

Отзыв научного руководителя на диссертацию

Трифонова Константина Николаевича

«Задачи хаотической динамики теории гамильтоновых и обратимых систем»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика

В диссертации К.Н. Трифонова изучается динамика и бифуркации многомерных гамильтоновых и обратимых систем в окрестностях гетероклинических контуров различного типа. Сейчас общеизвестно, что динамика большинства нелинейных динамических систем весьма сложна и задача описания этой сложности трудна. Классические работы А. Пуанкаре, Дж. Биркгофа, С. Смейла, Д.В. Аносова, Л.П. Шильникова, Ш. Ньюхауса и др. позволили существенно развить методы описания этой хаотической, как сейчас принято говорить, динамики. Данная тематика является одной из традиционных в нижегородской школе динамических систем, она развивалась в работах Л.П. Шильникова, В.С. Афраймовича, В.В. Быкова, В.Н. Белых, С.В. Гонченко, Д.В. Тураева и др. для случая диссипативных систем. Динамика в окрестностях гомоклинических траекторий к гиперболическим состояниям равновесия в гамильтоновых системах также изучалась в работах тех же авторов, а для случая состояний равновесия эллипτικο-гиперболического типа — в работах Л.М. Лермана, О.Ю. Кольцовой. Диссертацию К.Н. Трифонова можно рассматривать как развитие этих работ на случай гетероклинических контуров, включающих как негиперболические состояния равновесия и периодические траектории в гамильтоновых системах, так и контуров в обратимых системах, которые могут обладать свойствами диссипативности. Все это, как показывают исследования, необходимо как для развития теории динамических систем, так и с точки зрения приложений, например при изучении локализованных решений в уравнениях с частными производными (решения типа бегущих волн, стационарные решения и т.д.), при исследовании задач молекулярной динамики в химии и т.д. Еще одной важной темой, изучаемой в диссертации, является исследование поведения траекторий частично-гиперболических симплектических автоморфизмов многомерных торов. Такие диффеоморфизмы, введенные в общем случае М.И. Брином и Я.Б. Песиним, являются далеко идущим обобщением аносовских гиперболических диффеоморфизмов. Здесь, ввиду простоты формулировки задачи, важно было дать топологическую классификацию хаотической динамики, которая, несмотря на большое число работ, не была получена.

Диссертация К.Н. Трифонова состоит из трех глав. В первой главе изучается поведение траекторий обратимой гамильтоновой системы с двумя степенями свободы в окрестности гетероклинического контура, состоящего из симметричного седло-центра,

симметричной седловой периодической траектории и двух связывающих их гетероклинических траекторий, переставляемых инволюцией. Здесь показано существование двух типов контуров и для каждого из них получены важные результаты о динамике близлежащих траекторий, причем показано существование как гиперболической динамики, так и эллиптической, что характеризует смешанную динамику. Кроме того, здесь получен тонкий критерий существования гомоклинических траекторий к седло-центру, что является существенным для многих прикладных задач.

Во второй главе изучаются симметричные гетероклинические контуры в четырехмерных обратимых системах, не являющихся гамильтоновыми. Контуры состоят из двух седло-фокусов и двух связывающих их гетероклинических траекторий. Такие контуры могут быть двух различных типов: для одного седло-фокусы несимметричны, т.е. общего типа с ненулевыми седловыми величинами, а гетероклинические траектории симметричны, для другого типа -- седло-фокусы симметричны, а гетероклинические траектории несимметричны и переставляются инволюцией. Оказывается, поведение траекторий в окрестностях контуров различно. Для контуров первого типа доказывается существование однопараметрических семейств симметричных периодических траекторий в индивидуальной системе, многообходных контуров такого же типа, пар несимметричных гомоклинических траекторий к каждому седло-фокусу для счетного множества значений параметра – при рассмотрении общего семейства обратимых систем. Согласно Овсянникову-Шильникову, вблизи таких пар могут существовать пары «асимптотически устойчивая-асимптотически неустойчивая» периодических траекторий. Для контуров второго типа доказано существование счетных семейств многообходных симметричных гомоклинических траекторий для каждого седло-фокуса и связанных с ними однопараметрических семейств симметричных периодических траекторий. Для общих однопараметрических семейств обратимых систем, имеющих при некотором значении параметра контур второго типа, доказывается существование двухобходных контуров второго типа на счетном множестве параметров, накапливающихся к критическому. Все эти результаты характеризуют сложность изучаемых систем.

Третья глава посвящена изучению частично-гиперболических автоморфизмов 6-мерного типа, порожденных целочисленными симплектическими матрицами с собственными значениями на и вне единичной окружности. Эта задача разбивается на две в зависимости от размерности неустойчивого подпространства (1 или 2). Получена классификация автоморфизмов, изучены все возможные случаи таких автоморфизмов (транзитивные и разложимые), построены примеры автоморфизмов во всех случаях.

Стоит отметить, что с К.Н. Трифоновым я начал работать с почти самого начала его учебы в университете, он всегда проявлял большое трудолюбие и интерес к предлагаемым задачам, большую инициативу при их решении. При работе над диссертацией он освоил многие современные разделы математики и овладел соответствующим техническим аппаратом, умело применял его для решения задач диссертации.

Считаю, что диссертационная работа К.Н. Трифонова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 -- Дифференциальные уравнения и математическая физика

Главный научный сотрудник
Международной лаборатории
динамических систем и приложений
Нижегородского филиала ФГАОУ ВПО

Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"
д.ф.-м.н., профессор

 / Л.М. Лерман/

Подпись Лермана
заверена и.о. начальника
Солосина О.В.

