

Отзыв официального оппонента на диссертацию

Трифорова Константина Николаевича

«Задачи хаотической динамики теории гамильтоновых и обратимых систем»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы

Многие гамильтоновы и обратимые систем имеют сложную динамику, исследование этой динамики непростая важная задача, даже при анализе этой динамики вблизи инвариантных подмножеств с простой структурой, например, вблизи гетероклинических контуров. Гетероклинические траектории часто играют важную роль при анализе динамики в задачах прикладного характера. Изучение хаотического поведения вблизи гомоклинических траекторий и гетероклинических контуров началось в работах А. Пуанкаре, а затем было продолжено в исследованиях Дж. Биркгофа, С. Смейла, Л.П. Шильникова, Р. Девани, Н.К. Гаврилова, С.В. Гонченко, Д.В. Тураева, В.Н. Белых и др. Для гамильтоновых систем динамика в окрестностях гомоклинических траекторий к состояниям равновесия эллипτικο-гиперболического типа изучалась в работах Л.М. Лермана, О.Ю. Кольцовой, К. Гротта Рагаццо, Дж. Холмса, А. Мильке, К. Ягасаки и др. Диссертация Трифорова К.Н. посвящена развитию этой тематики на случай гетероклинических контуров, включающих негиперболические состояния равновесия и периодические траектории в изучаемых системах, или случаи контуров в обратимых системах. Таким образом тематика работы актуальна.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы

Работа носит теоретический характер. Её значимость в сделанном в ней вкладе в развитие теории многомерных динамических систем. Развитые методы исследования также будут полезны в теории обратимых гамильтоновых систем при изучении структуры траекторий и ее бифуркаций при вариации уровня гамильтониана и изменении параметров в окрестностях гетероклинических контуров различного типа при изучении пространственной структуры стационарных и бегущих локализованных волн для уравнений с частными производными и интегро-дифференциальных уравнений, в задачах неголономной механики, допускающих представление в виде обратимых систем дифференциальных уравнений.

Достоверность результатов диссертационной работы

Результаты диссертационной работы достоверны и обоснованы. Достоверность определяется использованием научно обоснованных методов теории гладких динамических систем и теории бифуркаций, а также согласованностью с результатами предшественников.

Анализ содержания диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав и списка использованной литературы. Общий объём диссертации составляет 124 страницы. Список литературы содержит 117 наименований.

Во **введении** содержатся краткие исторические сведения, дается общая характеристика рассматриваемых задач, обосновывается актуальность темы исследования, сформулированы цели, задачи и основные результаты диссертации, указана научная новизна и практическая значимость работы, приведены сведения об апробации результатов работы и о публикациях.

В **первой главе** диссертации исследуется динамика вещественно-аналитической обратимой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы в окрестности гетероклинического контура, состоящего из симметричного седло-центра, симметричной седловой периодической траектории в том же уровне гамильтониана и пары несимметричных гетероклинических траекторий, переставляемых инволюцией. Для достаточно малой окрестности рассматриваемого гетероклинического контура доказано существование счетного семейства однообходных трансверсальных гомоклинических траекторий седловой периодической траектории и связанной с ними гиперболической динамики, существование счетных семейств эллиптических периодических траекторий в окрестности контура. Кроме того, для общего однопараметрического семейства обратимых гамильтоновых систем, содержащих при критическом значении параметра систему с контуром, получен критерий существования гомоклинических траекторий к седло-центру для счетного набора значений параметра, близких к критическому.

Во **второй главе** диссертации исследуется динамика гладкого четырехмерного обратимого векторного поля, не являющегося гамильтоновым, в окрестности гетероклинического контура одного из двух типов. Контур первого типа состоит из двух несимметричных седло-фокусов, переставляемых инволюцией, и двух симметричных невырожденных гетероклинических траекторий, связывающих седло-фокусы. Контур второго типа состоит из двух симметричных седло-фокусов и двух несимметричных гетероклинических траекторий, переставляемых инволюцией, связывающих оба седло-фокуса. Для контуров первого типа доказывалось существование однопараметрических семейств симметричных периодических траекторий, многообходных контуров такого же

типа, а при рассмотрении общего семейства обратимых систем, содержащего систему с контуром – пар несимметричных гомоклинических траекторий к каждому седло-фокусу для счетного множества значений параметра. Для контуров второго типа доказано существование счетных семейств n -обходных симметричных гомоклинических траекторий к каждому симметричному седло-фокусу и связанных с ними однопараметрических семейств симметричных периодических траекторий. Для общих однопараметрических семейств обратимых систем, имеющих при некотором значении параметра контур второго типа, доказываются существование двухобходных контуров второго типа. Все эти результаты характеризуют сложность динамики изучаемых систем.

В третьей главе изучаются частично гиперболические автоморфизмы 6-мерного типа, порожденные целочисленными симплектическими матрицами с собственными значениями на и вне единичной окружности, как в случае одномерного неустойчивого слоения, так и в случае двумерного неустойчивого слоения. Получена топологическая классификация возможных типов поведения траекторий автоморфизмов, изучены все возможные случаи таких автоморфизмов (транзитивные и разложимые), построены примеры автоморфизмов во всех случаях.

Основные результаты диссертационной работы отражены в 14 научных работах, 6 из которых опубликованы автором в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации результатов диссертаций.

Замечания по диссертационной работе

1. Теоремы 16 и 18 сформулированы неаккуратно. В обеих теоремах нужно заменить «для любой окрестности контура...» на «для любой достаточно малой окрестности контура...».

2. В формулировке теоремы 19 следует указать, что рассматривается однопараметрическое семейство обратимых систем, гладко зависящих от параметра.

Указанные замечания не влияют на правильное понимание результатов при чтении работы, а свидетельствуют лишь о неаккуратности в формулировках, поэтому в целом не снижают общей положительной оценки работы, значимости ее основных результатов.

Заключение

Диссертационная работа Трифонова К.Н. представляет собой завершенную научно-квалификационную работу на актуальную тему. Новые результаты, полученные диссертантом, имеют существенное значение для теории многомерных гамильтоновых динамических систем, многомерных обратимых динамических систем и несомненно будут использованы при исследовании систем из приложений.

Автореферат полностью отражает содержание работы.

Диссертационная работа К.Н. Трифонова «Задачи хаотической динамики теории гамильтоновых и обратимых систем» отвечает требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор – Трифонов Константин Николаевич – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент

Давыдов Алексей Александрович

Доктор физико-математических наук, профессор,
Заведующий кафедрой теории динамических
систем ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова»

Адрес: 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1

МГУ им. М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет



02.12.2024

/А.А. Давыдов/

Нак. оппон. координ.: СФ -
(Соловьев)