

На правах рукописи



Кудряшова Ольга Евгеньевна

**Методы селекции и разрешения радиолокационных сигналов на основе
анализа собственных чисел корреляционной матрицы**

1.3.4 – Радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород, 2024

Работа выполнена на кафедре радиотехники в Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (Университет Лобачевского, ННГУ).

**Научный
руководитель:**

Фитасов Евгений Сергеевич

доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой радиотехники ННГУ, г. Нижний Новгород

**Официальные
оппоненты:**

Мякинков Александр Валерьевич

доктор технических наук, доцент, директор института радиоэлектроники и информационных технологий федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)

Родионов Александр Алексеевич

кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией обработки многомерных сигналов ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

**Ведущая
организация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (ВлГУ)

Защита состоится 02 апреля 2025 года в 17 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.340.03, созданного на базе Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте <https://diss.unn.ru/1505>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба направлять по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 1, ауд. 420, ученому секретарю диссертационного совета 24.2.340.03.

Автореферат разослан _____ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.2.340.03,
д. ф.-м. н., проф. каф.
радиотехники

А.В. Ключев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и степень разработанности темы

Одной из важнейших задач современных радиолокационных систем является обнаружение и разрешение полезных сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке, в том числе сигналов малой мощности на фоне интенсивных помех различного происхождения.

В последнее время крайне актуальной является проблема селекции и защиты радиотехнических систем (радиолокационных, радионавигационных) от имитирующих сигналоподобных радиопомех. Помехи данного класса приводят к наиболее существенному нарушению функционирования радиолокационных систем и дезориентации путем формирования на индикаторе отметок от ложных объектов. Использование современных информационных технологий позволяет реализовывать сложные сценарии ложной воздушной обстановки, существенно усложняющие функционирование радиолокационных систем.

Ранее был предложен и экспериментально исследован метод селекции имитирующих сигналоподобных радиопомех, основанный на оценке когерентных свойств радиолокационных сигналов. Суть данного метода строится на предположении, что сигнал радиолокационной системы с внутренней когерентностью и сигнал имитационной помехи при прочих равных условиях будут иметь различную степень когерентности. Современные радиолокационные системы являются системами с внутренней когерентностью, что означает знание закономерности фазовой структуры излучаемого и отражённого сигналов. В качестве количественной меры степени когерентности сигналов использовалось значение оценки энтропии распределения энергии сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы. В качестве решающей статистики использовалась оценка энтропии распределения энергии сигнала по нормированным собственным числам его выборочной корреляционной матрицы. Однако, распределения решающих статистик и характеристики обнаружения данного метода получены не были, что важно для практического использования устройств селекции целей в системах помехозащиты современных радиолокационных станций. При этом, очевидно, что для нахождения пороговых значений энтропии необходимо знать её плотность вероятности (или интегральную функцию распределения), что, в свою очередь, потребует нахождение функций распределения собственных чисел.

Поэтому, представляется **актуальным** получить аналитические выражения для решающих статистик и характеристики обнаружения (селекции) сигналоподобных помех, основанные на оценке статистических свойств собственных чисел выборочной корреляционной матрицы входного сигнала.

Известны различные методы для оценки числа источников сигналов, принимаемых антенной решеткой, в том числе основанные на анализе собственных векторов и собственных чисел выборочной корреляционной матрицы. Однако, в основном, данные методы требуют априорного знания о распределении числа источников, которое обычно неизвестно. Кроме того, полученные в большинстве этих работ аналитические результаты являются асимптотически справедливыми

для больших объемов выборок либо для мощных источников сигналов. Также выбор порога обнаружения второго сигнала (разрешения) часто затруднен, поскольку неизвестен закон распределения используемого решающего правила, и, как правило, при отсутствии аналитического выражения функции распределения используют результаты численного моделирования.

Известно, что количество собственных чисел точной корреляционной матрицы, превышающих единицу (при единичной мощности внутреннего шума), совпадает с числом внешних источников сигналов. Используя метод последовательного сравнения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы с некоторыми порогами, статистические характеристики данного метода будут зависеть от распределения собственных чисел корреляционной матрицы.

Ранее было получено точное аналитическое выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки для N -мерного случая (N – количество элементов антенной решетки) при отсутствии внешних источников, и продемонстрирована эффективность его использования для решения задачи обнаружения внешних сигналов с неизвестным волновым фронтом.

Однако существуют практические задачи, в которых требуется разрешение двух и более источников сигналов при малых отношениях сигнал/шум. Например, данная задача возникает при обнаружении групповой радиолокационной цели и определении числа целей в группе на дальней границе зоны обнаружения радиолокационной станции, т.е. при пороговых отношениях сигнал/шум. Аналогичная ситуация может возникнуть при обнаружении группы малоразмерных летательных аппаратов, имеющих малые значения эффективной площади рассеивания $10^{-1} \div 10^{-3} \text{ м}^2$.

Нахождение функции распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала (менее 1–2 дБ) является достаточно сложной задачей. Поэтому, вследствие малых значений сигнальных собственных чисел и их слабого влияния на распределение шумовых собственных чисел, представляет интерес провести исследование по оценке возможности сравнения с порогом второго, третьего и т.д. (N -го) собственных чисел корреляционной матрицы шума, т.е. в случае отсутствия источников сигнала, а также сравнение полученных результатов с асимптотическим выражением.

Таким образом, несмотря на достаточно исчерпывающие исследования по анализу характеристик максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы элементов антенной решетки (при наличии и при отсутствии полезного сигнала), существует ряд практических задач, в которых требуется оценка статистических характеристик всех N собственных чисел выборочной корреляционной матрицы процесса. Кроме того, поскольку все предыдущие исследования статистических характеристик собственных чисел проводились для выборочной корреляционной матрицы элементов антенной решетки, т.е. в приложениях пространственной обработки, представляется актуальной задача использования полученных оценок для временной межпериодной обработки радиолокационной информации. Поэтому, становятся

актуальными задачи исследования статистических характеристик всех N собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для любого размера выборки при отсутствии источников и при наличии произвольного числа мощных источников сигналов, а также синтеза методов пространственно-временной обработки сигналов на основе полученных решающих статистик.

Цель работы

Целью диссертационной работы является синтез методов пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов импульсных радиолокационных систем с антенными решетками на основе анализа собственных чисел корреляционной матрицы в сложной сигнально-помеховой обстановке.

Задачи работы

1. Получить аналитическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для произвольной длины выборки входного процесса при отсутствии источников и при наличии произвольного числа мощных источников сигналов.
2. Провести анализ статистических характеристик разрешения двух источников сигналов, принимаемых антенной решеткой, при малых отношениях сигнал/шум.
3. Получить аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех на основе оценки собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Провести анализ статистических характеристик селекции сигналоподобных активных помех в зависимости от величины фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.
5. Синтезировать методы разрешения групповых сигналов и селекции сигналоподобных помех на основе полученных решающих статистик.

Методология и методы исследования

В диссертационной работе при решении поставленных задач использовались методы статистической радиофизики, математической статистики, высшей алгебры, векторного анализа и теории матриц, а также математическое и численное моделирование.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Полученные аналитические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников для произвольной длины выборки входного процесса и асимптотическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для произвольной длины выборки входного процесса при наличии произвольного числа мощных источников сигналов позволяют синтезировать высокоэффективные методы пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке.
2. Полученное аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанное на оценке шумовых

собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, позволяет синтезировать алгоритм селекции сигналоподобных помех в активных радиолокационных системах.

3. Предложенный метод разрешения двух источников радиолокационных сигналов, принимаемых антенной решеткой, на основе сравнения шумового второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы с порогом позволяет разрешать источники радиолокационных сигналов при малых отношениях сигнал/шум.
4. Предложенный метод селекции сигналоподобных активных помех на основе полученного аналитического выражения для решающих статистик селекции позволяет проводить селекцию помех при различных величинах фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.

Научная новизна работы

1. Впервые получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников сигналов для любого размера выборки.
2. Впервые получено асимптотическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для любого размера выборки при наличии произвольного числа мощных источников сигналов.
3. Впервые получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанное на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Разработан новый метод разрешения двух источников радиолокационных сигналов, принимаемых антенной решеткой, на основе сравнения шумового второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы с порогом, обеспечивающий, в отличие от существующих методов на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, разрешение групповых радиолокационных целей при малых отношениях сигнал/шум.
5. Разработан новый метод селекции сигналоподобных активных помех на основе полученного аналитического выражения для решающих статистик селекции, обеспечивающий, в отличие от существующих методов, оптимальную селекцию помех при различных величинах фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.

Теоретическая значимость работы

Полученные аналитические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников сигналов для любого размера выборки, асимптотические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы и аналитические выражения для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанные на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, могут быть использованы для развития теории радиолокации, цифровых фазированных

антенных решёток, теории радиосвязи, теории обработки сигналов в беспроводных системах связи.

Практическая значимость работы

1. Предложенные методы могут быть использованы при проектировании и повышении эффективности систем пространственно-временной обработки сигналов современных радиолокационных систем.
2. Полученные решающие статистики селекции сигналоподобных помех в радиолокационных системах могут быть использованы при защите от имитирующих сигналоподобных помех систем радиосвязи и радионавигации. Также, предложенный подход может быть обобщен на широкий круг задач селекции сигналов в различных радиотехнических системах по величине фазовых флуктуаций данных сигналов.

Степень обоснованности и достоверности научных положений, результатов проведенных исследований и выводов

Обоснованность теоретических положений представленного исследования основывается на использовании классических методов теории вероятностей, математической статистики, теории интегрального исчисления, статистической радиофизики, статистической радиотехники, теории матриц и теоретической радиолокации. Также, проведенные в работе исследования базируются на методах математического моделирования.

Результаты согласуются с современными научными представлениями и данными, полученными при обзоре отечественных и зарубежных источников. Полученные в работе результаты подтверждаются обсуждением в публикациях в научных изданиях, входящих в перечень, рекомендуемый ВАК.

Личный вклад

Все результаты, представленные в диссертационной работе, выполнены при непосредственном активном участии соискателя либо получены им лично. Большая часть совместных работ включает в себя аналитические расчеты и компьютерное моделирование, выполненные автором. Постановка задач и разработка методов осуществлялись в сотрудничестве с научным руководителем, в то время как объяснение и интерпретация полученных результатов происходили совместно с авторами научных публикаций, в которых также участвует соискатель.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулирована ее цель и задачи, представлены основные положения, выносимые на защиту, указана научная новизна, обозначена теоретическая и практическая значимость работы, характеризуется степень обоснованности и достоверности научных положений, результатов проведенных исследований и выводов. Введение содержит личный вклад автора, а также приведено краткое содержание диссертационной работы.

В **первой главе** рассматриваются статистические характеристики всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов, поступающих

с элементов антенной решётки, при наличии произвольного числа мощных внешних источников и для любого размера выборки.

В разделе 1.1 получено выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки. Рассматривался случай, когда внешние источники сигналов отсутствуют, и напряжения, снимаемые с элементов антенной решётки размерностью N , состоят только из собственного шума. Предположили, что средняя мощность собственного шума в каждом элементе антенной решётки одинакова. Так как собственный шум считаем некоррелированным белым гауссовским шумом с нулевым средним и единичной дисперсией, то корреляционная матрица вектора собственного шума является единичной.

Совокупность собственных значений корреляционной матрицы процесса $\mathbf{M}$ можно интерпретировать как закон статистического распределения энергии сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы.

Так как реально точное значение корреляционной матрицы $\mathbf{M}$ неизвестно, то используется её оценка $\hat{\mathbf{M}}$, полученная по L независимым выборкам вектора принимаемого сигнала $\mathbf{x}$:

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^*, \quad (1)$$

где $\hat{\mathbf{M}}$ – выборочная корреляционная матрица.

В отличие от точной корреляционной матрицы $\mathbf{M}$, собственные числа $\hat{\lambda}_i$ ($i = 1 \dots N$) выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ являются случайными величинами, и, в общем случае, разделить их на «сигнальные» и «шумовые» затруднительно. Очевидным решением проблемы определения собственных чисел $\hat{\lambda}_i$ является введение некоторого порогового значения и сравнение с ним собственных чисел $\hat{\lambda}_i$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$. Если собственное число превышает порог, то оно является «сигнальным», если нет, то – «шумовым». Однако задача осложняется тем, что статистические характеристики собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ зависят от таких параметров, как число выборок L и размерность антенной решетки N , и, соответственно, выбрать только один порог для всех значений параметров и всех собственных чисел затруднительно. Поэтому для задачи оценки числа источников сигналов большой интерес представляет интегральная функция распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

Поскольку в рассматриваемом случае внешние источники отсутствуют, то все собственные числа λ_i корреляционной матрицы $\mathbf{M}$ и собственные числа $\hat{\lambda}_i$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ являются «шумовыми».

Получено выражение для интегральной функции распределения $F_m(N, L, \lambda)$ m -го ($m \geq 2$) «шумового» собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в N -мерном случае:

$$F_m(N, L, \lambda) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! i!} \cdot \left(\sum_{l=1 \dots N} \binom{N}{k_1, k_2} \det(\mathbf{B}_l) \right) + F_{m-1}(N, L, \lambda). \quad (2)$$

Видно, что интегральная функция распределения m -го ($m \geq 2$) собственного числа равна сумме детерминантов матриц $\mathbf{B}$, полученных из перестановок с повторениями строк, состоящих из неполных верхних $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ и нижних $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ гамма-функций. Количество таких перестановок равно $\binom{N}{k_1, k_2} = \frac{N!}{k_1! k_2!}$, где $k_1 = m - 1$ – число строк, состоящих из неполных верхних гамма-функций $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$; $k_2 = N - k_1$ – число строк, состоящих из неполных нижних гамма-функций $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$.

На рис. 1 приведены функции распределения трех собственных чисел для трехмерного случая ($N = 3$) и различного объема выборки $L = (3, 10, 50)$. Видно, что при увеличении объема выборки L распределение собственных чисел с бóльшим значением смещается в сторону уменьшения значений λ , а распределение собственных чисел с меньшим значением смещается в сторону увеличения значений λ . Следовательно, при увеличении объема выборки L средние значения распределений собственных чисел стремятся к значению $\lambda = 1$, т.е. оценочная матрица $\hat{\mathbf{M}} \rightarrow \mathbf{M}$.

На рис. 2 приведен график зависимости числа обусловленности μ матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ (отношения максимального собственного числа λ_{max} к минимальному λ_{min}) от объема выборки L . Значения максимального и минимального собственных чисел определены при значении функций распределения $F_m(N, L, \lambda) = 0,5$. Видно, что при значениях объема выборки L , бóльших $2N$, число обусловленности монотонно стремится к единице (при $L \rightarrow \infty$). Этот результат вполне согласуется с известным приближенным правилом, что для получения приемлемой оценки корреляционной матрицы объем выборки должен в 2 раза превышать число степеней свободы антенной решётки.

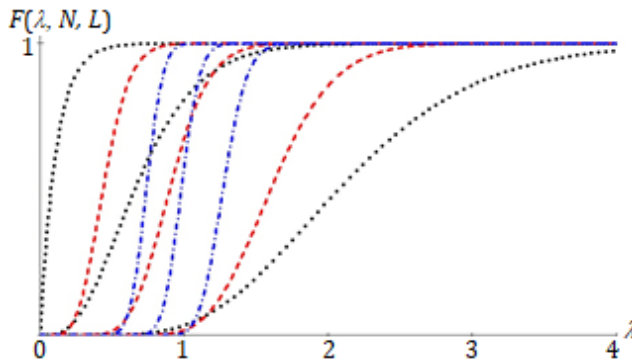


Рис. 1. Функция распределения трех собственных чисел для $N = 3$ и различного объема выборки: черный цвет – $L = 3$, красный цвет – $L = 10$, синий цвет – $L = 50$

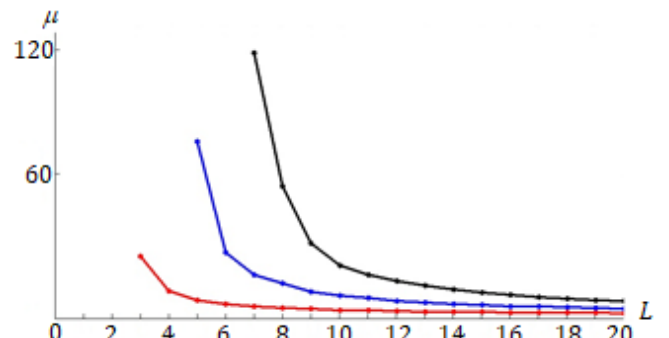


Рис. 2. Число обусловленности μ матрицы в зависимости от объема выборки L : красный цвет – $N = 3$, синий цвет – $N = 5$, черный цвет – $N = 7$

В разделе 1.2 получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии суммы собственного шума и произвольного числа источников большой мощности. Рассмотрена ситуация, когда на входе элементов антенной решётки кроме собственного шума присутствуют сигналы от Q внешних источников. В этом случае у корреляционной матрицы $\mathbf{M}$ имеется Q сигнальных собственных чисел, больших единицы, и $(N - Q)$ шумовых собственных чисел, равных единице.

Получено выражение для интегральной функции распределения для m -го ($m \geq Q + 1$) шумового собственного числа:

$$F_{Q+1}(N, L, \lambda) = F_{m-Q}\left(N - Q, L - Q, \frac{L\lambda}{L - Q}\right). \quad (3)$$

На рис. 3 представлены функции распределения трех шумовых собственных чисел (второго, третьего и четвертого) для $N = 4$, $L = 10$ при наличии только собственного шума и при наличии аддитивной смеси шума и одного сигнала с мощностью 20 дБ.

На рис. 4 приведены функции распределения второго, третьего и четвертого собственных чисел при $N = 4$, $L = 4$ и мощности сигнала -20 дБ и 0 дБ, полученных в соответствие с выражением (3) и численным моделированием.

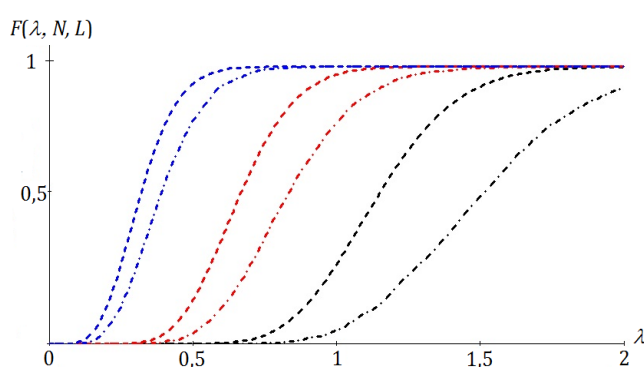


Рис. 3. Функция распределения второго (черный цвет), третьего (красный цвет) и четвертого (синий цвет) собственных чисел для $N = 4$, $L = 10$: пунктирная линия – при наличии только собственного шума; штрихпунктирная линия – при наличии шума и одного сигнала

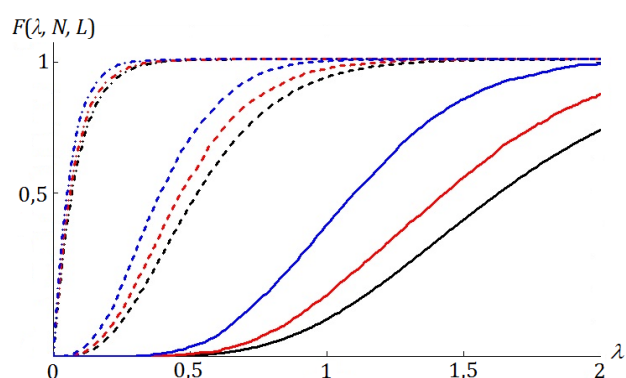


Рис. 4. Функция распределения второго (сплошная линия), третьего (пунктирная линия) и четвертого (штрихпунктирная линия) собственных чисел при $N = 4$, $L = 4$ и мощности сигнала -20 дБ (синий цвет) и 0 дБ (красный цвет), и в соответствии с аналитическим выражением (черный цвет)

Из рис. 3 видно, что наличие мощного сигнала изменяет распределения всех собственных чисел корреляционной матрицы процесса. Распределение всех собственных чисел смещается в сторону увеличения значений λ .

Из рис. 4 видно, что при $L \geq N$ даже при малых значениях мощности сигнала (менее 0 дБ) функция распределения минимального собственного числа, полученная в соответствии с выражением (3), практически совпадает с их истинным распределением, полученным численным моделированием.

В разделе 1.3 получено выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки в случае короткой выборки.

Полученное асимптотическое выражение для интегральной функции распределения m -го шумового собственного числа λ_{Q+1} выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии Q мощных источников в случае короткой выборки ($L < N$) записывается в следующем виде:

$$F_{m,Q+1,L<N}(N, L, \lambda) = F_m\left(L - Q, N - Q, \frac{N\lambda}{N - Q}\right). \quad (4)$$

Вторая глава посвящена анализу статистических характеристик селекции сигналоподобных активных помех, основанному на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.

В разделе 2.1 вводится модель сигналоподобной помехи на входе приёмника радиолокационной системы в общем виде:

$$\mathbf{s}_\varphi = \begin{pmatrix} \exp[j(f_d T + \varphi_1)] \\ \exp[j(2f_d T + \varphi_2)] \\ \vdots \\ \exp[j(Nf_d T + \varphi_N)] \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где T – период зондирования радиолокационных импульсов, N – количество импульсов в принимаемой пачке сигналов, f_d – доплеровский сдвиг частоты, $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ – случайные фазы, распределенные по нормальному закону со средним квадратичным отклонением σ_φ .

В разделе 2.2 рассматривается анализ решающих статистик для селекции сигналоподобных помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия. Оптимальное решение задачи селекции полезного сигнала и сигналоподобной помехи основывается на сравнении полученного отношения правдоподобия

$$l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L) = e^{-L \cdot (N-1)} \cdot \left[\prod_{i=2}^N \hat{\lambda}_i^{-L} \right] \cdot \exp\left(\sum_{i=2}^N \hat{\lambda}_i^L\right) \quad (6)$$

с некоторым порогом h .

Установлено, что сравнение с порогом h отношения правдоподобия (6) эквивалентно сравнению с некоторым другим порогом λ_F величины

$$\xi = \sum_{i=2}^N \hat{\lambda}_i. \quad (7)$$

Таким образом, показано, что оптимальная селекция полезных сигналов и сигналоподобной помехи заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F суммы $(N - 1)$ собственных чисел $\hat{\lambda}_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

В разделе 2.3 рассмотрены характеристики селекции сигналоподобных помех. Выбор порога λ_F , согласно критерию Неймана-Пирсона, осуществляется из следующего уравнения:

$$P_F = 1 - F_\xi(\lambda_F), \quad (8)$$

где P_F – заданная вероятность ложной селекции, $F_\xi(\lambda)$ – интегральная функция распределения суммы $(N - 1)$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2...N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии мощного источника сигнала. Таким образом, для расчета значений порога селекции λ_F необходимо получить выражение для интегральной функции распределения величины ξ , т.е. $F_\xi(\lambda)$.

Интегральная функция распределения суммы непрерывных независимых случайных величин является сверткой их интегральных функций распределения, таким образом

$$F_\xi(\lambda) = F_1(N, L, \lambda_2) \otimes F_2(N, L, \lambda_3) \otimes \dots \otimes F_N(N, L, \lambda_N). \quad (9)$$

На рис. 5 приведены графики функций распределения величины ξ для $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$. Видно, что при увеличении объема выборки L средние значения распределений величины ξ стремятся к значению $\lambda = 5$.

На рис. 6 приведены характеристики селекции сигналоподобной помехи (зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум) для различных фазовых флуктуаций сигнала-помехи π/k ($k = 10 \dots 100$) и параметров выборки, полученные методом численного моделирования.

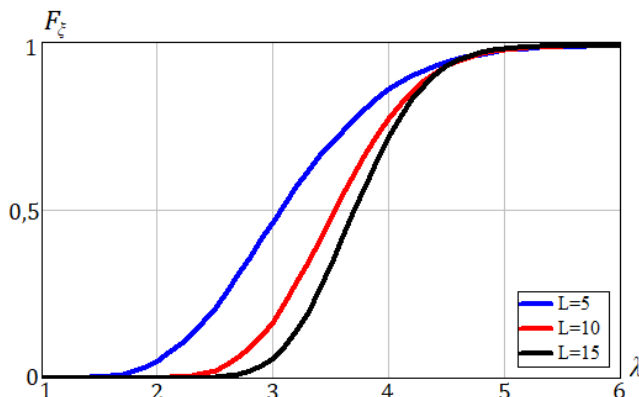


Рис. 5. Функция распределения величины суммы $N - 1$ собственных чисел при $N = 5$ и различных L

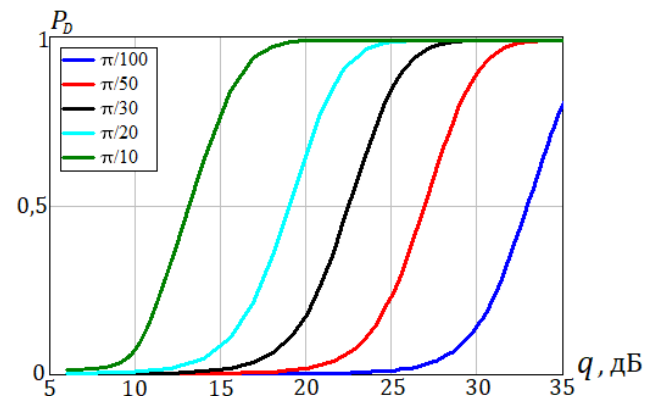


Рис. 6. Вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи в зависимости от отношения сигнал/шум для различных фазовых флуктуаций сигнала-помехи при $N = 5$, $L = 5$

Из графиков рис. 6 видно, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции P_D существенно образом увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи.

В разделе 2.4 рассмотрена задача селекции сигналоподобных помех и сигналов с постоянным уровнем фазовых флуктуаций. Для случая сигналоподобной помехи неизвестный уровень фазовых флуктуаций считаем больше постоянных флуктуаций полезного сигнала. На практике такая ситуация возникает при наличии в приемной и/или передающей системах некоторого постоянного уровня фазовых флуктуаций.

На рис. 7 приведены графики функций распределения величины ξ (суммы $(N - 1)$ собственных чисел $\hat{\lambda}_{i,i=2...N}$) для $N = 5$, $L = 5$ и различных значений

фазовых флуктуаций при мощности сигнала $\nu = 6$ дБ. Видно, что с ростом величины фазовых флуктуаций, а также мощности сигнала, значение ξ увеличивается.

На рис. 8 приведены результаты математического моделирования зависимости значений суммы $(N - 1)$ шумовых нормированных собственных чисел от отношения сигнал/шум при различных значениях фазовых флуктуаций (при $N = 5, L = 1000$).

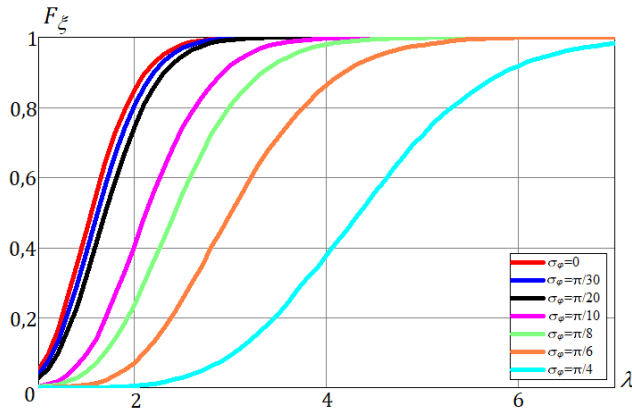


Рис. 7. Функция распределения величины ξ для различных значений фазовых флуктуаций при мощности сигнала $\nu = 6$ дБ

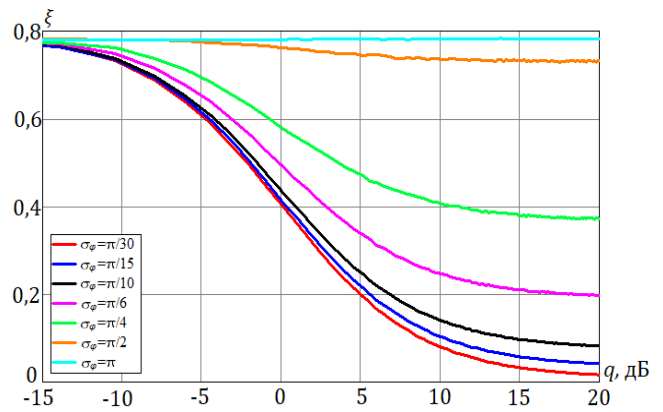


Рис. 8. Величина ξ в зависимости от отношения сигнал/шум при различных значениях фазовых флуктуаций (при $N = 5, L = 1000$)

Из рис. 8 видно, что с увеличением отношения сигнал/шум значение суммы $(N - 1)$ шумовых нормированных собственных чисел стремится к некоторой постоянной величине, которая, очевидно, будет зависеть от значения СКО случайной фазы.

На рис. 9 приведены результаты математического моделирования значений суммы $(N - 1)$ шумовых нормированных собственных чисел при $N = 5, L = 1000$ для следующих значений фазовых флуктуаций:

$$\sigma_{\varphi 1} (q_0 = 10 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{10},$$

$$\sigma_{\varphi 2} (q_0 = 14 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{16},$$

$$\sigma_{\varphi 3} (q_0 = 17 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{23}.$$

Видно, что при увеличении отношения

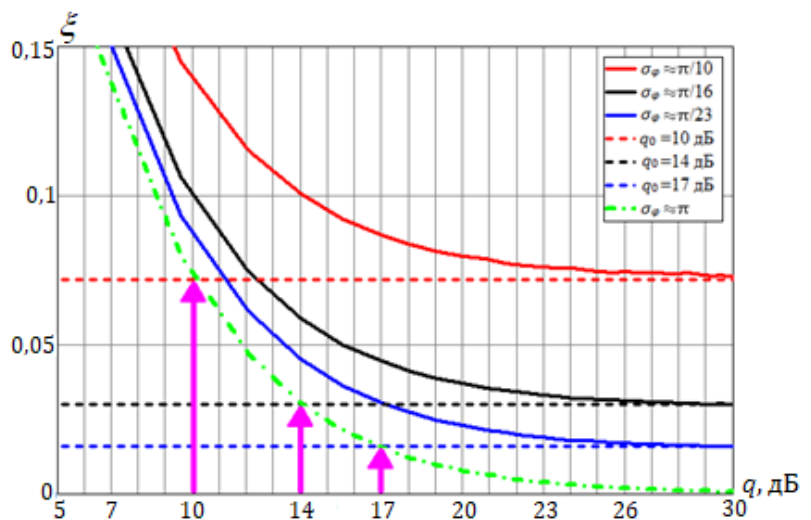


Рис. 9. Зависимость величины ξ от отношения сигнал/шум q при различных значениях фазовых флуктуаций

сигнал/шум значение суммы $(N - 1)$ шумовых нормированных собственных чисел стремится к величине данной суммы при отсутствии постоянных фазовых флуктуаций ($\sigma_{\varphi} = 0$). При этом штриховые кривые (красная, черная и синяя)

пересекают зелёную кривую ($\sigma_\varphi = 0$) при значениях отношения сигнал/шум $q_0 = 10, 14, 17$ дБ соответственно.

На рис. 10 приведены характеристики селекции сигнала с неизвестными постоянными фазо-частотными флуктуациями для различных фазовых флуктуаций неизвестного сигнала π/k и параметров выборки, полученные методом численного моделирования. Видно, что при отношении сигнал/шум более 20 дБ вероятность правильной селекции стремится к постоянной величине при заданном значении фазовых флуктуаций. При увеличении постоянных фазовых флуктуаций соответственно увеличивается вероятность правильной селекции.

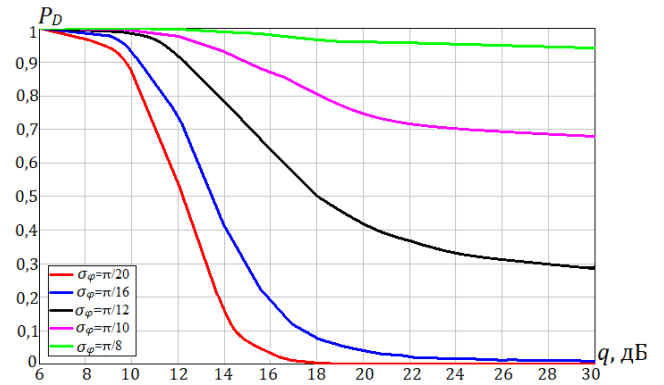


Рис. 10. Зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум q для различных фазовых флуктуаций σ_φ при $N = 5, L = 5$

В разделе 2.5 рассмотрен случай быстрых и медленных постоянных флуктуаций амплитуды полезного сигнала. Показано, что предлагаемый в данном диссертационном исследовании метод селекции помех вполне применим и для случая быстрых флуктуаций (при определенном уровне флуктуаций) при условии предварительного сглаживания входного процесса.

В третьей главе проведён анализ статистических характеристик разрешения двух источников сигналов с плоскими волновыми фронтами при малых отношениях сигнал/шум на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума приёмной системы. Анализ проведён как для сигналов одинаковой мощности, так и при наличии одного мощного источника сигнала-помехи. Также рассмотрены характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов. Проведено численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала.

В разделе 3.1 рассмотрено разрешение двух пространственно-коррелированных узкополосных источников сигналов с помощью антенной решётки на фоне гауссовского шума. Оптимальное разрешение сигналов с неизвестными волновыми фронтами заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F второго собственного числа λ_2 выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

Известно, что в случае наличия одного мощного источника внешнего излучения асимптотическое выражение для функции распределения максимального шумового собственного числа (второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы) $F_{\lambda_2, H_1}(\lambda_F)$ имеет следующий вид:

$$F_{\lambda_2, H_1}(\lambda_r) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i) \cdot \Gamma(j)} \right], \quad i, j = 1 \dots N - 1. \quad (10)$$

В случае наличия слабого источника сигнала (менее 1–2 дБ) для получения решающего правила используем полученное выражение для второго собственного числа корреляционной матрицы собственного шума (т.е. при отсутствии источников сигнала):

$$F_2(N, L, \lambda) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! i!} \cdot \left(\sum_{l=1}^{\binom{N}{k_1, k_2}} \det(\mathbf{B}_l) \right) + F_1(N, L, \lambda). \quad (11)$$

В разделе 3.2 представлены результаты численного моделирования.

Так, в подразделе 3.2.1 проведен анализ характеристик разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами. Из рис. 11 видно, что при мощности источников сигналов менее 1–2 дБ при вероятности правильного разрешения $P_D = 0,5$ выигрыш при использовании порога (11), полученного по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы, составляет 2–2.5 дБ по сравнению с известным выражением (10) для случая наличия мощного одного источника сигнала.

В подразделе 3.2.2 проанализированы характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи. На рис. 12 представлены зависимости вероятности правильного разрешения двух слабых источников сигнала с ортогональными фронтами при наличии одного мощного от суммарной мощности источников сигналов. Видно, что выигрыш при использовании порога, полученного по третьему собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы в соответствии с

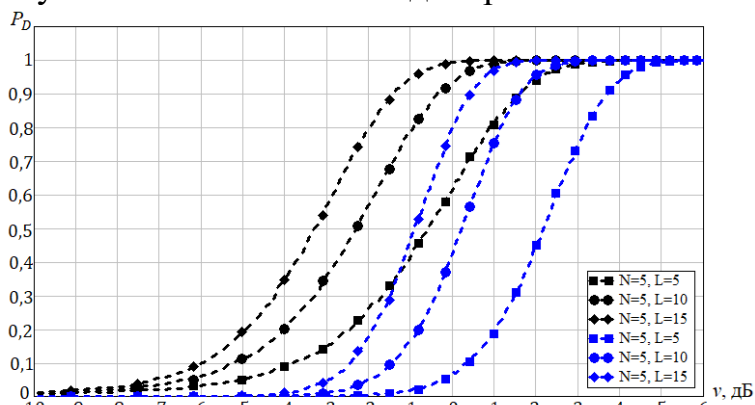


Рис. 11. Зависимость вероятности правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$, полученных в соответствии с выражениями (10) (синяя кривая) и (11) (чёрная кривая)

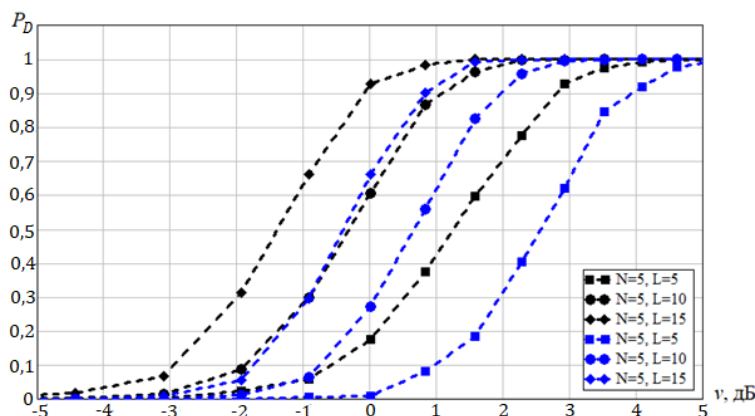


Рис. 12. Вероятность правильного разрешения двух слабых источников сигнала при наличии одного мощного в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$, полученных в соответствии с выражениями (10) (синяя кривая) и (11) (чёрная кривая)

выражением (11), по сравнению с асимптотическим выражением (10) составляет 1–1.5 дБ.

В подразделе 3.2.3 рассмотрены характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов. На рис. 13 приведены зависимости вероятности правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами от суммарной мощности источников сигналов, при различных углах прихода сигналов. Данные зависимости

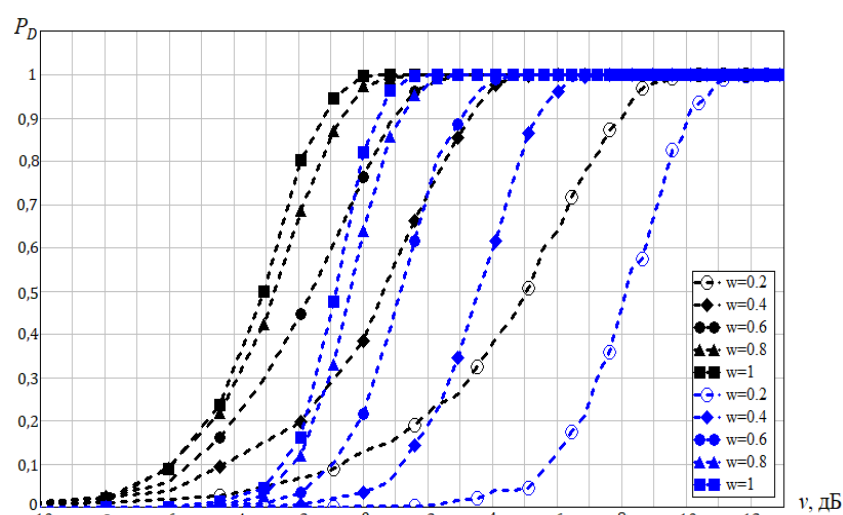


Рис. 13. Зависимость вероятности правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$, $L = 15$, полученных в соответствии с выражением (10) (синяя линия) и (11) (чёрная линия), при различных углах прихода сигнала w

получены для различных параметров L с использованием посчитанных порогов для второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы. Видно, что выигрыш при использовании порога, полученного по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы в соответствии с выражением (11), по сравнению с асимптотическим выражением (10) составляет 2.5 – 3.5 дБ.

В подразделе 3.2.4 проведено численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала. На рис. 14 представлены графики зависимости величины потерь V при обнаружении группового сигнала от мощности ν при $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$ для вероятности ложного разрешения $P_F = 10^{-3}$.

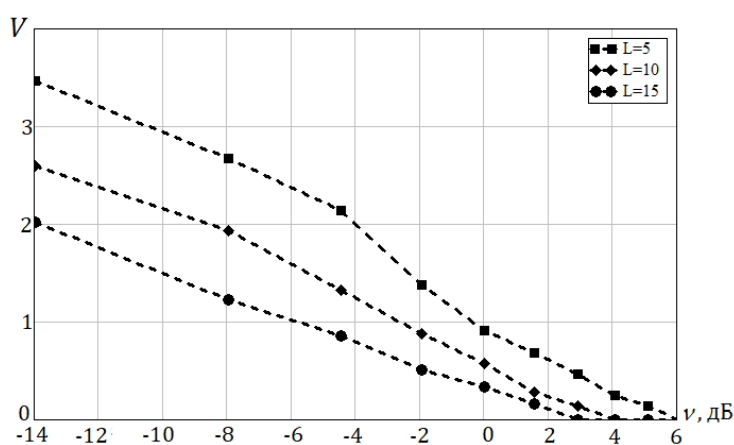


Рис. 14. Зависимость величины потерь V от мощности ν при $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$

Из рис. 14 видно, что при малых мощностях внешнего источника сигнала (менее 0 дБ) средний выигрыш при использовании порога, полученного по интегральной функции распределения в соответствии с выражением (11), по сравнению с порогом, полученным в соответствии с асимптотическим выражением (10), составляет в среднем 1 – 2 дБ.

По результатам проведенного моделирования можно сделать следующие **основные выводы**:

1. Получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки.
2. Получено аналитическое выражение для распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки при наличии собственного шума и произвольного числа источников большой мощности.
3. Получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Показано, что оптимальная селекция полезных сигналов и сигналоподобной помехи заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.
5. Получено выражение для интегральной функции распределения суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.
6. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум для различной длины выборки процесса.
7. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций для различных значений длины выборки N и объема выборки L .
8. Показано, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи, то есть вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи увеличивается при увеличении фазовых флуктуаций принимаемого сигнала помехи.
9. Приведены характеристики обнаружения-разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами, двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи, а также характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Научные статьи, опубликованные в журналах перечня ВАК Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

1. Кудряшова О.Е., Фитасов Е.С. Функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы антенной решётки // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2022. – Т. 65, № 8. – С. 687-696. (Web of Science, Scopus)
2. Кудряшова О.Е., Фитасов Е.С., Ильясафов А.Д. Разрешение источников сигналов на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 258-268. (Web of Science, Scopus)

3. Кудряшова О.Е., Фитасов Е.С. Селекция сигналоподобных помех на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 5. – С. 457-467. (Web of Science, Scopus)
4. Фитасов Е.С., Леговцова Е.В., Кудряшова О.Е., Козлов С.А., Насонов В.В. Селекция имитирующих сигналоподобных помех в радиолокационных системах с внутренней когерентностью // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2021. – Т. 64, № 11. – С. 917-925. (Web of Science, Scopus)
5. Фитасов Е.С., Кудряшова О.Е., Леговцова Е.В., Насонов В.В. Когерентность активных шумовых помех в радиолокационных системах с антенными решётками // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2022. – Т. 65, № 2. – С. 159-168. (Web of Science, Scopus)
6. Леговцова Е.В., Кудряшова О.Е., Фитасов Е.С., Васильев Д.А. Доплеровская фильтрация радиолокационных сигналов, отражённых от малоскоростных воздушных объектов // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2020. – № 3(47). – С. 44-50.

Доклады в материалах научных конференций

1. Кудряшова, О.Е. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки / О.Е. Кудряшова // Труды XXVI научной конференции по радиофизике, посвященной 120-летию М.Т. Греховой: Материалы конференции, Нижний Новгород, 12–27 мая 2022 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2022. – С. 293-296.
2. Когерентность радиотехнических сигналов с флуктуациями параметров / И.Я. Орлов, Е.С. Фитасов, Е.В. Леговцова, О.Е. Кудряшова // Перспективные технологии в средствах передачи информации: материалы 14-ой международной научно-технической конференции, Владимир, 06–07 октября 2021 года. – Владимир: Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, 2021. – С. 156-159.
3. Когерентность активных шумовых помех в радиолокационных системах с антенными решетками / О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова, В.В. Насонов, Е.С. Фитасов // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXVIII Международной научно-технической конференции, посвященной памяти Б.Я. Осипова, Воронеж, 27–29 сентября 2022 года. Том 3. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2022. – С. 89-97.
4. Селекция ложных целей в РЛС с внутренней когерентностью / С.А. Козлов, О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова, Е.С. Фитасов // Радиолокация: Теория и практика. – Москва: ООО Издательство "Юнити-Дана", 2023. – С. 497-511.
5. Оценка когерентных свойств радиолокационных сигналов с флуктуациями частоты / Е.А. Федосеева, О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова [и др.] // Труды XXV научной конференции по радиофизике: материалы докладов, Нижний Новгород, 14–26 мая 2021 года. – Нижний Новгород: Национальный

исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, 2021. – С. 247-250.

6. Кудряшова, О.Е. Оценка характеристик обнаружения когерентной пачки радиолокационных импульсов на фоне активных шумовых помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия / О.Е. Кудряшова, В.В. Насонов // Труды XXVII научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 15–25 мая 2023 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2023. – С. 254-257.

7. Кудряшова, О.Е. Разрешение групповых радиолокационных целей на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы / О.Е. Кудряшова // Труды XXVII научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 15–25 мая 2023 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2023. – С. 258-261.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ.....	20
1.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки.....	20
1.2. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии произвольного числа источников достаточно большой мощности.....	36
1.3. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки в случае короткой выборки.....	38
1.4. Выводы по главе 1.....	44
ГЛАВА 2. СЕЛЕКЦИЯ СИГНАЛОПОДОБНЫХ ПОМЕХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ.....	45
2.1. Когерентность сигналоподобной помехи в виде энтропии распределения энергии сигнала по собственным числам выборочной корреляционной матрицы.....	45
2.2. Решающие статистики для селекции сигналоподобных помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия.....	51
2.3. Характеристики селекции сигналоподобных помех.....	54
2.4. Селекция сигналоподобных помех и сигналов с постоянным уровнем фазовых флуктуаций.....	62
2.5. Случай быстрых и медленных постоянных флуктуаций амплитуды полезного сигнала.....	73
2.6. Выводы по главе 2.....	78

ГЛАВА 3. РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ.....	79
3.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы антенной решетки.....	79
3.2. Результаты численного моделирования.....	84
3.2.1. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами.....	84
3.2.2. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи.....	86
3.2.3. Характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов.....	88
3.2.4. Численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала.....	91
3.3. Выводы по главе 3.....	96
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	97
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	99
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	100

Кудряшова Ольга Евгеньевна

**Методы селекции и разрешения радиолокационных сигналов на основе
анализа собственных чисел корреляционной матрицы**

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Подписано в печать _____ г. Заказ № _____

Формат _____. Усл. печ. л 1,0. Тираж 100.

Типография _____