвольных путей нагружения в широком диапазоне скоростей нагружения и температур. Однако, в связи с большой сложностью процессов проходящих в конструкционных материалах и недостаточностью о них знаний использование данного подхода практически не реализовано. Наиболее перспективным в данном направлении является феноменологический подход к построению моделей деформирования и разрушения, использование которого должно опираться на представления о физических процессах, протекающих в конструкционных материалах при их деформировании и деградации. Одной из важных основ феноменологического подхода являются параметры и скалярные функции конструкционного материала, входящие в уравнения. В идеальном случае параметры и скалярные функции от переменных процесса деформирования и разрушения должны

являться константами конструкционного материала, а также должны быть проявлением конкретного физического процесса, проходящего в конструкционном материале. Определение каждого параметра должно проводиться из специально поставленных «базовых» экспериментов, в которых проявляется определенный физический механизм и можно измерить его влияние на характеристики процессов деформирования и разрушения. К настоящему времени сравнительно малая часть моделей МПС приобрела возможность практического применения в решениях задач оценки кинетики НДС и ресурсных характеристик конструкционных материалов ввиду их математической сложности и очень высокой трудоемкости при экспериментальном определении констант, входящими в определяющие соотношения, зачастую являющиеся подгоночными параметрами, лишенные физического смысла [78].

Описание процессов деформирования и деградации материала при произвольных путях нагружения основывается на определении переменных процесса деформирования («явных» и «скрытых») и установлении зависимостей, связывающих их в единую математическую модель. Использование основных гипотез МСС позволяет без прямого перехода от микроскопических величин к макроскопическим с введением «скрытых» переменных процессов деформирования и разрушения позволяет получить наиболее достоверное описание указанных процессов. Выбор переменных («скрытых») внутреннего состояния конструкционных материалов при деформировании определяется физическими процессами, которые наблюдаются в экспериментах и можно количественно их определить. В качестве примера проявления на макроуровне физических механизмов, проходящих на микроуровне в конструкционном материале можно привести эффект Баушингера, изменение размеров и формы поверхности пластического нагружения, циклическое упрочнение и др. Описание связи физических механизмов на микроуровне с проявлениями действий данных механизмов на макроуровне возможно на основе двух подходов:

- первый подход – предложен Мазингом и строится на принципиальном описании поведения поликристаллического агрегата, путем соединения элементарных моделей, описывающих его поведение. Однако, данный подход вызывает большие трудности, ввиду большого числа переменных, необходимых для описания процесса деформирования конструкционного материала в целом.

- второй подход, основывается на использовании переменных внутреннего состояния («скрытых») и строится на концепциях Орована, Прагера, Бейли, Райса, Ильюшина. Применение данного подхода позволяет описывать поведение конструкционных материалов при деформировании при существенно меньшем числе параметров процесса. В тоже время, каждый параметр связан с физическим механизмом, протекающим в материале. Для определения параметров используются специально поставленные эксперименты, которые позволяют определить их закономерности развития. Данный подход предполагает принятие гипотез [13, 14, 18, 21, 79, 80], упрощающих математическое описание процесса деформирования:

- принимается существование области упругого поведения материала в пространстве напряжений, зависящей от температуры T_i и параметров процесса деформирования;

- принимается независимость параметров упругого поведения материала от процессов пластического деформирования. Данная гипотеза нарушается в области больших неупругих деформаций и значениях величины поврежденности материала близкой к критической;

- принимается независимость процессов деформирования и накопления повреждений на стадии развития рассеянных по объему материала микродефектов и зависимость на стадии слияния микродефектов.

Принимаемые упрощения обеспечивают достижения важных факторов – выполнение термодинамических закономерностей, простотой описания и моделирования максимального числа эффектов, сопровождающие процессы деформирования.

В МСС объем тела представляется сплошным с взаимодействиями между элементарными объемами, характеризующимися тензором напряжений σ_{ij} , а деформации объемов – тензором полных деформаций e_{ij} . Нагружение и деформирование элементарного объема определяются функциями напряжения от времени $\sigma_{ij}(t)$ и деформации от времени $e_{ij}(t)$ соответственно [79].

Принцип макроскопической определимости А.А. Ильюшина [17] утверждает, что если на некотором интервале времени $0 \leq \tau \leq t$ заданы процесс нагружения и механические параметры, то в момент t состояние частицы однозначно определено.

При нагружении элементарного объема конструкционного материала происходят микроструктурные изменения, а также возникают и развиваются микронесплошности, накопление и эволюция которых может приводить к нарушению сплошности всего объема.

Для учета процесса нарушения сплошности в объемах конструкционного материала, с учетом [17], необходимо постулировать существование макрообъема Π , являющегося дефектом с следующими свойствами:

- макрообъем Π принимает начальные значения при нулевых параметрах нагружения;
- для макрообъема Π однозначно определяется процесс нагружения в виде законов изменения $\sigma_{ij}(t), T(t), e_{ij}(t)$

$$\Pi = f[\sigma_{ij}(t), T(t), e_{ij}(t)] \quad (2.1)$$

Зависимость (2.1) является непрерывной до состояний, как угодно близких разрушению;

- макрообъем Π описывает процесс накопления повреждений, являющийся начальной стадией разрушения;
- существуют неотрицательные значения для макрообъем Π , называемые мерами повреждений $M_m(\Pi)$ и соответствующие неотрицательные константы материала C_m , такие, что если для любого,

$$M_m(\Pi) < C_m, \quad (2.2)$$

то нарушения сплошности (разрушения) нет.

Если для какого-нибудь $m = k$,

$$M_k(\Pi) = C_k, \quad (2.3)$$

то происходит нарушение сплошности (разрушение).

Используемый в работе вариант определяющих соотношений МПС строится на введении макроскопической меры поврежденности, характеризуемой скалярной ω величиной поврежденности материала.

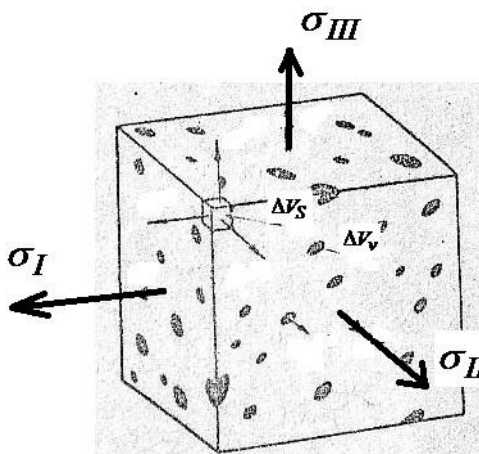


Рис. 2.1

В качестве примера рассмотрим элементарный объем V сплошной среды с микроповреждениями (рис. 2.1) во много раз превосходящими молекулярное расстояние. Данный объем ограничен поверхностью Σ с элементарной плоской поверхностью S . В элементарном объеме присутствуют микрообъемы ΔV_i , где индекс $i = s, v$ и обозначает s – сплошной, а v – полый. При этом принимаем что, нарушение сплошности всего элементарного объема V происходит при $V = \sum_i \Delta V_{vi}$.

Принимаем справедливым основное допущение механики сплошной среды – расстояния l между полыми микрообъемами много больше характерного размера микроповреждений, на которых параметры движения поврежденной среды существенно меняются. Это позволяет описывать поврежденную среду в рамках модели двухфазной среды [3, 81, 82], первая фаза которой соответствует несущей среде (или матрица поврежденной среды) с объёмом V_s , вторая фаза – микроповреждения с объёмом V_v .

$$V = V_s + V_v. \quad (2.4)$$

Если ввести объемную долю (или объемную плотность) фаз поврежденной среды $\omega_i = V_i/V$, $i = s, v$, то из 2.4 следует:

$$1 = \omega_s + \omega_v. \quad (2.5)$$

Для каждой фазы поврежденной среды можно ввести истинные $\bar{\rho}_i$ и средние плотности $\rho_i = \bar{\rho}_i \cdot \omega_i$, $i = s, v$, исходя из которых можно определить среднюю плотность поврежденной среды:

$$\rho = \rho_s + \rho_v = \bar{\rho}_s(1 - \omega_v) + \bar{\rho}_v\omega_v, \quad (2.6)$$

или

$$\rho = \bar{\rho}(1 - \omega_v), \text{ т.к. } \bar{\rho}_v \ll \bar{\rho}_s = \bar{\rho}. \quad (2.7)$$

Выделим в объеме V некоторое плоское сечение S с нормалью $\vec{n}$, в которой одна часть S_s приходится на матрицу поврежденной среды а другая S_v - на микроповреждения:

$$S = S_s + S_v. \quad (2.8)$$

Аналогично величинам ω_i , $i = s, v$ введем поверхностную долю $\psi_i = S_i/S$ (или поверхностную плотность) для составляющих фаз поврежденной среды. Как и для ω_i , для ψ_i – имеет место соотношение:

$$1 = \psi_s + \psi_v. \quad (2.9)$$

Анализируя указанные выше выкладки, можно сделать следующие выводы:

- величина ψ_v является функцией нормали $\vec{n}$, следовательно не зависимо от формы микроповреждений $\psi_v(\vec{n})$ представляется тензором второго ψ_{ij} или четвёртого Ψ_{ijkl} ранга [17];

- величины ω_v и ψ_v связаны [81, 82], следовательно, объёмная плотность микроповреждений также может быть представлена тензором второго ω_{ij} или четвёртого Ω_{ijkl} ранга.

В настоящее время введение в уравнения МПС тензорной величины ω_{ij} сопровождается трудностью получения экспериментальных данных по анизотропии поврежденности конструкционных материалов, связанной со

сложной и нерешенной проблемой реализации многоосевых испытаний по произвольным траекториям нагружения. Таким образом, в работах многих авторов используется гипотеза изотропии микроповреждений в объеме материала. В случае изотропии микроповреждений величина ω_n не зависит от нормали $\vec{n}$ и внутренняя переменная, характеризующая деградацию материала является скалярной величиной ω . Принятие гипотезы изотропии микроповреждений позволяет описывать процессы разрушения при наличии различных микродефектов (микротрещин, микропор) одной переменной.

В настоящей работе используется скалярная физическая мера поврежденности в конструкционных материалах, определяемая как относительная объемная доля дефектов в элементарном объеме материала ω [13, 14].

$$\omega = V_v/V_v^f, 0 \leq \omega \leq \omega_f \leq 1. \quad (2.10)$$

где V_v – текущая объемная доля дефектов, V_v^f – критическая объемная доля МП, соответствующая образованию в данном объеме макроскопической трещины. Текущую объемная доля дефектов V_v возможно контролировать физическими методами неразрушающего контроля – спектрально-акустическим методом и методом индентирования [69, 83-86].

Использование МПС при определении кинетики НДС и ресурсных характеристик является весьма достоверным методом, но в тоже время весьма трудоемким, так как решение задач связано с большими вычислительными мощностями и достаточно большой программой экспериментальных исследований. Все это определяется сложностью процессов деформирования и разрушения конструкционных материалов. В следствие чего, возможно решение задач двумя подходами:

- первый подход заключается в использовании только части математического аппарата МПС для решения частных случаев;
- второй подход предполагает использование всего математического аппарата МПС с разработкой эффективных алгоритмов для вычислительных систем при решении задач определения ресурсных характеристик.

Ввиду развития вычислительной техники наиболее перспективным является второй подход к решению задач достоверного моделирования кинетики НДС и накопления повреждений при решениях задач оценки ресурсных характеристик инженерных объектов.

2.2. Определяющие соотношения МПС

Используемая модель поврежденной среды, разработанная Ю.Г. Коротких и развитая в работах его учеников (И.А. Волкова, Д.Н. Шишулина) состоит из трех взаимосвязанных составных частей:

- уравнений, описывающих циклическое упругопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;
- уравнений, описывающих кинетику накопления усталостных повреждений;
- критерия разрушения поврежденного материала.

Основные положения математической модели МПС заключаются в следующем [13, 14]:

- рассматривается материал с начальной изотропией свойств;
- рассматривается только анизотропия, связанная с процессами пластического деформирования;
- процесс кинетики накопления повреждений в материале носит изотропный характер;
- тензоры деформаций e_{ij} и их скоростей $\dot{e}_{ij}$ являются суммой упругих e_{ij}^e , $\dot{e}_{ij}^e$ и пластических компонент e_{ij}^p , $\dot{e}_{ij}^p$;
- поверхность пластического нагружения описывается уравнением Мизеса;
- процессы деформирования характеризуются малыми деформациями;
- рассматривается только упругое изменение элементарного объема материала (пластическая несжимаемость);
- вводится скалярная мера поврежденности конструкционного материала ω изменяющийся в диапазоне $\omega_o \leq \omega \leq \omega_f$;
- влияние поврежденности на процессы упругопластического деформирования вводится через тензоры эффективных напряжений.

Определяющие соотношения циклической пластичности

Постулируется, что при упругом поведении материала девиаторная и шаровая составляющие тензоров напряжений и деформаций, а также их скоростей связаны обобщенным законом Гука:

$$\begin{aligned}\sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)] \\ \sigma_{ij} &= 2Ge'_{ij} \\ \dot{\sigma} &= 3K(\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}) + \frac{\dot{K}}{K}\sigma \\ \sigma_{ij} &= 2Ge'_{ij} \\ \dot{\sigma}'_{ij} &= 2G\dot{e}'_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij},\end{aligned}\tag{2.11}$$

где $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения материала; $K(T)$ – модуль объемной упругости; $G(T)$ – модуль сдвига; T_0 – базовая температура; T – текущая температура.

Для моделирования процессов монотонного и циклического упругопластического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность пластического нагружения в виде [13, 14]:

$$F_{pl} = S_{ij}S_{ij} - C_{pl}^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij},\tag{2.12}$$

где σ'_{ij} – компоненты девиатора напряжений, а ρ_{ij} – координаты центра поверхности текучести.

Сложные циклические режимы упругопластического деформирования в пространстве пластических деформаций вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчетах отделить эффекты монотонного, циклического нагружения и эффекты рачеттинга имеет вид [80, 87-91]:

$$a_e = (e_{ij}^p - \xi_{ij})(e_{ij}^p - \xi_{ij}) - a_{emax}^2 = 0,\tag{2.13}$$

где a_{emax} – максимальное значение интенсивности тензора пластических деформаций e_{ij}^p в процессе нагружения; ξ_{ij} – тензор односторонне накопленных пластических деформаций.

При численном моделировании кинетики напряженно-деформированного состояния при пластическом деформировании необходимо максимально точно описывать процессы упрочнения и разупрочнения конструкционных материалов, так как данные механизмы играют определяющую роль в точности оценок ресурсных характеристик. При усталостном нагружении реализуется конкуренция процессов упрочнения и разупрочнения, вызванных в материале механизмами изменения фазового состава, микроструктурного состояния, изменением плотности дислокаций, а также влияние изменения температуры [92]. Физические механизмы, протекающие в поликристаллических металлах и сплавах и влияющие на процессы упрочнения, и разупрочнения, зависят от действующей температуры, вида траектории деформирования, длины пути пластического деформирования, действующих амплитуд интенсивности пластической деформации и степени стабилизации процесса деформирования.

Для учета эффектов упрочнения и разупрочнения, проявляющихся вследствие протекания различных физических механизмов в поликристаллических металлах и их сплавах [93, 94], изменение радиуса поверхности пластического нагружения принимается в виде суммы скоростей изменений радиуса поверхности пластического нагружения при пластическом деформировании:

$$\dot{C}_{pl}(\chi, T) = \sum_{i=1}^h \dot{C}_{pl}^{(i)}(\chi) + \sum_{l=1}^k \dot{C}_{pl}^{(l)}(T), \quad (2.14)$$

где $\dot{C}_{pl}^{(i)}(\chi)$, $\dot{C}_{pl}^{(l)}(T)$ – скорости изменения радиуса поверхности

пластического нагружения за счет вклада определенного физического механизма упрочнения либо разупрочнения конструкционного материала и изменения температуры; $\dot{C}_{pl}(\chi, T)$ – суммарная скорость изменения радиуса поверхности пластического нагружения определяемая аналогично интегральным по объему материала механическим макрохарактеристикам (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести) с учетом вклада каждого физического механизма:

$$\dot{C}_{pl}(\chi, T) = \left[\sum_{i=1}^n q_{\chi}^{(i)} f_m^{(i)}(a_e) + \sum_{j=1}^m a_j (Q_s^{(j)} - C_{pl}^{(j)}) f_c^{(j)}(a_e) \right] \dot{\chi} + \left[\sum_{l=1}^k q_T^{(l)} \right] \dot{T}, \quad (2.15)$$

где $q_{\dot{\chi}}^{(i)}$ – параметры монотонного упрочнения (разупрочнения) за счет вклада i – го физического механизма; a_j , $Q_s^{(j)}$ – параметры циклического упрочнения (разупрочнения) за счет вклада j – го физического механизма; $f_m^{(i)}(a_e)$ и $f_c^{(j)}(a_e)$ – функции учитывающие характер пластического деформирования, $q_T^{(l)}$ – параметры скорости изменения радиуса поверхности пластического нагружения за счет вклада l – го физического механизма при изменении температуры.

Зависимость (2.15) описывает изотропное упрочнение (разупрочнение) при монотонном пластическом деформировании (первый член в скобке при $\dot{\chi}$), циклическом деформировании (второй член в скобке при $\dot{\chi}$) и от скорости изменения температуры $\dot{T}$.

Экспериментальное определение параметров, входящих в зависимость (2.15), описывающих изменение радиуса поверхности пластического нагружения должно проводится на основании опытов, в которых возможно выделение физических механизмов процессов упрочнения либо разупрочнения. Таких, как фазовые превращения, изменение микроструктуры и плотности дислокаций, и определения их вклада. Также данные процессы можно исследовать с получением их количественных характеристик с использованием дополнительных средств неразрушающего контроля (акустический, вихретоковый и др. [83-86]).

При пластическом деформировании конструкционного материала изменение фазового состава материала приводит либо только к эффекту упрочнения либо разупрочнения, а при изменении микроструктурного состояния и дислокационной картины, может возникать как эффект упрочнения, так и эффект разупрочнения конструкционного материала в зависимости от вида текущей траектории деформирования. Причем, проявление эффекта существенно зависит от степени стабилизации процесса деформирования в пространстве пластических деформаций. Результаты экспериментальных исследований в работах [95, 96] показывают, что двухчастотное нагружение в отличие от одночастотного приводит к разупрочнению исследуемых материалов,

а также в процессе нагружения отсутствует стабилизация петли пластического гистерезиса, что сопровождается постоянным изменением центра ξ_{ij} в уравнении (2.13), описывающего поверхность «памяти» a_e в пространстве пластических деформаций. Таким образом, в диапазоне температур T , при которых можно пренебречь эффектами отжига и конкретизируя параметры в зависимости (2.15) изотропное упрочнение (разупрочнение) можно записать как:

$$\dot{C}_{pl} = q_\chi \dot{\chi}_m + a_c (Q_{s\chi} - C_{pl}) \dot{\chi}_c + a_\xi (Q_{s\xi} - C_{pl}) \dot{\chi}_\xi + q_T \dot{T} \quad (2.16)$$

$$C_{pl} = C_{pl}^0 + \int_0^t \dot{C}_{pl} dt, \quad (2.17)$$

$$\dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \dot{\chi}_\xi = \left(\frac{2}{3} \dot{\xi}_{ij} \dot{\xi}_{ij} \right)^{1/2}, \chi_\xi = \int_0^t \dot{\chi}_\xi dt, \quad (2.18)$$

$$\dot{\chi}_m = \begin{cases} 0 & \text{при } a_e < 0 \vee e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \leq 0 \\ \dot{\chi} & \text{при } a_e = 0 \wedge e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \geq 0 \end{cases}, \dot{\chi}_c = \begin{cases} \dot{\chi} & \text{при } a_e < 0 \vee e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \leq 0 \\ 0 & \text{при } a_e = 0 \wedge e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \geq 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$q_\chi = q_2 A - (1 - A) q_1, Q_{s\chi, \xi} = Q_{2\chi, \xi} A + (1 - A) Q_{1\chi, \xi}, \quad (2.20)$$

$$A = 1 - \cos^2 \Theta, \cos \Theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, n_{ij}^e = \frac{\dot{e}_{ij}}{(\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p)^{1/2}}, n_{ij}^s = \frac{s_{ij}}{(s_{ij} s_{ij})^{1/2}}.$$

В зависимостях (2.16)-(2.20) введены следующие обозначения:

C_{pl}^0 — радиус поверхности пластического нагружения для конструкционного материала в исходном состоянии;

q_1, q_2, q_T — модули монотонного изотропного упрочнения (разупрочнения) при монотонных нагружениях по лучевым путям, при изломе траектории деформирования на 90° и изменении температуры;

$Q_{1\chi, 1\xi}, Q_{2\chi, 2\xi}$ — модули циклического изотропного упрочнения (разупрочнения), при пропорциональном нагружении и при изломе траектории деформирования на 90° соответственно;

$a_{c, \xi}$ — постоянные, определяющие скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса при циклическом нагружении материала;

$Q_{s\chi, s\xi}$ — стационарные значения радиуса поверхности текучести в зависимости от a_{emax} и температуры T ;

$\dot{\chi}_m$ — скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на монотонных участках;

$\dot{\chi}_c$ – скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на участках стабилизированного циклического деформирования без смещения центра поверхности a_e ;

$\dot{\chi}_\xi$ – скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на участках циклического деформирования со смещением центра поверхности a_e (нестабилизированные участки траектории циклического деформирования).

В соотношении (2.16) слагаемые описывают следующие эффекты:

- первое – уравнения (2.16) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования;
- второе – циклическое упрочнение (разупрочнение) материала на стабилизированных участках циклического деформирования;
- третье – циклическое разупрочнение (разупрочнение) материала при нестабилизированном циклическом деформировании;
- четвертое – изменение радиуса поверхности пластического нагружения при изменении температуры.

Зависимости (2.19)-(2.20) описывают эффекты изотропного упрочнения в зависимости от параметра непропорциональности нагружения A .

Эволюция тензора микронапряжений ρ_{ij} принимается в виде:

$$\dot{\rho}_{ij} = f(\chi)(\dot{\rho}_{ij}^m + \dot{\rho}_{ij}^p + \dot{\rho}_{ij}^r), \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (2.21)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^m = g_1^m \dot{e}_{ij}^p - g_2^m \rho_{ij}^m \dot{\chi} + g_T^m \rho_{ij}^m \langle \dot{T} \rangle, \quad (2.22)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^p = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi} + g_T^p \rho_{ij}^p \langle \dot{T} \rangle, \quad (2.23)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^r = g_1^r \dot{e}_{ij}^p - g_2^r \left(\frac{\rho_{min} - \rho_u^r}{\rho_u^r} \right) \rho_{ij}^r \dot{\chi} \cos \gamma + g_T^r \rho_{ij}^r \langle \dot{T} \rangle, \quad (2.24)$$

$$\cos \gamma = \begin{cases} \left| \frac{\rho_{ij} \rho_{ij}^r}{(\dot{\rho}_{ij} \dot{\rho}_{ij})^{1/2} (\rho_{ij}^r \rho_{ij}^r)^{1/2}} \right| & \text{при } \cos \gamma < 0 \\ 0 & \text{при } \cos \gamma > 0 \end{cases}, \quad \rho_u^r = (\rho_{ij}^r \rho_{ij}^r)^{1/2}, \quad (2.25)$$

$$g_T^{m,p,r} = \frac{1}{g_1^{m,p,r}} \left[\frac{\partial g_1^{m,p,r}}{\partial T} \right], \quad (2.26)$$

$$f(\chi) = f(\chi_m) + f(\chi_c) + f(\chi_\xi), \quad (2.27)$$

$$f(\chi_{m,c,\xi}) = 1 + k_1^{m,c,\xi} \left(1 - e^{-k_2^{m,c,\xi} \chi_{m,c,\xi}} \right), \quad (2.28)$$

где $g_1^{m,p,r}$, $g_2^{m,p,r}$, $k_1^{m,c,\xi}$, $k_2^{m,c,\xi}$ – материальные параметры, определяющиеся экспериментальным путем.

В формуле (2.21) первый член, указанный в скобках описывает эволюцию ρ_{ij} , связанного с образованием и эволюцией микропластических деформаций; второй – с образованием макроскопических пластических деформаций; третий – при односторонне накапливаемых пластических деформаций ξ_{ij} .

Зависимость (2.21) позволяет описывать основные эффекты анизотропии, вызванной неупругим деформированием при знакопеременном нагружении, а также эффекты, возникающие при реализации жестких («посадка» петли гистерезиса) и мягких режимов нагружения («вышагивание» петли гистерезиса).

Функция $f(\chi)$ описывает изменение ρ_{ij} в случае зависимости параметров $g_1^{m,p,r}$, $g_2^{m,p,r}$ от длины пути пластического деформирования χ при монотонном, циклическом стабилизированном и нестабилизированном деформировании. Эта функция связана с физическими механизмами, протекающими в процессе пластического нагружения, изменяющими фазовый состав конструкционного материала, дислокационную плотность и др.

Тензор скоростей пластических $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ деформаций определяется на основе ассоциированного с поверхностью активного нагружения закона течения:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda_p S_{ij}, \quad (2.29)$$

Влияние накопленной поврежденности учитывается через эффективные значения гидростатической и девиаторной части тензора напряжений. Эффективные значения компонент тензора напряжений определяются через эффективные значения модулей упругости [97] с учетом влияния на них величины накопленной поврежденности ω :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}'_{ij} &= F_1(\omega) \sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}} \sigma'_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{(1 - \omega) \left[1 - \frac{(6K + 12G)}{(9K + 8G)} \omega \right]}, \\ \tilde{\sigma} &= F_2(\omega) \sigma = \frac{K}{\tilde{K}} \sigma = \frac{\sigma}{4G(1 - \omega)/(4G + 3K\omega)}, \\ \tilde{\rho}_{ij}^{(n)} &= F_1(\omega) \rho_{ij}^{(n)}, n = m, p, r, \end{aligned} \quad (2.30)$$

где $F_{1,2}(\omega)$ – функции Мак-Кензи [97].

Уравнения накопления повреждений при малоцикловой и многоцикловой усталости

Уравнения накопления повреждений базируются на связи величины поврежденности с макроскопическими параметрами, которые могут быть экспериментально определены. Наиболее физически обоснованным и апробированным является энергетический подход [13, 14, 27-29] при определении ресурсных характеристик поликристаллических тел. Новожиловым В.В. установлена зависимость рассеянной энергии, затраченной на образование дефектов при малоцикловом нагружении, с работой тензора микронапряжений ρ_{ij} на пластических деформациях e_{ij}^p [19]:

$$W_{p(i)} = \int \rho_{ij} de_{ij}^p \quad (2.31)$$

Ресурсные характеристики при МнЦУ определяются с использованием подхода [25, 46], основанном на энергетическом критерии, который записывается следующим выражением:

$$W_{o(i)} = W_{p(i)}[1 - f(\gamma)], \quad W_o = \sum_{i=1}^{N_f} W_{o(i)}, \quad (2.32)$$

где $W_{o(i)}$ – опасная часть рассеянной энергии за цикл нагружения, коррелирующей с энергией, затраченной на образование микродефектов. Функция $f(\gamma)$, учитывает относительную величину неопасной энергии в полной рассеянной энергии, затраченной на пластическое деформирование и зависящая от параметра γ , характеризующего относительный уровень действующих максимальных напряжений в цикле нагружения.

$$f(\gamma) = \begin{cases} 0, & \text{при } \gamma > 1, \\ 1 - \left(\frac{\gamma - \gamma_*}{1 - \gamma_*}\right)^n, & \text{при } \gamma_* \leq \gamma \leq 1, \\ 1, & \text{при } \gamma < \gamma_*. \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{\tilde{\sigma}_u^*}{\tilde{\sigma}_{hcf}}, \quad \tilde{\sigma}_u^* = [(\sigma'_{ij} - \rho^r_{ij})(\sigma'_{ij} - \rho^r_{ij})]^{1/2}, \quad (2.33)$$

$$\tilde{\sigma}_{hcf} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{hcf} + \int_0^t \dot{C}_{pl}^c dt, \quad \dot{C}_{pl}^c = a_c(Q_{s\chi} - C_{pl})\dot{\chi}_c + a_\xi(Q_{s\xi} - C_{pl})\dot{\xi}_\xi + q_T \dot{T}.$$

В выражении (2.33) $\tilde{\sigma}_u^*$ – нормированная интенсивность девиатора тензора напряжений; $\tilde{\sigma}_{hcf}$ – значение интенсивности напряжений при котором происходит переход от механизма МЦУ к МнЦУ с учетом процессов упрочнения (разупрочнения) конструкционного материала (точка перегиба на полной кривой усталости), σ_{hcf} – константа материала.

На рисунке 2.2 приведено графическое представление функции $f(\gamma)$.

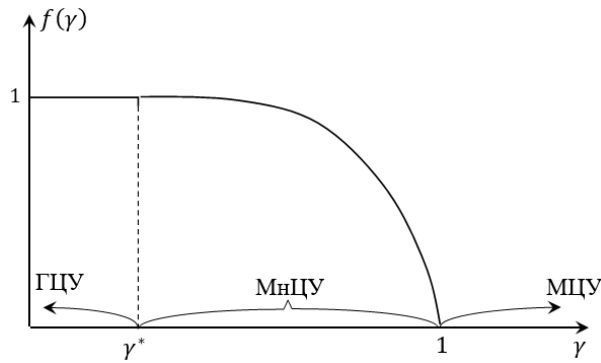


Рис. 2.2

В задачах оценки ресурсных характеристик необходимо учитывать влияние многоосности нагружения, наличие которой существенным образом снижает ресурс за счет как увеличения действующих компонент тензора деформаций и напряжений при пропорциональном нагружении так и за счет вращения главных площадок тензоров напряжений и деформаций при непропорциональном нагружении.

Многочисленные исследования влияния многоосности нагружения при различных видах напряженных состояний таких как двухосное растяжение-сжатие, трехосное растяжение и др. позволяют сделать вывод, что на ресурс оказывает существенное влияние «объемность» напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$, где σ - гидростатическая компонента тензора напряжений, σ_u - интенсивность тензора напряжений.

Учет влияния «объемности» напряженного состояния на скорость роста поврежденности $\dot{\omega}$ производится за счет введения в уравнение скорости накопления повреждения функции $f_1(\beta)$, которая увеличивает скорость накопления повреждений $\dot{\omega}$ при нагружениях с $\beta \rightarrow +\infty$ и уменьшает скорость при $\beta \rightarrow -\infty$. При нагружениях с $\beta \rightarrow -\infty$ в некоторых поликристаллических металлах и сплавах возможно частичное уменьшение накопленной поврежденности (эффект «залечивания»). При нагружениях с $\beta = 0$ (чистый сдвиг) функция $f_1(\beta) = 1$.

В условиях непропорционального нагружения, при котором направляющие тензора напряжений и деформаций не соосны реализуемая траектория деформирования существенным образом влияет на кинетику напряженно-деформированного состояния и на ресурсные характеристики конструкционного материала.

Учитывая рассмотренные эффекты, влияющие на ресурсные характеристики, уравнение для скорости накопления усталостных повреждений в условиях малоциклового и многоциклового нагружения можно представить в виде:

$$\dot{\omega} = f_1(\beta)f_2(\omega)f_3(\theta)f_4(W_o)\dot{W}_o, \quad (2.34)$$

где

$$f_1(\beta) = \exp(k \beta),$$

$$f_2(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{при } W_o \leq W_{oa}, \\ c\omega^{-1/3}(1 - \omega)^{-2/3} & \text{при } W_o > W_{oa}, \end{cases} \quad (2.35)$$

$$f_3(W_o) = \frac{W_o - W_{oa}}{W_{of} - W_{oa}},$$

где c – константа интегрирования ($c \cong 0,806$)

В (2.35) введены следующие обозначения для функций:

$f_1(\beta)$ – учет влияния «объемности» напряженного состояния;

$f_2(\omega)$ – учет влияния накопленного уровня поврежденности на скорость накопления повреждений;

$f_3(\theta)$ – учет влияния излома траектории нагружения;

$f_4(W_o)$ – учет текущего относительного уровня рассеянной энергии, идущей на образование микродефектов.

Принимается, что кинетика накопления повреждений состоит из двух последовательных стадий – зарождения микродефектов и их слияния. Данные стадии разграничиваются значением величины рассеянной энергии W_{oa} . Образование макродефекта происходит при достижении величины рассеянной энергии значения W_{of} .

Критерий разрушения поврежденного материала

В качестве критерия разрушения (образование макроскопической трещины в элементарном объеме материала) принято условие достижение величины поврежденности ω критического значения [13, 14]:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (2.36)$$

Экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что в зависимости от свойств материала и многоосности напряженного состояния, учитываемого функцией $f(\beta)$, величина ω_f может принимать значение от 0,2 до 0,8. Кроме того, материал может быть разрушен при некотором напряженном состоянии в упругой области после некоторой истории деформирования в пластической области, в результате которой была накоплена поврежденность $\omega < \omega_f$. Следовательно (2.36) можно представить в виде:

$$\omega = \omega_f \leq 0,8. \quad (2.37)$$

Экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений МПС предложенная Ю.Г. Коротких и развитая в работах его учеников (И.А. Волков, Д.А. Казаков, Д.Н. Шишулин) подробно изложена в [13, 14, 98-103].

2.3. Алгоритм интегрирования определяющих соотношений МПС.

Определение основных характеристик процесса вязкопластического деформирования повреждённых материалов (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами $\sigma_{ij}, e_{ij}, e_{ij}^p, \rho_{ij}^p$ и скалярами χ, C_p, T и ω может осуществляться двумя способами:

- первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени, для выполнения которого можно использовать любой из методов решения задачи Коши. Это достаточно точный метод нахождения решений дифференциальных уравнений, но при решении краевых задач, возникают сложности из-за значительного увеличения времени вычисления процесса;

- второй способ сводится к написанию определяющих соотношений МПС в приращениях, которые зависят от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt

может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течении всего расчетного времени при условии устойчивости вычислений. В результате численных экспериментов [104] установлено, что используемая явная схема Эйлера может успешно применяться несмотря на то, что она является условно устойчивой при правильно выбранной величине шага интегрирования Δt . Успешное применение явной схемы Эйлера в значительной степени определяется выбором шага интегрирования Δt . Для этого необходима методика, позволяющая следить за скоростями изменения искомых параметров, определяя шаг интегрирования Δt . Авторы предлагают выбирать шаг интегрирования Δt в зависимости от скорости изменения искомой величины $\dot{y} = f(y, t)$. На шаге интегрирования $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ $y_{n+1} = y_n + f \cdot \Delta t$. Шаг интегрирования Δt и ошибка интегрирования δ определяются по формулам:

$$\Delta t = \frac{\delta_{max}}{|f_n - f_{n-1}| \max[|f_n|, |f_{n-1}|]}, \quad \delta = \frac{\Delta t |f_n - f_{n-1}|}{\max[|f_n|, |f_{n-1}|]}, \quad (2.38)$$

где δ_{max} есть верхняя граница δ .

Такой подход наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в данной работе.

Алгоритм решения задачи интегрирования определяющих соотношений упругопластического деформирования и накопления повреждений при усталости состоит из следующих блоков:

В момент времени $t = t_n$ в рассматриваемом элементарном объёме из решения задачи на предыдущем интервале времени $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ известны следующие основные величины приведенные в таблице 2.1.

Таблица 2.1 Основные величины из шага нагружения t_{n-1}

$\sigma_{ij(n)}$	тензор напряжений
$e_{ij(n)}$	тензор полных деформаций
$e_{ij(n)}^p$	тензор пластических деформаций
$C_{p(n)}$	радиус поверхности пластического нагружения
$\rho_{ij(n)}$	координаты центра поверхности пластического нагружения
$\chi_{p(n)}$	длина траектории пластического деформирования

$W_{p(n)}$	работа тензора микронапряжений на пластических деформациях
$\omega_{p(n)}$	значение поврежденности материала

За шаг по времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ температура получает приращение $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$, компоненты тензора полных деформаций получают приращения Δe_{ij} .

Таблица 2.2 Основные величины, определяемые на шаге нагружения t_{n+1}

$\sigma_{ij(n+1)} = \sigma_{ij(n)} + \Delta\sigma_{ij}$	тензор напряжений
$e_{ij(n+1)} = e_{ij(n)} + \Delta e_{ij}$	тензор полных деформаций
$e_{ij(n+1)}^p = e_{ij(n)}^p + \Delta e_{ij}^p$	тензор пластических деформаций
$C_{p(n+1)} = C_{p(n)} + \Delta C_p$	радиус поверхности пластического нагружения
$\rho_{ij(n+1)} = \rho_{ij(n)} + \Delta\rho_{ij}$	координаты центра поверхности пластического нагружения
$\chi_{p(n+1)} = \chi_{p(n)} + \Delta\chi_p$	длина траектории пластического деформирования
$W_{p(n+1)} = W_{p(n)} + \Delta W_p$	работа тензора микронапряжений на пластических деформациях
$\omega_{p(n+1)} = \omega_{p(n)} + \Delta\omega_p$	значение поврежденности материала

Из базы данных определяются величины, указанные в таблице 2.3

Таблица 2.3 Величины, определяемые из базы данных материала

$K(T), G(T), \alpha(T)$	физико-механические характеристики материала
$q_\chi(\chi, T), q_1(T), q_2(T)$	модули изотропного упрочнения
$q_T(\chi^m, T)$	температурный модуль изотропного упрочнения
$Q_{1\chi,1\xi}(a_e^{max}), Q_{2\chi,2\xi}(a_e^{max})$	модуль циклического упрочнения
$g_1^{m,p,r}(T), g_2^{m,p,r}(T)$	модуль кинематического упрочнения
$k_1^{m,c,\xi}, k_2^{m,c,\xi}$	параметры функций влияния монотонных и циклических режимов

	нагрузки на кинетику тензоров микронапряжений
W_p^a, W_p^f	значения рассеянной энергии
k	значение параметра функции $f_1(\beta)$

2. Производится выбор класса задачи:

– одноосное напряжённое состояние (растяжение-сжатие, знакопеременное кручение):

$$e_{22(n)} = \frac{(2 \cdot G_{(n)} - 3 \cdot K_{(n)}) \cdot e_{11(n)}}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n)} + G_{(n)})} - \frac{3 \cdot G_{(n)} \cdot (e_{11(n)}^p)}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n)} + G_{(n)})} + \frac{9 \cdot \alpha_{(n)} \cdot K_{(n)} \cdot (T_{(n)} - T_0)}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n)} + G_{(n)})}$$

$$e_{22(n+1)} = \frac{(2 \cdot G_{(n+1)} - 3 \cdot K_{(n+1)}) \cdot e_{11(n+1)}}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})} - \frac{3 \cdot G_{(n+1)} \cdot (e_{11(n+1)}^p)}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})} + \frac{9 \cdot \alpha_{(n+1)} \cdot K_{(n+1)} \cdot (T_{(n+1)} - T_0)}{2 \cdot (3 \cdot K_{(n+1)} + G_{(n+1)})}$$

$$e_{33(n)} = e_{22(n)}$$

$$e_{33(n+1)} = e_{22(n+1)}$$

– плосконапряженное состояние:

$e_{33(n)}$

$$= \frac{-(3K_{(n)} - 2 \cdot G_{(n)}) \cdot (e_{11(n)} + e_{22(n)}) - 6 \cdot G_{(n)} \cdot (e_{11(n)}^p + e_{22(n)}^p) + 9 \cdot K_{(n)} \cdot \alpha_{(n)} \cdot (T_{(n)} - T_0)}{3 \cdot K_{(n)} + 4 \cdot G_{(n)}}$$

$e_{33(n+1)}$

$$= \frac{-(3K_{(n+1)} - 2 \cdot G_{(n+1)}) \cdot (e_{11(n+1)} + e_{22(n+1)}) - 6 \cdot G_{(n+1)} \cdot (e_{11(n+1)}^p + e_{22(n+1)}^p) + 9 \cdot K_{(n+1)} \cdot \alpha_{(n+1)} \cdot (T_{(n+1)} - T_0)}{3 \cdot K_{(n+1)} + 4 \cdot G_{(n+1)}}$$

3. Вычисляются шаровые $e_{(n+1)}$, $e_{(n)}$ и девиаторные $e'_{ij(n+1)}$, $e'_{ij(n)}$ компоненты тензора деформаций и приращения компонент девиатора деформаций и шаровой компоненты тензора деформаций:

$$e_{(n+1)} = \frac{1}{3}(e_{11(n+1)} + e_{22(n+1)} + e_{33(n+1)});$$

$$e'_{ij(n+1)} = \begin{cases} e_{ij(n+1)} - e_{(n+1)} & \text{при } i = j \\ e_{ij(n+1)} & \text{при } i \neq j \end{cases};$$

$$e_{(n)} = \frac{1}{3}(e_{11(n)} + e_{22(n)} + e_{33(n)});$$

$$e'_{ij(n)} = \begin{cases} e_{ij(n)} - e_{(n)} & \text{при } i = j \\ e_{ij(n)} & \text{при } i \neq j \end{cases};$$

$$\Delta e'_{ij} = e'_{ij(n+1)} - e'_{ij(n)}; \Delta e = e_{(n+1)} - e_{(n)}.$$

4. Определяют компоненты $\sigma_{(n)}$ и $\sigma'_{ij(n)}$:

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_{ii(n)}}{3} = \frac{\sigma_{11(n)} + \sigma_{22(n)} + \sigma_{33(n)}}{3};$$

$$\sigma'_{ij(n)} = \sigma_{ij(n)} - \delta_{ij}\sigma_{(n)};$$

$$\sigma'_{ij(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij(n)} - \sigma_{(n)} & \text{при } i = j \\ \sigma_{ij(n)} & \text{при } i \neq j \end{cases}.$$

5. Определяются приращения девиатора напряжений:

$$\Delta \sigma'_{ij} = 2G_{(n+1)}(T_{(n+1)})\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{G(T_{(n+1)})}\sigma'_{ij(n)}$$

где $\Delta G = G(T_{(n+1)}) - G(T_{(n)})$.

6. Вычисляется шаровая компонента тензора напряжений $\sigma_{(n+1)}^*$:

$$\sigma_{(n+1)}^* = 3K(T_{(n+1)})[e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0)]$$

7. Определяются компоненты девиатора напряжений $\sigma'_{ij(n+1)}$:

$$\sigma'^{**}_{ij(n+1)} = 2G_{n+1}(e'_{ij(n+1)} - e^p_{ij(n)})$$

8. Определяются компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij(n+1)}$:

$$\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma'^{**}_{ij(n+1)} + \sigma_{(n+1)}^* & \text{при } i = j \\ \sigma'^{**}_{ij(n+1)} & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

9. Вычисляется параметр $\beta_{(n)}$:

$$\beta_{(n)} = \frac{\sigma_{(n)}}{\sigma_{u(n)}}$$

$$\sigma_{u(n)} = (\sigma'_{ij(n)}\sigma'_{ij(n)})^{1/2}$$

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{\sigma_{11(n)} + \sigma_{22(n)} + \sigma_{33(n)}}{3}$$

10. Вычисляется функция $f_1(\beta)_{(n)}$:

$$f_1(\beta)_n = \exp(k\beta_{(n)})$$

11. Определяется накопленная поврежденность:

$$\Delta\omega = H \left(\frac{W_{pa(n+1)}}{W_{p(n+1)}} - 1 \right) \cdot \Delta\omega_p$$

$$\omega_{(n)} = \omega_{(n-1)} + \Delta\omega$$

12. Производится проверка критерия прочности:

13.1 Если $\omega_{(n)} - \omega_f \geq 0$, то окончание расчёта (образование макротрещины);

13.2 Если $\omega_{(n)} - \omega_f < 0$, то определяются эффективные модули упругости и напряжения (с учетом влияния поврежденности):

$$\tilde{G}_n = G_n(1 - \omega_{(n)}) \left[1 - \frac{(6K_n + 12G_n)}{(9K_n + 8G_n)} \omega_{(n)} \right]$$

$$\tilde{K}_n = 4G_nK_n(1 - \omega_{(n)}) / (4G_n + 3K_n\omega_{(n)})$$

$$\sigma'_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \sigma'^{**}_{ij(n+1)}$$

$$\sigma_{(n+1)} = \frac{K_{(n)}}{\tilde{K}_{(n)}} \sigma^*_{(n+1)}$$

14. Определяется изменение координат центра поверхности пластического нагружения за счет изменения температуры $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$:

$$\Delta\rho_{ij}^T = \Delta\rho_{ij}^{mT} + \Delta\rho_{ij}^{pT} + \Delta\rho_{ij}^{rT}$$

$$\Delta\rho_{ij}^{pT} = -g_T \rho_{ij(n)}^{pT} < \Delta T >;$$

$$\Delta\rho_{ij}^{rT} = -g_T \rho_{ij(n)}^{rT} < \Delta T >$$

$$\Delta\rho_{ij}^{mT} = -g_T \rho_{ij(n)}^{mT} < \Delta T >$$

$$g_T = \begin{cases} g_T & \text{при } \Delta T > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta T \leq 0 \end{cases}$$

$$< \Delta T > = \begin{cases} \Delta T & \text{при } \Delta T > 0 \\ 0 & \text{при } \Delta T \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta g_1^p = g_1^p(T_{(n+1)}) - g_1^p(T_{(n)});$$

$$\Delta g_2^p = g_2^p(T_{(n+1)}) - g_2^p(T_{(n)});$$

$$\Delta g_1^r = g_1^r(T_{(n+1)}) - g_1^r(T_{(n)});$$

$$\Delta g_2^r = g_2^r(T_{(n+1)}) - g_2^r(T_{(n)});$$

$$\Delta g_1^m = g_1^m(T_{(n+1)}) - g_1^m(T_{(n)});$$

$$\Delta g_2^m = g_2^m(T_{(n+1)}) - g_2^m(T_{(n)});$$

$$g_T^p = \left(\frac{\Delta g_1^p}{g_1^p(T_{(n+1)})} \right) \frac{1}{\langle \Delta T \rangle};$$

$$g_T^r = \left(\frac{\Delta g_1^r}{g_1^r(T_{(n+1)})} \right) \frac{1}{\langle \Delta T \rangle}$$

$$g_T^m = \left(\frac{\Delta g_1^m}{g_1^m(T_{(n+1)})} \right) \frac{1}{\langle \Delta T \rangle}$$

15. Определяются вектор упругой догрузки $\Delta \sigma'_{ij}^*$ и компоненты S_{ij}^* :

$$\Delta G = G(T_{(n+1)}) - G(T_{(n)})$$

$$\rho_{ij}^{p*} = \rho_{ij(n)} + \Delta \rho_{ij}^{pT}$$

$$\rho_{ij}^{r*} = \rho_{ij(n)} + \Delta \rho_{ij}^{rT}$$

$$\rho_{ij}^{m*} = \rho_{ij(n)} + \Delta \rho_{ij}^{mT}$$

$$\rho_{ij}^* = \rho_{ij}^{m*} + \rho_{ij}^{p*} + \rho_{ij}^{r*} \text{ тут}$$

$$\Delta \sigma'_{ij} = 2G_{(n+1)}(T_{(n+1)})(\Delta e'_{ij}) + \frac{\Delta G}{G(T_{(n+1)})} \sigma'_{ij(n+1)}$$

$$S_{ij}^* = \sigma'_{ij(n)} + \Delta \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^*$$

16. Вычисляется радиус поверхностей пластического нагружения за счет изменения температуры:

$$C_{p(n)}^* = C_{p(n)} + q_T(\chi_{M(n)}, T_{(n+1)}) \Delta T$$

После указанных поправок на изменение температуры $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$ радиус пластического нагружения равен $C_{p(n)}^*$, а центр имеет координаты

$$\rho_{ij(n)}^* = \rho_{ij(n)} - \Delta \rho_{ij}^{pT} - \Delta \rho_{ij}^{rT} - \Delta \rho_{ij}^{mT}.$$

17. Вычисляется вектор догрузки DA :

$$DA_k = S^* - C_{p(n)}^*$$

$$S^* = (S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2} = (S_{11}^* S_{11}^* + S_{22}^* S_{22}^* + S_{33}^* S_{33}^* + 2S_{12}^* S_{12}^* + 2S_{23}^* S_{23}^* + 2S_{13}^* S_{13}^*)^{1/2}$$

18. Производится проверка условия текучести:

$$DA \begin{cases} \leq \\ > \end{cases} \varepsilon$$

Если $DA \leq \varepsilon$, то вектор S_{ij}^* лежит либо на поверхности текучести ($DA = 0$), либо внутри поверхности ($DA < 0$). При $DA \leq 0$ поведение материала на данном этапе нагружения упруго и осуществляется переход на пункт 46 алгоритма.

Если $DA > \varepsilon$, то на данном этапе имеет место упругопластическое деформирование материала и осуществляется переход на пункт 19 алгоритма.

19. Выполняется итерационный процесс посадки поверхности пластического нагружения на вектор догрузки DA в точке нагружения

19.1 Определяется параметр сложного нагружения A :

$$n_{ij}^e = \frac{\Delta e'_{ij}}{(\Delta e'_{ij} \Delta e'_{ij})^{1/2}};$$

$$n_{ij}^{S^*} = \frac{S_{ij}^*}{(S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2}};$$

$$\cos^2 \theta = (n_{ij}^e n_{ij}^{S^*});$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta;$$

19.2 Вычисляются проекции θ_{ρ^p} , θ_{ρ^r} , θ_{ρ^m} векторов $\rho_{ij}^{P^*}$, $\rho_{ij}^{r^*}$, $\rho_{ij}^{m^*}$ на вектор S_{ij}^* :

$$\begin{aligned} \theta_{\rho^p} &= \frac{\rho_{ij(n)}^{P^*} S_{ij}^*}{S^*} \\ &= \frac{\rho_{11(n)}^{P^*} S_{11}^* + \rho_{22(n)}^{P^*} S_{22}^* + \rho_{33(n)}^{P^*} S_{33}^* + 2\rho_{12(n)}^{P^*} S_{12}^* + 2\rho_{13(n)}^{P^*} S_{23}^* + 2\rho_{23(n)}^{P^*} S_{13}^*}{S^*}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{\rho^r} &= \frac{\rho_{ij(n)}^{r^*} S_{ij}^*}{S^*} \\ &= \frac{\rho_{11(n)}^{r^*} S_{11}^* + \rho_{22(n)}^{r^*} S_{22}^* + \rho_{33(n)}^{r^*} S_{33}^* + 2\rho_{12(n)}^{r^*} S_{12}^* + 2\rho_{13(n)}^{r^*} S_{23}^* + 2\rho_{23(n)}^{r^*} S_{13}^*}{S^*}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{\rho^m} &= \frac{\rho_{ij(n)}^{m^*} S_{ij}^*}{S^*} \\ &= \frac{\rho_{11(n)}^{m^*} S_{11}^* + \rho_{22(n)}^{m^*} S_{22}^* + \rho_{33(n)}^{m^*} S_{33}^* + 2\rho_{12(n)}^{m^*} S_{12}^* + 2\rho_{13(n)}^{m^*} S_{23}^* + 2\rho_{23(n)}^{m^*} S_{13}^*}{S^*}. \end{aligned}$$

19.3 Определяется значение (λC_p) в конце временного шага:

$$(\lambda C_p) = \frac{DA}{2G + g_1^p - \sqrt{\frac{2}{3}}g_2^p\theta_{\rho p} + g_1^r - \sqrt{\frac{2}{3}}g_2^r\theta_{\rho r} + \sqrt{\frac{2}{3}}q^* + g_1^m - \sqrt{\frac{2}{3}}g_2^m\theta_{\rho r}},$$

где значения $G, g_1^p, g_2^p, g_1^r, g_2^r, g_1^m, g_2^m$ берутся при температуре $T_{(n+1)}$.

19.4 Определяется приращение длины пути пластического деформирования:

$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{2}{3}}(\lambda C_p)$$

19.5 Определяются приращения пластической деформации и компоненты тензора пластической деформации Δe_{ij}^p и e_{ij}^p :

$$\Delta e_{ij}^p = (\lambda C_p)_{(n+1)} \cdot \frac{S_{ij}^*}{S^*}$$

$$e_{ij(n+1)}^p = e_{ij(n)}^p + \Delta e_{ij}^p$$

19.6 Определяются приращения и компоненты координат центра поверхности пластического нагружения $\Delta\rho_{ij}^p, \Delta\rho_{ij}^r, \Delta\rho_{ij}^m, \rho_{ij}^p, \rho_{ij}^r, \rho_{ij}^m, \rho_{ij}$:

$$\Delta\rho_{ij}^{p(1)} = g_1^p \Delta e_{ij}^p$$

$$\Delta\rho_{ij}^{p(2)} = -g_2^p \rho_{ij(n)} \Delta\chi_p$$

$$\Delta\rho_{ij}^p = \Delta\rho_{ij}^{p(1)} + \Delta\rho_{ij}^{p(2)}$$

$$\rho_{ij(n+1)}^p = \rho_{ij(n)}^p + \Delta\rho_{ij}^p$$

$$\Delta\rho_{ij}^{r(1)} = g_1^r \Delta e_{ij}^p$$

$$\cos \gamma = \frac{\Delta\rho_{ij}\rho_{ij}^*}{(\Delta\rho_{ij}\Delta\rho_{ij})^{1/2}(\rho_{ij}^*\rho_{ij}^*)^{1/2}}$$

$$\Delta\rho_{ij}^{r(2)} = -g_2^r \left(\frac{\rho_{\min} - \rho_u}{\rho_u} \right) \rho_{ij(n)} \Delta\chi_p \langle \cos \gamma \rangle$$

$$\Delta\rho_{ij}^r = \Delta\rho_{ij}^{r(1)} + \Delta\rho_{ij}^{r(2)}$$

$$\rho_{ij(n+1)}^r = \rho_{ij(n)}^r + \Delta\rho_{ij}^r$$

$$\Delta\rho_{ij}^{m(1)} = g_1^m \Delta e_{ij}^p$$

$$\Delta\rho_{ij}^{m(2)} = -g_2^m \rho_{ij(n)} \Delta\chi$$

$$\Delta \rho_{ij}^m = \Delta \rho_{ij}^{m(1)} + \Delta \rho_{ij}^{m(2)}$$

$$\rho_{ij(n+1)}^m = \rho_{ij(n)}^m + \Delta \rho_{ij}^m$$

$$f(x_m) = 1 - k_1^m [1 - e^{-k_2^m x_m}]$$

$$f(x_c) = 1 - k_1^c [1 - e^{-k_2^c x_c}]$$

$$f(x) = f(x_m) + f(x_c)$$

$$\Delta \rho_{ij} = f(x) [\Delta \rho_{ij}^p + \Delta \rho_{ij}^r + \Delta \rho_{ij}^m]$$

$$\rho_{ij(n+1)}^* = \rho_{ij(n)}^* + \Delta \rho_{ij}$$

19.7 Вычисляются приращение ΔC_p и текущее значение C_p радиуса поверхности пластического нагружения:

$$\Delta x_m = \begin{cases} 0 & \text{при } F_a < 0 \vee \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p \leq 0 \\ \Delta x & \text{при } F_a = 0 \wedge \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p \geq 0 \end{cases}$$

$$\Delta x_c = \begin{cases} \Delta x & \text{при } F_a < 0 \vee \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p \leq 0 \\ 0 & \text{при } F_a = 0 \wedge \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p \geq 0 \end{cases}$$

$$\chi_{m(n+1)} = \chi_{m(n)} + \Delta \chi_m;$$

$$q_1 = \begin{cases} q & \text{при } R_{(n)} = 0 \\ 0 & \text{при } R_{(n)} \geq 1 \end{cases}$$

$$q_\chi = q_2 A + (1 - A) q_1$$

$$q^* = q_\chi \Delta \chi_m$$

$$C_{S\chi(n)} = Q_{S\chi} (1 - e^{-a\chi_c})$$

$$\Delta C_{S\chi} = C_{S\chi(n)} - C_{S\chi(n-1)}$$

$$C_{SR(n)} = Q_{SR} (1 - e^{-a\chi_\chi})$$

$$\Delta C_{SR} = C_{SR(n)} - C_{SR(n-1)}$$

$$\Delta C_{SC} = a(Q_{SC} - C_{SC}) \Delta \chi_c A$$

$$\Delta C_{ST} = \begin{cases} a(Q_{ST} - C_{ST}) \Delta \chi_c & \text{при } T > T_f \text{ и } \Delta T > 0 \text{ и } A > A_f \\ 0 & \text{при } T < T_f \text{ или } \Delta T = 0 \text{ или } A < A_f \end{cases}$$

$$\Delta C_p = q^* \Delta \chi + \Delta C_{S\chi} + \Delta C_{SC} + \Delta C_{SR} + \Delta C_{ST}$$

$$C_p = C_{p(n)}^* + \Delta C_p$$

19.8 Определяется девиатор напряжения:

$$\sigma'_{ij} = 2G (e'_{ij(n+1)} - e^p_{ij(n+1)})$$

19.9 Выполняется корректировка компонент и интенсивности тензора активных напряжений:

$$S_{ij}^* = \sigma'_{ij} - \rho_{ij(n+1)}^*$$

$$S^* = (S_{ij}^* S_{ij}^*)^{1/2} = (S_{11}^* S_{11}^* + S_{22}^* S_{22}^* + S_{33}^* S_{33}^* + 2S_{12}^* S_{12}^* + 2S_{23}^* S_{23}^* + 2S_{13}^* S_{13}^*)^{1/2}$$

19.10 Выполняется корректировка вектора догрузки DA :

$$DA_{k+1} = S^* - C_p$$

19.11 Проводится проверка условия $|DA_{k+1} - DA_k| < \varepsilon_{DA}$, если выполняется, то осуществляется выход из итерационного цикла (переход к пункту 20), если не выполняется итерационный процесс продолжается (переход к пункту 19).

20. Определяется переменная, характеризующая наличие реверса нагружения:

$$\Delta R = \begin{cases} 0 & \text{при } \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p > 0 \\ 1 & \text{при } \rho_{ij}^p \Delta \rho_{ij}^p < 0 \end{cases}$$

$$R_{(n+1)} = R_{(n)} + \Delta R$$

21. Определяются компоненты $\sigma'_{ij(n+1)}$:

$$\sigma'_{ij}{}^{**} = 2G \left(e'_{ij(n+1)} - e_{ij(n+1)}^p \right)$$

22. Вычисляется шаровая компонента напряжений $\sigma_{(n+1)}$:

$$\sigma_{(n+1)}^* = 3K(T_{(n+1)})[e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0)]$$

23. Определяется тензор напряжений $\sigma_{ij(n+1)}$ и его интенсивность σ_u :

$$\sigma_{ij(n+1)} = \sigma'_{ij(n+1)} + \delta_{ij} \sigma_{(n+1)}$$

$$\sigma_{u(n+1)} = (\sigma'_{ij(n+1)} \sigma'_{ij(n+1)})^{1/2}$$

24. Вычисляются приращения пластических деформаций Δe_{ij}^p :

$$\Delta e_{ij}^p = e_{ij(n+1)}^p - e_{ij(n)}^p$$

25. Определяется приращение длины траектории пластической деформации $\Delta \chi$ и интенсивность тензора пластических деформаций e_u :

$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{2}{3}} (\Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p)^{1/2}$$

$$\chi_{(n+1)} = \chi_{(n)} + \Delta\chi$$

$$e_{u(n+1)}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \chi_{(n+1)}$$

26. Определяются параметры поверхности памяти a_e

26.1 Если $e_{u(n)} > 0$:

$$a_{e(n+1)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[(e_{ij(n+1)}^p - e_{ij(n)}^{centre}) (e_{ij(n+1)}^p - e_{ij(n)}^{centre}) \right]^{1/2}$$

26.2 Если $a_{e(n-1)} \leq a_{e(n)}$ и $a_{e(n)} \geq a_{e(n+1)}$, то:

$$a_{e(n)}^{max_{e(n)}}$$

26.3 Определяется счетчик точек вычислений координат центра $e_{ij(n)}^{centre}$ поверхности памяти a_e :

$$N_{(n+1)}^{centre} = N_{(n)}^{centre} + 1$$

26.4 Если выполняется условие $e_{u(n-1)} \leq e_{u(n)}$ и $e_{u(n)} \geq e_{u(n+1)}$ (**):

$$M_{(n+1)}^{centre} = M_{(n)}^{centre} + 1$$

26.4.1 Если $M_{(n+1)}^{centre} = m$, то:

$$e_{ij(n+1)}^{centre} = e_{ij(n+1)}^{*centre} / N_{(n)}^{centre}$$

$$N_{(n+1)}^{centre} = 0$$

$$M_{(n+1)}^{centre} = 0$$

$$e_{ij(n+1)}^{*centre} = 0$$

26.5 Если условие (**) не выполняется, то:

$$M_{(n+1)}^{centre} = M_{(n)}^{centre}$$

$$e_{ij(n+1)}^{centre} = e_{ij(n)}^{centre}$$

26.6 Определяются компоненты $e_{ij(n+1)}^{*centre}$:

$$e_{ij(n+1)}^{*centre} = e_{ij(n)}^{*centre} + e_{ij(n+1)}^p$$

26.7 Определяется длина пути χ_χ перемещения центра поверхности памяти

$e_{ij(n)}^{centre}$:

$$\Delta e_{ij(n)}^{centre} = e_{ij(n+1)}^{centre} - e_{ij(n)}^{centre}$$

$$\Delta \chi_\chi = \sqrt{\frac{2}{3}} (\Delta e_{ij(n)}^{centre} \Delta e_{ij(n)}^{centre})^{1/2}$$

$$\chi_{\chi(n+1)} = \chi_{\chi(n)} + \Delta \chi_\chi$$

27. Вычисляется нормированная интенсивность тензора напряжений

$\sigma_{u(n+1)}^{norm}$:

$$\sigma_{u(n+1)}^{norm} = [(\sigma'_{ij(n+1)} - \rho_{ij(n+1)}^r)(\sigma'_{ij(n+1)} - \rho_{ij(n+1)}^r)]^{1/2}$$

28. Определяется приращение энергии ΔW_p :

$$\Delta W_p = \left| \frac{\rho_{ij(n+1)}^m + \rho_{ij(n)}^m}{2} \Delta e_{ij(n+1)}^p \right| + \left| \frac{\rho_{ij(n+1)}^p + \rho_{ij(n)}^p}{2} \Delta e_{ij(n+1)}^p \right|$$

29. Определяется параметр γ :

$$\gamma_{(n)} = \frac{\sigma_{u(n+1)}^{norm}}{\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{hcf} + \Delta C_{\chi(n)}}$$

$$\Delta C_{\chi(n)} = \Delta C_{\chi(n-1)} + a(Q_{s\chi} - C_{p(n)}) \Delta \chi_{\chi(n+1)}$$

30. Определение параметров для учета реверса при нагружении A_{forv} и A_{back} :

$$\text{deltap}_{ij}^{back} = \rho_{ij(n)}^p - \rho_{ij(n-1)}^p$$

$$\text{deltap}_{ij}^{forv} = \rho_{ij(n+1)}^p - \rho_{ij(n)}^p$$

$$A_{forv} = \rho_{ij(n+1)}^p \text{deltap}_{ij}^{forv}$$

$$A_{back} = \rho_{ij(n)}^p \text{deltap}_{ij}^{back}$$

31. Определение энергии W_{cycle} :

$$W_{cycle(n)} = W_{cycle(n-1)} + \Delta W_p$$

32. Если выполняются условия $A_{back} \geq 0$ и $A_{forv} < 0$ (***), то:

$$W_{cycle(n)} = 0$$

33. Если $\gamma_{(n+1)} < \gamma^*$, то:

$$f(\gamma)_{(n)} = 1$$

$$\Delta W_o = 0$$

34. Если $\gamma_{(n+1)} \geq \gamma^*$ и $\gamma_{(n+1)} \leq 1$, то:

$$f(\gamma) = 1 - \left(\frac{\gamma_{(n+1)} - \gamma^*}{1 - \gamma^*} \right)^\alpha$$

$$\Delta W_o = \Delta W_{p(n)} (1 - f(\gamma)_{(n)}) + W_{cycle(n)} \left[\left(\frac{\alpha}{\gamma_{(n)} - \gamma^*} \right) \left(\frac{\gamma^* - \gamma_{(n)}}{\gamma^* - 1} \right) \right] (\gamma_{(n)} - \gamma_{(n-1)})$$

35. Если $\gamma_{(n+1)} > 1$, то:

$$f(\gamma)_{(n)} = 1$$

$$\Delta W_o = \Delta W_p$$

36. Вычисляется опасная часть рассеянной энергии W_o :

$$W_{o(n)} = W_{o(n-1)} + \Delta W_o$$

37. Если $W_{o(n)} > W_{p(n)}^a$, то $W_{o(n)}$ определяется как:

$$W_{o(n)} = W_p^f \frac{(W_{o(n)} - W_{p(n-1)}^a)}{(W_{p(n-1)}^f - W_{p(n-1)}^a)} + W_{p(n)}^a \frac{(W_{p(n-1)}^f - W_{o(n)})}{(W_{p(n-1)}^f - W_{p(n-1)}^a)}$$

38. Вычисляется параметр $\beta_{(n)}$:

$$\beta_{(n)} = \frac{\sigma_{(n)}}{\sigma_{u(n)}}$$

$$\sigma_{u(n)} = (\sigma'_{ij(n)} \sigma'_{ij(n)})^{1/2}$$

$$\sigma_{(n)} = \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{\sigma_{11(n)} + \sigma_{22(n)} + \sigma_{33(n)}}{3}$$

39. Вычисляется функция $f_1(\beta)_{(n)}$:

$$f_1(\beta)_n = \exp(k\beta_{(n)})$$

40. Вычисляется функция $f_2(\omega)$:

$$f_2(\omega_{(n)}) = \begin{cases} 0, & W_{o(n)} \leq W_p^a \\ c \cdot \omega_{(n)}^{-1/3} (1 - \omega_{(n)})^{-2/3}, & W_{c(n)} > W_c^a \end{cases}$$

где c - константа интегрирования ($c \cong 0,806$)

41. Вычисляется функция $f_3(W_o)$:

$$f_3(W_o) = \frac{W_{o(n)} - W_p^a}{W_p^f - W_p^a}$$

42. Вычисляется функция параметра непропорционального нагружения $f_4(A)$:

$$f_4(\theta) = (1 - \cos^2 \theta)\beta + (\cos^2 \theta)$$

43. Вычисляется функция $f_5(\Delta W_o)$:

$$f_4(\Delta W_o) = \Delta W_o / (W_p^f - W_p^a)$$

44. Определяется накопленная поврежденность:

$$\Delta \omega_p = f_1(\beta) f_2(\omega) f_3(W_o) f_4(\theta) f_5(\Delta W_o)$$

$$\omega_{p(n)} = \omega_{p(n-1)} + \Delta \omega_p$$

$$\Delta \omega = H \left(\frac{W_{pa(n+1)}}{W_{p(n+1)}} - 1 \right) \cdot \Delta \omega_p$$

$$\omega_{(n)} = \omega_{(n-1)} + \Delta \omega$$

45. Производится проверка критерия прочности:

45.1 Если $\omega_{(n+1)} - \omega_f \geq 0$, то окончание расчёта (образование макротрещины);

45.2 Если $\omega_{(n+1)} - \omega_f < 0$, то определяются эффективные модули упругости и напряжения (с учетом влияния поврежденности):

$$\tilde{G}_n = G_n (1 - \omega_{(n)}) \left[1 - \frac{(6K_n + 12G_n)}{(9K_n + 8G_n)} \omega_{(n)} \right]$$

$$\tilde{K}_n = 4G_n K_n (1 - \omega_{(n)}) / (4G_n + 3K_n \omega_{(n)})$$

$$\sigma'_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \sigma'^{**}_{ij(n+1)}$$

$$\sigma_{(n+1)} = \frac{K_{(n)}}{\tilde{K}_{(n)}} \sigma^*_{(n+1)}$$

$$\rho_{ij(n+1)} = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \rho^*_{ij(n+1)}$$

46. Если $DA \leq 0$, то осуществляется переход в упругую область, и все переменные, описывающие пластическое деформирование и накопление повреждений на шаге $(n+1)$ приравниваются шагу (n) , и вычисляются:

$$\sigma_{(n+1)}^* = 3K_{(n+1)}(e_{(n+1)} - \alpha_{(n+1)}(T_{(n+1)} - T_0))$$

$$\sigma_{ij(n+1)}'^{**} = 2G_{(n+1)}(e_{ij(n+1)}' - e_{ij(n)}^p)$$

$$D = [(\sigma_{ij(n+1)}'^* - \rho_{ij(n)})(\sigma_{ij(n+1)}'^* - \rho_{ij(n)})]^{1/2} - C_{p(n)}$$

Осуществляется проверка:

если $D < 0$, то $\sigma_{ij(n+1)}' = \sigma_{ij(n+1)}'^{**}$

если $D \geq 0$, то $\sigma_{ij(n+1)}' = \rho_{ij(n)} + \frac{s_{ij}^*}{(s_{ij}^* s_{ij}^*)^{1/2}} C_{p(n)}$

$$\sigma_{ij(n+1)} = \begin{cases} \sigma_{ij(n+1)}'^{**} + \sigma_{(n+1)} & \text{при } i = j \\ \sigma_{(n+1)}^* & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

$$\tilde{G}_n = G_n(1 - \omega_{(n)}) \left[1 - \frac{(6K_n + 12G_n)}{(9K_n + 8G_n)} \omega_{(n)} \right]$$

$$\tilde{K}_n = 4G_n K_n (1 - \omega_{(n)}) / (4G_n + 3K_n \omega_{(n)})$$

$$\sigma_{ij(n+1)}' = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \sigma_{ij(n+1)}'^{**}$$

$$\sigma_{(n+1)} = \frac{K_{(n)}}{\tilde{K}_{(n)}} \sigma_{(n+1)}^*$$

$$\rho_{ij(n+1)}^m = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \rho_{ij(n+1)}^{m*}$$

$$\rho_{ij(n+1)}^p = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \rho_{ij(n+1)}^{p*}$$

$$\rho_{ij(n+1)}^r = \frac{G_{(n)}}{\tilde{G}_{(n)}} \rho_{ij(n+1)}^{r*}$$

и переходим на следующий временной шаг.

В представленном алгоритме, все величины, не определяемые в процессе численного интегрирования процессов деформирования и накопления

повреждений, определяются из базы данных по материальным параметрам уравнений МПС.

3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ МПС ПРИ ОДНОЧАСТОТНОМ И ДВУХЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Экспериментально-теоретические исследования процессов деформирования и процессов деградации поликристаллических конструкционных материалах имеет важное значение как с точки зрения разработки фундаментальных основ развития раздела механики деформированного твердого тела, так и с точки зрения практической значимости в целях достоверного решения задач определения ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов.

Экспериментально-теоретические исследования процессов деформирования и деградации материалов необходимо выполнять на представительном количестве различных траекторий нагружения и разных типов конструкционных материалов (поликристаллические металлы и сплавы). Такой подход позволяет выстраивать систему достоверного определения ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов, включающую в себя достоверные математические модели МПС, программные средства, а также программу требуемых экспериментальных исследований для определения параметров и скалярных функций разработанных математических моделей.

В данной главе представлены результаты численного моделирования процессов деформирования и определение ресурсных характеристик при различных законах нагружения, включающие в себя процессы присущие мягкому нагружению, жесткому блочному нагружению, двухчастотному нагружению, а также мало- и многоцикловой усталости. Численное моделирование проведено в программном комплексе EXPMODEL, состоящий из двух модулей, моделирующих процессы жесткого и мягкого нагружений [105]. Результаты сравнивались с экспериментальной информацией, имеющейся в литературе.

3.1. Функциональное и системное наполнение программы «EXPMODEL».

Программный комплекс EXPMODEL разработан в Научно-исследовательском институте механики им. Н.И. Лобачевского. Назначение программного средства заключается в моделировании процессов кинетики напряженно-деформированного состояния при упруговязкопластическом деформировании и накопления повреждений по заданной истории мягкого либо жесткого неизотермического нагружения. История нагружения формируется в виде зависимости компонент тензора полных деформаций от времени $e_{ij}(t)$ для жесткого нагружения и зависимости компонент тензора напряжений от времени $\sigma_{ij}(t)$ для мягкого нагружения. Основной функционал программного комплекса позволяет:

- работать (создавать, редактировать) базу данных по физико-механическим характеристикам и параметрам конструкционных материалов;
- задавать историю нагружения с учетом изменения температуры и времени нагружения;
- обрабатывать и сохранять результаты численного моделирования;
- проводить вычисления с учетом эффективного использования вычислительных ресурсов компьютерных систем.

На рис. 3.1 приведен внешний вид окна препроцессора. В программном комплексе EXPMODEL численное моделирование процессов неизотермического упруговязкопластического деформирования и накопления повреждений проводится для элементарного объема, полученного по результатам решения краевой задачи в программном комплексе основанных на методе конечных элементов с возможностью выбора вида напряженного состояния – одноосное, плоско-напряженное и трехмерное. Точность решения

определяется принятыми допущениями в модели МПС и точностью определения физико-механических характеристик и параметров модели.

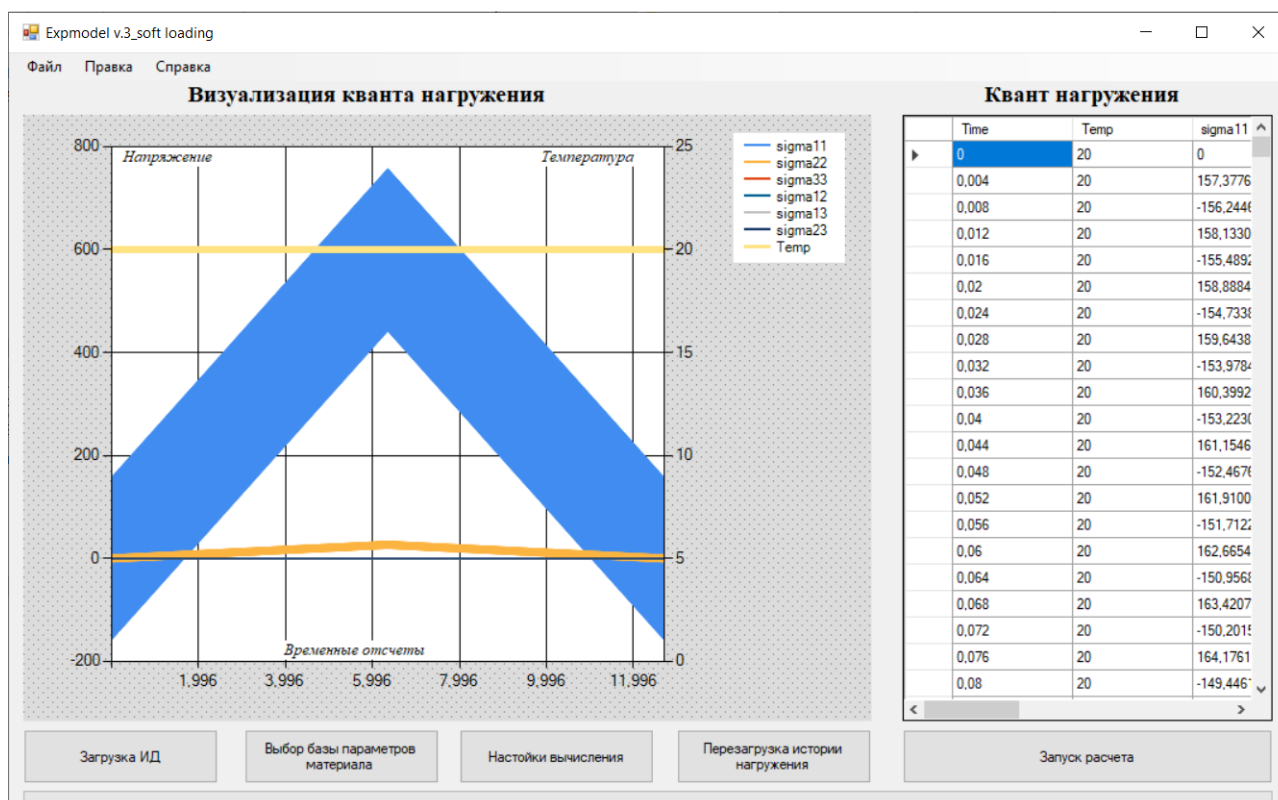


Рис. 3.1

Программа «EXPMODEL» позволяет учитывать:

- зависимость физико-механических характеристик материала от температуры и наличия соотношений между скоростями механической и температурной деформацией;
- влияние на темпы накопления повреждений объемности напряженного состояния и непропорциональности процесса деформирования;
- наличие двух стадий накопления усталостных повреждений;
- нелинейность процесса накопления усталостных повреждений;
- нелинейность суммирования повреждений при изменении режимов нагружения, вида напряженного состояния.

Файловая организация взаимодействия программы была разработана на основе файлов с расширением .csv, которая позволяет широко использовать в сочетании с большинством программных средств на основе метода конечных элементов.



В первом примере рассмотрены вопросы моделирования процессов мало- и многоциклового усталости для широко используемых конструкционных материалов. В работе [41] представлены результаты экспериментальных исследований процессов мало- и многоциклового усталости для углеродистой стали 20 и стали аустенитного класса 08X18H12Т в исходном состоянии (состояние поставки) и после эксплуатационной наработки. Экспериментальные исследования проводились путем мягкого симметричного и асимметричного одноосного растяжения-сжатия лабораторных образцов.

Программа испытаний на мало- и многоцикловую усталость состояла из трех типов нагружения:

Тип 1 – мягкое нагружение с частотой 34 Гц при симметричном цикле (рис. 3.3, а).

Тип 2 – мягкое нагружение с частотой 34 Гц при асимметричном цикле (рис. 3.3, б), с величиной среднего напряжения для всех амплитуд нагружения составляла $\sigma_m = 50$ МПа.

Тип 3 – мягкое нагружение с частотой 0,082 Гц при ассиметричном цикле (рис. 3.3, в), с величиной среднего напряжения для всех амплитуд нагружения составляла $\sigma_m = 50$ МПа.

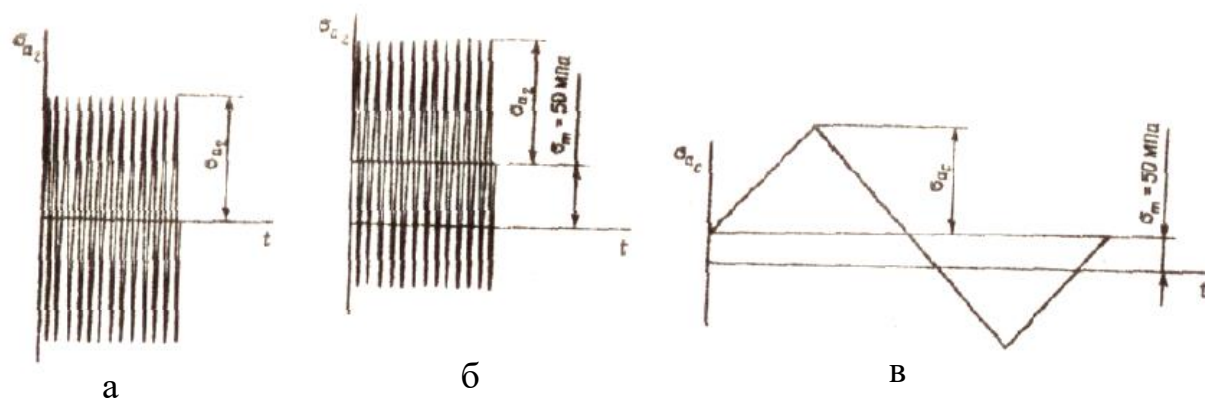


Рис. 3.3

По полученным экспериментальным данным были построены кривые мало- и многоциклового усталости для указанных сталей в диапазоне долговечностей от $\sim 10^2$ до 10^7 циклов.

В таблицах 3.1 – 3.3 для исследуемых сталей приведены физико-механические характеристики и материальные параметры МПС. Параметры математической модели МПС, не приведенные в таблицах, были приняты равными нулю.

Таблица 3.1. Физико-механические характеристики и параметры модели МПС конструкционных сталей

Физико-механические характеристики и параметры модели МПС конструкционных сталей	Материал		
	08X18H12T (исходное состояние)	08X18H12T (после эксплуатационной наработки)	Сталь 20
K (МПа)	166667	166667	166667
G (МПа)	76923	76923	76923
C_{pl}^o (МПа)	85	90	82

g_1^m , (МПа)	400000	400000	200000
g_2^m	5600	5600	2000
g_1^p , (МПа)	24090	24090	19000
g_2^p	289	289	224
g_1^r (МПа)	4000	4000	1200
g_2^r	0	0	0
a_ξ	5	5	6
W_a (МДж / м ³)	0	0	0
W_p^f (МДж / м ³)	2900	2884	13980
σ_{hcf}	220	240	280
γ_*	0,8182	0,8400	0,7473
n	1,55	3,1	1,05

Таблица 3.2. Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) от длины траектории пластического деформирования $\chi_{\text{мон}}$ для среднеуглеродистой стали 20.

χ	0	0.0006	0.0012	0.0024	0.0042	0.006	0.0102	0.0132	0.015
q_1 , МПа	0	0	- 11709	- 11170	- 10360	3200	280	120	0

Таблица 3.3. Значение модуля циклического изотропного упрочнения $Q_{1\xi}$ (МПа) от длины траектории пластического деформирования a_{emax} .

Сталь 08X18H12T(исходное состояние)							
a_{emax}	0	0.00015	0.000162	0.000165	0.000192	0.000248	0.000350
$Q_{1\xi}$, МПа	25	30	39	54	78	84	85
Сталь 08X18H12T(после эксплуатационной наработки)							
a_{emax}	0	0.00024	0.000266	0.000284	0.000331	0.00035	0.0004
$Q_{1\xi}$, МПа	25	32	43	61	77	82	90
Сталь 20							
a_{emax}	0	0.0004	0.000451	0.000508	0.000591	0.00075	0.0001
$Q_{1\xi}$, МПа	30	52	55	65	70	74	78

На рис. 3.4 – 3.5 приведены расчетные кривые одноосного растяжения для сталей 08X18H12T (1), 08X18H12T (2) и стали 20.

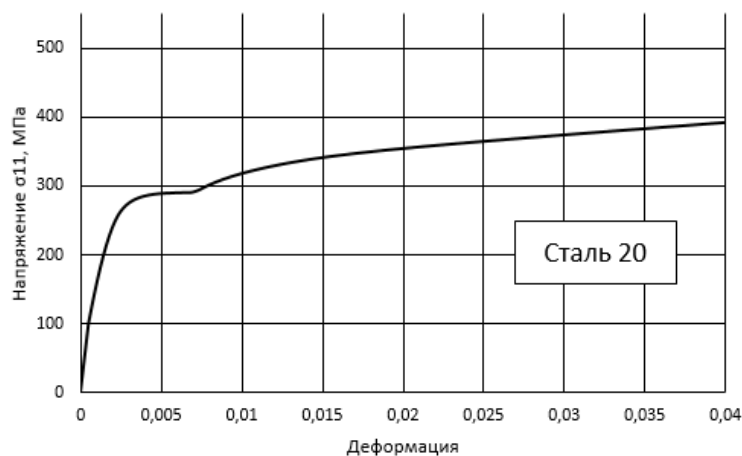


Рис. 3.4

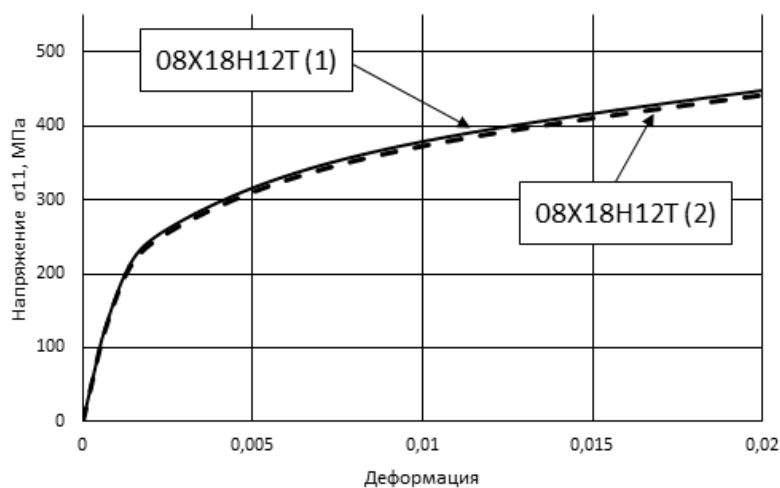


Рис. 3.5

На рис. 3.6 – 3.8 приведено сравнение результатов расчётных и экспериментальных кривых усталости для сталей 08X18H12T (1), 08X18H12T (2) и стали 20 [106]. Пунктирными линиями отмечены осредненные опытные данные, красными маркерами – результаты расчёта по предложенной модели МПС, а черными – экспериментальные точки. Из представленных рисунков, что расчётные значения по математической модели МПС качественно и количественно совпадают с экспериментальными результатами.

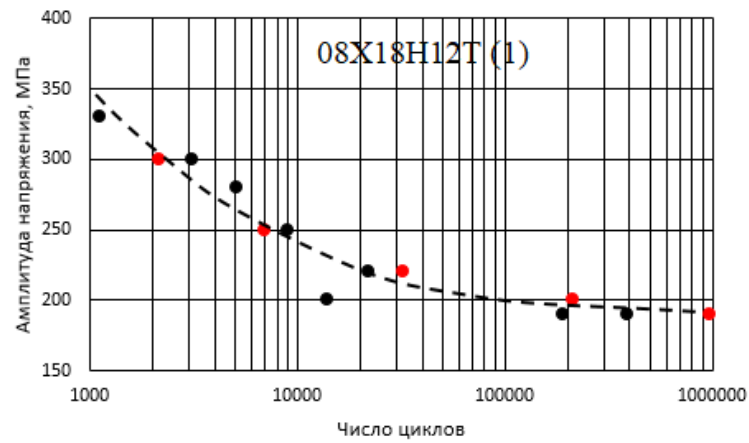


Рис. 3.6.

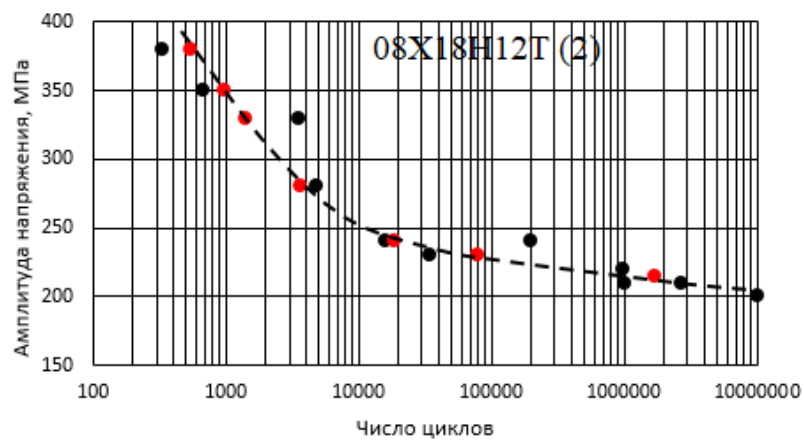


Рис. 3.7.

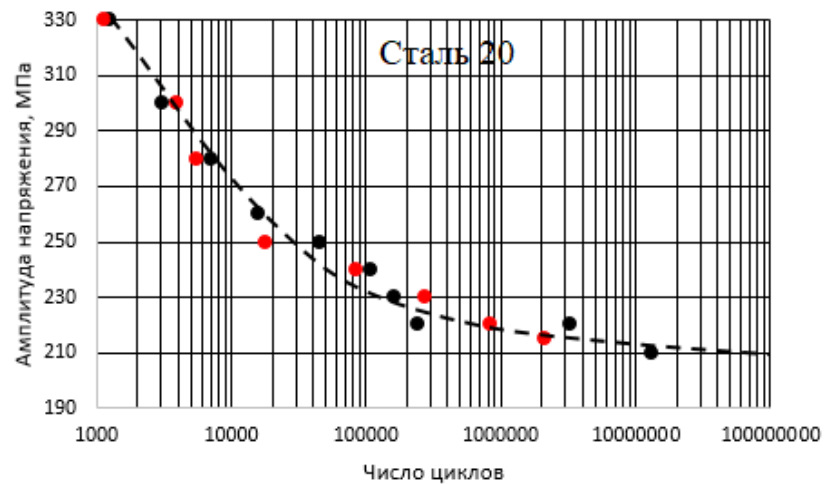


Рис. 3.8.

3.3. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений при двухблочном малоцикловом нагружении.

В работе [107] приведены экспериментальные данные по исследованиям ресурсных характеристик конструкционных материалов в условиях двухблочных режимов циклического малоциклового нагружения, отличающихся амплитудами деформаций в блоке (возрастание или убывание). Испытания проведены на цилиндрических сплошных образцах из стали аустенитного класса 08X18H10T путем жесткого симметричного нагружения при температуре 20°C с контролем пластической деформации. Для повышения достоверности и снижения разброса экспериментальных данных все используемые образцы были изготовлены из материала одной партии и плавки. На первом этапе исследований была получена экспериментальная кривая малоциклового усталости. Скорость деформирования для всех блоков и амплитуд нагружения поддерживалась постоянной и составляла $5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Экспериментальные исследования проводились при соблюдении следующих условий:

- исключение саморазогрева лабораторных образцов более чем на 10°C;
- не учитывались испытания при которых разрушения образцов происходило за пределами базы экстензометра;
- разрушение образцов принималось при образовании макротрещины длиной $\sim 2-3 \text{ мм}$.

На рис. 3.9 приведены реализованные блочные режимы нагружения в процессе экспериментальных исследований, состоящие из двух блоков регулярных циклических нагружений:

- Блочный режим №1 – циклическое нагружение с амплитудой пластической деформации $e_{11}^p = 0,2\%$ до числа циклов $N = 1400$, затем следовал переход на циклическое нагружение с амплитудой $e_{11}^p = 0,6\%$ до образования макротрещины (Рис. 3.9, а);

- Блочный режим №2 – циклическое нагружение с амплитудой пластической деформации $e_{11}^p = 0,2\%$ до числа циклов $N = 1400$, затем следовал переход на циклическое нагружение с амплитудой $e_{11}^p = 0,4\%$ до образования макротрещины (Рис. 3.9, б);

- Блочный режим №3 – циклическое нагружение с амплитудой пластической деформации $e_{11}^p = 0,6\%$ до числа циклов $N = 130$, затем следовал переход на циклическое нагружение с амплитудой $e_{11}^p = 0,2\%$ до образования макротрещины (Рис. 3.9, б).

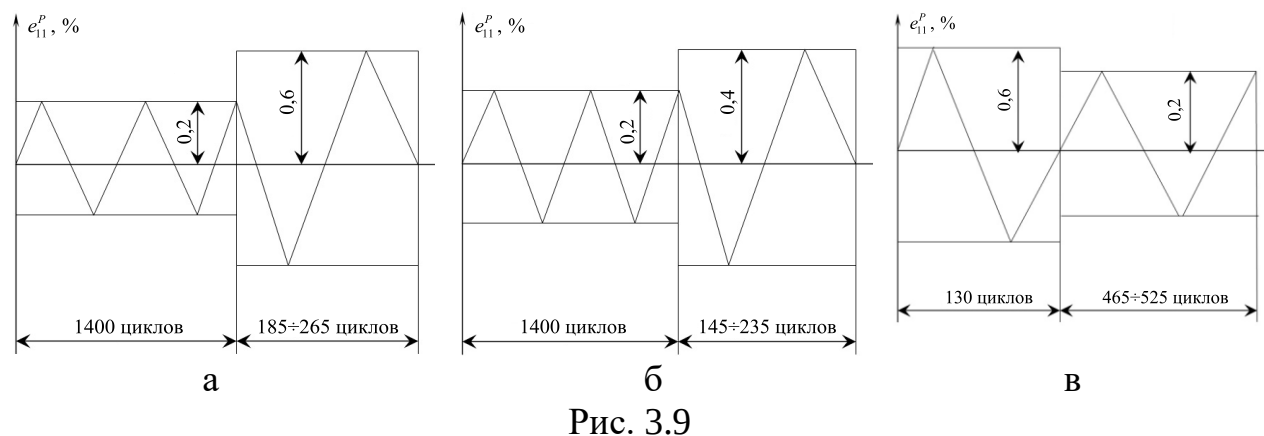


Рис. 3.9

Оценка достоверности модели МПС проводилась путем сравнения результатов численного моделирования с экспериментальными данными для всех режимов блочного нагружения. Материальные параметры уравнений термопластичности и накопления повреждений для стали аустенитного класса 08X18H10T при температуре 20°C приведены в [13, 14, 107].

Расчетная и экспериментальная долговечность лабораторных образцов в условиях двухблочного малоциклового нагружения приведена в табл. 3.4.

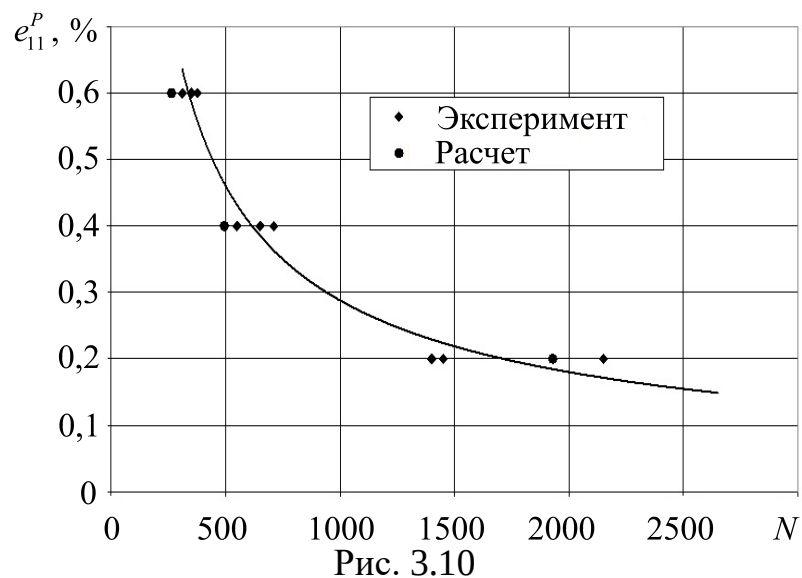
Таблица 3.4.

Результаты расчётов и их сравнение с опытными данными

	Блок №1	Блок №2	Число циклов до разрушения, (по 3 образцам)	Расчетное число циклов до разрушения	$\omega = \sum \frac{N_i}{N_{fi}}$
Блочный режим №1	$e_{11}^p = 0,2\%$ $N = 1400$	$e_{11}^p = 0,6\%$ до разрушения	1625	1644	1,58

Блочный режим №2	$e_{11}^p = 0,2\%$ $N = 1400$	$e_{11}^p = 0,4\%$ до разрушения	1590	1602	1,11
Блочный режим №3	$e_{11}^p = 0,6\%$ $N = 130$	$e_{11}^p = 0,2\%$ до разрушения	625	643	0,75

На рис. 3.10 приведена экспериментальная кривая малоцикловой усталости [107], где круглыми маркерами обозначены значения долговечностей, полученные численным моделированием, а ромбами – экспериментальные данные. Стоит отметить сходимость расчетных оценок с результатами опытов.



На рис. 3.11 приведены расчетные кривые накопления повреждений в зависимости относительной наработки N/N_f (обозначение рисунков соответствует обозначению режимов нагружения на рис. 3.9).

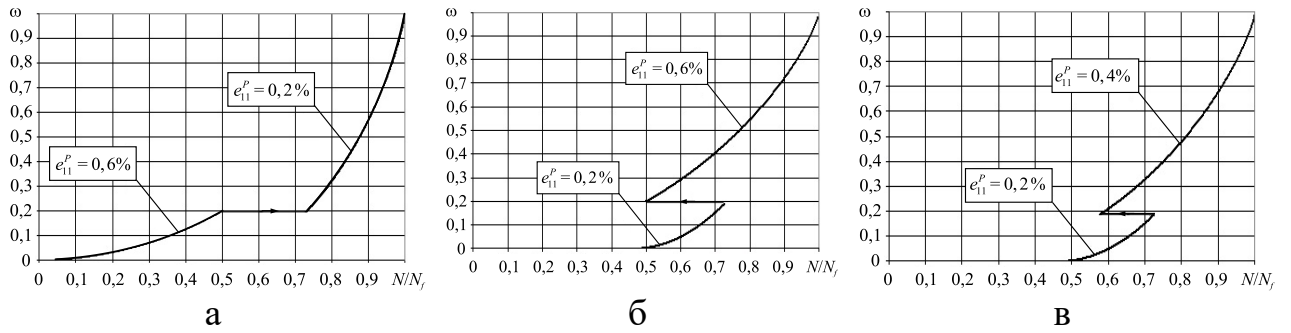


Рис. 3.11

В условиях двухблочного циклического нагружения по первому режиму (Рис. 3.9, а) при переходе от амплитуды $e_{11}^p = 0,2\%$ к амплитуде $e_{11}^p = 0,6\%$ число циклов равняется $N_1 = 1400$, и при $\omega \approx 0,2$ наблюдается переход с одной кривой на другую. Расчетное суммарное количество циклов до разрушения ($\omega_f = 1$), согласно табл. 3.4, (число циклов до образования макроскопической трещины) составляет $N_f \cong 1644$, что соответствует экспериментальным данным ($N_{f \text{ эксп}} = 1625$). Правило линейного суммирования повреждений приводит к результату:

$$\sum (N_i / N_{fi}) \approx 1,58 > 1. \quad (3.1)$$

Следовательно, можно сделать вывод, что гипотеза линейного суммирования повреждений дает ошибку в консервативную сторону (с запасом) при переходе с меньшей амплитуды нагружения на большую. Аналогичный результат получается и для двухблочного циклического нагружения по второму режиму (Рис. 3.9, б) при переходе от амплитуды $e_{11}^p = 0,2\%$ к амплитуде $e_{11}^p = 0,4\%$ (см. табл. 3.4).

В условиях двухблочного циклического нагружения по третьему режиму (Рис. 3.9, в) при переходе от амплитуды $e_{11}^p = 0,6\%$ к амплитуде $e_{11}^p = 0,2\%$ число циклов равняется $N_1 = 130$, и при $\omega \approx 0,2$ наблюдается переход с одной кривой на другую. Расчетное суммарное количество циклов до разрушения ($\omega_f = 1$) составляет $N_f \cong 643$, что соответствует экспериментальным данным ($N_{f \text{ эксп}} = 625$, см. табл. 3.4). Правило линейного суммирования повреждений приводит к результату:

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} \approx 0,75 < 1. \quad (3.2)$$

Таким образом, сравнение полученного значения с экспериментальным позволяет заключить, что гипотеза линейного суммирования повреждений дает ошибку в неконсервативную сторону (с недостатком) при переходе с большей амплитуды нагружения на меньшую.

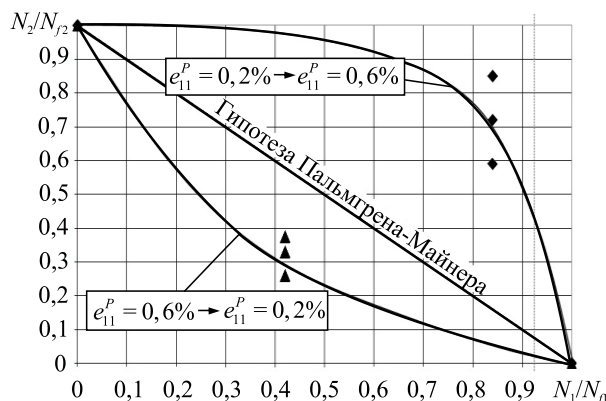


Рис. 3.12

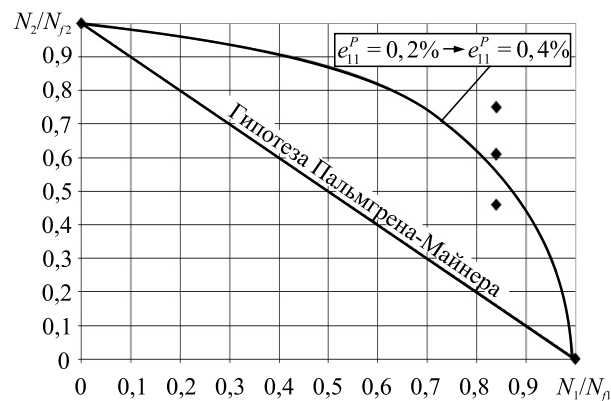


Рис. 3.13

Указанные закономерности представлены на рисунках 3.12, 3.13 (маркерами ▲, ◆ отмечены экспериментальные данные для каждого испытанного образца).

Сравнение вычисленных и экспериментальных результатов при блочных режимах нагружения позволяет сделать вывод о достоверности определяющих соотношений модели поврежденной среды при малоциклового усталости. Подход, основанный на правиле линейного суммирования повреждений Пальмгрена-Майнера, может приводить при расчетах долговечности как к консервативной (режим на рис. 3.9, а, б), так и к неконсервативной оценке (режим на рис. 3.9, в). Этот вывод подтверждается экспериментальными и теоретическими исследованиями зарубежных и отечественных авторов [21, 107, 108].

3.4. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений в условиях мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения.

Оценка достоверности предложенного варианта модели МПС также проводилась на результатах экспериментальных исследований лабораторных образцов из нержавеющей стали аустенитного (SS316L, SS304) [89, 90] и

ферритного (20 MnMoNi5-5) [91] класса в условиях мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения.

Для стали 20MnMoNi5-5 нагружение состоит из двух блоков [91]:

– на первом блоке реализуется 200 циклов симметричного мягкого нагружения с амплитудой напряжений $\sigma_{11} = 460 \text{ МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp} = 0 \text{ МПа}$;

– на втором блоке реализуется 75 циклов несимметричного нагружения с амплитудой $\sigma_{11} = 460 \text{ МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp} = 100 \text{ МПа}$.

В табл. 3.5 и 3.6 для стали 20MnMoNi5-5 представлены основные физико-механические характеристики, материальные параметры и скалярные функции, используемые в расчётах.

Таблица 3.5

Основные физико-механические характеристики и материальные параметры модели пластического деформирования для стали 20 MnMoNi 5-5

G, МПа	K, МПа	C_p^o	g_1^p , МПа	g_2^p	g_4^p , МПа	g_5^p	k_1 , МПа	k_2	a_1	a_2
83500	180333	326	110000	880	1250	7	0,136	50	0	0

Таблица 3.6

Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 в зависимости от длины пути пластического деформирования χ_p^m для стали 20 MnMoNi 5-5 ($q_2 = 0$)

q_1 , МПа	-	-	-	-	-	969	3272	4273	4273	4273	4273
χ_p^m	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03
	72	0	6	9		41	56	8	5		5

На рис. 3.14 приведены результаты сравнения расчётных и экспериментальных данных по изменению средней деформации e_{11}^{cp} цикла в процессе мягкого нагружения в зависимости от числа циклов N . Здесь и далее маркерами отмечены опытные данные, а сплошными линиями – результаты расчёта [106]. Видно, качественное и количественное совпадение опытных и расчётных данных.

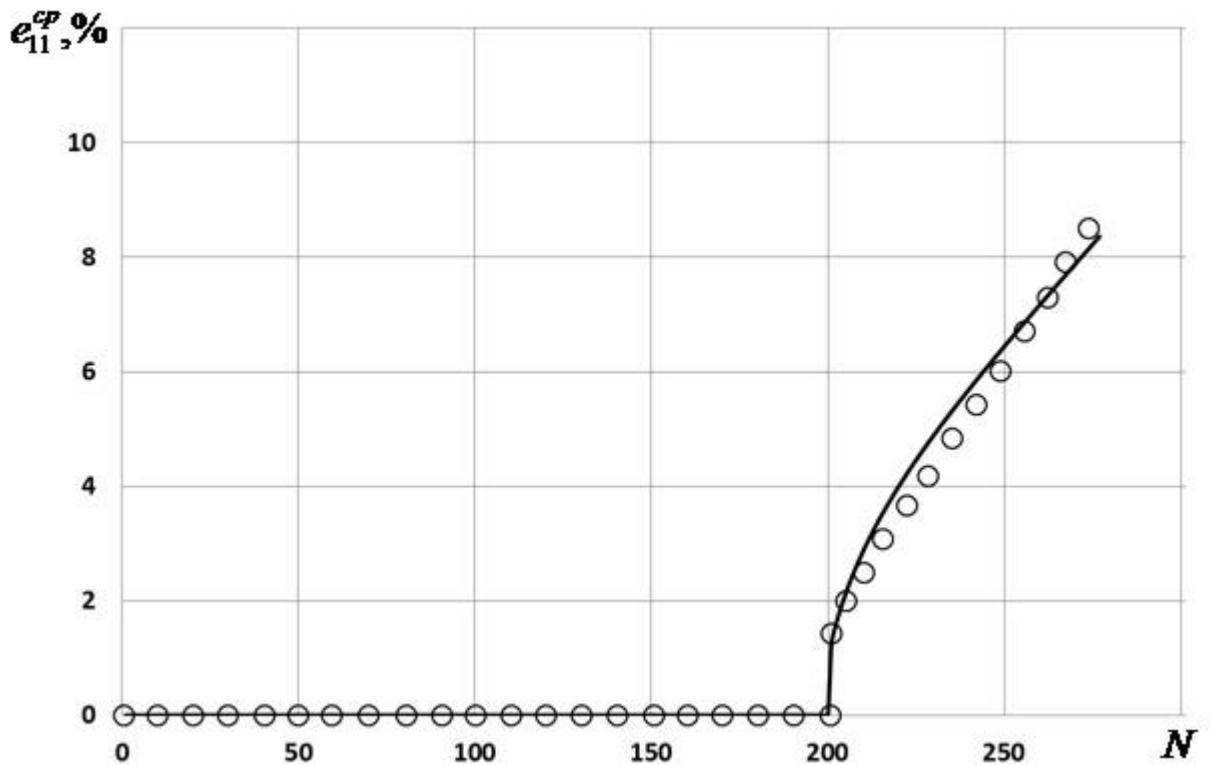


Рис. 3.14

На рис. 3.15 представлены кривые циклического деформирования, построенные по результатам численного моделирования экспериментальных процессов. Видно, что с увеличением числа циклов нагружения происходит смещение петли пластического гистерезиса в сторону положительных значений деформаций e_{11} и уменьшение размаха петли в пределах цикла.

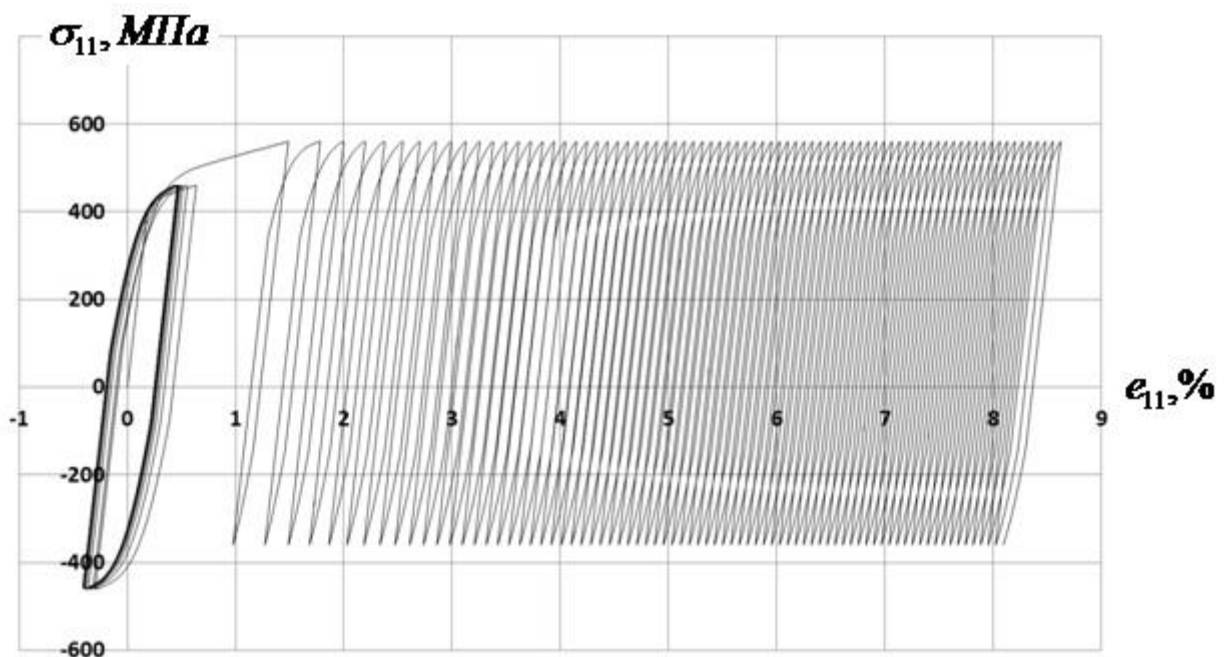


Рис. 3.15

В следующем примере представлены результаты исследований лабораторных образцов из стали SS316L, при мягком блочном несимметричном циклическом нагружении, состоящем из четырёх блоков [89]:

– на первом блоке реализуется 20 циклов несимметричного мягкого нагружения с амплитудой напряжений $\sigma_{11}=195\text{МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp}=52\text{МПа}$;

– на втором блоке реализуется 20 циклов мягкого циклического нагружения с амплитудой $\sigma_{11}=221\text{МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp}=52\text{МПа}$;

– на третьем блоке реализуется 20 циклов нагружения с амплитудой $\sigma_{11}=247\text{МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp}=52\text{МПа}$;

– на четвёртом блоке реализуется 20 циклов несимметричного мягкого нагружения с амплитудой напряжений $\sigma_{11}=195\text{МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp}=52\text{МПа}$;

В таблице 3.7 – 3.9 для стали SS316L представлены основные физико-механические характеристики, материальные параметры и скалярные функции, используемые в расчётах.

Таблица 3.7

Основные физико-механические характеристики и материальные параметры модели пластического деформирования для стали SS316L

G, МПа	K, МПа	C_p^o	g_1^p , МПа	g_2^p	g_4^p , МПа	g_5^p	k ₁ , МПа	k ₂	a ₁	a ₂
65384	141700	160	19850	450	660	10	0,1	50	50	0

Таблица 3.8

Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 в зависимости от длины пути пластического деформирования χ_p^m для стали SS316L ($q_2=0$)

q_1 , МПа	-	-	-	81,8	-338	-222	153	177	614	-132	0
	1020	3632	2788								
	6										
χ_p^m	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
		1	2	4	7	2	6	0	3	6	1

Таблица 3.9

Значение модуля циклического упрочнения Q_1 в зависимости от величины максимального значения смещения центра поверхности текучести $\rho_{\max}$ для стали SS316L ($Q_2=0$)

Q_1 , МПа	160	207	207
$\rho_{\max}$, МПа	0	10	50

На рис. 3.16 приведены результаты сравнения расчётных и экспериментальных зависимостей средней деформации от числа циклов нагружения, а на рис. 3.17 представлены кривые циклического деформирования, построенные по результатам расчёта [106]. Анализ полученных результатов с расчётными данными позволяют сделать вывод, что история изменения средней деформации качественно и количественно согласуется с опытными данными.

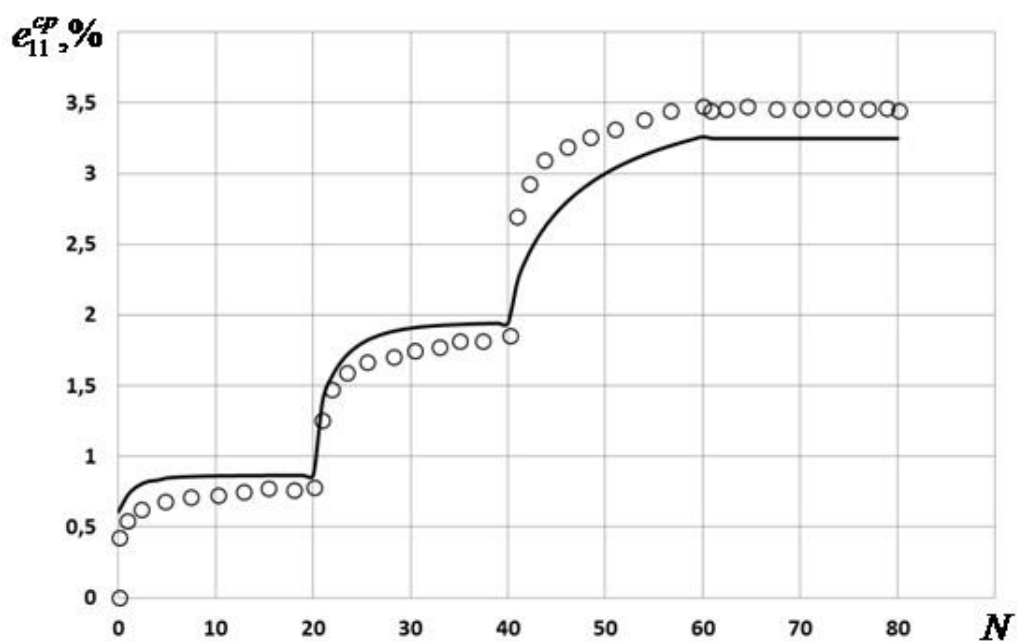


Рис. 3.16

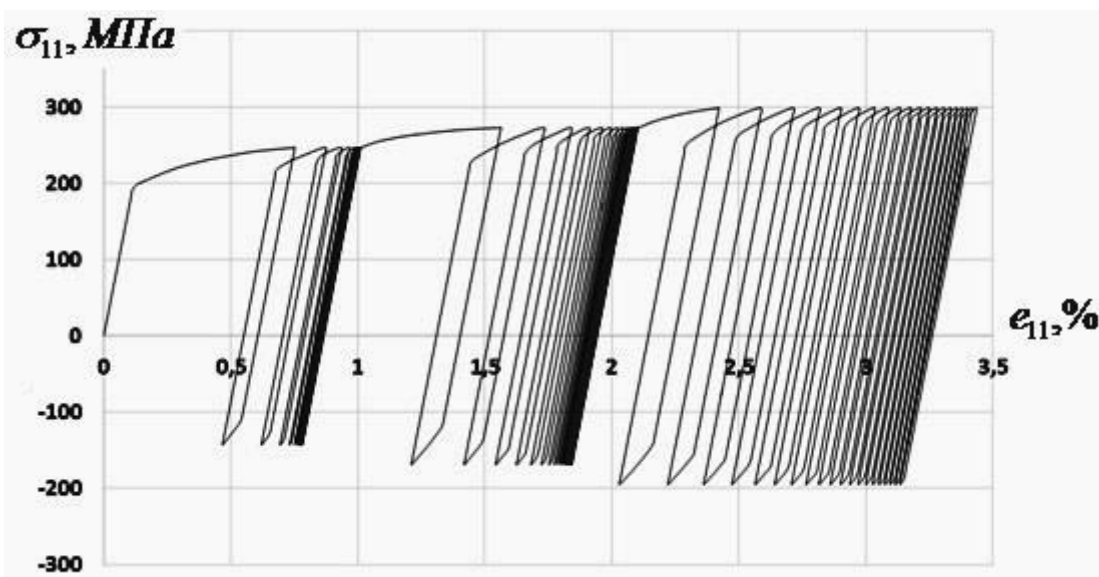


Рис. 3.17

В следующем примере представлены результаты численного моделирования процессов деформирования образцов из стали SS304 при блочных несимметричных режимах мягкого циклического нагружения [90]:

- на первом блоке реализуется 50 циклов несимметричного мягкого нагружения с амплитудой напряжений $\sigma_{11} = 248 \text{ МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp} = 78 \text{ МПа}$;
- на втором блоке реализуется 50 циклов несимметричного мягкого нагружения с амплитудой $\sigma_{11} = 248 \text{ МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp} = 117 \text{ МПа}$;
- на третьем блоке реализуется 20 циклов нагружения с амплитудой напряжений $\sigma_{11} = 248 \text{ МПа}$ и средним напряжением $\sigma_{11}^{cp} = 78 \text{ МПа}$.

В таблице 3.10–3.12 представлены основные физико-механические характеристики и материальные параметры модели термопластичности для стали SS304 используемые в расчётах.

Таблица 3.10

Основные физико-механические характеристики и материальные параметры модели пластического деформирования для стали SS304

G, МПа	K, МПа	C_p^o	g_1^p , МПа	g_2^p	g_4^p , МПа	g_5^p	k ₁ , МПа	k ₂	a ₁	a ₂	Q ₂ , МПа
65384	141700	228-249	22000	300	1000	10	0,68	50	15	50	800

Таблица 3.11

Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 в зависимости от длины пути пластического деформирования χ_p^m для стали SS304 ($q_2 = 0$)

q_1 , МПа	-	-	-	-	-	-	-118	-489	0	0
χ_p^m	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03
	2	1	2	3	5	7		5		

Таблица 3.12

Значение модуля циклического упрочнения Q_1 в зависимости от величины максимального значения смещения центра поверхности текучести $\rho_{\max}$ для стали SS304

Q_1 , МПа	228–241	220–241	220–241
$\rho_{\max}$, МПа	0	10	80

На рис. 3.18 показаны результаты сравнения расчётных и экспериментальных зависимостей изменения средней деформации от числа циклов нагружения, а на рис. 3.19 – кривые циклического деформирования, построенные по результатам расчёта [106].

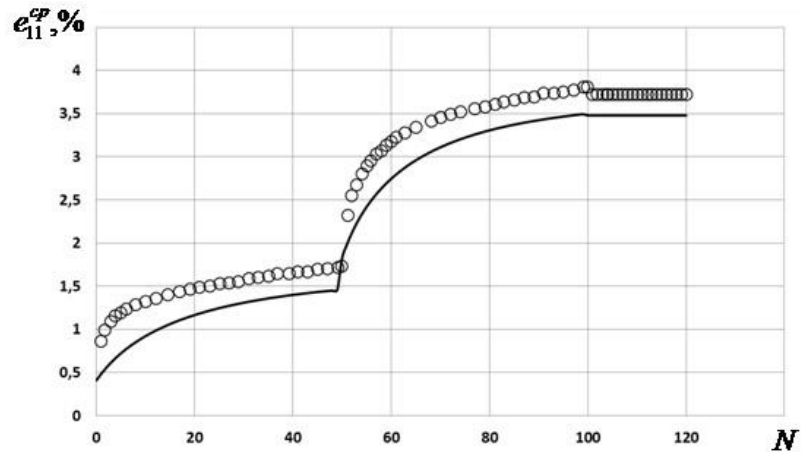


Рис. 3.18

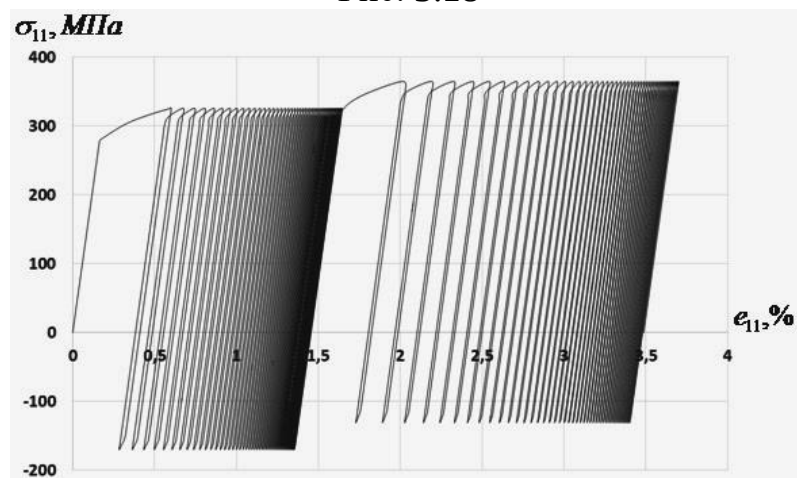


Рис. 3.19

Сравнение вычисленных и экспериментальных результатов при мягком блочном несимметричном малоцикловом нагружении позволяет сделать вывод о достоверности определяющих соотношений модели поврежденной среды.

3.5. Оценка достоверности эволюционных уравнений накопления повреждений при двухчастотном нагружении.

В работе [41] приведены результаты экспериментальных исследований циклического неупругого деформирования и закономерностей усталостного

разрушения при действии одночастотного и двухчастотного нагружения для сталей 20 и 08X18H12T. Исследования усталостного разрушения проводили на испытательной машине МИР-СТ при симметричном и несимметричном нагружении в условиях одноосного растяжения-сжатия лабораторных образцов.

Испытывались цилиндрические гладкие образцы широко использующихся конструкционных сталей: углеродистой стали 20 в состоянии поставки и стали аустенитного класса 08X18H12T(1) – в состоянии поставки и 08X18H12T(2) – после эксплуатационной наработки.

Каждый из указанных конструкционных материалов испытывали при следующем режиме нагружения: циклическое нагружение реализуемое за счет изменения среднего напряжения в цикле σ_m в пределах от 0 до 100 МПа с частотой 0,082 Гц при циклическом высокочастотном нагружении с частотой 34 Гц (двухчастотное нагружение) с различными амплитудами.

Результатом экспериментальных исследований явились кривые усталости для сталей 20 и 08X18H12T.

В таблицах 3.13–3.15 для исследуемых сталей приведены физико-механические характеристики и материальные параметры МПС.

Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 и q_2 от длины траектории пластического деформирования χ для сталей аустенитного класса 08X18H12T (1) и 08X18H12T (2) приняты равными нулю.

На рис. 3.20–3.22 приведены результаты сравнения расчётных и экспериментальных кривых усталости при двухчастотном нагружении для сталей 08X18H12T (1), 08X18H12T (2) и стали 20 в циклах высокой частоты [71–73, 109, 110]. На рис. 3.23–3.25 приведены результаты сравнения расчётных и экспериментальных кривых усталости при двухчастотном нагружении для сталей 08X18H12T (1), 08X18H12T (2) и стали 20 в циклах низкой частоты. Здесь пунктирными линиями отмечены расчетные данные при одночастотном нагружении, сплошной черной линией отмечены расчетные данные при двухчастотном нагружении, а черными маркерами – экспериментальные результаты при двухчастотном нагружении. Из представленных рисунков, что

расчётные значения по математической модели МПС качественно и количественно совпадают с экспериментальными результатами.

На рисунках 3.26–3.28 приведено сравнение расчетных стабилизированных петель гистерезиса для одночастотного (пунктирная линия) и двухчастотного нагружения (сплошная линия), из которого виден эффект роста размаха циклической пластической деформации при двухчастотной форме цикла в сравнении с одночастотным нагружением при эквивалентной величине амплитуды напряжений, что связано со снижением сопротивления деформированию материалов (для лучшей визуализации петли нормированы к началу координатной сетки).

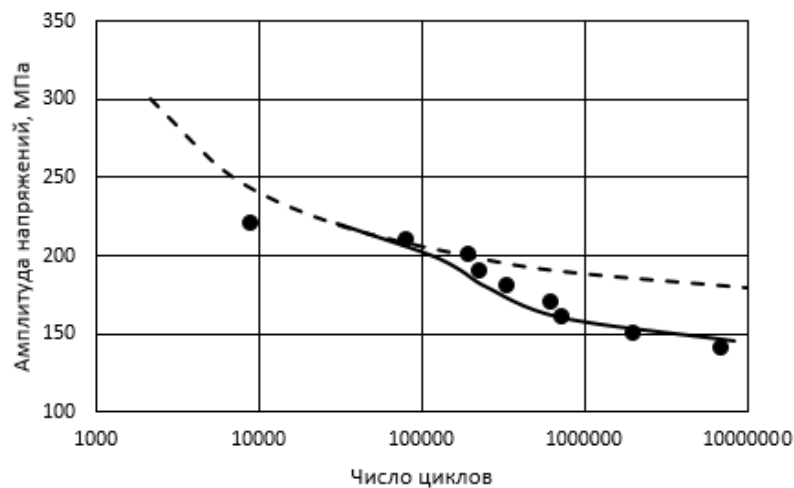


Рис. 3.20. Кривая усталости для стали 08X18H12Т (1) при двухчастотном нагружении в циклах высокой частоты

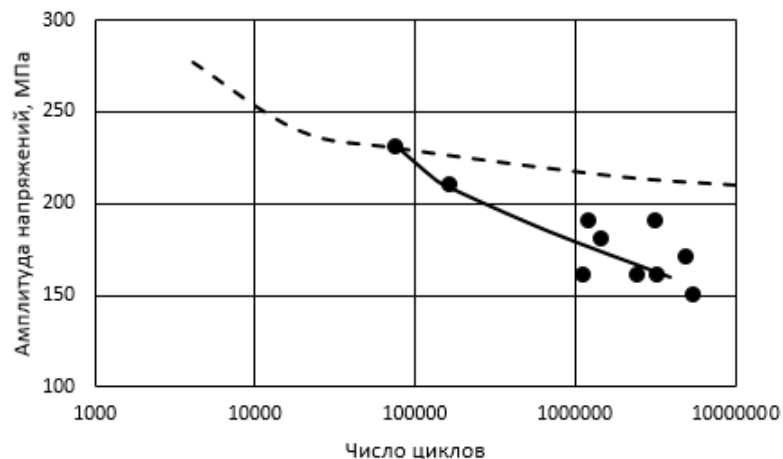


Рис. 3.21. Кривая усталости для стали 08X18Н12Т (2) при двухчастотном нагружении в циклах высокой частоты

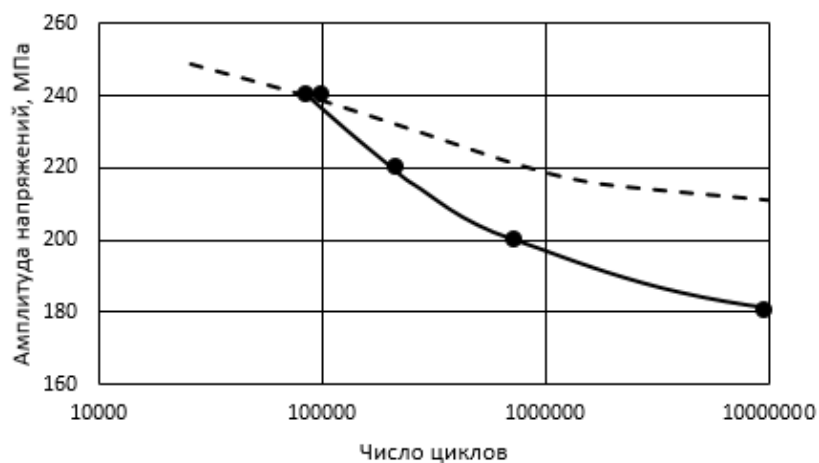


Рис. 3.22. Кривая усталости для стали 20 при двухчастотном нагружении в циклах высокой частоты

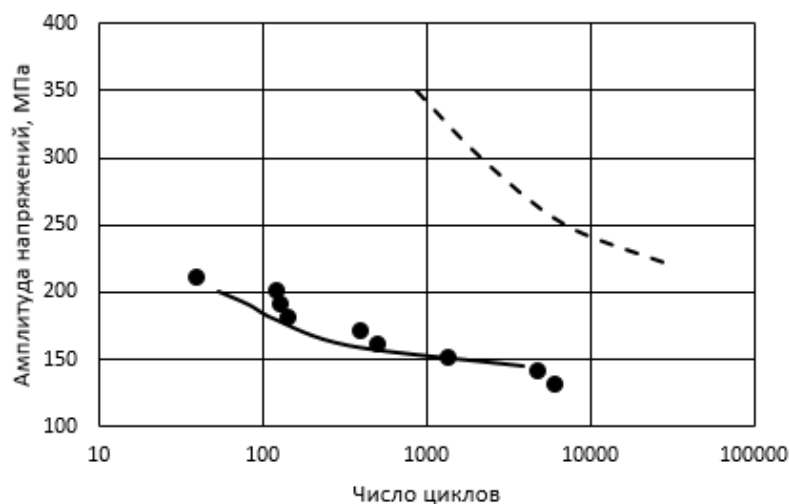


Рис. 3.23. Кривая усталости для стали 08X18Н12Т (1) при двухчастотном нагружении в циклах низкой частоты

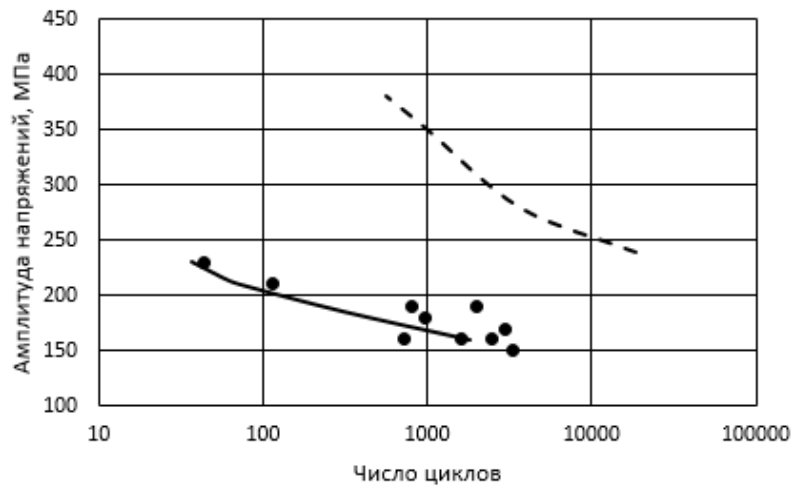


Рис. 3.24. Кривая усталости для стали 08X18N12T (2) при двухчастотном нагружении в циклах низкой частоты

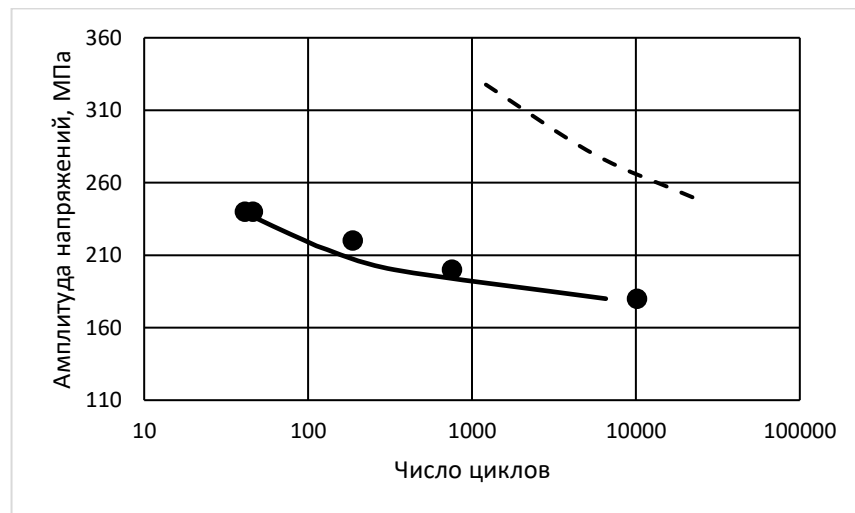


Рис. 3.25. Кривая усталости для стали 20 при двухчастотном нагружении в циклах низкой частоты

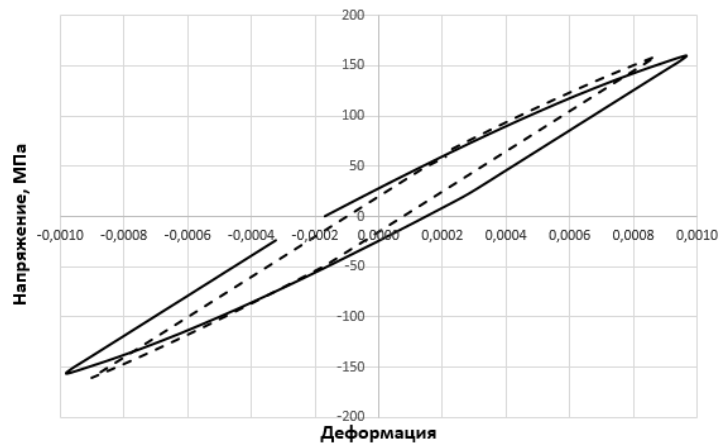


Рис. 3.26. Сравнение петель пластического гистерезиса при одночастотном и двухчастотном нагружении для стали 08X18N12T (1)

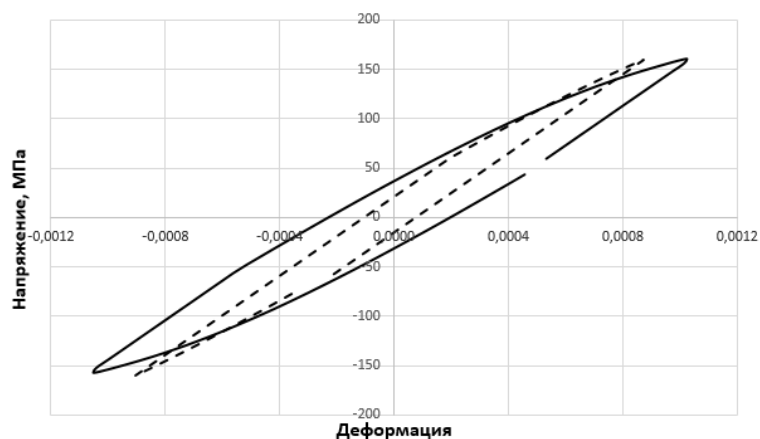


Рис. 3.27. Сравнение петель пластического гистерезиса при одночастотном и двухчастотном нагружении для стали 08X18H12T (2)

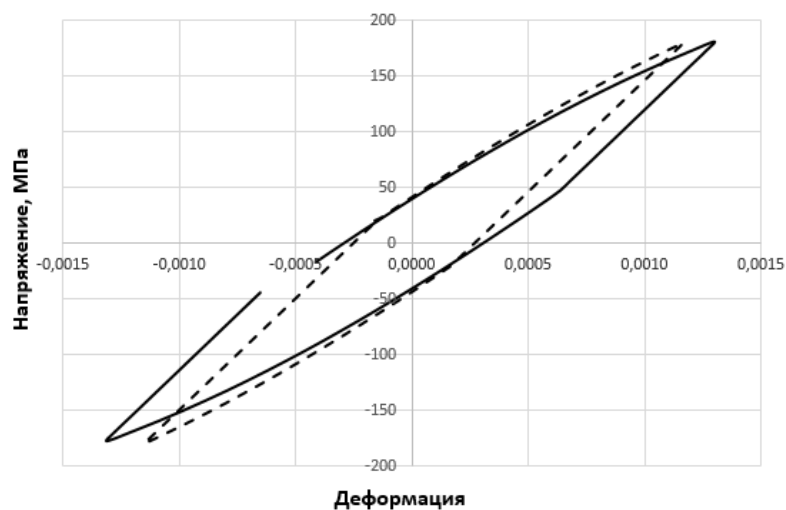


Рис. 3.28. Сравнение петель пластического гистерезиса при одночастотном и двухчастотном нагружении для стали 20

Таблица 3.13. Физико-механические характеристики и параметры модели МПС конструкционных сталей

Характеристики	Материал		
	08X18H12T (1)	08X18H12T (2)	Сталь 20
K (МПа)	166667	166667	166667
G (МПа)	76923	76923	76923
C_{pl}^o (МПа)	85	90	82
g_1^m (МПа)	400000	400000	200000
g_2^m	5600	5600	2000
g_1^p (МПа)	24090	24090	19000
g_2^p	289	289	224
g_1^r (МПа)	4000	4000	1200

g_2^r	0	0	0
a_ξ	5	5	6
W_a (МДж/м ³)	0	0	0
W_p^f (МДж/м ³)	2900	2884	13980
σ_{hcf} , МПа	220	240	280
γ_*	0,8182	0,8400	0,7473
n	1,55	3,1	1,05

Таблица 3.14. Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) от длины траектории пластического деформирования $\chi_{\text{мон}}$ для среднеуглеродистой стали 20 ($q_2 = 0$).

χ	0	0.0006	0.0012	0.0024	0.0042	0.006	0.0102	0.0132	0.015
q_1 , МПа	0	0	- 11709	- 11170	- 10360	3200	280	120	0

Таблица 3.15. Значение модуля циклического изотропного упрочнения $Q_{1\xi}$ (МПа) от длины траектории пластического деформирования a_{emax} 08X18H12T (1) ($Q_{2\xi} = 0$ для всех рассмотренных сталей).

Сталь 08X18H12T(1)							
a_{emax}	0	0.00015	0.000162	0.000165	0.000192	0.000248	0.000350
$Q_{1\xi}$, МПа	25	30	39	54	78	84	85
Сталь 08X18H12T(1)							
a_{emax}	0	0.00024	0.000266	0.000284	0.000331	0.00035	0.0004
$Q_{1\xi}$, МПа	25	32	43	61	77	82	90
Сталь 20							
a_{emax}	0	0.0004	0.000451	0.000508	0.000591	0.00075	0.0001
$Q_{1\xi}$, МПа	30	52	55	65	70	74	78

4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ

4.1. Общие положения

Одной из самых важных задач при создании инженерных конструкций и аппаратов новой техники является достоверное определение их ресурсных характеристик как на стадии проектирования по проектной истории эксплуатации, так и при продлении назначенных сроков службы, с учетом фактической их истории эксплуатации. Решение данной задачи приобретает принципиальное значение для инженерных объектов и аппаратов экономическая эффективность которых достигается при сроке эксплуатации в несколько десятков лет. К таким объектам относятся оборудование атомных энергетических установок, оборудование для газо- нефтехимической отрасли, агрегаты для гражданских воздушных судов и др. В большинстве случаев, указанные объекты эксплуатируются в условиях нестационарного термосилового нагружения, что является причиной деградации конструкционных материалов и как следствие, снижению прочностных свойств и ресурсных характеристик [10, 12-14, 31, 69, 75]. Для объектов подобного типа характерно то, что ресурс оборудования и систем определяется ресурсом самого нагруженного элемента, в котором деградационные механизмы протекают с более высокой скоростью, чем в других элементах или узлах. Ресурсные характеристики зависят от реальной модели эксплуатации (блоки с уровнями нагружения при определенных параметрах и режимах работы объектов, а также их последовательность), фактических физико-механических характеристик и степени поврежденности конструкционного материала. Деградация конструкционных материалов заключается в изменении их физических свойств, снижении прочностных, упругих и пластических свойств. Принципиальный характер задача достоверного математического моделирования ресурсных характеристик инженерных объектов и аппаратов приобретает при отсутствии технической возможности контроля неразрушающими методами наиболее

нагруженных элементов и узлов, вследствие труднодоступности, наличия сильных полей ионизирующих излучений и т.п. [62-64]. В тоже время для современной техники предъявляются высокие требования как по надежности и безопасности, так и по экономической эффективности или рентабельности. Данные требования влекут за собой необходимость использования достоверных математических моделей деформирования конструкционных материалов и определения их ресурсных характеристик в условиях многопараметрических нагружающих факторов с учетом воздействия агрессивных сред.

В настоящее время в подавляющем большинстве расчетные оценки ресурсных характеристик для инженерных объектов и аппаратов основываются на решении упругой задачи для определения кинетики НДС с дальнейшим использованием гипотезы линейного суммирования повреждений и эквивалентных величин действующих напряжений и деформаций. Однако, многочисленные экспериментальные данные, полученные как на лабораторных образцах, так и в условиях реальной эксплуатации объектов говорят о том, что данный подход может приводить к неконсервативным оценкам ресурсных характеристик объектов, что может привести к тяжелым авариям.

Современные математические модели механики поврежденной среды и методы цифрового моделирования эксплуатации объектов в целом позволяют достоверно проводить оценку ресурсных характеристик. Модели позволяют описывать процессы неизотермического нестационарного деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах инженерных объектов и аппаратов. Здесь необходимо отметить то, что создание цифровых копий реальных инженерных объектов и аппаратов и дальнейшее проведение численных расчетов процессов эксплуатационного нагружения с учетом моделирования упругопластического деформирования и накопления повреждений связано с необходимостью использования больших вычислительных мощностей, а также высокими требованиями к верификации и валидации программных средств.

Следует отметить, что в настоящее время нет единой математической модели, адекватным образом описывающей в широком диапазоне изменение амплитуд, частот и последовательности приложения внешних воздействий все физико - механические процессы материала.

Можно говорить о различных вариантах модели, оценки долговечности, справедливой в ограниченной области применимости. Таким образом, рассматриваемая предметная область - расчет долговечности инженерных конструкций на стадии проектирования и эксплуатации, - характеризуется большим объемом пространства варибельности физико - механических моделей.

Пакет прикладных программ для расчета узлов ЯЭУ наряду с традиционными компонентами архитектуры, такими как системное наполнение, функциональное наполнение, язык заданий и СУБД, включает в себя и некоторые новые компоненты. В качестве новой компоненты выступает хранилище справочных данных, используемых программой.

Практически значимые результаты могут быть получены лишь с помощью сочетания численного моделирования и эвристических подходов (включая опыт проектирования и эксплуатации). Результаты фрагментарных просчетов деформирования и эвристики могут быть формализованы в виде базы знаний о ресурсе исследуемых объектов, предоставляемой в распоряжение конечного пользователя посредством экспертной системы, функционирующей на персональном компьютере.

Особенность вычислительного эксперимента по определению полной усталостной долговечности узлов инженерных объектов состоит в многомодельности и многовариантности физических процессов и внешних воздействий, включающий в себя концепции малоциклового усталости при циклическом упругопластическом деформировании и механики циклического разрушения.

Для проведения расчетов необходимо решение следующих задач:

- определение меняющихся во времени граничных и начальных условий при взаимодействии исследуемой части конструкции с рабочими средами и другими телами или отброшенными элементами конструкции;

- решение квазистатической задачи определения НДС с учетом упругопластического поведения материала, накопления повреждений, очередности прохождения режимов нагружения, а также других усложняющихся факторов. Поскольку при вычислительном эксперименте по расчетному определению ресурса моделируются реальные физические процессы, происходящие в материале при реализации конкретной модели эксплуатации, то за модель нелинейного деформирования следует принять соотношение дифференциальной теории термопластичности, учитывающей историю нагружения для каждого узла рассматриваемой конструкции;

- заключительной задачей прочностной диагностики объекта по текущему состоянию является расчет различных предельных состояний, анализ физико - механических процессов деформирования и разрушения и, собственно, расчет долговечности для моделируемой истории нагружения.

При формировании расширенного понятия задачи расчета ресурса, связанного с решением задачи на ПЭВМ, число факторов, вносящих определенную вариабельность в это понятие, еще более увеличивается. К числу этих факторов относятся: различные варианты постановки задачи; различные численные методы решения конкретной задачи; множество требований к сервису; наличие различных типов ПЭВМ и вариантов операционных систем.

Все эти факторы с учетом описанных выше физических моделей создают некоторое расширенное пространство вариабельности задачи в системе координат, связанной с диапазоном изменения каждого фактора. Решение поставленной задачи требует разработки новых архитектур ППП и технологий их разработки.

При осуществлении выбора расчетной системы для оценки ресурса (долговечности) конструктивных элементов на стадии проектирования, эксплуатации необходимо исходить в первую очередь из требования полноты

покрытия данной предметной области некоторой системой базовых и вспомогательных функциональных модулей. При этом программная расчетная система формально может еще иметь традиционную схему препроцессор – процессор – постпроцессор, но границы между ними нельзя трактовать слишком жестко, и каждая из этих компонент приобретает более широкий смысл.

Препроцессор, сохраняя функции автоматизированной подготовки, контроля и редактирования исходные геометротопологической информации и информации о свойствах материала, также приобретает новые функции, связанные с необходимостью подготовки исходной информации (граничных и начальных условиях) для решения соответствующих физических задач. Необходимо также осуществлять привязку нагружающих факторов путем интерполяции или экстраполяции к дискретной модели конструкции, выбранной для прочностного расчета.

Процессор приобретает черты многозвенности, это, фактически, конвейер, на котором последовательно перерабатывается входная информация. При рассмотрении отдельной расчетной программы удобно предварительную обработку относить к препроцессору, а всю последующую к постпроцессору.

Совокупность всех программ, реализующих процессор, должна обладать рядом новых свойств:

- квазистатическая реализация расчета НДС, связанная с применением теории пластичности, учитывающих историю нагружения;
- применение МКЭ в качестве универсального метода решения всех перечисленных выше задач совместно с эффективными схемами его реализации;
- контроль качества, конечно – элементного решения с обеспечением заданной точности его получения.

Постпроцессор предназначен для выполнения содержательных оценок ресурса, полученных в результате «большого счета» информации, представления этой информации в удобной для анализа форме, предоставления пользователю других сервисных возможностей. Ввиду большого объема и сложности выходной информации возникает необходимость повышения

интеллектуальности средства обработки и, возможно, во взаимодействии постпроцессорных компонент со специализированной экспертной системой, в базе знаний которой хранятся наборы продукций, описывающих современные представления по механике разрушения и поведение конкретных узлов в реальных условиях эксплуатации.

Необходимо также отметить, что современный уровень знаний о механизмах циклического разрушения, сложность интерпретации этих механизмов в условиях реальной эксплуатации, отсутствие необходимых моделей поведения материала и ограниченные возможности экспериментального определения параметров этих моделей делают невозможным оценивание ресурса исключительно на расчетной основе ресурса. Решение этой проблемы может быть достигнуто лишь на базе нетривиального взаимодействия расчетного и экспериментального подходов, которое оказывает неизбежное влияние на программную компоненту разработки.

Описанные качественные характеристики прикладного программного обеспечения, его тесная привязка к объекту моделирования, к средствам теоретической и экспериментальной поддержки обуславливают уникальность программной компоненты и несводимость ее к известным и доступным пакетам прикладных программ МКЭ, даже обладающим высокими функциональными возможностями (ANSYS). Поэтому адекватное разрешение проблемы оценки ресурса сложных инженерных объектов требует разработки специализированного программного обеспечения с использованием имеющегося опыта создания и эксплуатации пакетов программ МКЭ, современной теоретической и алгоритмической базы и в ряде случаев, заимствования готовых отдельных компонент, особенно касающихся сервисного обеспечения.

Возможность и трудоемкость реализации специализированного ПО должна оцениваться на основе сопоставления критических по оперативной памяти алгоритмов МКЭ и возможностей современных ПЭВМ с привлечением

во многих случаях плохо формализуемого опыта специалистов, принимавших участие в разработке и эксплуатации имеющихся МКЭ программ.

Оценка остаточного ресурса сложных инженерных объектов в реалистичных условиях эксплуатации диктует высокие требования к характеристикам ПЭВМ и к качеству программного обеспечения численного моделирования квазистатических процессов деформирования. Это, в частности, гарантированная точность расчета НДС с учетом нелинейных эффектов (пластичность, поврежденность среды и т.д.), моделирование всего временного интервала стационарирования параметров циклического деформирования, в отдельных случаях даже просчеты всего жизненного цикла узла.

Принципиально важным является радикальное повышение точности расчета концентрации напряжений в районе концентраторов (сварных швов), точках смены типа граничных условий и в других особых точках.

Чтобы решить столь сложную проблему, необходим высокий технико - вычислительный потенциал. В настоящее время поставленных целей достигают реализацией серией взаимосвязанных расчетов меньшего уровня сложности: трехмерного упругого расчета, двумерном упругопластического расчета, расчета ресурсных характеристик опасной зоны конструктивного элемента.

Цель упругого расчета НДС в трехмерной постановке - дать общее представление о характере деформирования объекта расчета, оценить важные с точки зрения расчета параметры аппроксимации и выявить места, критические с точки зрения долговечности.

Целью расчета НДС в двумерной постановке (плоской или осесимметричной) с учетом нелинейного характера поведения материала является детальное численное моделирование процессов деформирования и повреждения в выделенных критических зонах рассматриваемого узла. При этом большая часть конструкции не рассматривается, а ее влияние на нелинейную зону учитывается через граничную зону или конденсацию «лишних» степеней свободы.

Целью расчета опасных зон конструктивных элементов является расчет ресурсных характеристик материалов и конструкций.

При выборе и разработке программных средств для расчета вышеописанных процессов необходимо руководствоваться следующими критериями: программа должна представлять единый, легко управляемый комплекс средств для поддержки базы данных по параметрам модели, полученных в результате эксперимента или предварительного расчета, средств поддержки баз знаний, средств для облегчения интерпретации результатов расчетов. Все эти средства должны быть интегрированы друг с другом и легко управляться пользователем.

4.2. Численное моделирование усталостной долговечности деталей авиационных ГТД при циклическом двухчастотном нагружении

Газовая турбина (рис. 4.1) является двигателем внутреннего сгорания термодинамическим циклом Брайтона. Основными конструктивными элементами турбины являются: корпус, вал, компрессорные и турбинные колеса. Компрессорные колеса необходимы для нагнетания воздуха в камеру сгорания. Турбинные колеса являются преобразователем энергии расширяющихся газов в работу вращения вала. Определенная часть энергии расширяющихся газов отдается компрессору, а основная на создание реактивной струи.

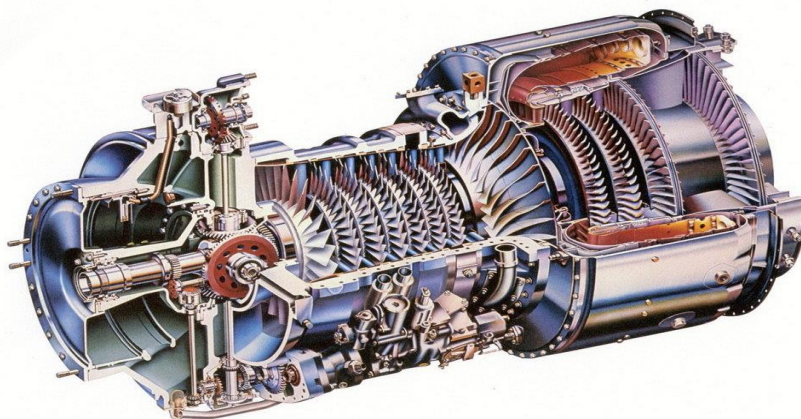


рис 4.1



рис 4.2

Газотурбинный двигатель (ГТД) является высоконагруженным технически сложным агрегатом, испытывающим как статические, так и вибрационные нагрузки. Газотурбинные двигатели, применяемые на воздушных судах, могут быть следующих типов:

- двухконтурные турбореактивные двигатели;
- турбовинтовые двигатели;
- турбовальные двигатели.

Технически простой турбореактивный двигатель состоит из следующих конструктивных элементов и узлов: входного узла, компрессора, камеры сгорания, вала, турбины и сопла.

Входной узел обеспечивает подвод воздуха к компрессору, предварительно повысив его давление путем сжатия в сужающемся проходе.

Компрессор обеспечивает повышение давления воздуха, характеризующийся величинами степени сжатия и температуры (которая может достигать порядка 400 °С).

Камера сгорания обеспечивает горение топлива в сжатом воздухе с температурой до 2000 °С.

Турбина является устройством, превращающим часть энергии газа после камеры сгорания в энергию привода компрессора. Как правило, турбина и компрессор находятся на одном валу и жестко связаны между собой. Если в

компрессоре происходит повышение давления газа, то в турбине, наоборот, понижение, то есть газ расширяется.

Сопло представляет собой суживающийся канал, в котором происходит преобразование потенциальной энергии давления газа в кинетическую. Как и в турбине, в сопле происходит расширение газа.

Одной из самых наукоемких и сложных в изготовлении компонентов газотурбинных двигателей для авиации, морских судов, энергетики является лопатка турбины (рис. 4.3). Секрет жаростойкости в материале из которой сделана лопатка в особой технологии ее производства. Редкие металлы, которые применяют при изготовлении лопаток для авиационного двигателя – это цирконий, молибден, ванадий, бериллий, рений. В лопаточном аппарате формируется поток рабочего тела и происходит преобразование тепловой энергии рабочего тела в механическую работу.

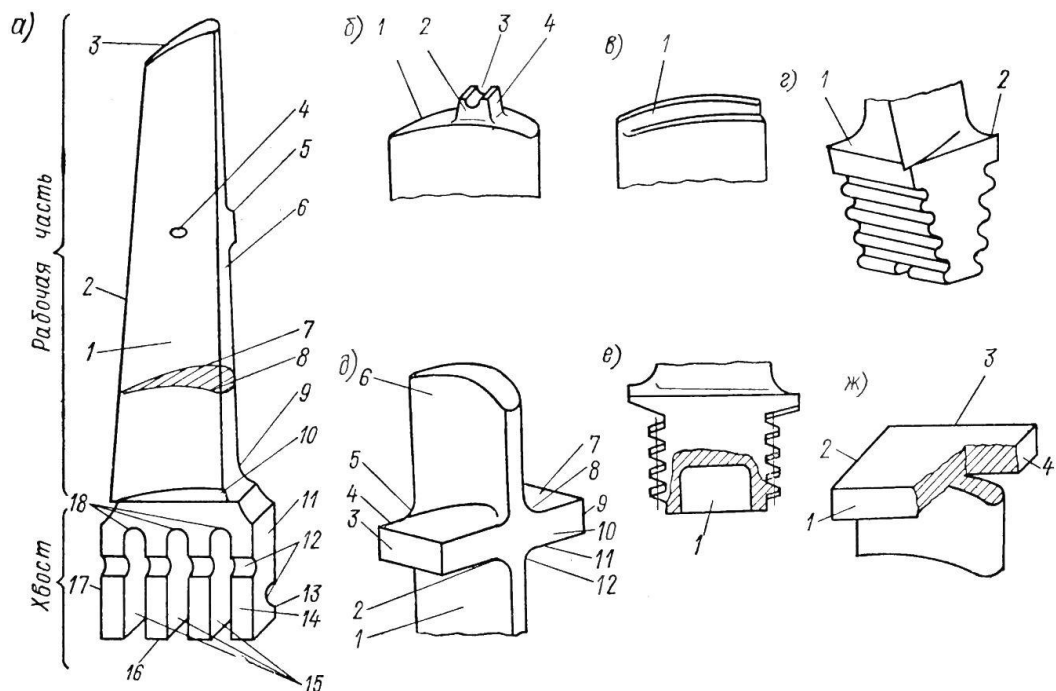


Рис 4.3

Лопатки можно условно можно разделить на следующие группы:

- открытые (рис. 4.4, а - г);

- полуоткрытые (рис. 4.4, д - л);
- закрытые (рис. 4.4, з).

Конструкционные материалы из которых изготавливаются лопатки должны обладать высоким сопротивлением деформации ползучести, усталости, высокотемпературной коррозии и эрозии. На ряду с прочностными характеристиками, конструкционный материал лопаток должен иметь и хорошие технологические свойства, такие как пластичность, возможность механической обработки и т.п. Также конструкционный материал должен быть стабильным в широком диапазоне температур, нижняя граница которой определяется условиями окружающей среды, а верхняя – температурой в камере сгорания.

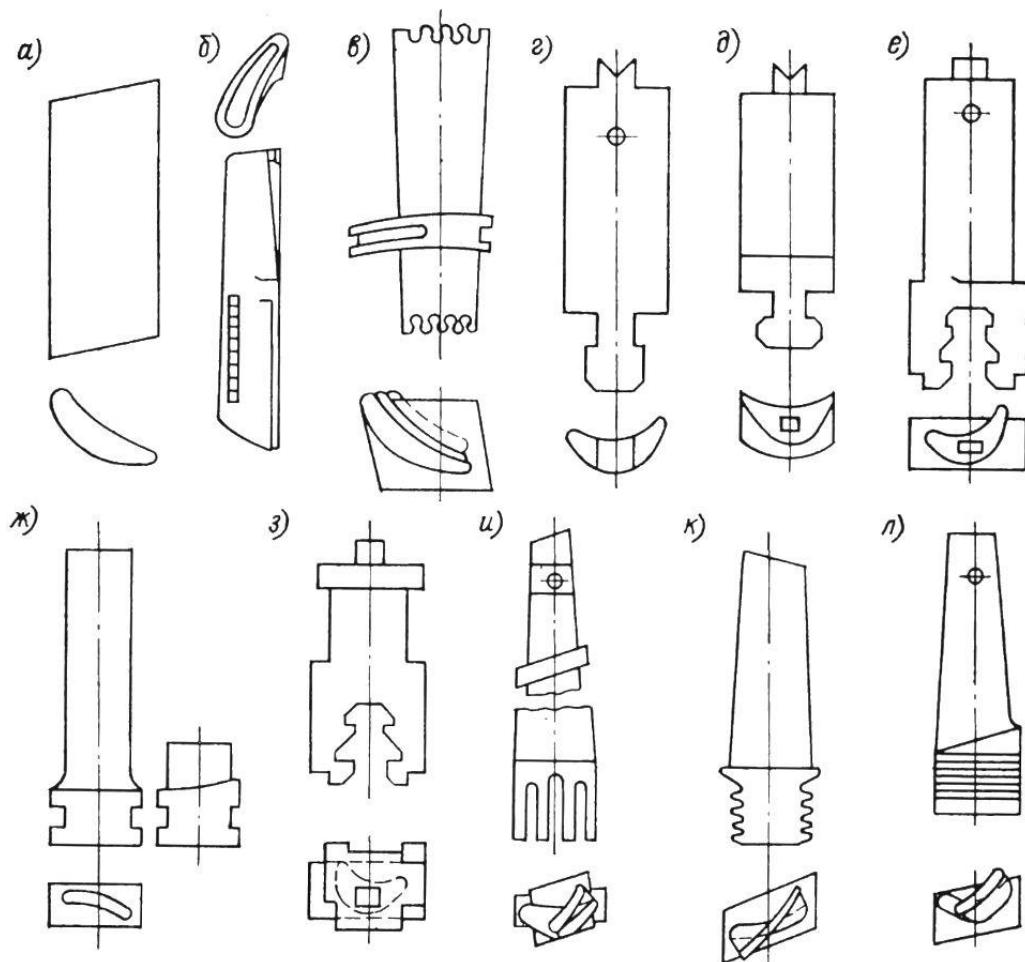


рис 4.4

Физико-механические свойства конструкционного материала в области всего диапазона температур и спектра действующих нагрузок должны обеспечивать упругую работу лопаток без образования макронеупругой

деформации. Предъявляемые высокие требования к конструкционному материалу обеспечиваются созданием высокотехнологичного процесса производства лопаток турбореактивного двигателя. Одной из самых важных и сложных задач является финишная обработка профиля рабочих лопаток, при которой возможно изменение геометрии лопаток, вследствие местного нагрева конструкционного материала.

Дефлекторы в настоящее время широко применяются в конструкции сопловых охлаждаемых лопаток турбин высокого давления ГТД. Технический результат выражается в снижении температуры стенки оболочки лопатки за счет увеличения равномерности охлаждения и интенсивности теплоотдачи, снижение вероятности появления трещин оболочки лопатки, вызванных градиентом температуры, за счет увеличения равномерности подачи охладителя.



рис 4.5

Ввиду особенностей характера термосилового нагружения дефлектора лопатки турбины, сопоставимыми с рабочими лопатками требуется более тщательное внимание к вопросу определения ресурсных характеристик дефлектора.

Сетчатый дефлектор охлаждаемой сопловой турбинной лопатки газотурбинного двигателя предназначен для подачи охлаждающего воздуха во

внутреннюю полость охлаждаемой турбинной лопатки (полость между дефлектором и оболочкой лопатки) и интенсификации действия охладителя при выдуве его из внутренней полости дефлектора на оболочку лопатки.

Конструктивно существующие дефлекторы представляют полый стержень с основанием сложной формы, повторяющей контур внутренней полости охлаждаемой лопатки. Через отверстия в стенке дефлектора, расположенные вертикальными рядами, охлаждающий воздух из внутренней полости дефлектора выдувается на стенку оболочки лопатки, затем, после теплосъема, выдувается через отверстия в оболочке в проточную часть.

В работе [42] приведены результаты испытаний, циклического неупругого деформирования и закономерностей усталостного разрушения при действии двухчастотного нагружения для образцов, вырезанных из дефлектора диска ТВД одного из авиационных ГТД. Испытания проводились в конструкторском научно-исследовательском отделении ОАО СНТК им Н. Д. Кузнецова под руководством д.т.н. Д. С. Еленевского.

Испытывались конструктивные элементы дефлектора ТВД в форме лопатки из жаропрочного сплава ЭП742 толщиной 8,25, длиной 202мм с отверстием диаметром 13,75мм. Эскиз образца и схема наклейки тензодатчиков показаны на рисунке 4.6. Установка для крепления образца размещалась на электродинамического вибростенде. Вибростенд осуществлял жесткое высокочастотное низкоамплитудное нагружение. Повторно-статическое нагружение имитировалось приложением изгибающей нагрузки с помощью гидроцилиндра. Частота приложения повторно-статической нагрузки 0,16 Гц. Вибрационное нагружение имитировалось путем возбуждения резонансных колебаний системы «испытательная установка – образец». Частота вибрационного нагружения 160Гц. Отношение частот составляющих изменялась пределах от 1000...2500 от образца к образцу из-за неточности изготовления и закрепление образцов. Гидроцилиндр осуществлял жесткое низкочастотное высокоамплитудное нагружение.

Схема закрепления и нагружения образца показана на рисунке 4.7. Уровень повторно-статического и вибрационного нагружения контролировался по показаниям тензодатчика №3. Испытания проводились при отнулевом цикле изменения повторно статической нагрузки. Высокочастотные низкоамплитудные напряжения, вызванные наложенной вибрационной нагрузкой, изменялись по симметричному закону с амплитудой напряжений (по показаниям тензодатчика №3) 235.4, 215.8, 196.2, 176.6 и 157 МПа. Амплитуда низкочастотного нагружения составляла 687 МПа.

Выполнение расчетного анализа ресурсных характеристик конструктивного элемента дефлектора диска ТВД в условиях действия двухчастотного нагружения проводилось в два этапа [111]:

- на первом этапе разрабатывалась конечно-элементная модель конструктивного элемента дефлектора диска ТВД в программном комплексе ANSYS в трехмерной постановке (рис. 4.8 - 4.10). В расчетах использовался конечный элемент SOLID187. На базе конечно-элементной модели решалась задача статического нагружения и определялась наиболее нагруженная зона и ее история нагружения в виде изменения компонент тензора напряжений во времени. На рис. 4.11 приведено сравнение максимальной по величине компоненты тензора напряжений с напряжениями, полученными опытным путем при нагружении статической нагрузкой. На рис. 4.12 приведен один квант нагружения, полученный численным путем, соответствующий одному циклу изменения повторно статической нагрузки;

- на втором этапе численно моделировался двухчастотный режим нагружения для наиболее опасной точки, с использованием истории нагружения, полученной на первом этапе расчетной оценки. Моделирование процессов упругопластического деформирования и накопления повреждений проводилось по развитой модели механики поврежденной среды, предложенной Ю.Г. Коротких и заложенной в программном комплексе EXPMODEL. По результатам расчета были построены кривые усталости для конструктивного элемента

дефлектора ТВД при различных амплитудах высокочастотной составляющей двухчастотного нагружения.

В таблицах 4.1–4.2 для исследуемого сплава ЭП742-ИД приведены физико-механические характеристики и материалы параметры МПС.

На рис. 4.13 приведена диаграмма деформирования при двухчастотном нагружении с амплитудой высокой частоты 235,4 МПа для одного кванта нагружения.

На рис. 4.14 и 4.15 приведены кривые усталости в циклах низкой и высокой частот, где светлыми маркерами отмечены экспериментальные данные, а темными – численные результаты.

Результаты оценки достоверности показали, что развитая модель с высокой степенью точности описывает процессы двухчастотного нагружения.

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод о том, что разработанный метод расчета усталостной долговечности показывает хорошее соответствие экспериментальным данным не только для лабораторных образцов, но и для натурных деталей.

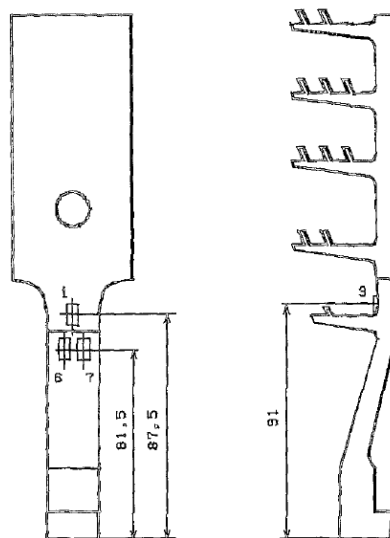


Рис. 4.6.

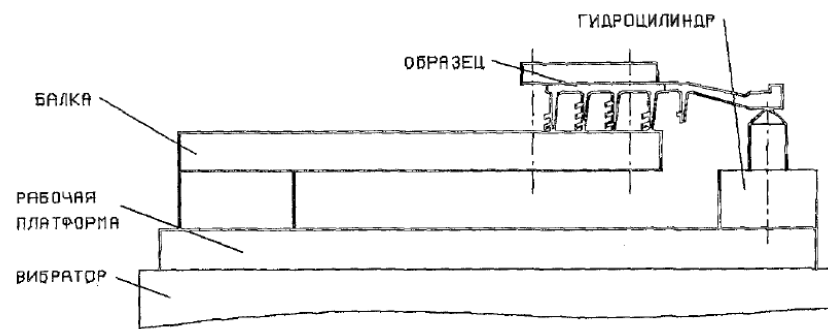


Рис. 4.7.

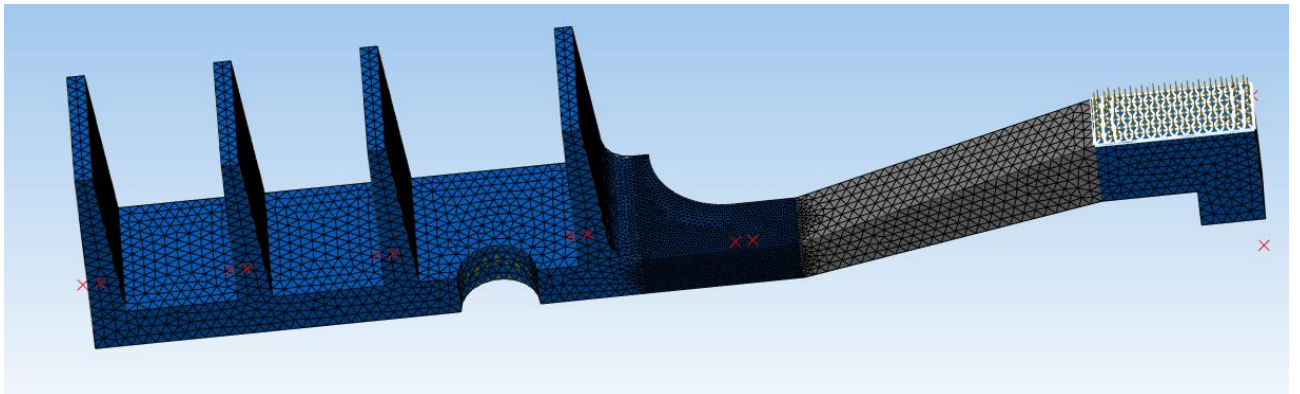


Рис. 4.8.

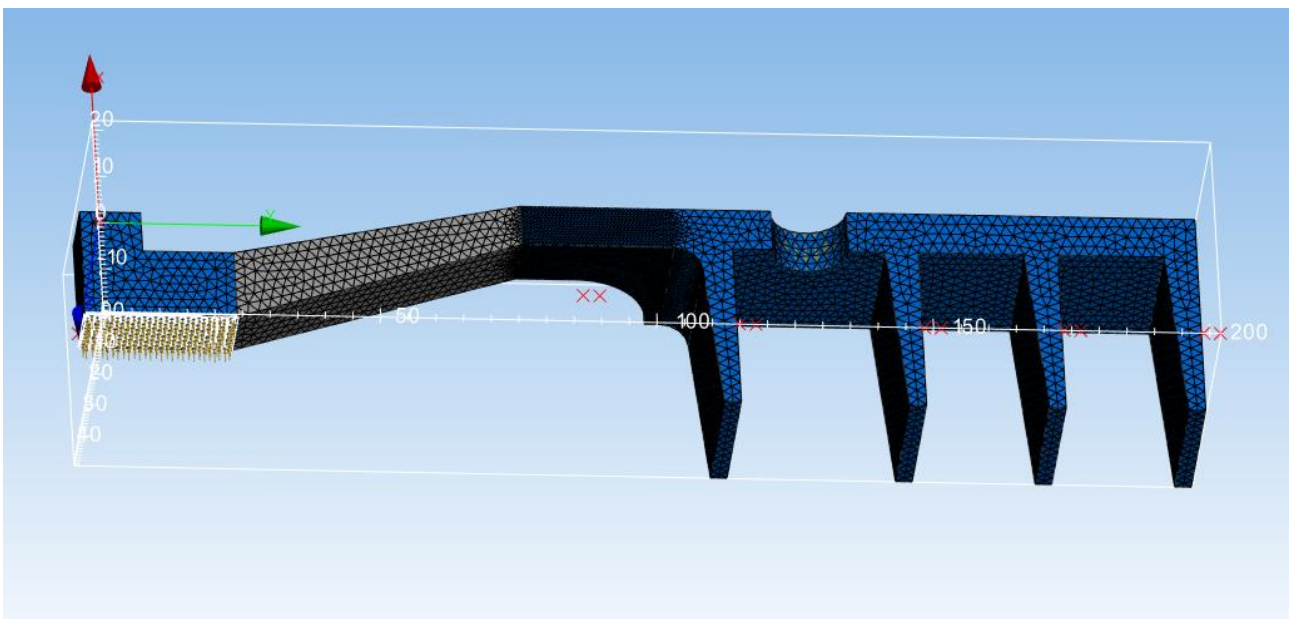


Рис. 4.9.

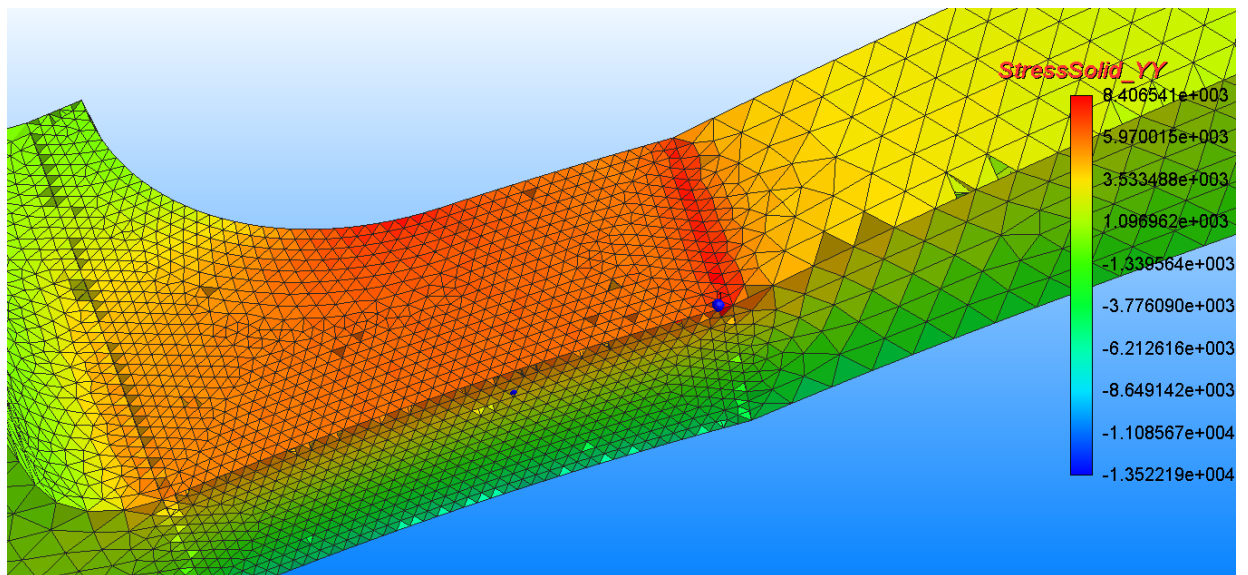


Рис. 4.10.

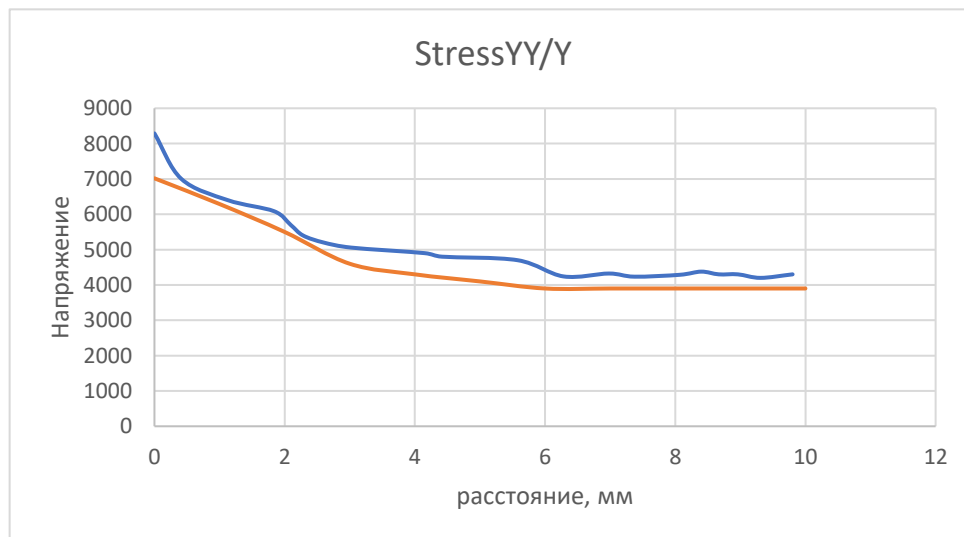


Рис 4.11

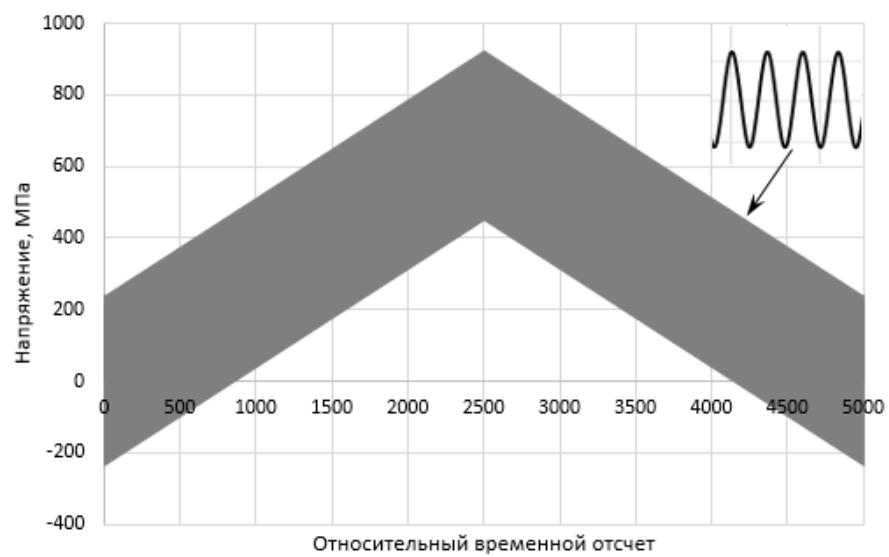


Рис. 4.12

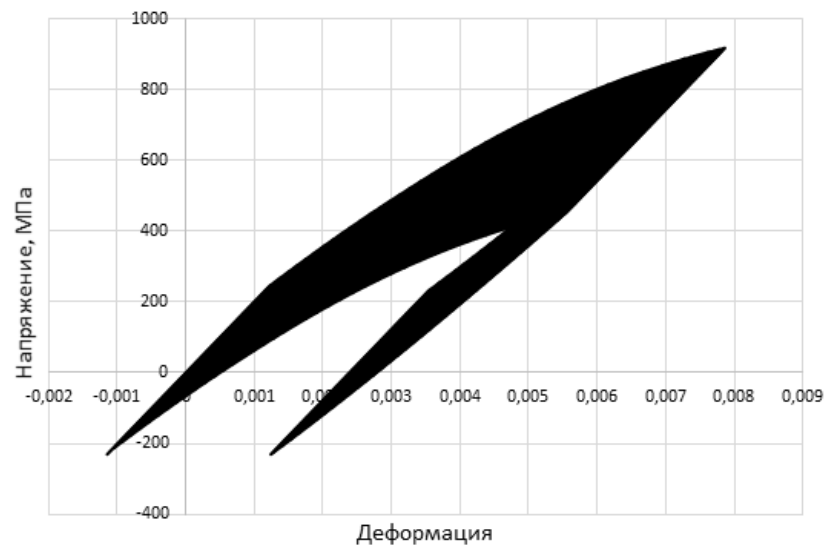


Рис. 4.13

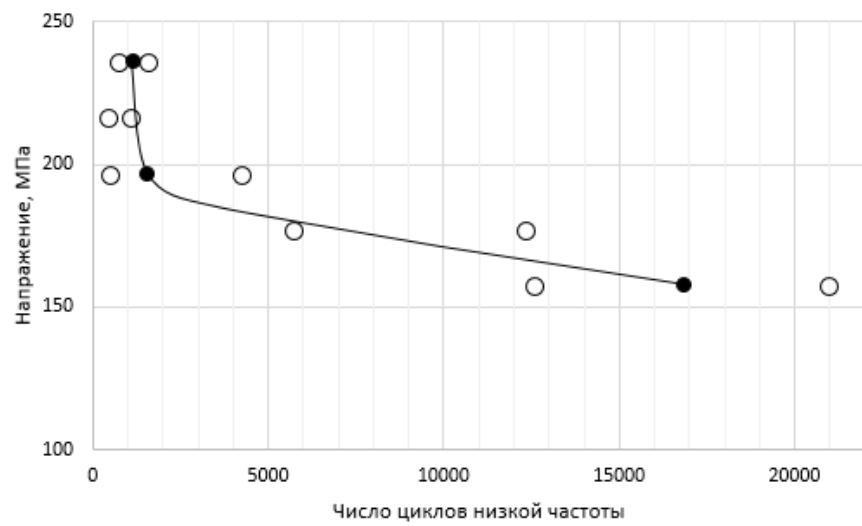


Рис 4.14

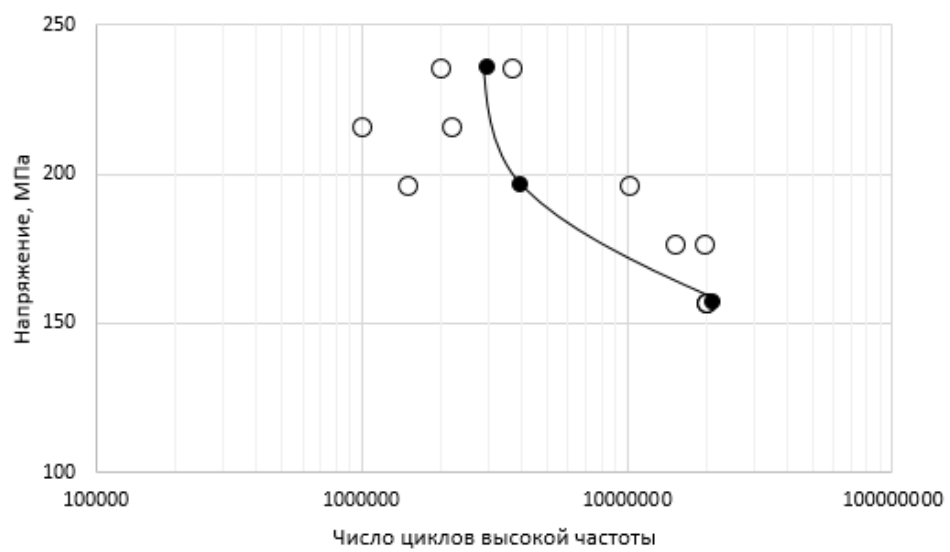


Рис 4.15

Таблица 4.1. Физико-механические характеристики и параметры модели МПС конструкционного сплава ЭП742-ИД

K (МПа)	G (МПа)	g_1^m , (МПа)	g_2^m	g_1^p , (МПа)	g_2^p	g_1^r (МПа)	g_2^r	W_p^f (МДж/м ³)	C_{pl}^o (МПа)
167530	77322	345000	830,6	13910	131,3	1000	0		204

Таблица 4.2. Значение модуля монотонного изотропного упрочнения q_1 (МПа) от длины траектории пластического деформирования χ_{mon} для сплава ЭП742-ИД ($q_2 = 0$).

χ	0	0,001	0,01	0,013	0,017	0,025	0,055	0,07	0,15
q_1 , МПа	-7513	-7500	-1954	1374	3379	1804	1201	177,347	-6,55

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Проведена оценка достоверности модели МПС, предложенной Ю.Г. Коротких и развитой его учениками (И.А. Волков, Д.Н. Шишулин), алгоритмов и программных средств для расчета процессов циклического упругопластического деформирования и накопления усталостных повреждений путем проведения расчётов и сопоставления их результатов с опытными данными и численными результатами, полученными другими исследователями для произвольных сложных режимов одночастотного и двухчастотного циклического нагружения.

2. Показано, что модель МПС Ю.Г. Коротких учитывает:

- эффекты жесткого блочного малоциклового нагружения;
- эффекты мягкого несимметричного малоциклового нагружения (ratcheting);
- эффекты взаимодействия процессов малоцикловой и многоцикловой усталости;
- эффекты сложного нагружения;
- нелинейность накопления повреждений и нелинейность суммирования повреждений при изменении режима деформирования.

3. Проведена верификация определяющих соотношений МПС Ю.Г. Коротких и получены материальные параметры и скалярные функции для ряда конструкционных сплавов: жаропрочного сплава ЭП 742, конструкционных сталей 20, 08X18H10T, 08X18H12T (исходное состояние) и 08X18H12T (после эксплуатационной наработки), сталей аустенитного (SS316L, SS304) и ферритного (20 MnMoNi5-5) класса.

4. Представлены результаты численных экспериментов по циклическому упругопластическому деформированию конструкционных сплавов при различных режимах одночастотного и двухчастотного циклического нагружения при симметричном и асимметричном цикле нагружения. Показано, что:

- двухблочное жесткое нагружение оказывает существенное влияние на усталостную долговечность поликристаллических конструкционных сплавов;

- двухчастотное циклическое деформирование по сравнению с одночастотным приводит к снижению усталостной долговечности;
- применяемая в работе модель повреждённой среды качественно и с необходимой для практических расчетов точностью количественно описывает процессы мягкого блочного несимметричного малоциклового нагружения (ratcheting).

5. Установлено, что правило линейного суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена-Майнера) при жестком блочном циклическом наружении дает ошибку, как в неконсервативную сторону, так и в консервативную сторону.

6. Проведён анализ кинетики НДС деталей авиационных ГТД, подверженных воздействию двухчастотного циклического нагружения и выполнен на его основе прогноз усталостной долговечности конструктивного элемента из дефлектора диска ТВД одного из авиационных ГТД.

7. Показано, что используемый в диссертационной работе подход к оценке усталостной долговечности элементов конструкций при сложном циклическом двухчастотном нагружении пригоден для разработки на его основе экспертных систем оценки ресурса ответственных инженерных объектов.

Полученные в диссертации деформационные и прочностные свойства конструкционных сплавов являются необходимым элементом для дальнейшей оценки ресурсных характеристик элементов конструкций при сложных одночастотных и двухчастотных воздействиях. Результаты работы найдут применение при оценке прочности и ресурса элементов ГТД, конструктивных узлов энергетических установок и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов Л.М. Основы механики разрушения / – М.: Наука, 1974. – 311 С.
2. Работнов Ю.И. Введение в механику разрушения / – М.: Наука, 1987. – 79С.
3. Мураками. Сущность механики повреждённой среды и её приложение к теории анизотропных повреждений при ползучести // Теоретические основы инженерных расчетов. 1983, №2. С. 44-50.
4. Гаруд. Новый подход к расчету усталости при многоосных нагружениях // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1982. – Т. 103, № 2. – С. 41 – 51.
5. Голос, Эльин. Теория накопления усталостных повреждений, основанная на критерии удельной энергии полной деформации // Современное машиностроение. – 1989, серия Б, №1. – С.64 – 72.
6. Гомюк, Бью Куок, Бирон. Изучение поведения стали 316 при нагружениях по схемам усталости, ползучести и совместного действия усталости и ползучести // Современное машиноведение. – 1991. – №1. – С. 14 – 23.
7. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций /– Н. Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та. – 1994. – С. 225
8. Капустин С.А. Численное моделирование процессов деформирования конструкций с учётом соотношений механики повреждённой среды // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьк. ун-т. 1990. С. 4–14.
9. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. Моделирование нелинейного моделирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 347с.
10. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ. Предсказание. Предотвращение. – М.: Мир, 1984. 624 с.
11. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.

12. Болотин В.В. Прогнозирование машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
13. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями /– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 С.
14. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику повреждённой среды. – М.: Физматлит, 2017. – 304с.
15. Екобори Т.Н. Научные основы прочности и разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1978. – 352 с.
16. Исследование малоциклового прочностии при высоких температурах / Под ред. С.В. Серенсена. – М.: Наука, 1975. – 236 с.
- 17.Ильюшин А.А. Об одной теории длительной прочностии // МТТ. – 1967. – №3. – С. 21 – 35.
18. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // ТОИР. – 1985. – №1. – С. 124–134.
19. Новожилов В.В. О перспективах феноменологического подхода к проблеме разрушения // механика деформируемых тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975. – С. 349 – 353.
20. Пежина. Моделирование закритического поведения и разрушения диссипативного твёрдого тела // Теоретические основы инженерных расчётов– 1984. – Т. 106, № 4. – С. 107 – 117.
21. Chaboche J.L. Continuous damage mechanics a tool to describe phenomena before crack initiation // Journal Engineering Design. – 1981. – vol. 64. – P. 233–247.
22. Lemaitre J., Chaboche J. Aspect phenomeno-logique de la rupture par enclommagement // Journal de mecanique appliqué. 1978. vol. 2. p. 317 - 364.
23. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // Journal de Mechanigue et appligue. 1983. vol. 2. p. 13 – 32.
24. Кондауров В.И. Континуальное разрушение нелинейноупругих тел // ПММ. 1988. Т. 52. № 2. С. 302–310.
- 25.Троценко В. Т., Фомичёв Л. А. Энергетический критерий усталостного разрушения // Проблемы прочностии. 1993, № 1. С. 3 – 10.

26. Elluin F., Kulawski D. An energy-based failure behavior of materials // Journal microstructure and mechanical behavior of materials. 1986. p. 591–600.
27. Бондарь В.С., Фролов А.Н. Математическое моделирование процессов неупругого поведения и накопления повреждений материала при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. 1990. №6. С. 99–107.
28. Мруз З. Упрочнение и накопление повреждений в металлах при монотонном и циклическом нагружении // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1983. – 105, № 2. – С. 44 – 50.
29. Коротких Ю.Г. Описание процессов накопления повреждений материала при изотермическом вязкопластическом деформировании // Пробл. прочности. – 1985. – № 1. – С. 18 – 23.
30. Ламберт. Применение правила взаимодействия повреждений, связанного с работой пластического деформирования при узкополосных гауссовских случайных напряжениях // Современное машиностроение. – 1989, серия Б, №1. – С.78–81.
31. Махутов Н.А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность. В двух частях. Новосибирск: Наука. 2005. Часть 1: Критерии прочности и ресурса – 494 с. Часть 2: Обоснование ресурса и безопасности – 610 с.
32. Гаденин М. М. Анализ нелинейных процессов накопления повреждений в конструкционных материалах. Science-6. Отчет о результатах научно-исследовательских работ за 2003-2004 гг. Москва: Институт машиноведения РАН. 2005 г. С. 129-135.
33. Гаденин М. М. Методы и средства испытаний на прочность материалов и машин. Конструирование машин. Справочно-методическое пособие в 2-х томах. Том 2. М.: Машиностроение. 1994. с. 586-595.
34. Гаденин М. М. Комплексный расчетно-экспериментальный анализ циклической прочности в процедурах нормирования. Материалы международной научно-практической конференции «Промышленная

безопасность на взрывопожароопасных и химически опасных производственных объектах. Уфа, 13-14 февраля 2008. Уфа: Изд. УГНТУ, 2008. С. 62-72

35. Гаденин М. М. Оценка влияния режимов нагружения на условия достижения предельных состояний и назначение запасов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2013. Т. 79. № 10. С. 65 - 70.

36. Гаденин М. М. Исследование повреждаемости и долговечности при одно- и двухчастотных режимах нагружения на основе деформационных и энергетических подходов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 6. С. 44 - 52.

37. Гаденин М. М. Особенности развития деформаций и накопления повреждений при двухчастотном малоцикловом нагружении и повышенных температурах / Машиноведение. 1976. №1. С.69-77.

38. Гаденин М. М. Изменение сопротивления малоцикловому деформированию и разрушению в связи с двухчастотностью процесса нагружения / Тезисы докладов XIII научно-технической конференции «Проблемы надежности и долговечности элементов конструкций в машиностроении и стройиндустрии». — Свердловск: Свердловский областной Совет НТО, 1978. С.5-6.

39. Гаденин М.М. Влияние формы цикла нагружения на сопротивление циклическому деформированию и разрушению конструкционных материалов. Вестник научно-технического развития. 2010, № 9 (37), С.15–19.

40. Гаденин М.М. Расчетно-экспериментальная оценка роли соотношения частот в изменении долговечности при двухчастотных режимах деформирования. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019, Том 85. №1.

41. Хамаза Л.А., Коваленко В.А. Сопротивление металлов усталостному разрушению и деформированию при двухчастотном нагружении. Сообщение 1, 2. Методика и результаты исследования усталости и неупругости металлов при двухчастотном циклическом нагружении // Проблемы прочности. – 1989. № 10. С. 7–18.

42. Цыпкайкин И.Н., Разработка методов оценки циклической долговечности деталей авиационных ГТД с учетом особенностей эксплуатационного цикла нагружения. – 1999. Самара.
43. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов / – М.: Металлургия, 1975. – 456 С.
44. Иванова В.С. Усталостное разрушение металлов / – М.: Металлургиздат, 1963. – 198 С.
45. Федоров В.В. Кинетика повреждаемости и разрушения твердых тел. – Ташкент: Изд-во ФАИ Узбек. ССР, 1985. – 167 с.
46. Трощенко В.Т. Рассеянные усталостные повреждения металлов и сплавов. Сообщ. 3. Деформационные энергетические критерии // Проблемы прочности. 2006. № 1. С. 5-31.
47. Романов А.Н. Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении // Проблемы прочности. 1974. – №1. – С. 3–10.
48. Трощенко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 343с.
49. Иванова В.С. Синергетика и фракталы в радиационном материаловедении. – М.: Интерконтакт Наука, 1997. – 53 С.
50. Головин С.А., А.В. Пушкар. Микропластичность и усталость металлов /– М.: Металлургия, 1980. – 239 С.
51. Горицкий В.М., В.Ф. Терентьев. Структура и усталостное разрушение металлов /– М.: Металлургия, 1980. – 208 С.
52. В.Ф. Терентьев, И.В. Пойда. Образование малых трещин при усталости. Итоги науки и техники. // Металловедение и термическая обработка. – М.: ВИНТИ, 1991. – Т.25. – С. 60–94.
53. Одинг И.А., Либеров Ю.П. Накопление дефектов и образование субмикроскопических трещин при статическом деформировании армко-железа // Изв. АН СССР ОТН. Металлургия и топливо. – 1964. – №1. – С. 1–13.
54. Трощенко В.Т. Прогнозирование долговечности металлов при многоцикловом нагружении // Пробл. Прочности. 1980. №10. С. 31–39.

55. Ярема С.Я. Стадийность усталостного разрушения и её следствия // Физ.-хим. Механика материалов. 1973. Т9. №6. С.66–72.
56. French, H. Fatigue and the hardening of steels // Trans. ASTM. 1993. Vol.21. P. 899-946.
57. В.Ф. Терентьев, Л.Г. Орлов, В.Г. Пойда. Особенности протекания пластической деформации ОЦК металлов в области микротекучности // Пробл. прочности. 1972. №9. С.34–37.
58. Гаденин М. М. Исследование влияния соотношения амплитуд деформаций при двухчастотном циклическом нагружении / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. №12. С. 50-56.
59. Даулинг Н.Е. Расчет усталостной долговечности при сложных историях нагружения // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1983. – №3. – С. 69 – 79.
60. Когаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. — М.: Машиностроение, 1985. — 224 с.
61. Махутов Н. А. Прочность и безопасность: фундаментальные и прикладные исследования. — Новосибирск: Наука, 2008. — 528 с.
62. Прочность и ресурс водо-водяных энергетических реакторов. Серия «Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов». — М.: Наука, 1988. — 312 с.
63. Динамика и прочность водо-водяных энергетических реакторов. Серия «Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов». — М.: Наука, 2004. — 440 с.
64. Прочность и ресурс ЖРД. Серия «Исследования напряжений и прочности ракетных двигателей». — М.: Наука, 2011. — 525 с.
65. Романов А.Н. Разрушение при малоцикловом нагружении /— М.: Наука, 1988. — 279 С.
66. Beaver P.W. Biaxial Fatigue and Fracture of Metals // Metals Forum. – – 1985. – V.8. – №1. – P. 14–29.

67. Леметр Ж. Модель механики повреждения сплошных сред при вязком разрушении // *Journal of Engineering Materials and Technology*. – 1985. – vol. 107. – p. 3–9.
68. Гомюк, Бью Куок. Расчет долговечности коррозионностойкой стали 304 в условиях взаимодействия усталости и ползучести с использованием теории непрерывного повреждения // *Теоретические основы инженерных расчетов*. – 1986. – №3. – С. 111 – 136.
69. Коротких Ю. Г., Копьева О. С., Пичков С. Н. Расчетно-экспериментальное обоснование характеристик повреждений, прочности и ресурса. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. № 8 (73), 08.2007.
70. Новожилов В.В., Рыбакина О.Г. О перспективах построения критерия прочности при сложном нагружении // *Прочность при малом числе циклов нагружения* /– М.: Наука, 1969. С .71–80.
71. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Боев Е.В. Численное моделирование усталостной долговечности конструкционных сталей при одночастотном и двухчастотном нагружении. // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2022. № 1. С. 103-121.
72. Волков И.А., Игумнов Л.А., Боев Е.В. Моделирование усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при двухчастотном нагружении // *Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова*, том 1, 2020, страницы 82-83.
73. Волков И.А., Боев Е.В. Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей при двухчастотном нагружении. // В сборнике: *Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXVII Международного симпозиума им. А.Г. Горшкова*. Москва, 2021. С. 63-64
74. Маковкин Г.А. Методика КЭ анализа циклических процессов деформирования и накопления повреждений в осесимметричных телах // *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Исследование и оптимизация*

конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. // ГГУ. Горький, 1990.—С.106–112.

75. Митенков А. М., Кайдалов В. Б., Коротких Ю. Г. и др., Методы обоснования ресурса ЯЭУ. – М.: Машиностроение, 2007. – 445с.

76. Программный комплекс ANSYS – 2008.

77.Aksenov, A.A. Overcoming of Barrier between CAD and CFD by Modified Finite Volume Metod / A.A. Aksenov, A.A. Dyadkin, V. Pokhilko// Proc 1998 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, San Diego, ASME PVP – Vol 377 – 1. – 1998.

78.Ильюшин А.А., Ленский В.С. Модель и алгоритм // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – 1975. – вып.1. – С. 7–38.

79. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.

80. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Inter. J. of Plasticity. – Vol. 5. – No. 3. – 1989. – P. 247–302.

81.Нигматуллин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

82. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред Ч.І. – М.: Наука, 1987. – 464 с.

83. Бакиров М. Б., Потапов В. В., Забрусков И. Ю. Безобразцовая неразрушающая оценка старения металла оборудования и трубопроводов АЭС после длительных сроков эксплуатации / Протокол 19-го заседания рабочей группы по модернизации АЭС, 2000.

84. Хлыбов А.А, Углов А.Л. Исследование накопления усталостных повреждений в образцах из стали 08X18H10T при малоцикловой усталости. Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2016. Том 59. № 3. С. 185 – 190.

85. Хлыбов А.А., Пичков С.Н., Углов А.Л. Исследование накопления рассеянных микроповреждений в образцах из стали 08X18H10T при малоцикловой усталости. Контроль. Диагностика. 2011. №4. С. 55-61.

86. Гончар А.В., Руденко А.Л., Мишакин В.В. Исследование микропластической деформации конструкционной стали на начальном этапе усталостного

нагружения методами неразрушающего контроля. Деформация и разрушение материалов. №7, 2012. С. 37-42.

87. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории / - М.: Физматлит, 2004. – 144 С.

88. Бондарь В.С., Даншин В.В., Алхимов Д.А. Анализ циклического деформирования и мало-многоциклового усталости в условиях одноосного напряженного состояния. Вестник ПНИПУ. Механика. 2016. №4, С. 52–71.

89. Guozheng K., Qing G. Uniaxial ratcheting of SS316L stainless steel at high temperature: experiments and simulations. 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 18). Beijing, China. 7–12 Aug. 2005. SMiRT18-F01-5. P. 1006–1014.

90. Guozheng K., Qing G., Lixun C., Yafang S. Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures. Nuclear Engineering and Design. 2002. Vol. 216. Iss. 1–3. P. 13–26.

91. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1984. – 360с.

92. Мовчан Б.А., Фирстов С.А., Луговской Ю.Ф. Структура, прочность и сопротивление усталости микросталлических и микрослойных материалов. Киев.: Наукова думка, 2016. 170 с.

93. Гольдштейн М.И., Литвинов В.С., Бронфин Б.М. Металлофизика высокопрочных сплавов. М.: Металлургия, 1986. 312 с.

94. Пиккеринг Ф.Б. Физическое металловедение и разработка сталей. М.: Металлургия, 1982. 184 с.

95. Буглов Е.Г. Малоцикловая усталость и некоторые свойства кривой гистерезиса конструкционных материалов при двухчастотном нагружении // Прочность материалов и конструкций. – Киев: Наук. думка, 1975 – с. 148-159.

96. Трощенко В.Т., Хамаза Л.А., Покровский В.В. и др. Циклические деформации и усталость металлов. В 2 т. Т. 1. Малоцикловая и многоцикловая усталость металлов. Наук. думка, 1985 – 216 с.

97. MacKenzie, J.K.: The elastic constants of a solids containing spherical holes. Proc. Phys. Soc. B63, 2–11 (1950).
98. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Математическое моделирование процессов накопления повреждений в металлах при нестационарной пластической деформации // Труды II школы-семинара. Современные проблемы термовязкопластичности. – Москва: МАМИ, 2007. – С. 25
99. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Шишулин Д.Н. Принципы и методы определения скалярных материальных параметров теории пластического течения с кинематическим и изотропным упрочнением // Вычислительная механика сплошных сред. – 2010. Т. 3, №3. С. 46–57.
100. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Панов В.А., Шишулин Д.Н. Моделирование процессов накопления усталостных повреждений в конструкционных сталях при блочном малоцикловом нагружении // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2014. Т. 7. №1. С. 15–22.
101. Волков И.А., Игумнов Л.А., Сикарев С.Н., Шишулин Д.Н., Волков А.И. Моделирование усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при совместном действии механизмов мало- и многоциклового усталости // Проблемы прочности и пластичности. – 2019. т. 81. №3. 305-323
102. Д.Н. Шишулин, Е.В. Боев. Моделирование усталостной долговечности конструкционных сплавов при двухчастотном нагружении. // Проблемы прочности и пластичности. т. 83, №1, стр. 111-128, 2021г.
103. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // Журнал ПМТФ. Новосибирск: Изд-во Наука, 2009. №5. С. 193–205.
104. Бантхья, Мукерджи Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жёсткого типа // Теоретические основы инженерных расчетов. 1985. №4. С. 54–60.

105. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Казаков Д.А., Емельянов А.А., Тарасов И.С., Гусева М.А. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении. // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. Т. 78. №2. С. 188–207.
106. I. A. Volkov, L. A. Igumnov, D. N. Shishulin, and E. V. Boev. Numerical Modeling of the Fatigue Life of Structural Steels Under Single-Frequency And Dual-Frequency Loading. // ISSN 0025-6544, Mechanics of Solids, 2022, Vol. 57, No. 1, pp. 88–103. © Allerton Press, Inc., 2022. Russian Text © The Author(s), 2022, published in Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk, Mekhanika Tverdogo Tela, 2022, No. 1.
107. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Панов В.А., Шишулин Д.Н. Моделирование процессов накопления усталостных повреждений в конструкционных сталях при блочном малоцикловом нагружении // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2014. Т. 7. №1. С. 15–22.
108. Бернард – Конноли, Бью Куок, Бирон. Усталость коррозионнотстойкой стали 304 при испытаниях в условиях многоступенчатой контролируемой деформации // Теоретические основы инженерных расчетов. 1983, №3. С. 47-53.
109. Волков И.А., Игумнов Л.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Пичков С.Н., Маркова М.Т. Моделирование пластического деформирования поликристаллических конструкционных сплавов при блочных несимметричных режимах мягкого малоциклового нагружения // Проблемы прочности и пластичности. – 2019. Т. 81. №1. С. 63–76.
110. I.A. Volkov, L.A. Igumnov, E.V. Boev. A continual model of damaged media and its realization in static and dynamic problems of mechanics of deformable solids // XLVII International Conference “Advanced Problems in Mechanics” (APM 2019), APM 2019 Book of abstracts, p. 9-10.
111. Е.В. Боев. Численное моделирование усталостной долговечности деталей авиационных ГТД при циклическом двухчастотном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. т. 84, №1 стр. 63-82, 2022г.