

На правах рукописи



АНТОНОВ Артем Михайлович

**ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ
ВОЛН РЭЛЕЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ НА
ГРАНИЦАХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ УПРУГИХ
ПОЛУПРОСТРАНСТВ**

1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2024

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» и в Институте проблем машиностроения РАН – филиале Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова – Грехова Российской академии наук»

**Научный
руководитель:**

Ерофеев Владимир Иванович

доктор физико-математических наук, профессор,
Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
профессор кафедры теоретической, компьютерной и
экспериментальной механики института
информационных технологий, математики и
механики

**Официальные
оппоненты:**

Глушков Евгений Викторович

доктор физико-математических наук, профессор,
Кубанский государственный университет, директор
Института математики, механики и информатики

Кабалдин Юрий Георгиевич

доктор технических наук, профессор, Нижегородский
государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева, руководитель НИЛ
«Нанотехнологии в машиностроении» Института
промышленных технологий машиностроения

**Ведущая
организация:**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Саратовский государственный
технический университет имени Гагарина Ю.А.»**

Защита состоится 26 декабря 2024 г. в 12:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.340.12 при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, корп.6.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте <https://diss.unn.ru/1498>.

Автореферат разослан 06 ноября 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Белов Александр
Александрович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

В 1885 г. английский ученый лорд Рэлей (Джон Уильям Стретт) теоретически показал, что вдоль плоской границы твердого упругого полупространства с вакуумом или достаточно разреженной средой (например, с воздухом) могут распространяться волны, амплитуда которых быстро спадает с глубиной. Эти волны, названные поверхностными волнами Рэрея, в зависимости от частотного диапазона, имеют разную прикладную направленность. Практически сразу стало очевидно, что волны Рэрея в низкочастотном диапазоне (1 – 100 Гц) являются основным типом волн, наблюдающихся при землетрясениях. Поэтому они подробно изучаются в сейсмологии вот уже без малого 140 лет.

Основные закономерности распространения рэлеевских волн следующие: отсутствие дисперсии, т.е. скорость волны не зависит от ее частоты и является постоянной для каждого материала; эта скорость достигает 0,87 – 0,96 от скорости объемной сдвиговой волны; вектор перемещений имеет продольную и поперечную составляющие, при этом поперечная составляющая всегда превосходит продольную.

В цикле работ В.В. Крылова, удостоенном медали Рэрея в 2000 г. (присуждаемой Акустическим институтом Великобритании и часто называемой Нобелевской премией по акустике), посвященном изучению упругих колебаний земли, порожденных поездами и автотранспортными средствами, был теоретически предсказан очень высокий уровень земных вибраций, генерируемых высокоскоростными железнодорожными составами, движущимися со скоростью выше, чем скорость поверхностных волн Рэрея в грунте. Теория Крылова была экспериментально подтверждена в 1997–1998 гг. (при его непосредственном участии) на новой высокоскоростной линии в Швеции (Гётеборг-Мальме), где на некоторых участках трассы скорость волн Рэрея была всего 45 м/с, и скорости движения поездов в 160 км/час было достаточно, чтобы наблюдать эффект. Обнаруженный эффект стал называться «грунтовым вибрационным ударом» (по аналогии с известным звуковым ударом от сверхзвукового самолета), а источники генерации стали именовать «транс-рэлеевскими поездами».

Заметим, что о существовании критических скоростей движения нагрузок по рельсовым направляющим, при превышении которых в направляющих генерируются изгибные волны, говорилось еще в первой половине 1980-х годов в работах А.И. Весницкого и его школы, а также в работе Г.Г. Денисова, В.В. Новикова и Е.К. Кугушевой. Однако, вычисленные тогда критические скорости показали практическую недостижимость эффекта генерации транспортным средством изгибных волн в направляющих. Нагрузке оказалось легче преодолеть скорость волны Рэрея в грунте, находящемся под рельсовой направляющей, а сама направляющая при этом выступила, наряду с системой шпал и балластом,

посредником между источником генерации волн и средой, в которой эти волны возникли.

В настоящее время задачи об устойчивости движения высокоскоростных объектов по рельсовым направляющим, задачи генерации изгибных и изгибно-крутильных волн в рельсовых направляющих признаны актуальными и результаты их решения служат методическим и расчетным сопровождением при постановке экспериментов по высокоскоростному разгону (или торможению) полезной нагрузки на ракетных треках: работы С.И. Герасимова, В.И. Ерофеева, В.Г. Камчатного, Е.Е. Лисенковой и других; работы С.А. Астахова, В.И. Бирюкова, А.В. Катаева и других.

С 1950-х годов широкое применение нашли рэлеевские волны ультразвукового диапазона (частоты порядка 10^6 Гц). При их помощи можно контролировать состояние поверхностного слоя образца (выявление поверхностных и около поверхностных дефектов в образцах из металла, стекла, пластмассы и других материалов – ультразвуковая поверхностная дефектоскопия). Влияние свойств поверхностного слоя образца на скорость и затухание рэлеевских волн позволяет использовать последнее для определения остаточных напряжений поверхностного слоя металла, термических и механических свойств поверхностного слоя образца.

С начала 1970-х годов рэлеевские волны с частотами 10^7 – 10^{10} Гц широко применяются в миниатюрных твердотельных устройствах по обработке информации (ультразвуковые линии задержки, полосовые фильтры, ответвители сигналов, фазовращатели и т.д.). На стыке ультра- и гиперзвуковой акустики, с одной стороны, и электроники твердого тела, с другой стороны, возникла отрасль знаний, именуемая акустоэлектроникой. На закономерностях акустоэлектроники базируется такая важная индустрия, как микроэлектроника на ПАВ (т.е. на поверхностных акустических волнах).

Наряду с моделью классического континуума в механике деформируемого твердого тела широко применяются модели обобщенных континуумов. К числу наиболее известных обобщенных (неклассических) континуумов принадлежат микрополярная среда Коссера и градиентно-упругая среда. При работе с микрополярной средой следует различать предложенные братьями Эженом и Франсуа Коссера в 1909 году общую модель континуума, каждая точка которого обладает тремя трансляционными и тремя вращательными степенями свободы, ее частный случай – модель микрополярной среды со стесненным вращением частиц, а также редуцированную модель микрополярной среды, предложенную Л. Шварцем, Д. Джонсоном и С. Фенгом в 1984 г.

Модель градиентно-упругой среды тоже появилась в начале 20-го века и связана с именами Лёру (1911, 1913) и Джеремилло (1929).

Поверхностные волны Рэлея в рамках модели континуума Коссера изучались в работе А.Е. Лялина, В.А. Пирожкова, Р.Д. Степанова; в цикле

работ М.А. Кулеша, В.П. Матвеевко, И.Н. Шардакова. В рамках градиентно-упругой модели они практически не изучались. Исключение составляет работа П.Ф. Сабодаша, И.Г. Филиппова (1971), в которой, на основании проведенных исследований, утверждается, что скорость поверхностной волны в градиентно-упругой среде может превосходить скорость объемной сдвиговой волны, что представляется невероятным с точки зрения канонического континуума.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью диссертационной работы является развитие волновой динамики механических систем в части изучения особенностей распространения упругих поверхностных волн применительно к проблемам скоростного транспорта, неразрушающего контроля и технологии машиностроения.

Достижение цели планируется осуществить путем решения следующих **задач**:

– Определение дисперсионных характеристик поверхностных волн и расчет зависимости их амплитуд от расстояния от границы, свободной от напряжений, для: а) градиентно-упругого полупространства; б) полупространства среды Коссера (редуцированная модель).

– Исследование генерации поверхностных волн источником, движущимся вдоль границы градиентно-упругого полупространства: а) с постоянной скоростью, не превышающей значение скорости сдвиговой волны в материале; б) с постоянной скоростью, превышающей значение скорости сдвиговой волны в материале.

– Разработка самосогласованной двумерной математической модели, включающей в себя динамические уравнения теории упругости (уравнения Ламе) и кинетическое уравнение накопления повреждений в материале, позволяющей описывать распространение поверхностных волн вдоль свободной от напряжений границы полупространства, материал которого содержит повреждения.

– Исследование (в рамках разработанной математической модели) дисперсионных и диссипативных свойств поверхностных волн, распространяющихся вдоль свободной от напряжений границы полупространства, материал которого содержит накопившуюся поврежденность.

Научная новизна

Для градиентно-упругого полупространства, несущего на себе движущийся со сверхзвуковой скоростью нормальную нагрузку, впервые рассчитана коническая поверхность (конус Маха), образующаяся вслед за источником генерации поверхностной волны.

Для изотропного упругого полупространства с поврежденностью его материала впервые сформулирована и решена самосогласованная задача,

включающая в себя динамическое уравнение теории упругости и кинетическое уравнение накопления поврежденности в материале среды.

Теоретическая значимость

Выявлены не изученные ранее закономерности в поведении упругих поверхностных волн, а именно: их способность распространяться со скоростью, достигающей (согласно модели градиентно-упругой среды) и превышающей (согласно модели редуцированной среды Коссера) скорости сдвиговых волн в материале.

Практическая значимость

Выполненные исследования волновых процессов в упругих направляющих, взаимодействующих с движущимися объектами, позволяют на этапе конструирования наземных транспортных средств проводить оценку энергозатрат на преодоление сил волнового сопротивления движению и вносить допустимые изменения в конструкции с целью их уменьшения. Результаты, касающиеся исследования дисперсии и частотно-зависимого затухания поверхностных волн Рэлея, проведенного методами механики обобщенных континуумов, прошли апробацию в ЗАО НИЦ КД и включены в тексты разработанного ЗАО НИЦ КД и утвержденного Евразийским советом по стандартизации, метрологии и сертификации межгосударственного стандарта ГОСТ 35003-2023 «Техническая диагностика. Определение глубины трещин на поверхности стальных изделий ультразвуковым методом с использованием поверхностных волн. Общие требования» и первой редакции национального стандарта ГОСТ Р «Расчеты и испытания на прочность. Определение поврежденности и остаточного ресурса элементов конструкций, подвергаемых малоцикловым усталостным воздействиям, на основе акустических измерений. Общие требования» (шифр темы Программы национальной стандартизации 1.0.132-1.044.24).

Имеется акт внедрения (см. Приложение).

Методология и методы исследования

При проведении исследований использованы методы механики сплошных сред, теории колебаний и волн.

Положения, выносимые на защиту

1. Результаты исследования дисперсионных свойств поверхностных волн, распространяющихся вдоль свободной от напряжений границы: а) градиентно-упругого полупространства; б) полупространства среды Коссера (редуцированная модель).

2. Результаты исследования генерации поверхностных волн источником, движущимся вдоль границы градиентно-упругого полупространства: а) с постоянной скоростью, не превышающей значение

скорости сдвиговой волны в материале; б) с постоянной скоростью, превышающей значение скорости сдвиговой волны в материале.

3. Самосогласованная двумерная математическая модель, включающая в себя динамические уравнения теории упругости (уравнения Ламе) и кинетическое уравнение накопления повреждений в материале, позволяющая описывать распространение поверхностных волн вдоль свободной от напряжений границы полупространства, материал которого содержит повреждения.

4. Результаты исследования дисперсионных и диссипативных свойств поверхностных волн, распространяющихся вдоль свободной от напряжений границы полупространства, материал которого содержит накопившуюся поврежденность.

Достоверность и обоснованность результатов

Достоверность полученных результатов и выводов подтверждается их согласованностью с общими положениями механики сплошных сред, теории колебаний и волн, а также согласованностью результатов расчетов с известными экспериментальными данными.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались на: Всероссийской конференции «Проблемы прочности, динамики и ресурса», посвященной 95-летию со дня рождения А.Г. Угодчикова и 40-летию Научно-исследовательского института механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (Нижегород, ННГУ, 16-19 ноября 2015); Международной Школе-конференции молодых ученых «Нелинейная динамика машин» – School-NDM 2017 (Москва, ИМАШ РАН, 18-21 апреля 2017); XLIV Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения» (Москва, МАИ, 17-20 апреля 2018); Юбилейной XXX Международной инновационной конференции молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (Москва, ИМАШ РАН, 20-23 ноября 2018); Международной конференции «Современные направления и перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении 2020» (ICMTETE 2020) (Севастополь, СевГУ, 7-11 сентября 2020); Всероссийской конференции «Математическое моделирование в механике», посвященной 50-летию ИВМ СО РАН (Красноярск, ИВМ СО РАН, 18-20 сентября 2024).

В полном объеме диссертация обсуждалась на семинаре Института проблем машиностроения РАН – филиала Федерального исследовательского центра Института прикладной физики им. А.В. Гапонова – Грехова Российской академии наук (апрель 2024) и на объединенном заседании кафедры Теоретической, компьютерной и экспериментальной механики и Научно-исследовательского института механики Национального

исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (октябрь 2024).

Публикации

По теме **диссертации** опубликовано 17 работ, в том числе 9 из них [1–9] в журналах, входящих в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, включённых Высшей аттестационной комиссией России в список изданий, рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, в журналах и изданиях индексируемых, в базах данных Web of Science и Scopus.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, состоит в следующем:

– получение дисперсионных уравнений для поверхностных волн Рэлея, распространяющихся вдоль свободных от напряжений границ полупространств, описываемых моделями обобщенных континуумов (градиентно-упругого; редуцированного микрополярного; содержащего накопленную поврежденность материала);

– анализ соотношения скоростей сдвиговых волн и поверхностных волн Рэлея для материалов, описываемых уравнениями механики обобщенных континуумов;

– расчет амплитуд перемещений и напряжений в поверхностной волне от глубины ее проникновения в материал деформируемого полупространства;

– изучение параметров конической поверхности (конуса Маха), образующейся при движении нормальной нагрузки со сверхзвуковой скоростью по полупространству, состоящему из градиентно-упругого материала.

Ерофееву В.И. принадлежит постановка задачи диссертационного исследования, общее руководство работой, формулировка утверждений, участие в обсуждении, редактировании и оформлении результатов; им же предложен используемый в третьей главе диссертации подход к изучению динамики поврежденных сред, основанный на постановке и решении самосогласованных задач, включающих в себя систему связанных кинетических уравнений накопления повреждений и уравнений теории упругости. Мальханов А.О., Никитина Е.А., Новосельцева Н.А. участвовали в проведении численных расчетов поведения дисперсионных кривых поверхностных волн при различных параметрах задачи. Леонтьева А.В. участвовала в исследовании частотной зависимости затухания поверхностной волны, распространяющейся вдоль свободной от напряжений границы полупространства, материал которого содержит накопленную поврежденность. Шекоян А.В. участвовал в постановке задачи

о движении точечного источника с постоянной дозвуковой скоростью вдоль границы градиентно-упругого полупространства.

Диссертационная работа выполнялась при поддержке:

– Программы фундаментальных научных исследований Государственных академий наук на 2013-2020гг. (Раздел 3 «Технические науки». Подраздел 30 «Методы анализа и синтеза многофункциональных механизмов и машин для перспективных технологий и новых человеко-машинных комплексов. Динамические и виброакустические процессы в технике»). По теме 0055-2014-0002: «Развитие теории нелинейной волновой динамики и виброакустики машин и ее приложение к анализу устойчивости распределенных механических систем с высокоскоростными движущимися нагрузками, созданию методов и средств диагностики конструкций на ранних стадиях повреждения и разработке высокоэффективных адаптивных систем виброзащиты машин (руководитель: Ерофеев В.И.), № госрегистрации 01201458047 – п.2.1. диссертации;

– Программы фундаментальных научных исследований в Российской Федерации на долгосрочный период (2021-2030) (Раздел 2 «Технические науки». Подраздел 2.3. «Механика и машиностроение»). По теме FFUF-2021-0025: «Создание научных основ технологий повышения ресурса ответственных деталей и узлов машин и энергетических установок, работающих в условиях высоких механических, вибрационных и высокотемпературных нагрузок, эрозионных и коррозионных сред, развитие методов нелинейной волновой динамики и неразрушающего контроля конструкционных материалов, виброзащиты машин и конструкций» (руководитель: Ерофеев В.И.) – п.3.2. диссертации;

– Гранта Правительства Российской Федерации (договор № 14.Y26.31.0031) – п.3.1. диссертации;

– Государственного задания Минобрнауки РФ (базовая часть) (соглашение FSWR-2023-0036) – п.3.3. диссертации;

– Российского научного фонда по теме: «Динамика и устойчивость систем «грунт–рельсовая направляющая–высокоскоростной движущийся объект» с учетом эффектов излучения волн и накопления повреждений в материалах конструкций». Проект РНФ № 14-19-01637-Продление (2017-2018), ЦИТиС: АААА-А18-118102490078-7 (руководитель: Ерофеев В.И.) – п.2.2. диссертации;

– Российского фонда фундаментальных исследований: по теме «Нелинейные акустические волны в материалах и элементах конструкций с дефектами, неоднородностями и микроструктурой». Проект РФФИ № 20-38-70158-Стабильность (2019-2020), ЦИТиС: АААА-А20-120111390033-4 (руководитель: Мальханов А.О.) – п.2.3. диссертации; по теме «Исследование объемных и поверхностных волн в составных элементах конструкций на основе уточненных моделей для акустической диагностики механических неоднородностей при неразрушающем контроле изделий».

Проект РФФИ № 16-38-00426 мол_а (2016) (руководитель: Архипова Н.И.)
– п.2.1. диссертации.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 136 наименований и приложения. Общий объем диссертации составляет 112 страниц, включая 32 рисунка.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, степень ее разработанности, сформулированы цели и задачи исследования, показана научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, описана методология и методы исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности результатов и апробация работы, отмечены публикации, личный вклад соискателя, структура и объем работы.

В первой главе приведен обзор основных типов волн, их свойств и условий распространения. Рассмотрены основные уравнения достаточно хорошо изученной модели плоской волны в упругой изотропной среде. Более подробно рассмотрен вопрос распространения поверхностных волн Рэлея в классическом континууме.

В первой части второй главы (п. 2.1) рассматривается математическая модель обобщенного континуума (называемого градиентно-упругой средой)

$\rho \ddot{\mathbf{u}} - (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \Delta \mathbf{u} + 4\mu L^2 \Delta (\Delta \mathbf{u} + \tilde{\nu} \text{grad div } \mathbf{u}) = 0$, (2.1)
напряженно-деформированное состояние которого описывается тензором деформаций, вторыми градиентами вектора перемещений, несимметричным тензором напряжений и тензором моментных напряжений. В двумерной постановке рассматривается задача о распространении упругой поверхностной волны на границе градиентно-упругого полупространства. Напряженное состояние данной модели в двумерном случае описывается несимметричным тензором напряжений, при этом $\sigma_{xy} \neq \sigma_{yx}$:

$$\begin{aligned} & \mu \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - L^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \\ & \mu \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + L^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

и тензором моментных напряжений:

$$\mu_x = 2 \mu L^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \mu_y = 2 \mu L^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (2.3)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор перемещений (u и v – его продольная и вертикальная поперечная компоненты, соответственно), λ и μ – упругие постоянные Ламе, L^2 – отношение модуля кривизны к модулю сдвига μ , имеющая размерность квадрата длины, $\tilde{\nu}$ – безразмерная константа, ρ – плотность среды.

Решение уравнений ищется в виде суммы скалярного и векторного потенциалов, причем у векторного потенциала отлична от нуля только одна компонента. Показано, что такая волна, в отличие от классической волны Рэлея, обладает дисперсией. Вычислена зависимость фазовой скорости поверхностной волны от волнового числа, проведено ее сравнение с дисперсионной характеристикой фазовой скорости объемной сдвиговой волны (Рисунок 2.1).

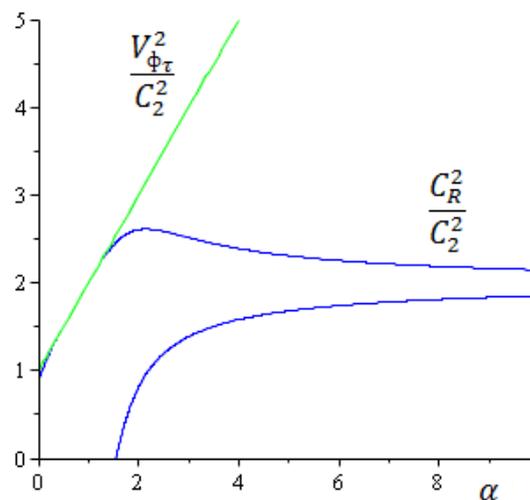


Рисунок 2.1: Зависимости квадрата скорости поверхностной волны (c_R^2) и квадрата фазовой скорости сдвиговой волны ($V_{\text{ФТ}}^2$) от волнового числа α (где

$$c_2^2 = \frac{\mu}{\rho}).$$

Рассчитаны напряжения и перемещения, возникающие в зоне распространения поверхностной волны.

Во второй части главы (п. 2.2, п. 2.3) рассматривается задача о генерации возмущений движущимся источником на границе градиентно-упругого полупространства. Предполагается, что источник движется с постоянной скоростью вдоль границы полупространства. Задача рассматривается в двумерной постановке, когда все процессы однородны вдоль горизонтальной поперечной координатной оси.

В рассматриваемой задаче граничные условия имеют следующий вид: $\sigma_{yy} = -P\delta(x)$, $\sigma_{yx} = 0$, $\mu_y = 0$. Вводится подвижная система координат (x', y') , в которой покоится источник возмущений и которая связана с неподвижной системой координат известным преобразованием Галилея: $x' = x - Dt$, $y' = y$.

Скорость источника может превосходить по своей величине скорости сдвиговой упругой волны (сверхзвуковое движение). В результате аналитических исследований показано, что движущийся источник будет генерировать волны, распространяющиеся вдоль границы полупространства как экспоненциально убывающие в его глубину, так и дискретно стабилизирующиеся на определенной глубине при дозвуковой и сверхзвуковой скоростях соответственно. Поперечная составляющая вектора перемещений при движении на дозвуковых скоростях всегда превосходит продольную, а при движении на сверхзвуковых скоростях только в околоповерхностном слое полупространства. Амплитуды перемещений изменяются в зависимости от величины нагрузки движущегося источника и его скорости. Рассчитаны напряжения и перемещения, возникающие в зоне распространения поверхностной волны. Показано, что при движении нормальной нагрузки со сверхзвуковыми скоростями вслед за источником возмущений образуется коническая поверхность (конус Маха – Рисунок 2.2), ограничивающая область, в которой сосредоточены возмущения от невозмущенной области упругого полупространства. Поверхность конуса Маха является огибающей системы волн, порожденных нормальной нагрузкой. Причем, при увеличении скорости движения нормальной нагрузки угол Маха уменьшается (Рисунок 2.3), а область сосредоточения возмущений сдвигается к линии приложения нагрузки.

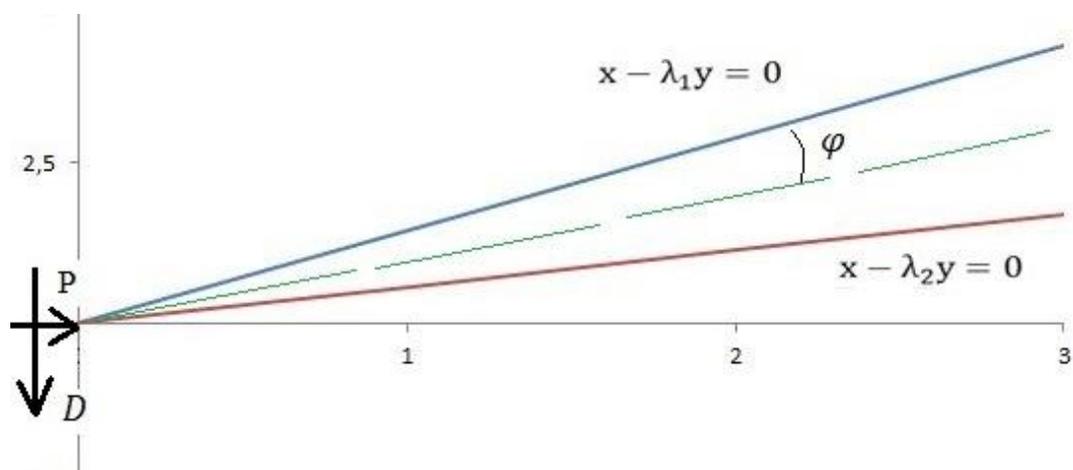


Рисунок 2.2: Конус Маха

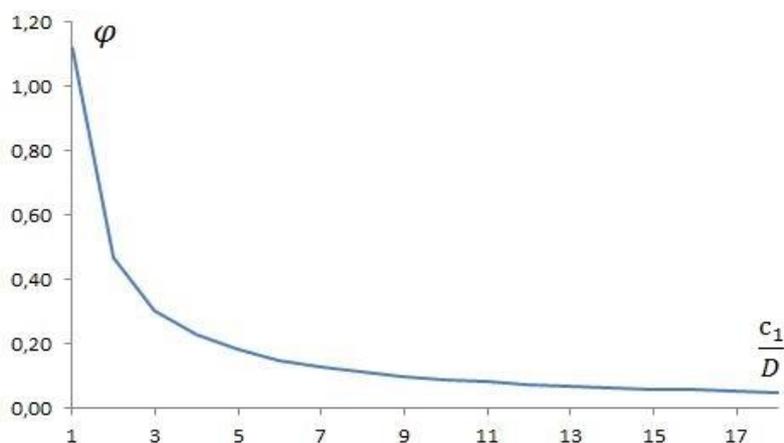


Рисунок 2.3: Зависимость угла Маха от скорости движения нормальной нагрузки

В первой части **третьей главы (п.3.1)** рассматривается упрощенная (редуцированная) динамическая модель среды Коссера:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} + (\mu + \alpha) \text{rot rot } \mathbf{u} - 2\alpha \text{rot } \boldsymbol{\theta} = 0;$$

$$I \frac{\partial^2 \boldsymbol{\theta}}{\partial t^2} - 2\alpha \text{rot } \mathbf{u} + 4\alpha \boldsymbol{\theta} = 0 \quad (3.1)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор перемещения; $\boldsymbol{\theta}$ – вектор поворота; ρ – плотность среды, I – константа, характеризующая инерционные свойства макрообъема, равная произведению момента инерции частицы вещества вокруг любой оси, проходящей через ее центр тяжести, на число частиц в единице объема; α – новая упругая постоянная микрополярного материала.

Модель, описываемая системой уравнений (3.1), занимает промежуточное положение между классической динамической теорией упругости и собственно моделью среды Коссера, обладающей несимметричностью тензора напряжений и наличием моментных напряжений. В отличие от общей модели Коссера, в упрощенной модели три из шести констант упругости равны нулю и, как следствие, отсутствует тензор моментных напряжений. В двумерной постановке для модели редуцированной среды решена задача о распространении упругой поверхностной волны вдоль границы полупространства. Решение уравнений описано в виде суммы скалярного и векторного потенциалов, причем у векторного потенциала отлична от нуля только одна компонента. Показано, что такая волна, в отличие от классической поверхностной волны Рэлея, обладает дисперсией. В плоскости «фазовая скорость – частота» для таких волн имеется две дисперсионных ветки: нижняя («акустическая») и верхняя («оптическая»). С увеличением частоты фазовая скорость волны, относящейся к нижней дисперсионной ветке, убывает. Фазовая скорость волны, относящейся к верхней дисперсионной ветке, возрастает с увеличением частоты. Фазовая скорость поверхностной волны во всем частотном диапазоне превосходит фазовую скорость объемной сдвиговой

волны (Рисунок 3.1). Рассчитаны напряжения и перемещения, возникающие в зоне распространения поверхностной волны.

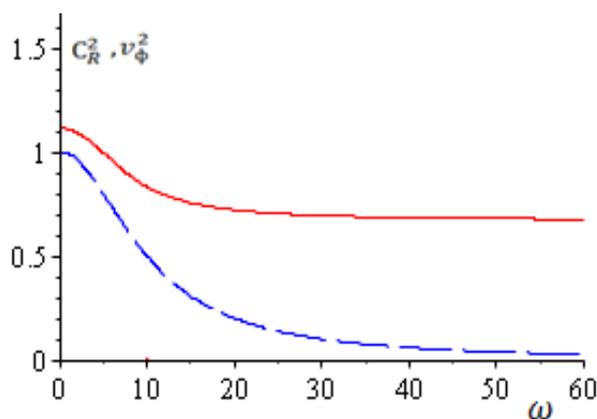


Рисунок 3.1: Зависимость квадрата скорости поверхностной волны (сплошная линия) и квадрата фазовой скорости сдвиговой волны (прерывная линия)

Во второй части главы (п.3.2) для изотропного упругого полупространства с поврежденностью его материала сформулирована самосогласованная задача, включающая в себя динамическое уравнение теории упругости и кинетическое уравнение накопления повреждений в материале среды:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \left(K + \frac{1}{3} G \right) \text{grad div } \mathbf{u} + G \Delta \mathbf{u} - \beta_1 \text{grad } \psi = 0;$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha \psi - \beta_2 \text{div } \mathbf{u} = 0 . \quad (3.2)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор перемещений; K – модуль всестороннего сжатия; G – модуль сдвига; $\alpha = \frac{1}{\tau_*}$, β_1, β_2 – постоянные параметры, характеризующие поврежденность материала и связь циклических процессов с процессами накопления повреждений ($\alpha > 0$); τ_* – время релаксации; $\psi(x, t)$ – скалярный параметр повреждаемости характеризующий относительную плотность равномерно рассеянных в единице объема микродефектов. Этот параметр равен нулю, когда повреждений нет, и близок к единице в момент разрушения.

Считается, что повреждения равномерно распределены в материале среды. Исследовано распространение поверхностной волны вдоль свободной границы поврежденного полупространства. Волна распространяется в горизонтальном и затухает в вертикальном направлениях. Предполагается, что вдоль третьей оси все процессы однородны. Показано, что в этом случае самосогласованная система с граничными условиями, выражающими отсутствие напряжений на границе полупространства, сводится к комплексному дисперсионному уравнению.

Отмечено, что в предельном случае, когда поврежденность в материале отсутствует, полученное дисперсионное уравнение сводится к классическому дисперсионному уравнению для волны Рэлея в полиномиальной форме, здесь поверхностная волна распространяется вдоль границы полупространства без дисперсии и затухания. Если поврежденность в среде присутствует, то поверхностная волна затухает в направлении распространения, а низкочастотные возмущения обладают частотно-зависимой диссипацией и дисперсией. Показано, что дисперсия имеет аномальный характер. Установлено, что с уменьшением значения коэффициента поврежденности, в области высоких частот, значение фазовой скорости растет, а групповой падает. На очень низких частотах обе скорости растут при снижении коэффициента поврежденности.

На рисунке 3.8 представлены зависимости фазовой $v_{ph}(\omega)$ (1) и групповой $v_{gr}(\omega)$ (2) скоростей при различных значениях параметра a_2 : $a_2^{(1)} = -1$ (сплошная), $a_2^{(2)}$ (штриховая), $a_2^{(3)} = 0$ (штриховая с пробелами), $a_2^{(1)} < a_2^{(2)} < a_2^{(3)}$ (где $a_2 = \frac{\beta_1 \beta_2}{\alpha}$).

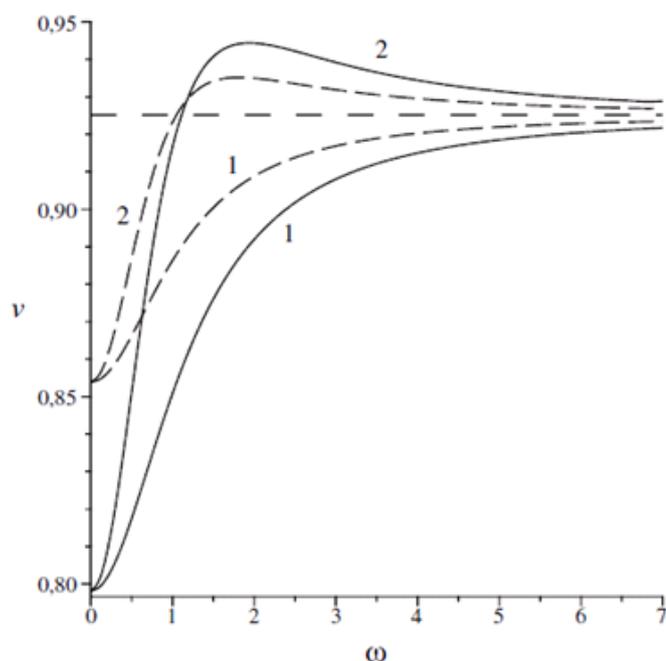


Рисунок 3.2: Частотные зависимости фазовой и групповой скоростей при различных значениях параметра a_2 .

В заключительной части главы (п.3.3) проведен анализ того, как соотносятся скорости объемных сдвиговых волн и поверхностных волн Рэлея для материалов, описываемых уравнениями механики обобщенных (неклассических) континуумов. Построены частотные зависимости квадрата фазовой скорости сдвиговой волны в градиентно-упругой среде и квадрата фазовой скорости сдвиговой волны в редуцированной среде Коссера, а также частотные зависимости квадрата скорости волны Рэлея в градиентно-упругом полупространстве, квадрата скорость волны Рэлея в

редуцированной среде Коссера, квадрата скорости волны Рэлея в классическом изотропном упругом полупространстве.

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В Приложении приводится акт, подтверждающий внедрение результатов диссертации в практику неразрушающего контроля материалов и конструкций.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. В рамках математической модели градиентно-упругого континуума, т.е. среды, напряженно-деформированное состояние которой описывается тензором деформаций, вторыми градиентами вектора перемещений, несимметричным тензором напряжений и тензором моментных напряжений, рассмотрена задача о генерации возмущений источником, движущимся с постоянной скоростью вдоль границы полупространства. В результате аналитических исследований показано, что источник, движущийся с постоянной дозвуковой скоростью вдоль границы градиентно-упругого полупространства, будет генерировать поверхностные упругие волны. Такие волны, в отличие от классических поверхностных волн Рэлея, обладают дисперсией. Амплитуды перемещений изменяются в зависимости от величины нагрузки движущегося источника, а также его скорости, и неограниченно возрастают при приближении скорости источника к скорости сдвиговой волны. При движении нормальной нагрузки со сверхзвуковыми скоростями, вслед за источником возмущений образуется коническая поверхность (конус Маха), ограничивающая область, в которой сосредоточены возмущения от невозмущенной области упругого полупространства. Поверхность конуса Маха является огибающей системы волн, порожденных нормальной нагрузкой. Замечено, что при увеличении скорости источника возмущений, угол между образующими конуса и его осью уменьшается. При этом поперечная составляющая вектора перемещения превосходит продольную только в околоповерхностном слое полупространства, что является отличительной особенностью распространения волн от движущегося источника на больших скоростях.

2. Выявлены особенности распространения поверхностных волн Рэлея вдоль свободной границы полупространства среды Коссера (редуцированная модель), заключающиеся в том, что поверхностная волна в этом случае обладает дисперсией, в плоскости «фазовая скорость - частота» для таких волн имеется две дисперсионных ветки: нижняя («акустическая») и верхняя («оптическая»). С увеличением частоты фазовая скорость волны, относящейся к нижней дисперсионной ветке, убывает. Фазовая скорость волны, относящейся к верхней дисперсионной ветке, возрастает с увеличением частоты. Фазовая скорость поверхностной волны во всем частотном диапазоне превосходит фазовую скорость объемной

сдвиговой волны. Рассчитаны напряжения и перемещения, возникающие в зоне распространения поверхностной волны.

3. Поставлена самосогласованная задача, включающая в себя динамическое уравнение теории упругости и кинетическое уравнение накопления повреждений в материале среды. Показано, что в этом случае самосогласованная система с граничными условиями, выражающими отсутствие напряжений на границе полупространства, сводится к комплексному дисперсионному уравнению.

4. Показано, что если в материале присутствует поврежденность, то поверхностная волна Рэлея затухает в направлении распространения, а низкочастотные возмущения обладают частотно-зависимой диссипацией и дисперсией. При этом дисперсия имеет аномальный характер. Установлено, что с уменьшением значения коэффициента поврежденности, в области высоких частот, значение фазовой скорости растет, а групповой падает. На очень низких частотах обе скорости растут при снижении коэффициента поврежденности.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, входящие в Перечень ВАК Минобрнауки РФ и в базы Web of Science и/или Scopus:

1. **Антонов А.М.,** Ерофеев В.И. Волна Рэлея на границе градиентно-упругого полупространства // Вестник Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана. 2018. Т.79. №4. С.59-72. (ВАК, Scopus).
2. **Антонов А.М.,** Ерофеев В.И., Шекоян А.В. Генерация возмущений сосредоточенным источником, движущимся с постоянной дозвуковой скоростью вдоль границы градиентно-упругого полупространства // Проблемы прочности и пластичности. 2018. Т.80. №4. С.438-455. (ВАК).
3. **Антонов А.М.,** Ерофеев В.И., Леонтьева А.В. Влияние поврежденности материала на распространение волны Рэлея вдоль границы полупространства // Вычислительная механика сплошных сред. 2019. Т.12. №3. С.293-300. (ВАК).
4. **Антонов А.М.,** Ерофеев В.И. Распространение волны Рэлея вдоль границы полупространства, описываемого упрощенной моделью Коссера // Проблемы прочности и пластичности. 2019. Т.81. №3. С.333-344. (ВАК).
5. **Antonov A.M.,** Erofeev V.I., Malkhanov A.O. Excitation of waves by a high-speed source moving along the border gradient-elastic half-space // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 971. Article ID: 032068. 4 pages. (Scopus).
6. **Antonov A.M.,** Erofeev V.I., Leonteva A.V. Influence of damage on the Rayleigh wave propagation along half-space boundary // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2020. Vol. 61. No 7. P.1174-1181. (WoS, Scopus).

7. **Antonov A.M.**, Erofeev V.I., Malkhanov A.O., Novoseltseva N.A. Excitation of the waves with a focused source, moving along the border of gradient-elastic half-space // *Advanced Structured Materials*. 2021. Vol.137 / *Dynamics, Strength of Materials and Durability in Multiscale Mechanics* / dell'Isola F., Igumnov L.A. (eds). Springer Nature Switzerland AG. Part of Springer Nature. P.17-40. (Scopus).
8. Erofeev V., **Antonov A.**, Leonteva A., Malkhanov A. Cosserat half-space (reduced model) and half-space of damaged materials // *Advanced Structured Materials*. 2023. Vol.170 / *Sixty Shades of Generalized Continua: Dedicated to the 60 th Birthday of Prof. Victor A. Eremeyev* / Altenbach H., Berezovski A., dell'Isola F., Porubov A. (eds). Springer Nature Switzerland AG. Part of Springer Nature. P.171-190. (Scopus).
9. **Антонов А.М.** О соотношении скоростей сдвиговых волн и поверхностных волн Рэлея для материалов, описываемых уравнениями механики обобщенных континуумов // *Проблемы прочности и пластичности*. 2024. Т. 86. № 3. (ВАК, Scopus).

Материалы докладов на научных конференциях и другие научные публикации:

10. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И. О свойствах волны Рэлея, распространяющейся вдоль границы градиентно-упругого полупространства // *Прикладная механика и технологии машиностроения*. Нижний Новгород: Издательство общества «Интелсервис». 2015. Т.24. №1. С.137-154.
11. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И., Никитина Е.А. О свойствах волны Рэлея, распространяющейся вдоль границы полупространства, описываемого упрощенной моделью Коссера // *Прикладная механика и технологии машиностроения*. Нижний Новгород: Издательство общества «Интелсервис». 2015. Т.24. №1. С.155-167.
12. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И. О свойствах волны Рэлея, распространяющейся вдоль границы градиентно-упругого полупространства // *Сборник трудов IV Международной Школы-конференции молодых ученых «Нелинейная динамика машин» - School-NDM 2017* (Москва, 18-21 апреля 2017г). Москва: ИМАШ РАН. 2017. С.99-106.
13. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И. Волны Рэлея на границе градиентно-упругого полупространства и их возбуждение движущимся источником // *Сборник тезисов XLIV Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения»*. 2018. С.367.
14. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И. Возбуждение волн сосредоточенным источником, движущимся вдоль границы градиентно-упругого полупространства // *Вестник научно-технического развития*. 2018. № 10 (134). С.3-21.

15. **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И., Мальханов А.О. Возбуждение волн высокочастотным источником, движущимся вдоль границы градиентно-упругого полупространства // Труды Юбилейной XXX Международной инновационной конференции молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения. М.: ИМАШ РАН. 2019. С.278-281.
16. В коллективной монографии: Акустические волны в материалах и элементах конструкций с дефектами, неоднородностями и микроструктурой / отв.ред. В.И. Ерофеев, А.О. Мальханов. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2021. 311 с. Опубликованы главы:
- Глава 1. Основные типы и свойства акустических волн, распространяющихся в твердых телах (авторы: **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И.). С. 13-29.
- Глава 2. Волны Рэлея на границе градиентно-упругой среды (авторы: **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И., Мальханов А.О.). С. 30-54.
- Глава 3. Волны Рэлея в полупространстве Коссера и полупространстве из поврежденного материала (авторы: **Антонов А.М.**, Ерофеев В.И., Леонтьева А.В.). С. 13-29.
17. Ерофеев В.И., **Антонов А.М.** Поверхностные волны Рэлея, распространяющиеся вдоль границ классических и обобщенных континуумов // Материалы докладов Всероссийской конференции «Математическое моделирование в механике», посвященной 50-летию ИВМ СО РАН. Красноярск: ИВМ СО РАН. 2024. С. 76-83.

Подписано в печать 24.10.2024 г. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. _____. Заказ № _____. Тираж _____ экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в отделе дизайна и цифровой печати

РИУ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37.