

**Отзыв научного руководителя о диссертации О.В. Гордеевой «О бифуркациях двумерных диффеоморфизмов с гомоклиническими траекториями к негрубым неподвижным точкам», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.**

Диссертация посвящена исследованию динамики и бифуркаций систем с гомоклиническими орбитами к негрубым периодическим траекториям. Эта тематика является традиционной для нижегородской школы динамических систем, однако принципиально важные и прорывные результаты в ней были получены достаточно давно – еще в работах В.И. Лукьянова и Л.П. Шильникова в начале 80-х годов, основным объектом которых были многомерные системы с трансверсальными гомоклиническими орбитами к периодическим траекториям седло-узлового типа. Полученные в этих работах результаты по изучению соответствующих глобальных бифуркаций коразмерности один имели не только большое значение для теории бифуркаций как математической дисциплины, но также оказались весьма востребованными и в приложениях. Так, они послужили теоретическим обоснованием хорошо известного сценария «перехода к хаосу через перемежаемость», когда большой странный аттрактор проявляется сразу же после исчезновения седло-узловой периодической траектории с гомоклиническими орбитами.

Диссертацию О.В. Гордеевой можно рассматривать как логическое продолжение исследований Лукьянова и Шильникова на случай большей коразмерности: либо, когда негрубая периодическая траектория допускает дополнительные вырождения, либо, когда гомоклиническая траектория не является трансверсальной, либо, когда имеет место и то и другое.

Более конкретно, в диссертации рассматриваются двумерные диффеоморфизмы с гомоклиническими траекториями к негрубым неподвижным точкам в следующих случаях:

1. Диффеоморфизм имеет  $p$ -кратно вырожденную неподвижную точку,  $p \geq 1$ , и трансверсальную к ней гомоклиническую траекторию. Здесь для данного диффеоморфизма изучается множество  $N$  траекторий, целиком лежащих в малой окрестности гомоклинической орбиты.
2. Исходный диффеоморфизм имеет  $p$ -кратно вырожденную неподвижную точку,  $p \geq 1$ , и негрубую, с квадратичным касанием, гомоклиническую к ней траекторию. Здесь изучаются бифуркации в однопараметрических семействах, которые расщепляют гомоклиническое касание общим образом, но сохраняют исходный тип неподвижной точки.
3. Исходный диффеоморфизм имеет неподвижную точку типа невырожденный седло-узел ( $p=1$ ) и негрубую, с квадратичным касанием, гомоклиническую к нему траекторию. Здесь изучаются бифуркации основных (однообходных) периодических траекторий из  $N$  в двухпараметрическом семействе общего положения.
4. Исходный диффеоморфизм имеет неподвижную точку типа сложное седло ( $p = 2$ ) и трансверсальную к ней гомоклиническую траекторию. Здесь изучаются бифуркации всех траекторий из  $N$  в двухпараметрическом семействе общего положения.

В соответствии с указанными задачами, диссертация разбита на 4 главы, и в каждой из них диссидентом получены, на мой взгляд весьма интересные, значительные и новые результаты.

Так, в главе 1 получены новые формулы для локального отображения вблизи  $p$ -кратно вырожденной неподвижной точки типа седло-узел и типа негиперболическое седло. Также здесь дано полное описание множества  $N$  (в частности, показано, что

траектории  $N$  находятся во взаимно-однозначном соответствии с последовательностями топологической схемы Бернулли из двух символов).

В главе 2 изучены бифуркции однообходных периодических траекторий в однопараметрических семействах, в которых гомоклиническое касание расщепляется общим образом. Здесь, в частности, доказана теорема о каскаде периодических стоков, которая обобщает известный результат Гаврилова-Шильникова на случай негиперболической неподвижной точки.

В главе 3 изучены основные бифуркции двумерных диффеоморфизмов, имеющих квадратичное гомоклиническое касание к неподвижной точке типа невырожденный седлоузел. На плоскости параметров построены бифуркционные диаграммы для однообходных периодических траекторий. Диссертант также отмечает важность рассмотренной задачи для математической теории синхронизации: в частности, полученные результаты вносят большую ясность в понимание известного явления пересечения зон синхронизации (языков Арнольда).

В главе 4 дано полное описание бифуркаций в двухпараметрическом семействе общего положения двумерных диффеоморфизмов с неподвижной точкой типа сложное седло и трансверсальной к ней гомоклинической траекторией. Установлено полное описание множества  $N$ , в зависимости от параметров, а также открыто новое явление «скакка гиперболичности».

Следует отметить, что при выполнении диссертационной работы О.В. Гордеева проявляла себя как инициативный и квалифицированный научный работник, владеющий современными методами качественной теории и теории бифуркаций многомерных динамических систем. При решении ряда задач диссертации она продемонстрировала не только большое трудолюбие и целеустремленность, хорошее владение сложным техническим аппаратом, но и глубокое понимание существа проблемы.

Считаю, что работа О.В. Гордеевой удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ведущий научный сотрудник  
Лаборатории динамического хаоса,  
кафедра теории управления и динамики систем  
ИИТММ, д.ф.-м.н.

  
23.06.22

Гонченко С.В.

