

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертационную работу

Муняева Вячеслава Олеговича

«Синхронизация и хаос в ансамблях связанных роторов», представленную на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 1.3.4. - Радиофизика

Ансамбли осцилляторов - один из важнейших объектов исследования в радиофизике и других науках. Их динамика богата и разнообразна, за счет большого количества возникающих в результате взаимодействия нелинейных явлений. Одним из наиболее значимых нелинейных эффектов является феномен синхронизации. Теория синхронизации развивается уже очень много лет, при этом появляются новые аспекты классических задач, зачастую в самых простейших базовых моделях, решение которых существенно обогащает фундаментальные представления о нелинейной динамике автоколебательных систем и сред. Наряду с большой фундаментальной важностью изучения ансамблей осцилляторов, результаты могут найти практическое применение, например, в нейрофизиологии, клеточной биологии, квантовой физике, в информационно-телекоммуникационных системах, что говорит об актуальности и перспективности этого направления научных исследований не только для радиофизики, но и других междисциплинарных наук.

Диссертационная работа Муняева Вячеслава Олеговича посвящена исследованию синхронизации и хаоса в различных ансамблях связанных роторов. Под ротором понимается автоколебательная система, которая имеет в качестве динамических переменных только фазовую (угловую) переменную и ее производные по времени. Такой ротор описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка. В работе рассматриваются различные ансамбли таких фазовых осцилляторов, имеющие различную топологию связи, различное количество элементов в ансамбле, а также учитывают различные шумовые процессы. Особое внимание в работе уделено аналитическим и асимптотическим методам анализа устойчивости синфазных решений в ансамблях. Диссертационная работа характеризуется органичным сочетанием результатов, полученных аналитическими и асимптотическими методами, с демонстрацией явлений с использованием численных алгоритмов.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы, включающего 93 наименований, и 6 приложений (объем работы 128 стр., включая 35 иллюстраций). Диссертационная работа имеет логично организованную структуру, последовательно изложение результатов, хорошее графическое оформление.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована основная цель работы и пять основных задач, решение которых позволит достичь сформулированной цели. Представлено описание научной новизны, методологии и методов исследований, аргументы в пользу достоверности полученных результатов, а также описана их практическая значимость. На основании результатов сформулированы пять положений, выносимых на защиту. Приведены сведения об апробации полученных результатов.

Первая глава диссертации посвящена исследованию цепочек осцилляторов маятникового типа с локальной связью. Представлено детальное исследование цепочки из трех элементов, а также цепочки, состоящей из большего количества элементов. Изучены синфазные и несинфазные режимы колебаний роторов. Определены границы неустойчивости синфазных колебаний с помощью разработанной асимптотической теории. Показано, что несинфазные режимы колебаний являются результатом параметрической неустойчивости синфазного движения. Результаты проиллюстрированы численно, исследованы их устойчивость и бифуркации, предложена методология, позволяющая предсказывать, какой тип несинфазного синхронного вращения реализуется. Исследованы бифуркационные сценарии развития хаотической динамики в зависимости от параметров. Показано, что основной бифуркационный механизм соответствует сценарию Фейгенбаума – через каскад бифуркаций удвоения периода. Также хорошо проиллюстрировано явление бистабильности в подобных цепочках.

Во **второй главе** представлено детальное исследование цепочки локально связанных осцилляторов маятникового типа и исследованы особенности формирования хаоса, а также гиперхаоса в цепочках большего размера. Рассмотрены особенности хаотического поведения при изменении индивидуальных параметров элементов, а также при вариации параметров ансамбля: число взаимодействующих элементов и параметр, отвечающий за силу связи между элементами. Показано, что увеличение параметров, отвечающих за диссиацию в каждом осцилляторе приводит к возникновению хаоса через каскад бифуркаций удвоения периода, а также к рождению тора и развитию хаоса через его разрушение. При увеличении силы связи показано, что хаотическая динамика подавляется в ансамбле. При этом при малой связи возможно развитие многомерного хаоса, так называемого гиперхаоса, который характеризуется несколькими положительными показателями Ляпунова. Показано, что возникновение гиперхаоса связано с перекрытием областей существования несинфазных колебательных режимов. При уменьшении связи могут появляться дополнительные положительные показатели Ляпунова, в соответствии с количеством элементов в цепочке.

В **третьей главе** диссертационной работы рассматривается ансамбль фазовых осцилляторов маятникового типа, но с глобальной связью, что соответствует обобщению стандартной модели Курамото, учитывающей инерцию и внутреннюю

нелинейность элементов ансамбля. В работе показано, что в таком ансамбле существует большое количество синфазных и несинфазных режимов колебаний, которые возникают преимущественно в результате бифуркации потери симметрии. Определены области неустойчивости синфазного режима колебаний для ансамбля с произвольным числом элементов, исследована устойчивость мод несинфазных колебаний. Подробно описан процесс разрушения симметрии в ансамбле и показано существование различных регулярных и хаотических состояний.

Четвертая глава посвящена исследованию глобально связанных осцилляторов с шумом, допускающих неравновесный переход из десинхронизированного состояния в синхронное. Предложен аналитический подход для осцилляторов с малым параметром инерции, который позволяет получить решения, описывающие синхронное состояние, характеризующимся постоянным параметром порядка, и включает в себя частный случай нулевой инерции, когда модель сводится к модели связанных осцилляторов Курамото с шумом. С помощью данного подхода также получен критерий, позволяющий различать суперкритические и субкритические переходы к десинхронизированному состоянию. В главе описаны детально аналитические результаты, а также представлены численные верификации, прямым интегрирование больших ансамблей, и решением соответствующего уравнения Фоккера–Планка. Описаны обобщения разработанных методов для случаев, когда параметры осцилляторов (собственные частоты, массы, интенсивности шума, силы и фазовые сдвиги в связи) рассредоточены.

Также в диссертационной работе имеется шесть приложений, в которых представлены некоторые детали аналитических, асимптотических и численных методов, используемых в работе.

В **заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

Наиболее важными результатами диссертационной работы на мой взгляд являются следующие:

1. Исследование возникновения гиперхаоса в ансамбле систем маятникового типа с локальной связью. В работе показано, что при увеличении размера ансамбля при малой силе связи возможно возникновение хаотических режимов с различным числом положительных показателей Ляпунова, так называемый гиперхаос. При этом максимальное число положительных показателей на единицу меньше количества элементов в ансамбле. Увеличение размерности неустойчивого многообразия хаотического аттрактора связано с перекрытием областей существования несинфазных режимов.

2. Исследование глобально связанных фазовых осцилляторов маятникового типа. Показан процесс разрушения симметрии в ансамбле и существование различных регулярных и хаотических состояний, возникающих для несимметричных решений.

3. Результаты, полученные для глобально связанных ансамблей с шумом. Показано, что в таких системах возможны суперкритический и субкритический переход к синхронному состоянию, а также разработаны аналитические критерии, позволяющие установить тип перехода.

Научные результаты диссертационной работы являются новыми, оригинальными, что подтверждается публикацией их в ведущих зарубежных высокорейтинговых научных журналах. Достоверность результатов и выводов работы не вызывает сомнений. Научные результаты и положения, представленные в диссертации, являются обоснованными и могут быть рекомендованы к использованию в исследованиях фундаментального и прикладного характера как в области радиофизики, так и других смежных наук, где необходим анализ синхронизации в ансамблях.

По диссертации имеется ряд замечаний:

1. В первой главе показано появление так называемой “drum-head”-моды. Явление заключается в том, что в цепочке из трех осцилляторов крайние элементы, не связанные друг с другом, синхронны, а средний - нет. Обзор литературы по данной тематике в диссертации ограничен 4 работами, что мне кажется недостаточным. При этом в литературе существуют два других термина, такие как удаленная синхронизация (*remote synchronization*) и опосредованная, которые также применяются к подобным явлениям для звездчатых топологий ансамблей. Было бы логичным рассмотреть в деталях не «вырожденный» ансамбль звездчатого типа – три локально связанных осциллятора, как это сделано в диссертационной работе, а увеличить ансамбль на один элемент и исследовать в нем синхронизацию такого типа.

2. Во второй главе показано формирование гиперхаоса для цепочки из 7 элементов. На рис. 2.6 представлен спектр, где для связи $K=0.1$ видны четыре положительных показателя Ляпунова, при этом на рис. 2.7 указано, что их пять. Хотелось бы понять, с чем связано расхождение. Также на графике показателей мы видим какие-то особенные режимы, где, например, три старших показателя Ляпунова равны нулю, или, где хаос, помимо положительных показателей, характеризуется двумя близкими к нулю показателями Ляпунова. Данные особенные режимы не обсуждаются в работе, хотя есть также много литературы по таким видам многомерного хаоса. Нет обзора результатов по гиперхаосу в больших ансамблях, или например, в системах с запаздыванием, которые похожи на те, что представлены в работе.

3. При исследовании цепочки из трех осцилляторов в первой главе представлены графики показателей Ляпунова, где локализованы области хаоса. При этом по результатам второй главы в такой цепочке должен появиться гиперхаос с двумя положительными показателями Ляпунова. Не совсем понятно, почему для цепочки из трех осцилляторов гиперхаос не продемонстрирован.

4. Не проводился анализ показателей Ляпунова для ансамбля с глобальной связью, поэтому непонятно возможно ли возникновение гиперхаоса в таком ансамбле.

5. Есть некоторые терминологические вопросы. Помимо уже упомянутого использования drum-head-моды, автор иногда употребляет выражение «наибольший показатель Ляпунова», в то время как устоявшийся термин – «старший показатель Ляпунова».

6. По тексту диссертации имеются незначительные опечатки, стилистические ошибки. Также структура диссертации в некоторых местах не очень удобна для читателя, т.к. рисунки сильно удалены от текста, который их описывает. Было бы лучше в таких случаях рисунки поместить на отдельные страницы.

Указанные замечания не снижают общего положительного впечатления от диссертационной работы.

В итоге считаю, что диссертационная работа Муняева Вячеслава Олеговича представляет собой решение актуальной и новой радиофизической задачи по анализу синхронизации и исследованию хаоса в ансамблях фазовых осцилляторов (ротаторов), а также разработке аналитических методов для анализа синхронизации. Диссертация полностью соответствует специальности 1.3.4. — Радиофизика (пп. 1, 4 паспорта специальности). Автореферат правильно отражает ее содержание.

По результатам диссертационной работы опубликовано 5 статей в центральных рецензируемых зарубежных научных журналах, входящих в международные системы научного цитирования Web of Science и Scopus, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук: «Nonlinear Dynamics», «Physica D: Nonlinear phenomena», «Chaos», «New Journal of Physics». Результаты научной работы были широко представлены на различных международных и всероссийских конференциях.

Результаты диссертационной работы имеют прикладную значимость и найдут применение при решении задач в области исследования связанных нелинейных осцилляторов, которые ведутся в Национальном исследовательском университете «Высшая школа экономики» (г. Москва, г. Нижний Новгород), Национальном исследовательском Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского (г. Саратов), Саратовском государственном техническом университете имени Гагарина Ю.А. (г. Саратов), Институте прикладной физики РАН (г. Нижний Новгород), Институте радиотехники и электроники РАН (г. Москва, г. Саратов), Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (г. Нижний Новгород). Также результаты могут быть использованы в учебном процессе при подготовке бакалавров и магистров по направлению «Радиофизика» в рамках курсов, посвященных теории автоколебательных процессов.

Таким образом, считаю, что диссертационная работа Вячеслава Олеговича Муняева вносит важный вклад в развитие современных представлений о динамике ансамблей нелинейных осцилляторов и синхронизации и хаоса в них как одного из направлений радиофизики и теории нелинейных колебаний и волн. Работа удовлетворяет требованиям пп. 9-11, 13 и 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Муняев Вячеслав Олегович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. — Радиофизика.

Официальный оппонент

Старший научный сотрудник лаборатории топологических методов в динамике федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (г. Нижний Новгород), кандидат физико-математических наук (01.04.03), доцент

Станкевич Наталия Владимировна

25 января 2023 г.

Почтовый адрес: 603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12.

Телефон: +7 9033290994.

E-mail: nstankevich@hse.ru

