

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО»

На правах рукописи



Кудряшова Ольга Евгеньевна

**Методы селекции и разрешения радиолокационных сигналов
на основе анализа собственных чисел корреляционной матрицы**

1.3.4 – Радиофизика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
Фитасов Евгений Сергеевич

Нижний Новгород, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ.....	20
1.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки	20
1.2. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии произвольного числа источников достаточно большой мощности	36
1.3. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки в случае короткой выборки	38
1.4. Выводы по главе 1	44
ГЛАВА 2. СЕЛЕКЦИЯ СИГНАЛОПОДОБНЫХ ПОМЕХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ	45
2.1. Когерентность сигналоподобной помехи в виде энтропии распределения энергии сигнала по собственным числам выборочной корреляционной матрицы.....	45
2.2. Решающие статистики для селекции сигналоподобных помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия.....	51
2.3. Характеристики селекции сигналоподобных помех	54
2.4. Селекция сигналоподобных помех и сигналов с постоянным уровнем фазовых флуктуаций.....	62
2.5. Случай быстрых и медленных постоянных флуктуаций амплитуды полезного сигнала	73
2.6. Выводы по главе 2.....	78

ГЛАВА 3. РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ	79
3.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы антенной решетки	79
3.2. Результаты численного моделирования	84
3.2.1. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами	84
3.2.2. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи	87
3.2.3. Характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов.....	88
3.2.4. Численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала	91
3.3. Выводы по главе 3.....	95
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	97
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	99
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	100

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Одной из важнейших задач современных радиолокационных систем является обнаружение и разрешение полезных сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке, в том числе сигналов малой мощности на фоне интенсивных помех различного происхождения.

Развитие информационных технологий, микропроцессорной техники, миниатюризация элементной базы позволяет современным средствам радиоэлектронного противодействия создавать сложную помеховую обстановку из комплекса активных помех: заградительных, прицельных, имитирующих (шумовых, импульсных, сигналоподобных помех).

В последнее время крайне актуальной является проблема селекции и защиты радиотехнических систем (радиолокационных, радионавигационных) от имитирующих сигналоподобных радиопомех. Помехи данного класса приводят к наиболее существенному нарушению функционирования радиолокационных систем и дезориентации путем формирования на индикаторе отметок от ложных объектов [1 – 5]. Варианты построения радиотехнических систем, формирующих имитирующие сигналоподобные радиопомехи, весьма разнообразны, однако в основе таких систем построения лежит принцип ретрансляции зондирующего сигнала с измененными параметрами, несущими информацию о координатах и скорости объекта [6, 7]. При этом использование современных информационных технологий позволяет реализовывать сложные сценарии ложной воздушной обстановки, существенно усложняющие функционирование радиолокационных систем. Также примером направления сигналоподобных радиопомех, которое активно развивается в последнее время, является, так называемый «GPS-спуфинг», то есть подмена сигнала от космического GPS-спутника ложным более мощным сигналом [8 – 10].

Известно, что при обнаружении и разрешении сигналов наиболее распространенным методом обработки является согласованная фильтрация

[11 – 14]. Этот способ является оптимальным при наличии сигнала, отраженного от одиночного воздушного объекта, на фоне гауссовой некоррелированной помехи.

Однако в том случае, когда исходная смесь представляет собой сумму нескольких сигналов на фоне шума (или коррелированной помехи), согласованная фильтрация становится неоптимальной, а обеспечиваемое при этом качество обработки существенно ниже потенциально достижимого. Это выражается в искажении главного пика сигнала на выходе фильтра боковыми лепестками других сигналов (вплоть до необнаружения слабого сигнала) и ограничении разрешения близко расположенных сигналов шириной главного пика функции неопределенности (так называемый релейевский предел). При этом разрешающая способность не может быть улучшена посредством увеличения отношения сигнал/шум (ОСШ) [15, 16].

В существующих радиолокационных системах из-за искажения главного пика сигнала в устройствах разрешения радиолокационных сигналов [17 – 20], основанных на согласованной фильтрации, как правило, не проводится оценка количества и параметров сигнала группового объекта, а лишь выдается признак группового объекта.

Поэтому обычно задача обеспечения заданной разрешающей способности в активных радиолокационных системах решается за счет уменьшения ширины главного пика функции неопределенности. Например, за счет увеличения частоты девиации ЛЧМ-сигнала при увеличении частоты дискретизации для обеспечения разрешения по дальности и за счет увеличения линейных размеров антенной решетки (АР) для обеспечения разрешения по азимуту.

Однако, увеличение частоты девиации модулированного сигнала (например, ЛЧМ-сигнала) и увеличение частоты дискретизации приводят к увеличению объема и сложности аппаратуры формирования и приема сигналов, необходимости увеличения пропускной способности каналов передачи данных, необходимости увеличения производительности вычислительных машин.

Увеличение линейных размеров антенной решетки для обеспечения разрешения по азимуту при ограничениях по массе и габаритным размерам

радиоэлектронных средств также недопустимо. Переход в более коротковолновый диапазон также приведет к существенному усложнению и увеличению объема аппаратуры.

Указанные обстоятельства и жесткие требования по массе и габаритным размерам составных частей и всего изделия в целом приводят к серьезным проблемам в части обеспечения заданных требований к разрешению целей по дальности и по угловой координате. При этом решение данной задачи при помощи классических методов согласованной фильтрации одиночного импульса не представляется возможным.

Степень разработанности темы исследования

Вопросы формирования, воздействия и защиты радиотехнических систем (радиолокационных, радионавигационных, радиосвязи) от активных имитирующих сигналоподобных помех рассмотрены в целом ряде публикаций [1, 7, 21 – 25]. Так, например, наиболее простой способ помехозащиты основан на логическом сравнении уровней сигналов и помех (в предположении, что мощность помехи будет существенно больше мощности сигнала). Также может применяться анализ второй и третьей производной отслеживаемой координаты, которые у помеховых сигналов в определенные моменты могут отличаться от аналогичных производных полезного сигнала. Кроме того, возможно применение систем, которые могут использовать результаты спектрального анализа сигнала и помехи [24].

В работах [25 – 27] был предложен и экспериментально исследован метод селекции имитирующих сигналоподобных радиопомех, основанный на оценке когерентных свойств радиолокационных сигналов. Суть данного метода строится на предположении, что сигнал радиолокационной системы с внутренней когерентностью и сигнал имитационной помехи при прочих равных условиях будут иметь различную степень когерентности. Современные радиолокационные системы являются системами с внутренней когерентностью, что означает знание закономерности фазовой структуры излучаемого и отражённого сигналов [28]. Это, в свою очередь, обеспечивается высокой стабильностью характеристик различных

радиотехнических устройств радиолокационной системы: задающего генератора, системы синхронизации, гетеродинов, идентичностью амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) фильтров передающего и приёмного устройства, частоты квантования аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и др. При этом система формирования имитирующей сигналоподобной помехи (ретранслятор) также является аналогичной системой с жёсткой внутренней когерентностью. При этом, очевидно, что «внутренняя когерентность» радиолокационной системы не равна «внутренней когерентности» формирователя имитирующей сигналоподобной помехи, т.к. характеристики вышеперечисленных радиотехнических устройств не равны между собой.

В качестве количественной меры степени когерентности сигналов использовалось значение оценки энтропии распределения энергии сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы (КМ) [29, 30]. Также в работах [25 – 27] было синтезировано устройство селекции ложных целей в составе системы первичной обработки когерентно-импульсной радиолокационной станции (РЛС). В качестве решающей статистики использовалась оценка энтропии распределения энергии сигнала по нормированным собственным числам его выборочной корреляционной матрицы. Однако, распределения решающих статистик и характеристики обнаружения данного метода получены не были, что важно для практического использования устройств селекции целей в системах помехозащиты современных радиолокационных станций. При этом, очевидно, что для нахождения пороговых значений энтропии необходимо знать её плотность вероятности (или интегральную функцию распределения), что в свою очередь потребует нахождения функций распределений собственных чисел.

Поэтому, представляется актуальным получить аналитические выражения для решающих статистик и характеристики обнаружения (селекции) сигналоподобных помех, основанные на оценке статистических свойств собственных чисел выборочной корреляционной матрицы входного сигнала.

Существует ряд методов, позволяющих получить более высокое разрешение. К ним, например, относятся методы спектрального и

пространственного сверхразрешения [31 – 38]. В настоящее время широкое применение находят адаптивные методы оценивания спектральной плотности мощности, основанные на представлении анализируемого случайного процесса некоторой моделью временного ряда. В этом случае спектральная плотность мощности модели временного ряда будет некоторой функцией параметров этой модели, а не автокорреляционной последовательности. Наиболее известные модели: модель авторегрессионного процесса, модель процесса «скользящего среднего» и модель процесса авторегрессии «скользящего среднего». Выходные процессы моделей этого класса имеют спектральные плотности мощности, которые полностью описываются с помощью параметров модели и дисперсии белого шумового процесса. Значения этих параметров и дисперсии белого шума определяются по автокорреляционной последовательности [32].

Известны различные адаптивные методы спектрального оценивания: метод максимальной энтропии Берга, метод Кейпона и т.д. Наиболее высокими характеристиками среди этих методов обладают методы линейного предсказания [32, 39, 40]. Однако приведенные методы хорошо разработаны лишь для сигналов синусоидальной формы. Хотя, нужно отметить, что в публикациях последних нескольких лет рассматриваются вопросы наиболее сложные и важные с практической точки зрения, а именно сверхразрешение радиолокационных сигналов при воздействии активных шумовых помех (АШП) [36].

Известны различные методы для оценки числа источников сигналов, принимаемых антенной решеткой [41 – 54], в том числе основанные на анализе собственных векторов и собственных чисел выборочной корреляционной матрицы. Однако, в основном, данные методы требуют априорного знания о распределении числа источников, которое обычно неизвестно. Кроме того, полученные в большинстве этих работ аналитические результаты являются асимптотически справедливыми для больших объемов выборок либо для мощных источников сигналов. Также выбор порога обнаружения второго сигнала (разрешение) часто затруднен, поскольку неизвестен закон распределения используемого решающего

правила, и, как правило, при отсутствии аналитического выражения функции распределения используют результаты численного моделирования.

В настоящее время достаточно хорошо разработаны аналитические методы вычисления пороговых значений решающих правил, получаемых на основе обобщенного отношения правдоподобия (GLR-статистик, Generalized Likelihood Ratio), в том числе для коротких выборок и малых отношений сигнал/шум [55 – 61].

Известно, что количество собственных чисел точной корреляционной матрицы, превышающих единицу (при единичной мощности внутреннего шума), совпадает с числом внешних источников сигналов. Используя метод последовательного сравнения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы с некоторыми порогами, статистические характеристики данного метода будут зависеть от распределения собственных чисел корреляционной матрицы [41].

В работе [62] было получено точное аналитическое выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки для N -мерного случая (N – количество элементов AP) при отсутствии внешних источников, и продемонстрирована эффективность его использования для решения задачи обнаружения внешних сигналов с неизвестным волновым фронтом. В работе [63] получено асимптотическое выражение для функции распределения максимального шумового собственного числа при наличии мощного источника сигнала, справедливое как для длинных, так и для коротких выборок, и проведено численное исследование пределов его применимости. Показано, что при мощности источника сигнала порядка 6 – 10 дБ отклонение асимптотического распределения второго (шумового) собственного числа от истинного значения, равного 1, не превышает значений порядка 10^{-2} . На основе полученных результатов в работе [64] проведен анализ статистических характеристик метода разрешения двух мощных источников сигналов, основанного на сравнении второго собственного числа с порогом.

Однако существуют практические задачи, в которых требуется разрешение двух и более источников сигналов при малых отношениях сигнал/шум. Например, данная задача возникает при обнаружении групповой радиолокационной цели и определении числа целей в группе на дальней границе зоны обнаружения радиолокационной станции, то есть при пороговых отношениях сигнал/шум. Аналогичная ситуация может возникнуть при обнаружении группы малоразмерных летательных аппаратов, имеющих малые значения эффективной площади рассеивания (ЭПР) $10^{-1} \div 10^{-3} \text{ м}^2$.

Нахождение функции распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала (меньше 1–2 дБ) является достаточно сложной задачей. Поэтому, вследствие малых значений сигнальных собственных чисел и их слабого влияния на распределение шумовых собственных чисел, представляет интерес провести исследование по оценке возможности сравнения с порогом второго, третьего и т.д. (N -го) собственных чисел корреляционной матрицы шума, то есть в случае отсутствия источников сигнала, а также сравнение полученных результатов с асимптотическим выражением.

Таким образом, несмотря на достаточно исчерпывающие исследования по анализу характеристик максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы элементов антенной решетки (при наличии и при отсутствии полезного сигнала), существует ряд практических задач, в которых требуется оценка статистических характеристик всех N собственных чисел выборочной корреляционной матрицы процесса. Кроме того, поскольку все предыдущие исследования статистических характеристик собственных чисел проводились для выборочной корреляционной матрицы элементов антенной решетки, то есть в приложениях пространственной обработки, представляется актуальной задача использование полученных оценок для временной межпериодной обработки радиолокационной информации. Поэтому, становятся **актуальными** задачи исследования статистических характеристик всех N собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для любого размера

выборки при отсутствии источников и при наличии произвольного числа мощных источников сигналов, а также задачи синтеза методов пространственно-временной обработки сигналов на основе полученных решающих статистик.

Важно отметить, что данные исследования также актуальны в задачах обработки сигналов в беспроводных системах связи, в частности, в пространственно-временной обработке сигналов в ММО-системах [65 – 67]. При этом, распределения собственных чисел могут быть использованы при анализе статистических свойств матрицы коэффициентов передачи между передающей и приёмными антеннами ММО-системы [67 – 70].

Цель работы

Целью работы является синтез методов пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов импульсных радиолокационных систем с антенными решетками на основе анализа собственных чисел корреляционной матрицы в сложной сигнально-помеховой обстановке.

Задачи работы

1. Получить аналитическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для произвольной длины выборки входного процесса при отсутствии источников и при наличии произвольного числа мощных источников сигналов.
2. Провести анализ статистических характеристик разрешения двух источников сигналов, принимаемых антенной решеткой, при малых отношениях сигнал/шум.
3. Получить аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех на основе оценки собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Провести анализ статистических характеристик селекции сигналоподобных активных помех в зависимости от величины фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.

5. Синтезировать методы разрешения групповых сигналов и селекции сигналоподобных помех на основе полученных решающих статистик.

Методология и методы исследования

В диссертационной работе при решении поставленных задач использовались методы статистической радиофизики, математической статистики, высшей алгебры, векторного анализа и теории матриц, а также математическое и численное моделирование.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Полученные аналитические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников для произвольной длины выборки входного процесса и асимптотическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для произвольной длины выборки входного процесса при наличии произвольного числа мощных источников сигналов позволяют синтезировать высокоэффективные методы пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов в сложной сигнально-помеховой обстановке.
2. Полученное аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанное на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, позволяет синтезировать алгоритм селекции сигналоподобных помех в активных радиолокационных системах.
3. Предложенный метод разрешения двух источников радиолокационных сигналов, принимаемых антенной решеткой, на основе сравнения шумового второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы с порогом позволяет разрешать источники радиолокационных сигналов при малых отношениях сигнал/шум.
4. Предложенный метод селекции сигналоподобных активных помех на основе полученного аналитического выражения для решающих статистик

селекции позволяет проводить селекцию помех при различных величинах фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.

Научная новизна работы

1. Впервые получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников сигналов для любого размера выборки.
2. Впервые получено асимптотическое выражение для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для любого размера выборки при наличии произвольного числа мощных источников сигналов.
3. Впервые получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанное на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Разработан новый метод разрешения двух источников радиолокационных сигналов, принимаемых антенной решеткой, на основе сравнения шумового второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы с порогом, обеспечивающий, в отличие от существующих методов на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, разрешение групповых радиолокационных целей при малых отношениях сигнал/шум.
5. Разработан новый метод селекции сигналоподобных активных помех на основе полученного аналитического выражения для решающих статистик селекции, обеспечивающий, в отличие от существующих методов, оптимальную селекцию помех при различных величинах фазовых флуктуаций принимаемых сигналов.

Теоретическая значимость работы

Полученные аналитические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников сигналов для любого размера выборки, асимптотические выражения для интегральных функций распределения собственных чисел

выборочной корреляционной матрицы и аналитические выражения для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанные на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы, могут быть использованы для развития теории радиолокации, цифровых фазированных антенных решёток, теории радиосвязи, теории обработки сигналов в беспроводных системах связи.

Практическая значимость работы

1. Предложенные методы могут быть использованы при проектировании и повышении эффективности систем пространственно-временной обработки сигналов современных радиолокационных систем.
2. Полученные решающие статистики селекции сигналоподобных помех в радиолокационных системах могут быть использованы при защите от имитирующих сигналоподобных помех систем радиосвязи и радионавигации. Также, предложенный подход может быть обобщен на широкий круг задач селекции сигналов в различных радиотехнических системах по величине фазовых флуктуаций данных сигналов.

Степень обоснованности и достоверности научных положений, результатов проведенных исследований и выводов

Обоснованность теоретических положений диссертационного исследования основывается на использовании классических методов теории вероятностей, математической статистики, теории интегрального исчисления, статистической радиофизики, статистической радиотехники, теории матриц и теоретической радиолокации. Также, проведенные в работе исследования базируются на методах математического моделирования.

Результаты согласуются с современными научными представлениями и данными, полученными при обзоре отечественных и зарубежных источников. Полученные в работе результаты подтверждаются обсуждением в публикациях в научных изданиях, входящих в перечень, рекомендуемый ВАК.

Основные положения диссертации неоднократно докладывались и обсуждались на научно-технических конференциях, включая международные.

Публикации и апробация результатов работы

По теме диссертации автором опубликовано 13 работ: 6 статей в изданиях, рекомендованных ВАК (из них 5 по специальности 1.3.4 – радиофизика и 5 статей в ведущих изданиях, индексируемых в международных базах данных Web of Science, Scopus), 2 статьи в сборниках трудов международных научных конференций; 1 тезис доклада в сборниках трудов всероссийских научных конференций; 4 тезиса докладов в сборниках трудов региональных научных конференций.

Представленные в рамках данной работы результаты прошли апробацию на следующих конференциях:

- XXV научная конференция по радиофизике (г. Нижний Новгород, ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2021 год);
- 14-ая международная научно-техническая конференция «Перспективные технологии в средствах передачи информации – ПТСПИ'2021» (г. Владимир, 2021 год);
- XXVIII международная научно-техническая конференция, посвященная памяти Б.Я. Осипова (г. Воронеж, 2022 год);
- XXVI научная конференция по радиофизике, посвященная 120-летию М.Т. Греховой (г. Нижний Новгород, ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2022 год);
- IV научно-техническая конференция «Радиолокация. Теория и практика» (г. Нижний Новгород, 2022 год);
- XXVII научная конференция по радиофизике (г. Нижний Новгород, ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2023 год).

Личный вклад

Основные теоретические результаты, выводы и заключения получены автором в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского. В диссертации содержатся научные результаты, полученные совместно с научным руководителем д.т.н., доц. Е.С. Фитасовым. Часть исследований является

логическим развитием и практическим применением результатов кандидатской диссертации К.В. Родюшкина.

К числу значимых результатов, полученных лично автором, следует отнести:

1. Получение аналитического выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при отсутствии источников для любого размера выборки.
2. Получение асимптотического выражения для интегральных функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы для любого размера выборки при наличии произвольного числа мощных источников сигналов.
3. Получение аналитического выражения для решающих статистик селекции сигналов с фазовыми флуктуациями, основанное на оценке шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Проведение компьютерного моделирования и исследование статистических характеристик методов селекции сигналоподобных помех и разрешения групповых сигналов.

Краткое содержание работы

В первой главе рассматриваются статистические характеристики всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов, поступающих с элементов антенной решётки, при наличии произвольного числа мощных внешних источников сигналов и для любого размера выборки.

В разделе 1.1 получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки (для многомерного случая). Показано, что при значениях объема выборки L , больших $2N$, число обусловленности корреляционной матрицы монотонно стремится к единице.

В разделе 1.2 получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии суммы

собственного шума и произвольного числа источников сигналов большой мощности. Показано, что наличие мощного сигнала изменяет распределения всех собственных чисел корреляционной матрицы входного процесса. Также показано, что при малых значениях мощности сигнала (меньше 0 дБ) функция распределения минимального собственного числа, полученная в соответствии с выявленным аналитическим выражением, практически совпадает с их истинным распределением, полученным численным моделированием.

В разделе 1.3 получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии произвольного числа мощных источников сигналов в случае короткой выборки.

Вторая глава посвящена анализу статистических характеристик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.

В разделе 2.1 представлена модель сигналоподобной помехи на входе приемника радиолокационной системы.

В разделе 2.2 получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы. Точная решающая статистика выводится из строгого выражения для отношения правдоподобия и получена на основе обобщенного отношения правдоподобия, в том числе для коротких выборок.

В разделе 2.3 представлены кривые селекции (зависимость вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум) для различной длины выборки процесса, полученные с использованием точной решающей статистики. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций и показано, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции существенным образом увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи. Показано снижение вероятностей правильной селекции при уменьшении величины фазовых

флуктуаций. Также продемонстрировано, что при заданной вероятности правильной селекции увеличение вероятности ложной селекции приводит к снижению отношения сигнал/шум.

В разделе 2.4 рассмотрена задача селекции сигналоподобных помех и сигналов с постоянным уровнем фазовых флуктуаций. Показано, что при отношении сигнал/шум более 20 дБ вероятность правильной селекции стремится к постоянной величине при заданном значении фазовых флуктуаций. При увеличении постоянных фазовых флуктуаций соответственно увеличивается вероятность правильной селекции.

В разделе 2.5 рассмотрен случай быстрых и медленных постоянных флуктуаций амплитуды полезного сигнала. Показано, что предлагаемый в данном диссертационном исследовании метод селекции помех вполне применим и для случая быстрых флуктуаций (при определенном уровне флуктуаций) при условии предварительного сглаживания входного процесса.

Третья глава посвящена анализу статистических характеристик разрешения двух источников сигналов с плоскими волновыми фронтами при малых отношениях сигнал/шум на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума приёмной системы.

В разделе 3.1 рассмотрена задача разрешения двух узкополосных источников сигналов с помощью антенной решетки на фоне гауссовского шума.

В разделе 3.2 представлены результаты численного моделирования. Моделировалось разрешение двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами. Также рассмотрен случай разрешения двух слабых источников сигнала при наличии одного мощного. Рассмотрены характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов. Проведено численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала.

Диссертация подготовлена в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского. Автор выражает глубокую признательность

и благодарность научному руководителю – заведующему кафедрой радиотехники радиофизического факультета, доктору технических наук, доценту Фитасову Евгению Сергеевичу. Автор также выражает глубокую благодарность профессору-консультанту кафедры радиотехники радиофизического факультета, лауреату премии Правительства РФ в области науки и техники, доктору технических наук, профессору Орлову Игорю Яковлевичу, участвовавшему в обсуждении положений, задач и экспериментальных результатов диссертации. Диссертант благодарен профессору кафедры статистической радиофизики и мобильных систем связи радиофизического факультета, доктору физико-математических наук, профессору Флакману Александру Григорьевичу за обсуждение ряда вопросов и полезные рекомендации.

ГЛАВА 1. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

В главе 1 получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки (для многомерного случая). Также получено аналитическое выражение для распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии суммы собственного шума и произвольного числа источников сигналов большой мощности. В данной главе также получено выражение для интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии произвольного числа мощных источников в случае короткой выборки.

Основные результаты главы опубликованы в работах [71, 72].

1.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки

Рассмотрим структурную схему пространственной обработки радиолокационных сигналов, представленной на рис. 1.1.

Пусть с N -элементной антенной решётки снимается совокупность N напряжений, описываемых функциями времени $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$ и образующих вектор-столбец [73]

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

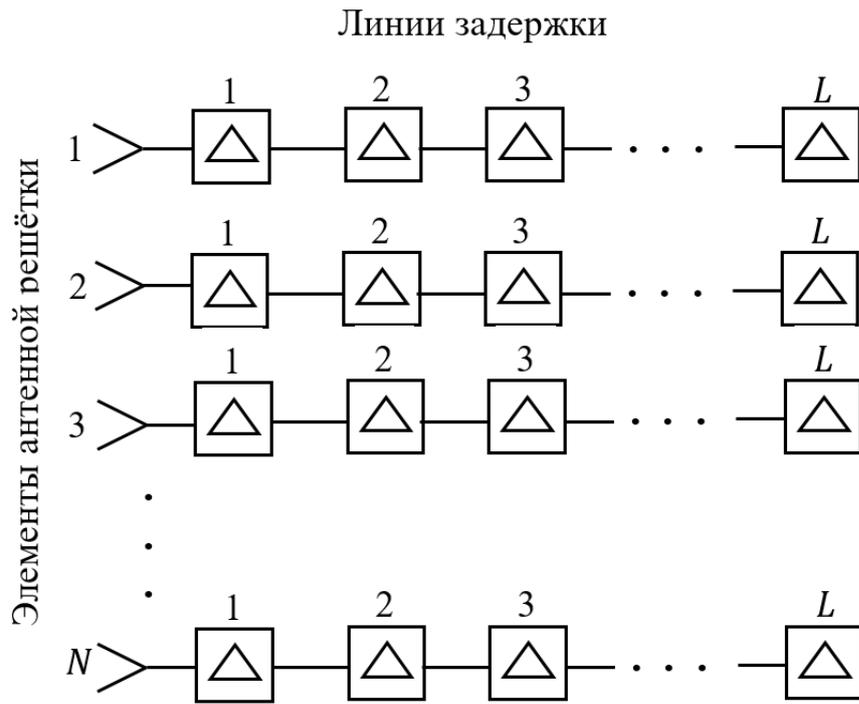


Рис. 1.1. Структурная схема пространственно-временной обработки

На практике входной процесс наблюдается в дискретные моменты времени. Имеется L временных выборок $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, L$) вектора сигнала \mathbf{x} , соответствующих L моментам времени, взятым через одинаковые промежутки.

Рассмотрим случай, когда внешние источники сигналов отсутствуют и напряжения, снимаемые с элементов антенной решётки размерностью N , состоят только из собственного шума, который обычно обусловлен собственным шумом усилителя, включенного в каждый элемент антенной решётки. Таким образом, вектор сигналов \mathbf{x} равен вектору собственного шума \mathbf{n} [73]:

$$\mathbf{x} = \mathbf{n}, \quad (1.2)$$

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_N(t) \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Рассмотрим корреляционную матрицу \mathbf{M} собственного шума антенной решётки размерности N , которая по определению равна

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{nn}^* \rangle, \quad (1.4)$$

где $\langle \dots \rangle$ – знак статистического усреднения, $*$ – знак эрмитова сопряжения (одновременного транспонирования и комплексного сопряжения).

В развернутом виде корреляционная матрица \mathbf{M} собственного шума представляется как

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \langle n_1 n_1^* \rangle & \langle n_1 n_2^* \rangle & \dots & \langle n_1 n_N^* \rangle \\ \langle n_2 n_1^* \rangle & \langle n_2 n_2^* \rangle & \dots & \langle n_2 n_N^* \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle n_N n_1^* \rangle & \langle n_N n_2^* \rangle & \dots & \langle n_N n_N^* \rangle \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Каждый диагональный элемент матрицы \mathbf{M} (1.5) является средней мощностью собственного шума в соответствующем элементе антенной решётки. Недиagonальные элементы матрицы \mathbf{M} дают функции корреляции сигналов в различных элементах антенной решетки. Матрица \mathbf{M} является эрмитовой, так как симметричные относительно диагонали элементы комплексно сопряжены [74].

Очевидно, что шумы в различных усилителях статистически независимы между собой, поэтому каждый недиагональный элемент корреляционной матрицы собственного шума \mathbf{M} равен нулю. Будем предполагать, что средняя мощность собственного шума в каждом элементе антенной решётки одинакова и равна σ^2 . Так как собственный шум считаем некоррелированным белым гауссовским шумом с нулевым средним $\langle \mathbf{n} \rangle = 0$ и единичной дисперсией $\sigma^2 = 1$, то корреляционная матрица вектора собственного шума является единичной

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}, \quad (1.6)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица.

Будучи эрмитовой и положительно определенной, корреляционная матрица \mathbf{M} имеет ортонормированную систему собственных векторов $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N$ и совокупность соответствующих этим векторам положительных собственных чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$, которые обычно нумеруют в порядке убывания.

Для матрицы \mathbf{M} вектор \mathbf{n} является собственным вектором, и все собственные числа $\lambda_i = 1$ ($i = 1 \dots N$).

Совокупность собственных значений матрицы \mathbf{M} можно интерпретировать как закон статистического распределения энергии сигнала по собственным подпространствам его корреляционной матрицы.

Так как реально точное значение корреляционной матрицы \mathbf{M} неизвестно, то используется её оценка $\hat{\mathbf{M}}$, полученная по L независимым выборкам вектора принимаемого сигнала \mathbf{x} [75]:

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^*, \quad (1.7)$$

где $\hat{\mathbf{M}}$ – выборочная корреляционная матрица.

В отличие от точной корреляционной матрицы \mathbf{M} , собственные числа $\hat{\lambda}_i$ ($i = 1 \dots N$) выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ являются случайными величинами, и, в общем случае, разделить их на «сигнальные» и «шумовые» затруднительно. Очевидным решением проблемы разделения собственных чисел $\hat{\lambda}_i$ является введение некоторого порогового значения и сравнение с ним собственных чисел $\hat{\lambda}_i$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$. Если собственное число превышает порог, то оно считается «сигнальным», если нет, то – «шумовым».

Однако задача осложняется тем, что статистические характеристики собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ зависят от таких параметров, как число выборок L и размерность антенной решетки N , и, соответственно, выбрать только один порог для всех значений параметров и всех собственных чисел затруднительно. Поэтому для задачи оценки числа «сигнальных» собственных чисел большой интерес представляет интегральная функция распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

По определению [76], интегральной функцией распределения первого (максимального) собственного числа λ_1 называется функция $F_1(\lambda)$, выражающая вероятность того, что λ_1 примет значение, меньшее чем λ , то есть

$$F_1(\lambda) = P\{\lambda_1 < \lambda\}. \quad (1.8)$$

Эта вероятность является неубывающей функцией и принимает значения $0 \leq F_1(\lambda) \leq 1$.

Интегральная функция распределения $F_1(\lambda)$ при заданной плотности распределения вероятности (дифференциальной функции распределения) $f(\lambda)$ в общем виде выражается следующим выражением:

$$F_1(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} f(\lambda) d\lambda. \quad (1.9)$$

Поскольку в рассматриваемом случае внешние источники отсутствуют, то все собственные числа λ_i точной корреляционной матрицы \mathbf{M} и собственные числа $\hat{\lambda}_i$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ являются шумовыми.

Для определения плотности распределения вероятности, а затем и интегральной функции распределения собственных чисел $\hat{\lambda}_i$, введём ненормированную выборочную корреляционную матрицу \mathbf{A} , связанную с матрицей $\hat{\mathbf{M}}$ соотношением

$$\mathbf{A} = L\hat{\mathbf{M}}, \quad (1.10)$$

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^*. \quad (1.11)$$

Собственные числа матриц \mathbf{A} и $\hat{\mathbf{M}}$ (α_i и $\hat{\lambda}_i$ соответственно) связаны между собой соотношением

$$\alpha_i = L\hat{\lambda}_i. \quad (1.12)$$

При $L \geq N$ случайная эрмитова матрица \mathbf{A} имеет распределение Уишарта [75, 77], и её плотность распределения вероятности $f(\mathbf{A})$ записывается в виде

$$f(\mathbf{A}) = C(N, L) \cdot [\det(\mathbf{A})]^{L-N} \cdot [\det(\mathbf{M})]^{-L} \cdot e^{-\text{Sp}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A})}, \quad (1.13)$$

$$C(N, L) = \left[\pi^{\frac{N^2-N}{2}} \cdot \prod_{i=1}^N (L-i)! \right]^{-1}.$$

Здесь \det – детерминант матрицы, Sp – след (сумма диагональных элементов) матрицы.

Так как $\mathbf{M} = \mathbf{I}$, то выражение (1.13) можно записать следующим образом:

$$f(\mathbf{A}) = C(N, L) \cdot [\det(\mathbf{A})]^{L-N} \cdot e^{-\text{Sp}(\mathbf{A})}. \quad (1.14)$$

Представим матрицы \mathbf{A} и $\widehat{\mathbf{M}}$ с помощью собственных чисел и собственные вектора в виде:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^*, \quad (1.15)$$

$$\widehat{\mathbf{M}} = \sum_{i=1}^N \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^*, \quad (1.16)$$

где \mathbf{v}_i и $\hat{\mathbf{u}}_i$ – собственные векторы матриц \mathbf{A} и $\widehat{\mathbf{M}}$ соответственно. Используя выражения (1.10) и (1.12), получаем следующее соотношение между собственными векторами матриц \mathbf{A} и $\widehat{\mathbf{M}}$

$$\mathbf{v}_i = \hat{\mathbf{u}}_i. \quad (1.17)$$

Таким образом, плотность распределения вероятности матрицы \mathbf{A} (1.14) можно представить в виде:

$$f(\mathbf{A}) = C(N, L) \cdot \prod_{i=1}^N \alpha_i^{L-N} \cdot e^{-\alpha_i}. \quad (1.18)$$

Совместная плотность вероятности собственных чисел α_i матрицы \mathbf{A} имеет вид [78, 79]:

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = Z(N, L) \prod_{i=1}^N \alpha_i^{L-N} \cdot e^{-\alpha_i} \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2, \quad (1.19)$$

$$Z(N, L) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! i!}, \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0.$$

Для того, чтобы найти функцию распределения $F_1(\alpha)$ первого (максимального) собственного числа α_1 случайной матрицы \mathbf{A} , необходимо проинтегрировать выражение (1.19) по всем собственным числам в диапазоне от 0 до ∞ и по максимальному собственному числу α_1 , удовлетворяющему условию $0 < \alpha_1 < \alpha$:

$$F_1(\alpha) = \int_0^\alpha d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \dots \int_0^\infty f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) d\alpha_N. \quad (1.20)$$

Учитывая, что $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0$ при невыполнении условия $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0$, а также симметричность относительно перестановки аргументов α_i , то есть $f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_N) = f(\alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_N)$ для $i, j = 1 \dots N$, функцию распределения $F_1(\alpha)$ можно записать следующим образом:

$$F_1(\alpha) = \frac{Z(N, L)}{N!} \int_0^\alpha d\alpha_1 \dots \int_0^\alpha \prod_{i=1}^N (\alpha_i^{L-N} \cdot e^{-\alpha_i}) \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2 d\alpha_N. \quad (1.21)$$

Рассмотрим интегральную функцию распределения шумовых собственных чисел для двумерного случая ($N = 2$). Функция распределения первого собственного числа для двухэлементной ($N = 2$) антенной решётки в соответствии с выражением (1.21) принимает следующий вид [64]:

$$F_1(\alpha) = \frac{Z(2, L)}{2} \int_0^\alpha \int_0^\alpha (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^{L-2} \cdot e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 d\alpha_2 d\alpha_1. \quad (1.22)$$

После несложных преобразований выражение (1.22) можно представить в следующем виде:

$$F_1(\alpha) = Z(2, L) \cdot [\gamma(L+1, \alpha) \cdot \gamma(L-1, \alpha) - \gamma(L, \alpha) \cdot \gamma(L, \alpha)], \quad (1.23)$$

где $\gamma(L, \alpha) = \int_0^\alpha t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – нижняя неполная гамма-функция.

Соответственно, интегральная функция распределения $F_1(2, L, \lambda)$ максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в двумерном случае ($N = 2$) в отсутствии внешних источников записывается как

$$F_1(2, L, \lambda) = Z(2, L) \cdot \det \begin{bmatrix} \gamma(L-1, L\lambda) & \gamma(L, L\lambda) \\ \gamma(L, L\lambda) & \gamma(L+1, L\lambda) \end{bmatrix}, \quad (1.24)$$

$$Z(2, L) = \frac{1}{\Gamma(L) \cdot \Gamma(L-1)},$$

где $\Gamma(L) = \int_0^{+\infty} t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – полная гамма-функция.

Функция распределения второго собственного числа при $N = 2$ будет выглядеть следующим образом [71]:

$$F_2(\alpha) = Z(2, L) \int_0^{\infty} \int_0^{\alpha} (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^{L-2} \cdot e^{-(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 d\alpha_2 d\alpha_1. \quad (1.25)$$

Учитывая свойство аддитивности ($\int_0^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\alpha} f(x) dx + \int_{\alpha}^{\infty} f(x) dx$), выражение (1.25) можно представить в виде

$$F_2(\alpha) = Z(2, L) \int_0^{\alpha} \int_0^{\alpha} (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^{L-2} \cdot e^{-(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 d\alpha_2 d\alpha_1 + \\ + Z(2, L) \int_{\alpha}^{\infty} \int_0^{\alpha} (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^{L-2} \cdot e^{-(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 d\alpha_2 d\alpha_1. \quad (1.26)$$

Видно, что первое слагаемое данного выражения представляет собой функцию распределения первого собственного числа $F_1(\alpha)$. Таким образом, выражение (1.26) можно записать в следующем виде:

$$F_2(\alpha) = F_1(\alpha) + Z(2, L) \int_{\alpha}^{\infty} \int_0^{\alpha} (\alpha_1 \cdot \alpha_2)^{L-2} \cdot e^{-(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 d\alpha_2 d\alpha_1. \quad (1.27)$$

После несложных преобразований выражение (1.27) можно представить в виде

$$F_2(\alpha) = F_1(\alpha) + Z(2, L) \cdot [\Gamma(L + 1, \alpha) \cdot \gamma(L - 1, \alpha) - \Gamma(L, \alpha) \cdot \gamma(L, \alpha)] + \\ + Z(2, L) \cdot [\Gamma(L - 1, \alpha) \cdot \gamma(L + 1, \alpha) - \Gamma(L, \alpha) \cdot \gamma(L, \alpha)], \quad (1.28)$$

где $\Gamma(L, \alpha) = \int_{\alpha}^{+\infty} t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – верхняя неполная гамма-функция.

Выражение (1.28) представляет собой сумму детерминантов матрицы с размерностью $[2 \times 2]$, состоящей из верхних и нижних неполных гамма-функций:

$$F_2(\alpha) = F_1(\alpha) + Z(2, L) \cdot \det \begin{bmatrix} \gamma(L - 1, \alpha) & \gamma(L, \alpha) \\ \Gamma(L, \alpha) & \Gamma(L + 1, \alpha) \end{bmatrix} + \\ + Z(2, L) \cdot \det \begin{bmatrix} \Gamma(L - 1, \alpha) & \Gamma(L, \alpha) \\ \gamma(L, \alpha) & \gamma(L + 1, \alpha) \end{bmatrix}. \quad (1.29)$$

Соответственно, интегральная функция распределения $F_2(2, L, \lambda)$ второго шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в двумерном случае ($N = 2$) при отсутствии внешних источников записывается следующим образом [71]:

$$F_2(2, L, \lambda) = F_1(2, L, \lambda) + Z(2, L) \cdot \det \begin{bmatrix} \gamma(L - 1, L\lambda) & \gamma(L, L\lambda) \\ \Gamma(L, L\lambda) & \Gamma(L + 1, L\lambda) \end{bmatrix} + \\ + Z(2, L) \cdot \det \begin{bmatrix} \Gamma(L - 1, L\lambda) & \Gamma(L, L\lambda) \\ \gamma(L, L\lambda) & \gamma(L + 1, L\lambda) \end{bmatrix}, \quad (1.30)$$

$$Z(2, L) = \frac{1}{\Gamma(L) \cdot \Gamma(L - 1)}.$$

Рассмотрим более сложный трехмерный случай $N = 3$.

В соответствии с [62] функция распределения первого собственного числа:

$$F_1(N, L, \lambda) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i) \cdot \Gamma(j)} \right], \quad i, j = 1 \dots N. \quad (1.31)$$

Функция распределения $F_2(\alpha) = P\{\alpha_2 < \alpha\}$ второго собственного числа α_2 случайной матрицы \mathbf{A} будет иметь вид

$$F_2(\alpha) = \int_0^{\infty} d\alpha_1 \int_0^{\alpha} d\alpha_2 \int_0^{\infty} f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) d\alpha_3. \quad (1.32)$$

После несложных, но громоздких преобразований (аналогичных приведённым выше преобразованиям для двумерного случая $N = 2$), функцию распределения $F_2(\alpha)$ второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ можно представить в следующем виде [71]:

$$F_2(3, L, \lambda) = Z(3, L) \cdot [\det(\mathbf{B}_0(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_1(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_2(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_3(\lambda))], \quad (1.33)$$

где элементами матрицы $\mathbf{B}_0(\lambda)$ являются

$$\mathbf{B}_{0\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1, 2, 3,$$

элементами матрицы $\mathbf{B}_1(\lambda)$ –

$$\mathbf{B}_{1\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1,$$

$$\mathbf{B}_{1\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 2, 3,$$

элементами матрицы $\mathbf{B}_2(\lambda)$ –

$$\mathbf{B}_{2\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1, 3,$$

$$\mathbf{B}_{2\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 2,$$

элементами матрицы $\mathbf{B}_3(\lambda)$ –

$$\mathbf{B}_{3\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1, 2,$$

$$\mathbf{B}_{3\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 3,$$

то есть

$$\mathbf{B}_0(\lambda) = \begin{pmatrix} \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_1(\lambda) = \begin{pmatrix} \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2(\lambda) = \begin{pmatrix} \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_3(\lambda) = \begin{pmatrix} \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix}.$$

Учитывая, что $Z(3, L) \cdot \det(\mathbf{B}_0(\lambda)) = F_1(\lambda, N, L)$, функцию распределения второго собственного числа α_2 случайной матрицы \mathbf{A} можно переписать следующим образом:

$$F_2(3, L, \lambda) = Z(3, L) \cdot [\det(\mathbf{B}_1(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_2(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_3(\lambda))] + F_1(\lambda, N, L). \quad (1.34)$$

Функция распределения $F_3(\alpha) = P\{\alpha_3 < \alpha\}$ третьего собственного числа α_3 случайной матрицы \mathbf{A} будет иметь вид

$$F_3(\alpha) = \int_0^\infty d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \int_0^\alpha f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) d\alpha_3. \quad (1.35)$$

Аналогично выражению (1.34) функцию распределения $F_3(3, L, \lambda)$ можно представить в следующем виде:

$$F_3(3, L, \lambda) = Z(3, L) [\det(\mathbf{B}_4(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_5(\lambda)) + \det(\mathbf{B}_6(\lambda))] + F_2(3, L, \lambda), \quad (1.36)$$

где элементами матрицы $\mathbf{B}_4(\lambda)$ являются

$$\mathbf{B}_{4\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1, 2,$$

$$\mathbf{B}_{4\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 3,$$

элементами матрицы $\mathbf{B}_5(\lambda)$ –

$$\mathbf{B}_{5\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1, 3,$$

$$\mathbf{B}_{5\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 2,$$

элементами матрицы $\mathbf{B}_6(\lambda)$ –

$$\mathbf{B}_{6\,i,j} = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 1,$$

$$\mathbf{B}_{6\,i,j} = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \text{ при } i = 2, 3,$$

то есть

$$\mathbf{B}_4(\lambda, i, j) = \begin{pmatrix} \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_5(\lambda, i, j) = \begin{pmatrix} \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_6(\lambda, i, j) = \begin{pmatrix} \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \\ \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) & \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda) \end{pmatrix}.$$

Таким образом, из полученных выражений видно, что функция распределения m -го ($m \geq 2$) собственного числа равна сумме детерминантов матриц, полученных из перестановок с повторениями строк, состоящих из неполных верхних $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ и нижних $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ гамма-функций. Количество таких перестановок равно [80]:

$$\binom{N}{k_1, k_2} = \frac{N!}{k_1! \cdot k_2!}, \quad (1.37)$$

где $k_1 = m - 1$ – число строк, состоящих из неполных верхних гамма-функций $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$; $k_2 = N - k_1$ – число строк, состоящих из неполных нижних гамма-функций $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$.

Учитывая полученные зависимости, можно записать интегральную функцию распределения $F_m(N, L, \lambda)$ m -го ($m \geq 2$) шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в N -мерном случае в следующем виде [71]:

$$F_m(N, L, \lambda) = Z(N, L) \cdot \left(\sum_{l=1 \dots N} \binom{N}{k_1, k_2} \det(\mathbf{B}_l) \right) + F_{m-1}(N, L, \lambda), \quad (1.38)$$

Матрица \mathbf{B}_l образуется из k_1 строк матрицы \mathbf{B}_l^Γ , содержащей элементы $B_{ij}^\Gamma = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, и k_2 строк матрицы \mathbf{B}_l^Y , содержащей элементы $B_{ij}^Y = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, $i, j = 1, \dots, N$. Каждая из матриц \mathbf{B}_l представляет одну из возможной комбинации строк \mathbf{B}_l^Γ и \mathbf{B}_l^Y . То есть

$$\mathbf{B}_l = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_l^\Gamma \\ \mathbf{B}_l^Y \end{bmatrix}, \quad l = 1 \dots N, \quad (1.39)$$

$$\mathbf{B}^\Gamma = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \quad i = 1 \dots k_1, \quad j = 1 \dots N,$$

$$\mathbf{B}^Y = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda), \quad i = 1 \dots k_2, \quad j = 1 \dots N,$$

$$k_1 + k_2 = N, \quad m = 2 \dots N, \quad k_1 = m - 1, \quad k_2 = N - k_1.$$

На рис. 1.2 приведены функции распределения трех собственных чисел для трехмерного случая ($N = 3$) и различного объема выборки $L = \{3, 10, 50\}$. Видно, что при увеличении объема выборки L распределения собственных чисел с бóльшим значением смещается в сторону уменьшения значений λ , а распределения

собственных чисел с меньшим значением смещается в сторону увеличения значений λ . Следовательно, при увеличении объема выборки L средние значения распределений собственных чисел стремятся к значению $\lambda = 1$, то есть оценочная матрица $\widehat{\mathbf{M}} \rightarrow \mathbf{M}$.

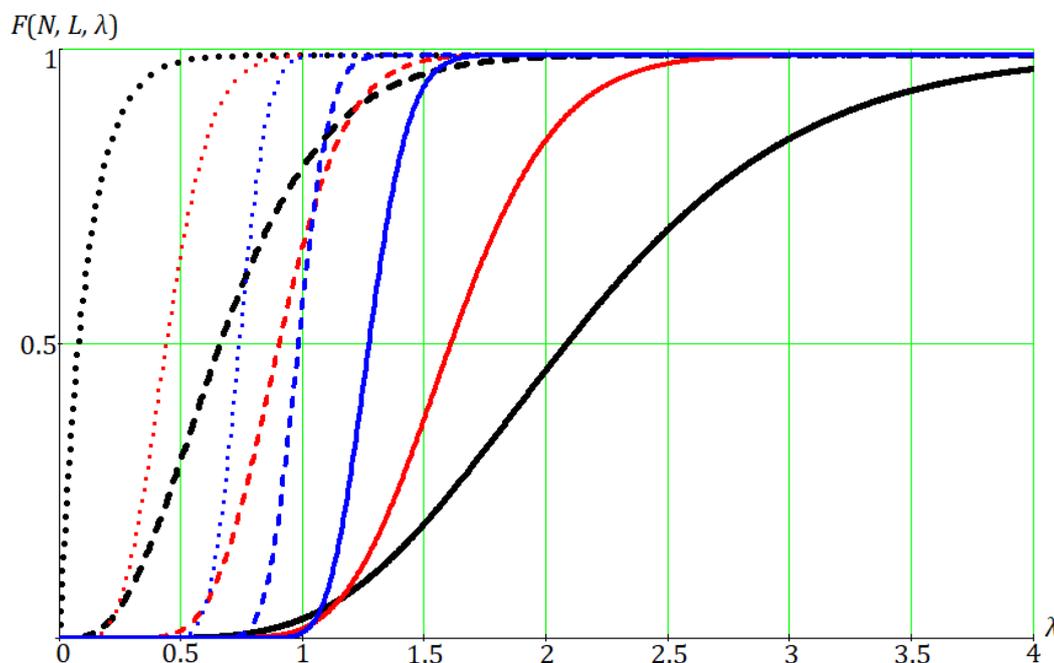


Рис. 1.2. Функция распределения трех собственных чисел для $N = 3$ и различного объема выборки: черный цвет – $L = 3$, красный цвет – $L = 10$, синий цвет – $L = 50$

На рис. 1.3 приведены плотности распределения вероятности трех собственных чисел для $N = 3$ и различного объема выборки $L = (3, 10, 50)$. Из рисунков можно видеть, что плотности распределения вероятности собственных чисел с бóльшим значением имеет бóльшую дисперсию по сравнению с собственными числами с меньшим значением. При этом с уменьшением индекса собственного числа увеличивается асимметрия плотности распределения.

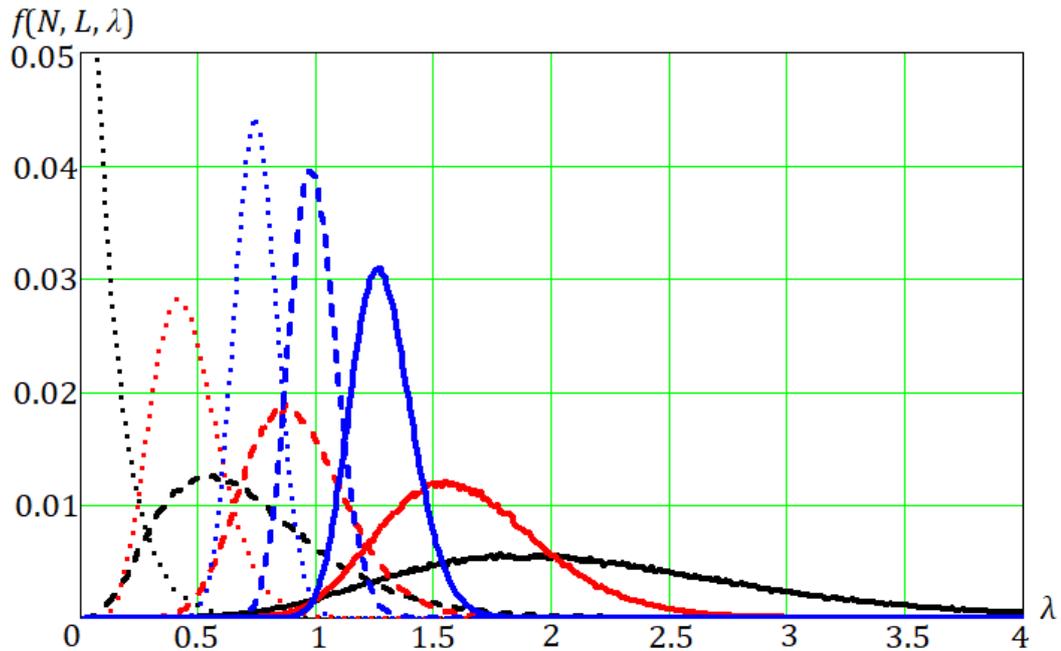


Рис. 1.3. Плотность распределения вероятности трех собственных чисел для $N = 3$ и различного объема выборки: черный цвет – $L = 3$, красный цвет – $L = 10$, синий цвет – $L = 50$

Приведем график зависимости числа обусловленности матрицы μ (отношения максимального собственного числа λ_{max} к минимальному λ_{min} [81]) от объема выборки L (рис. 1.4). Значения максимального и минимального собственных чисел возьмем при значении функций распределения $F_m(N, L, \lambda) = 0,5$. Зависимости были получены для значений $N = (3, 5, 7)$, $L \geq N$.

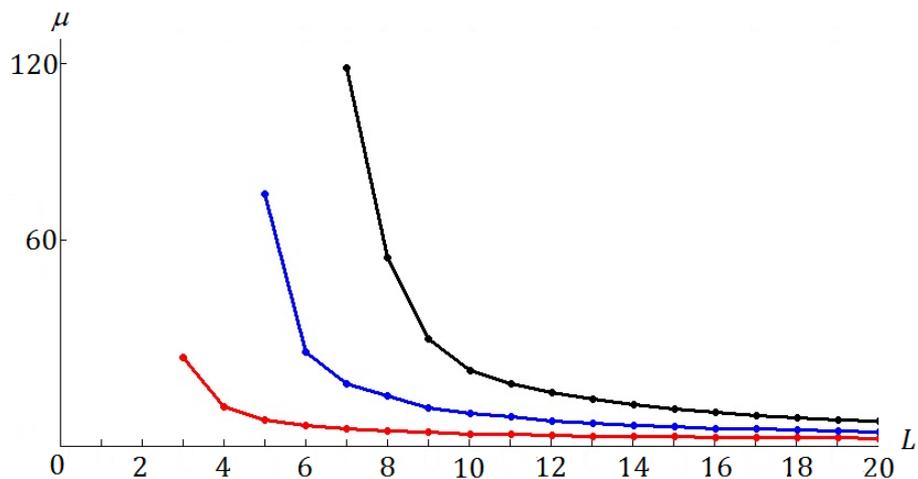


Рис. 1.4. Число обусловленности μ матрицы в зависимости от объема выборки L : красный цвет – $N = 3$, синий цвет – $N = 5$, черный цвет – $N = 7$

Из графиков видно, что при значениях объема выборки L больше $2N$ число обусловленности монотонно стремится к единице $\mu \rightarrow 1$ (при $L \rightarrow \infty$). Этот результат вполне согласуется с известным приближенным правилом, что для получения приемлемой оценки корреляционной матрицы объем выборки должен в 2 раза превышать число степеней свободы антенной решётки [82].

Также, для подтверждения правильности полученных выше результатов на рис. 1.5 приведен график зависимости среднеквадратического отклонения σ_λ среднего значения всех собственных чисел, полученных численным моделированием, от их аналитических значений при $F_m(N, L, \lambda) = 0,5$ от числа экспериментов K . Зависимости были получены для значений $N = 3, L = 3, 5, 10$.

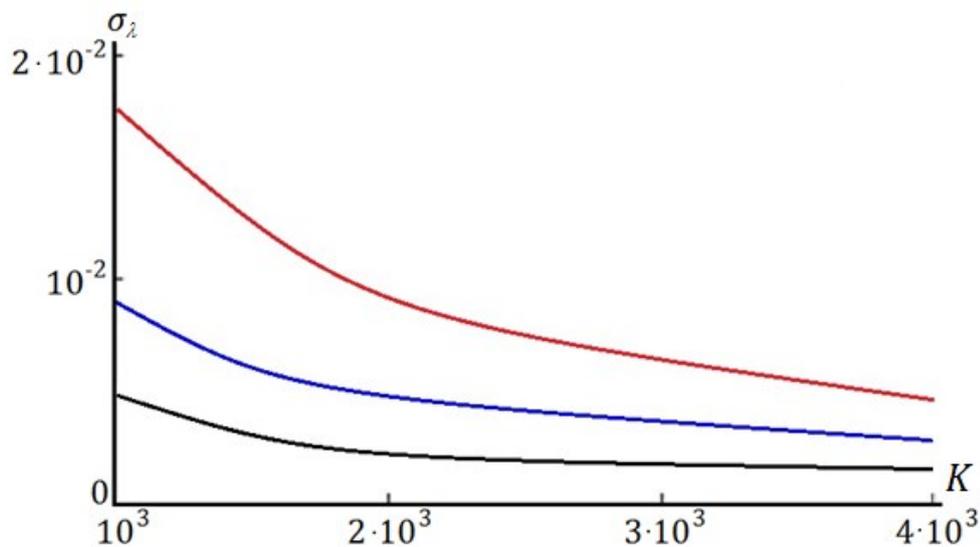


Рис. 1.5. Среднеквадратическое отклонение среднего значения всех собственных чисел, полученных численным моделированием, в зависимости от их аналитических значений от числа экспериментов K :
красный цвет – $L = 3$, синий цвет – $L = 5$, черный цвет – $L = 10$

Из графиков рис. 1.5 видно, что при количестве экспериментов $K > 2000$ среднеквадратическое отклонение средних значений собственных чисел σ_λ не превышает значений порядка 10^{-2} .

1.2. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки при наличии произвольного числа источников достаточно большой мощности

Рассмотрим ситуацию, когда на входе элементов АР, кроме собственного шума присутствуют сигналы от Q внешних источников. В этом случае у точной корреляционной матрицы \mathbf{M} имеется Q сигнальных собственных чисел больших единицы и $N - Q$ шумовых собственных чисел, равных единице. Распределение сигнальных собственных чисел при достаточно большой выборке и отношении сигнал/шум можно считать нормальным [83].

Используя выражение для функции совместного распределения собственных чисел матрицы \mathbf{A}

$$f_{Q+1}(N, L, \alpha_{Q+1}, \alpha_{Q+2}, \dots, \alpha_N) = f_1(N - Q, L - Q, \alpha_{Q+1}, \alpha_{Q+2}, \dots, \alpha_N) \quad (1.40)$$

и соотношение между собственными числами матриц \mathbf{A} и $\widehat{\mathbf{M}}$ (1.12), в [64] получено асимптотическое выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\widehat{\mathbf{M}}$ при наличии Q мощных источников:

$$F_{Q+1}(N, L, \lambda) = F_1\left(N - Q, L - Q, \frac{L\lambda}{L - Q}\right). \quad (1.41)$$

При этом выражение (1.41) справедливо в случае больших мощностей внешних источников сигналов ($vN \gg 1$).

Аналогично можно представить зависимость для m -го ($m \geq Q + 1$) собственного числа:

$$F_{Q+1}(N, L, \lambda) = F_{m-Q}\left(N - Q, L - Q, \frac{L\lambda}{L - Q}\right). \quad (1.42)$$

На рис. 1.6 в качестве иллюстрации штрихпунктирными линиями приведены функции распределения трех шумовых собственных чисел (второго, третьего и четвертого, соответственно черным, красным и синим цветами) аддитивной смеси шума и одного сигнала с мощностью 20 дБ при количестве

элементов антенной решетки $N = 4$, объеме выборки $L = 10$. Видно, что наличие мощного сигнала изменяет распределения всех собственных чисел корреляционной матрицы входного процесса. Также, распределения всех собственных чисел смещается в сторону увеличения значений λ .

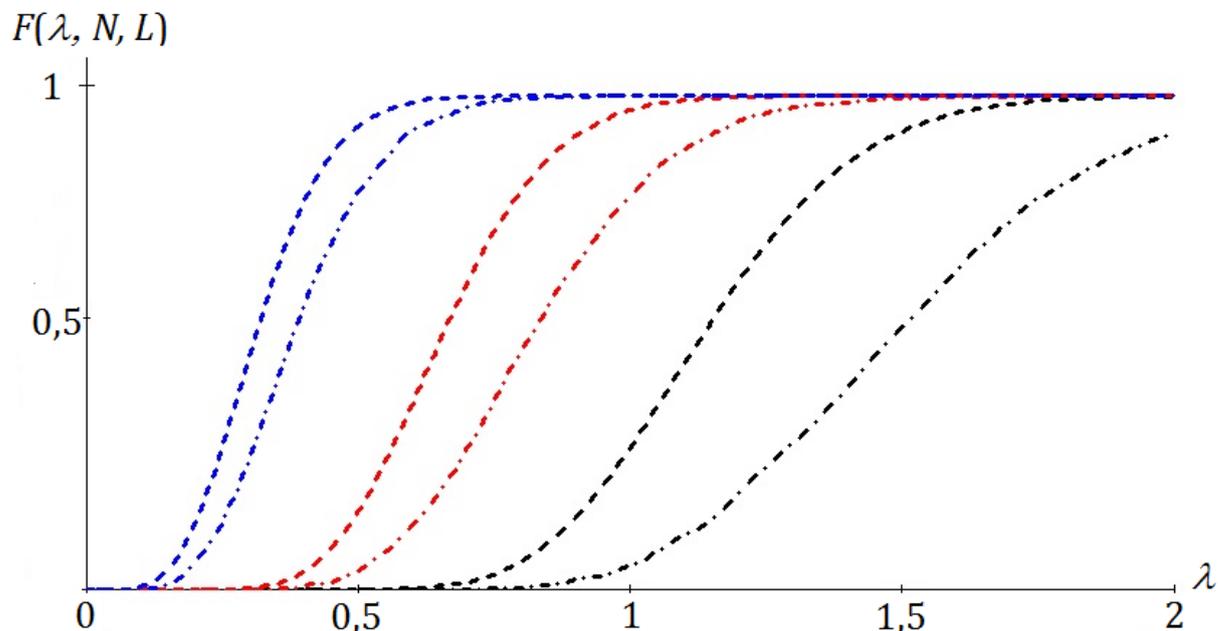


Рис. 1.6. Функция распределения второго (черный цвет), третьего (красный цвет) и четвертого (синий цвет) собственных чисел для $N = 4$, $L = 10$: пунктирная линия – при наличии только собственного шума; штрихпунктирная линия – при наличии шума и одного сигнала

В работе [63] приведены результаты численного моделирования, в которых показано, что при мощности источника сигнала порядка $6 \div 10$ дБ отклонение асимптотического распределения второго (шумового) собственного числа от истинного значения не превышает 0,02, а при мощности порядка -20 дБ составляет величину 0,4 – 0,5.

Интересно отметить, что отклонение асимптотического распределения минимального собственного числа составляет величину на порядок меньше, чем для остальных собственных чисел.

В качестве иллюстрации на рис. 1.7 приведены распределения второго, третьего и четвертого собственных чисел при $N = 4$, $L = 4$ и мощности сигнала

–20 дБ и 0 дБ, полученных в соответствии с выражением (1.42) (кривые черного цвета) и численным моделированием (кривые синего и красного цвет).

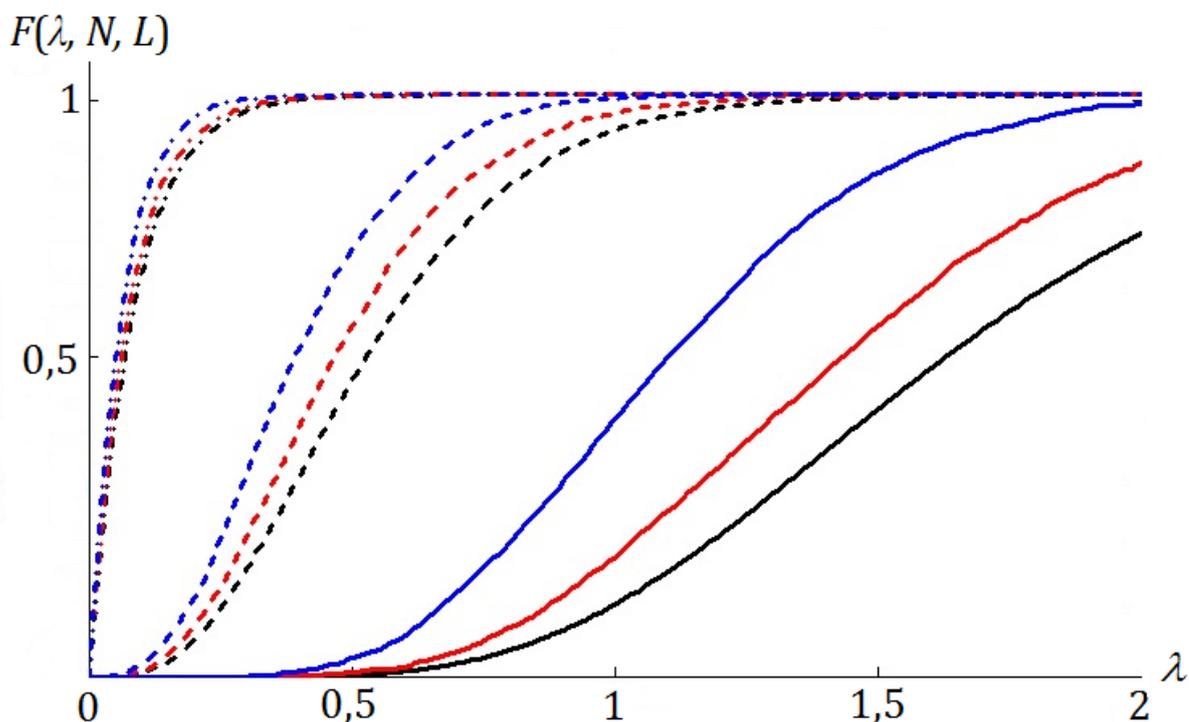


Рис. 1.7. Функция распределения второго (сплошная линия), третьего (пунктирная линия) и четвертого (штрихпунктирная линия) собственных чисел при $N = 4$, $L = 4$ и мощности сигнала –20 дБ (синий цвет) и 0 дБ (красный цвет), и в соответствии с аналитическим выражением (черный цвет)

Видно, что при $L \geq N$ даже при малых значениях мощности сигнала (меньше 0 дБ) функция распределения минимального собственного числа, полученная в соответствии с выражением (1.42), практически совпадает с их истинным распределением, полученным численным моделированием.

1.3. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решетки в случае короткой выборки

В предыдущих разделах были получены выражения для функций интегрального распределения собственных чисел выборочной корреляционной

матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в случае большой выборки ($L \geq N$). Рассмотрим случай короткой выборки, когда $L < N$.

Необходимость использования короткой выборки может быть обусловлена, например, нестационарностью сигнальной обстановки. При этом выборочная корреляционная матрица становится вырожденной и имеет L положительных собственных чисел, а её остальные $N - L$ собственных чисел равны нулю [84].

Короткая выборка заполняет только часть N -мерного векторного пространства, имеющую размерность L . Следовательно, такая выборка содержит информацию о помехе только в L -мерном подпространстве, а в остальной части пространства, размерности $N - L$, информация о помехе отсутствует. Другими словами, короткая выборка не обладает достаточной информативностью для оценки параметров помехи во всем векторном пространстве [85].

При $L < N$ матрица \mathbf{A} имеет L ненулевых собственных чисел и $N - L$ собственных чисел, равных нулю [86]. В работе [64] показано, что в данном случае корреляционную матрицу \mathbf{A} можно рассматривать как ненормированную выборочную корреляционную матрицу L -мерной антенной решетки, построенную по N выборкам.

В случае короткой выборки интегральная функция распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ собственного шума элементов антенной решетки имеет следующий вид [71]:

$$F_1(N, L, \lambda) = \det \left[\frac{\gamma(N - L + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(N - L + i) \cdot \Gamma(j)} \right], \quad i, j = 1 \dots L. \quad (1.43)$$

В данном случае легко записать интегральную функцию распределения m -го ($m \geq 2$) собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ собственного шума элементов антенной решетки в случае короткой выборки ($L < N$) [71]:

$$F_{m, L < N}(N, L, \lambda) = F_m(L, N, \lambda). \quad (1.44)$$

Связь (1.41) между интегральной функцией распределения максимального шумового собственного числа в случае присутствия Q мощных источников

$F_{Q+1}(N, L, \lambda)$ и интегральной функцией распределения максимального шумового собственного числа при наличии только собственного шума $F_1(N, L, \lambda)$ справедлива и в случае короткой выборки. Используя (1.41) и (1.43) асимптотическое выражение для интегральной функции распределения m -го шумового собственного числа λ_{Q+1} выборочной корреляционной матрицы \mathbf{M} при наличии Q мощных источников в случае короткой выборки ($L < N$) записывается следующим образом:

$$F_{m,Q+1,L < N}(N, L, \lambda) = F_m\left(L - Q, N - Q, \frac{N\lambda}{N - Q}\right). \quad (1.45)$$

Характер данных зависимостей (1.44) и (1.45) будет аналогичен случаю большой выборки $L \geq N$.

На рис.1.8 – 1.9 приведены графики функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ собственного шума элементов антенной решетки (1.44) для $N = (5, 7)$ и различного объема короткой выборки $L \leq N$. Видно, что при увеличении объема выборки L распределения собственных чисел с бóльшим значением смещается в сторону уменьшения значений λ , а распределения собственных чисел с меньшим значением смещается в сторону увеличения значений λ .

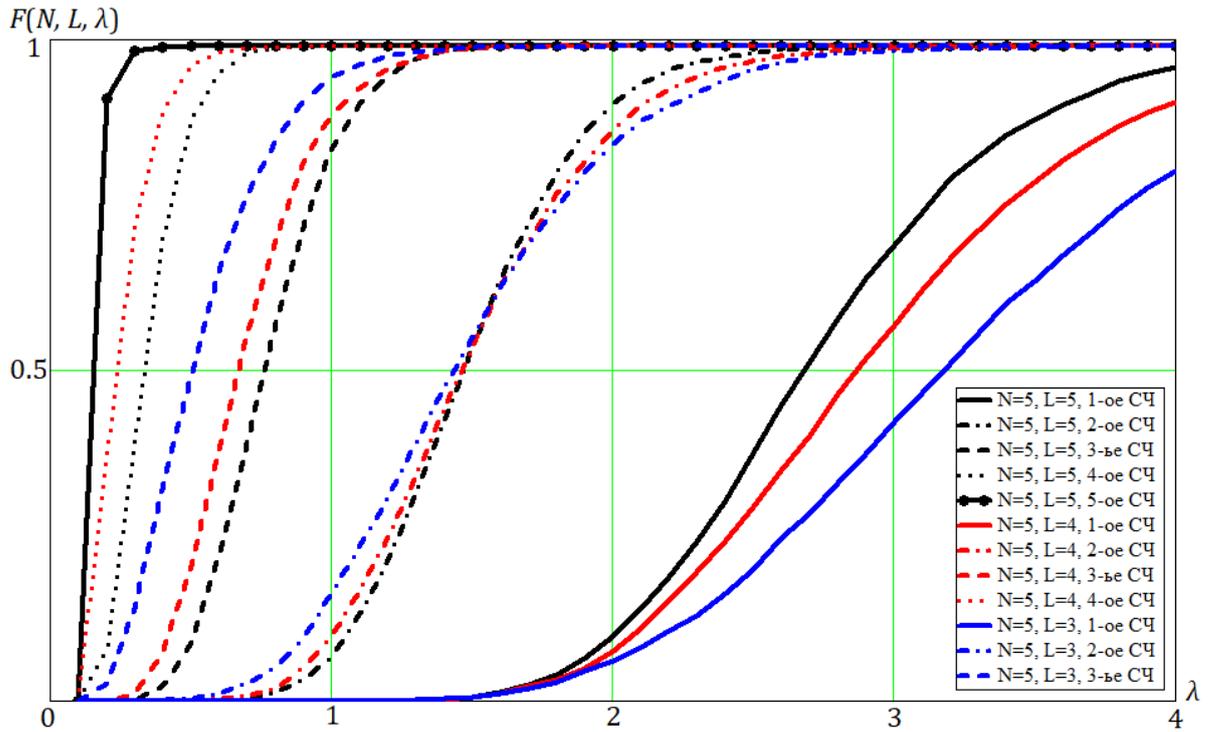


Рис. 1.8. Функция распределения собственных чисел для $N = 5$ и различного объема выборки: черный цвет – $L = 5$, красный цвет – $L = 4$, синий цвет – $L = 3$

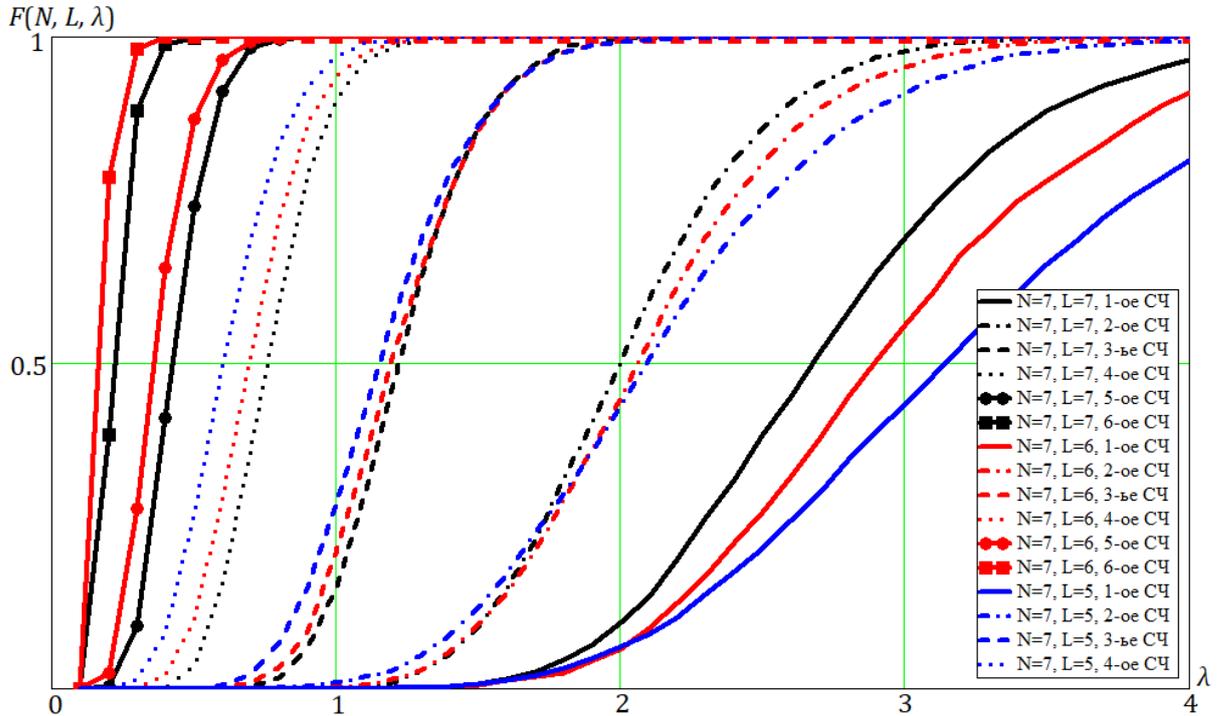


Рис. 1.9. Функция распределения собственных чисел для $N = 7$ и различного объема выборки: черный цвет – $L = 7$, красный цвет – $L = 6$, синий цвет – $L = 5$

На рис. 1.10 – 1.12 приведены графики функций распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ собственного шума элементов антенной решетки (1.44) для $N = (5, 6, 7)$ и различного объема короткой выборки $L \leq N$ при наличии только собственного шума (чёрные, красные, синие кривые) и аддитивной смеси одного сигнала с мощностью 10 дБ и собственного шума (серые, розовые и голубые кривые).

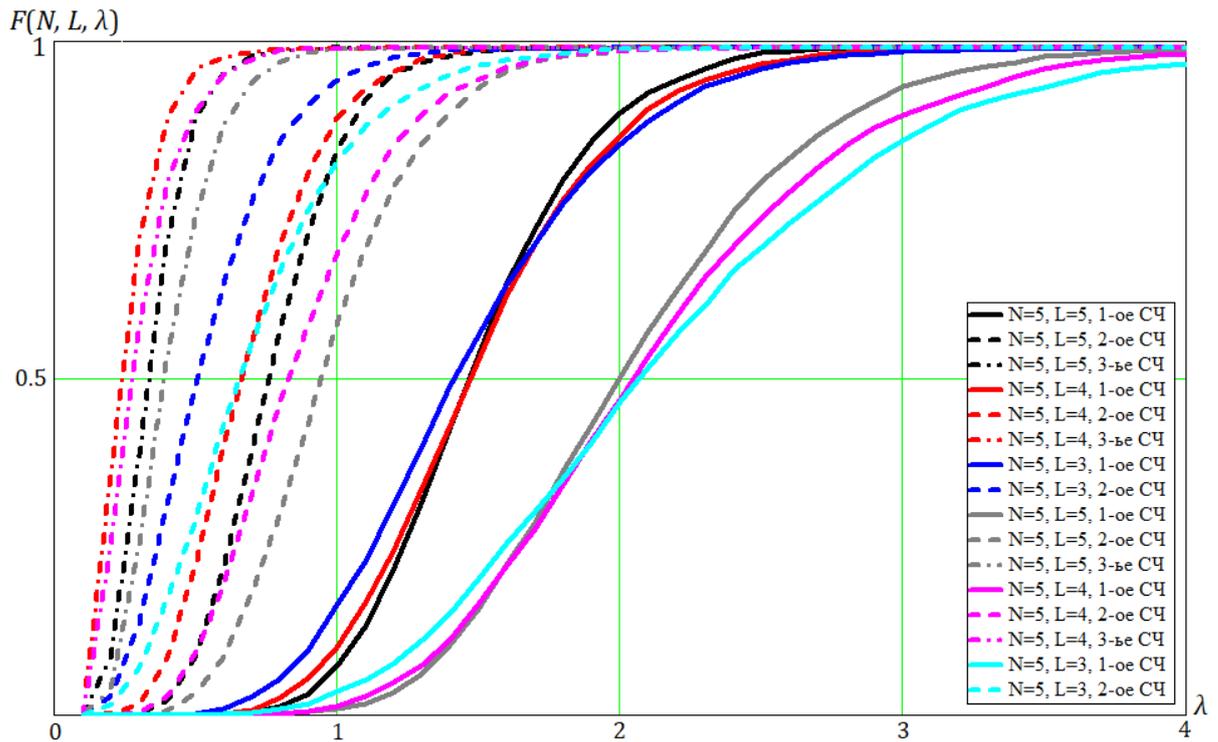


Рис. 1.10. Функция распределения собственных чисел для $N = 5$ и различного объема выборки $L = (3, 4, 5)$:

черный, красный, синий цвет – при наличии только собственного шума;
серый, розовый, голубой цвет – при наличии сигнала и собственного шума

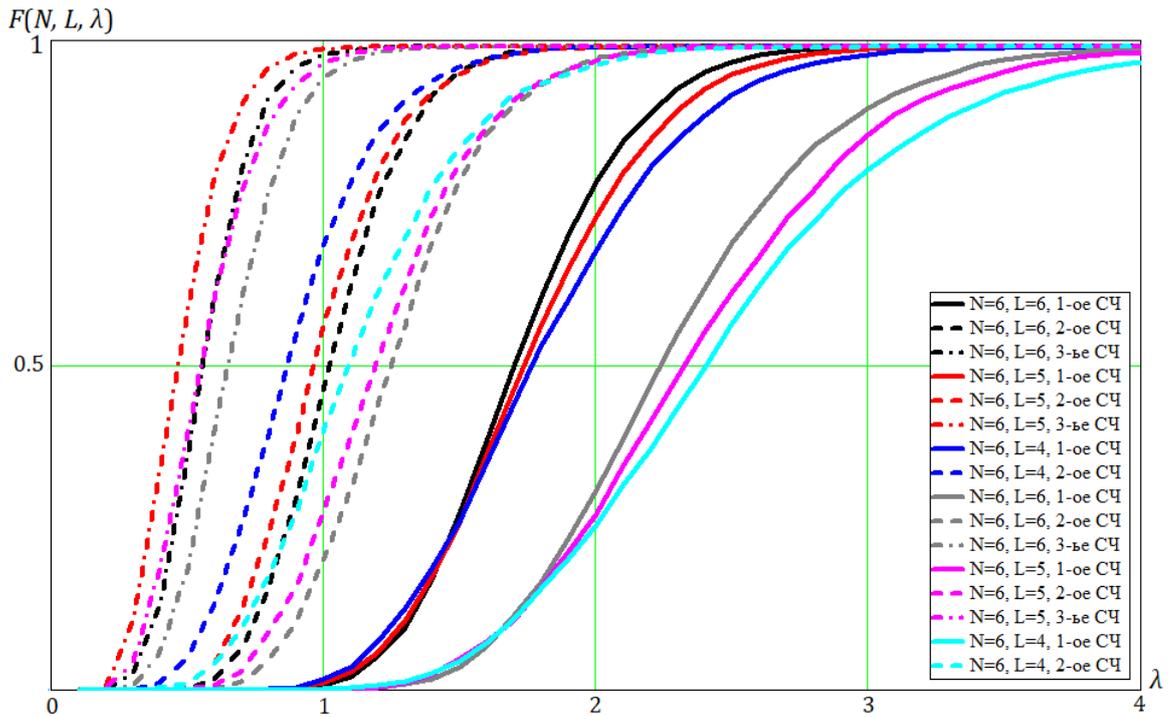


Рис. 1.11. Функция распределения собственных чисел для $N = 6$ и различного объема выборки $L = (4, 5, 6)$:

черный, красный, синий цвет – при наличии только собственного шума; серый, розовый, голубой цвет – при наличии сигнала и собственного шума

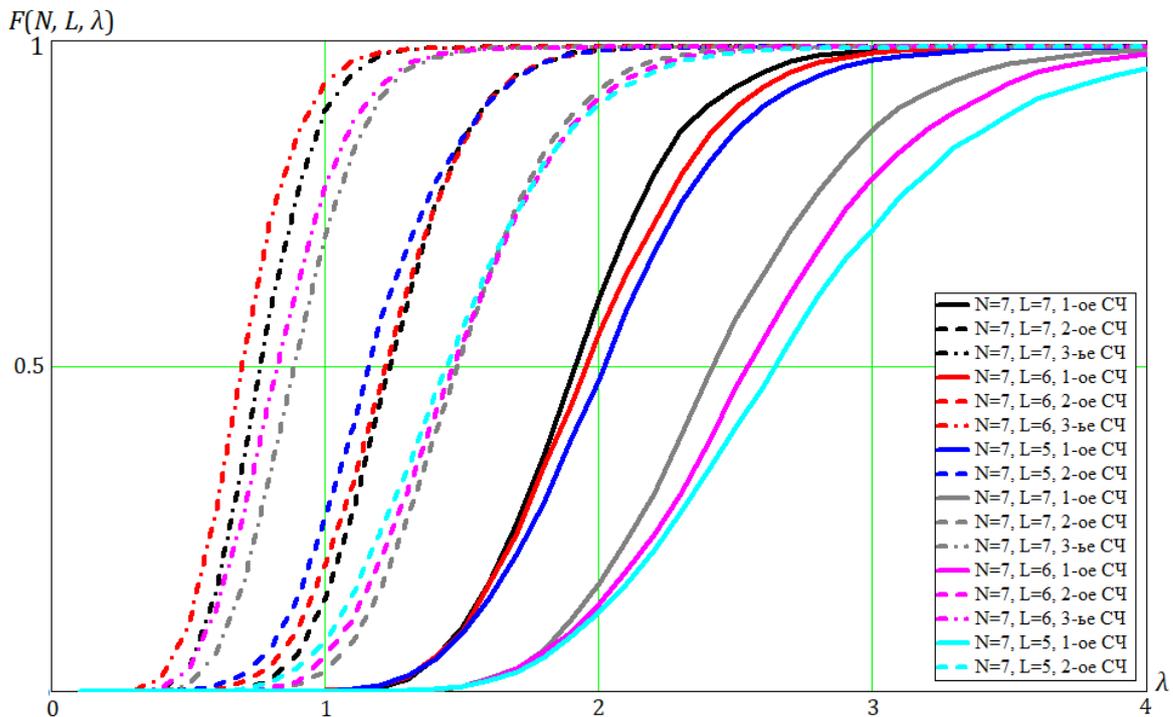


Рис. 1.12. Функция распределения собственных чисел для $N = 7$ и различного объема выборки $L = (5, 6, 7)$:

черный, красный, синий цвет – при наличии только собственного шума; серый, розовый, голубой цвет – при наличии сигнала и собственного шума

Из рис. 1.10 – 1.12 видно, что при наличии мощного сигнала распределения всех собственных чисел смещается в сторону увеличения значений λ .

1.4. Выводы по главе 1

По результатам проведенного в главе 1 моделирования можно сделать следующие основные выводы:

1. Получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки (для многомерного случая).
2. Показано, что при значениях объема выборки L , больших $2N$, число обусловленности корреляционной матрицы монотонно стремится к единице.
3. Получено аналитическое выражение для распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки при наличии собственного шума и произвольного числа источников большой мощности.
4. Получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки при наличии произвольного числа мощных источников в случае короткой выборки.
5. Проведен анализ интегральных функций распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки при наличии только собственного шум и при наличии произвольного числа мощных источников в случае большой выборки $L \geq N$ и в случае короткой выборки $L < N$.

ГЛАВА 2. СЕЛЕКЦИЯ СИГНАЛОПОДОБНЫХ ПОМЕХ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

В главе 2 получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы. Точная решающая статистика выводится из строгого выражения для отношения правдоподобия и получена на основе обобщенного отношения правдоподобия, в том числе для коротких выборок. С использованием точной решающей статистики получены зависимости вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум для различной длины выборки процесса. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций и показано, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции существенным образом увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи.

Основные результаты главы опубликованы в работах [27, 87 – 94].

2.1. Когерентность сигналоподобной помехи в виде энтропии распределения энергии сигнала по собственным числам выборочной корреляционной матрицы

Рассмотрим типовую структурную схему пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов, представленной на рис. 2.1. Будем считать, что селекция сигналоподобных помех проводится после обнаружения сигнала в пороговом устройстве канала временной обработки, используя информацию (записанную в ОЗУ последовательность импульсов – пачки импульсов) со входа канала временной обработки.



Рис. 2.1. Типовая структурная схема пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов

Пусть на вход приёмника радиолокационной системы поступает пачка из N импульсов, представляющая собой аддитивную смесь полезного сигнала \mathbf{s} и собственного шума \mathbf{n} , распределенного по гауссовскому (нормальному) закону [73]:

$$\mathbf{x} = \nu \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (2.1)$$

где ν – фиксированный амплитудный множитель.

Комплексная амплитуда отражённого радиолокационного сигнала от точечной воздушной цели имеет следующий вид [15]:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \exp(jf_d T) \\ \exp(j(2f_d T)) \\ \vdots \\ \exp(j(Nf_d T)) \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

где T – период зондирования радиолокационных импульсов; N – количество импульсов в принимаемой пачке сигналов; f_d – доплеровский сдвиг частоты.

Будем считать, что корреляционная матрица вектора собственного шума является единичной:

$$\langle \mathbf{nn}^* \rangle = \mathbf{I}. \quad (2.3)$$

Корреляционная матрица принимаемого детерминированного сигнала будет иметь вид [30]

$$\mathbf{R} = \langle \mathbf{s}\mathbf{s}^* \rangle. \quad (2.4)$$

С учетом собственного шума единичной мощности корреляционная матрица будет иметь вид:

$$\mathbf{M} = \langle v^2 \rangle \mathbf{R} + \mathbf{I}. \quad (2.5)$$

В качестве информационной меры степени когерентности принимаемого сигнала в работе [87] использовалась энтропия H распределения энергии сигнала по собственным числам его корреляционной матрицы \mathbf{M} . В соответствии с [29] показатель энтропии равен:

$$H = - \sum_{i=1}^N \lambda_{0i} \ln(\lambda_{0i}). \quad (2.6)$$

Здесь $\lambda_{0i} = \frac{\lambda_i}{\text{Sp}\mathbf{M}}$ – нормированные собственные значения матрицы \mathbf{M} , где λ_i – собственные значения матрицы \mathbf{M} , $\text{Sp}\mathbf{M}$ – след (сумма диагональных элементов) матрицы \mathbf{M} .

В случае детерминированного сигнала корреляционная матрица имеет единичный ранг, и её нормированные собственные значения равны $\lambda_{01} = 1, \lambda_{02} = \dots = \lambda_{0N} = 0$. При этом энтропия $H \rightarrow 0$, то есть детерминированный сигнал является полностью когерентным. В случае случайного гауссового процесса с равными по мощности и некоррелированными компонентами КМ является диагональной с равными между собой элементами главной диагонали. Нормированные собственные значения $\lambda_{01} = \dots = \lambda_{0N} = 1/N$, а энтропия равна $H = \ln(N)$.

В случае аддитивной смеси детерминированного сигнала и гауссового шума (2.1) показатель энтропии будет соответствовать [29]:

$$H(q) = \ln(q^2 N + N) - \frac{q^2 N + 1}{q^2 N + N} \times \ln(q^2 N + 1), \quad (2.7)$$

где $q^2 = v^2 / \sigma^2$ – отношение сигнал/шум (ОСШ).

В случае аддитивной смеси детерминированного сигнала и гауссового шума (2.1) при увеличении отношения сигнал/шум q значение энтропии H стремится к нулю (то есть процесс становится полностью когерентным), при $q \rightarrow 0$ энтропия H стремится к значению $\ln(N)$ [29].

В работах [27, 30, 87, 90, 93] было показано, что основными факторами, влияющими на степень когерентности радиолокационных сигналов, являются флуктуации параметров сигнала (амплитуды, частоты, фазы), вызванные собственным шумом радиотехнической системы, и флуктуации (частоты, фазы), обусловленные прохождением сигнала через различные подсистемы передающего и приемного трактов. В данном случае при отношении сигнал/шум $q \rightarrow \infty$ значение энтропии будет стремиться не к нулю, а к некоторому постоянному значению, зависящему от параметров распределения флуктуаций: $0 < H(q) \leq \ln(N)$. Это означает, что распределение энергии сигнала по собственным числам его корреляционной матрицы \mathbf{M} в случае постоянных флуктуаций параметров будет отличаться от распределения по собственным числам детерминированного сигнала.

Таким образом, модель сигналоподобной помехи на входе приемника радиолокационной системы в общем виде с учетом выражения (2.1) можно представить следующим образом:

$$\mathbf{s}_\varphi = \begin{pmatrix} \exp[j(f_d T + \varphi_1)] \\ \exp[j(2f_d T + \varphi_2)] \\ \vdots \\ \exp[j(Nf_d T + \varphi_N)] \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ – случайные фазы, распределенные по нормальному закону со средним квадратичным отклонением σ_φ .

На практике точное значение корреляционной матрицы помехи \mathbf{M} , как правило, неизвестно и поэтому приходится использовать её оценку $\hat{\mathbf{M}}$ (максимально правдоподобную оценку), получаемую в соответствии с выражением [32]:

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^*, \quad (2.9)$$

где \mathbf{x}_i – вектор процесса, принимаемый в i -й момент времени, в соответствии с выражением (2.1); L – объём выборки, используемой для получения оценки корреляционной матрицы сигнала (количество отсчётов, по которым усредняется выборочная матрица $\hat{\mathbf{M}}$).

Для случая временной обработки выборочная корреляционная матрица $\hat{\mathbf{M}}$ будет формироваться путём суммирования выборок, состоящих из L пачек импульсов длительностью каждой пачки в N импульсов (рис. 2.2).

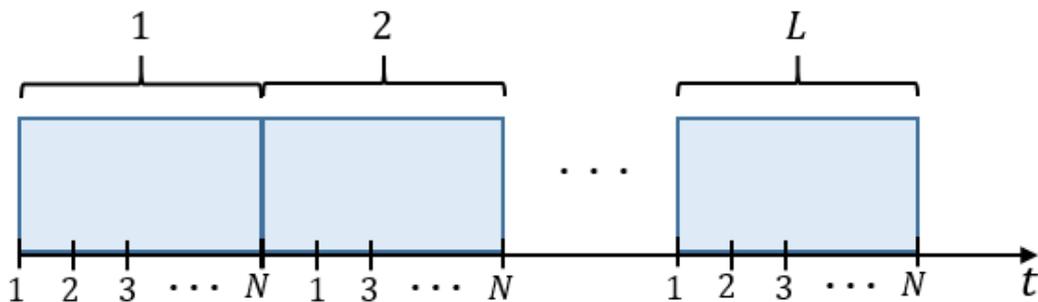


Рис. 2.2. Временная диаграмма формирования выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$

Собственные числа выборочной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ удовлетворяют условию $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_N \geq 0$.

При наличии достаточно мощного источника сигнала (более 2...6 дБ), данное условие примет следующий вид:

$$\hat{\lambda}_1 \gg \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_N \geq 0. \quad (2.10)$$

При условии, что сигнал, излучаемый радиолокационной системой с внутренней когерентностью, и сигнал имитационной помехи будут иметь различную степень когерентности, то есть различное распределение собственных чисел, будет выполняться следующее условие:

$$\hat{\lambda}_2 > \hat{\lambda}'_2, \quad \hat{\lambda}_3 > \hat{\lambda}'_3, \dots, \hat{\lambda}_N > \hat{\lambda}'_N, \quad (2.11)$$

где $\hat{\lambda}'_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}'_N \geq 0$ – собственные числа выборочной корреляционной матрицы

имитационной сигналоподобной помехи.

Таким образом, сигнал сигналоподобной помехи представляет собой комбинацию множества синусоид вида (2.8), образующих континуум по доплеровскому сдвигу частоты, который может быть аппроксимирован некоторым конечным набором N синусоид.

С учетом сделанных выше предположений, модель полезного сигнала можно представить как $\mathbf{x} = \mathbf{n} + \nu_1 \mathbf{s}_1$, а модель сигналоподобной помехи как $\mathbf{x} = \mathbf{n} + \nu_1 \mathbf{s}_1 + \nu_2 \mathbf{s}_2 + \dots + \nu_N \mathbf{s}_N$. При этом данная модель будет справедлива при условии мощной помехи ($\nu N \gg 1$).

В качестве иллюстрации воспользуемся результатами экспериментальных исследований оценки энтропии распределения энергии сигнала по нормированным собственным числам его выборочной корреляционной матрицы (степени когерентности) сигналов, отраженных от реальных воздушных объектов (самолетов с винтовым двигателем, турбореактивных самолетов, вертолетов) и ретранслятора (сигналоподобной помехи), рассмотренные в работе [27]. На рис. 2.3 приведены собственные числа выборочной корреляционной матрицы ($N = 10$, $L = 50$ и $N = 20$, $L = 100$) полезного сигнала, отраженного от реальной цели (синий цвет) и сигналоподобной помехи – сигнала ретранслятора (красный цвет). Мощность сигнала и помех была равной и составляла 10 дБ. Видно, что $N - 1$ шумовых собственных чисел помехи превышают шумовые собственные числа сигнала, что может подтверждать правильность рассмотренной выше модели.

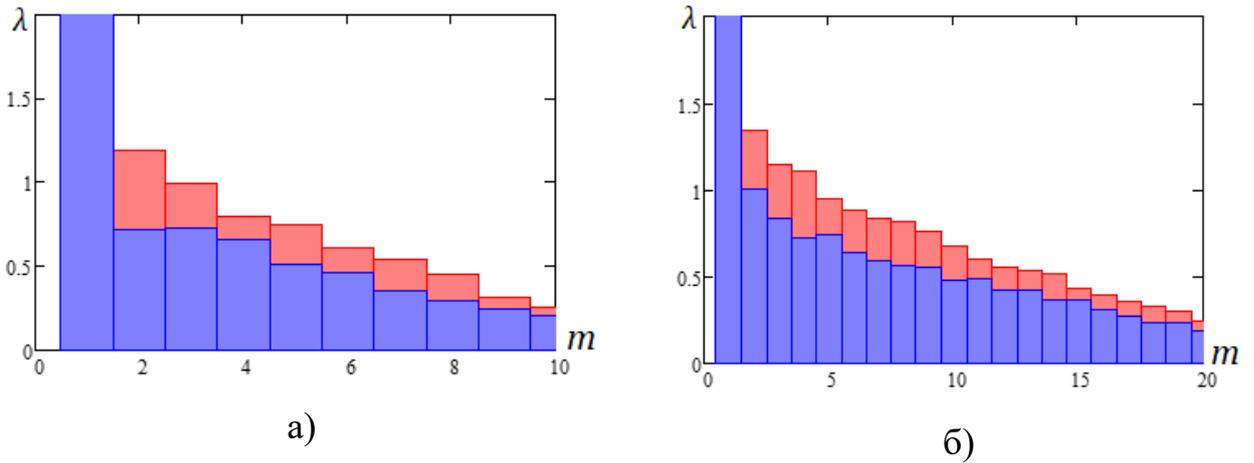


Рис. 2.3. Собственные числа выборочной корреляционной матрицы полезного сигнала, отраженного от реальной цели, (синий цвет) и сигналоподобной помехи – сигнала ретранслятора (красный цвет):

а) $N = 10, L = 50;$

б) $N = 20, L = 100$

2.2. Решающие статистики для селекции сигналоподобных помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия

Рассмотрим задачу селекции сигнала и сигналоподобной помехи на фоне гауссовского шума. Задача селекции может быть сформулирована как выбор одной из двух гипотез:

$$H_1: \mathbf{x} = \mathbf{n} + v_1 \mathbf{s}_1, \quad (2.12)$$

$$H_2: \mathbf{x} = \mathbf{n} + v_1 \mathbf{s}_1 + v_2 \mathbf{s}_2 + \dots + v_N \mathbf{s}_N. \quad (2.13)$$

где \mathbf{n} – вектор собственного шума, $\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \dots + \mathbf{s}_N$ – вектор сигналоподобной помехи.

Оптимальное решение задачи селекции полезного сигнала и сигналоподобной помехи (то есть принятие гипотезы H_1 или H_2) основывается на сравнении отношения правдоподобия

$$l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L) = \frac{\max_{\mathbf{r}_2} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_2, \mathbf{r}_2)}{\max_{\mathbf{r}_1} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_1, \mathbf{r}_1)} \quad (2.14)$$

с некоторым порогом h . Здесь $p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_1, \mathbf{r}_1)$ – функция правдоподобия для гипотезы H_1 , $p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_2, \mathbf{r}_2)$ – функция правдоподобия для гипотезы H_2 , \mathbf{r}_1 – вектор неизвестных параметров при гипотезе H_1 , \mathbf{r}_2 – вектор неизвестных параметров при гипотезе H_2 . Если $l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L) > h$, то принимается гипотеза H_2 , то есть решение о наличии сигналоподобной помехи. Если $l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L) < h$, то принимается гипотеза H_1 , то есть решение о наличии полезного сигнала.

Функции правдоподобия для гипотез H_1 и H_2 записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_{1,2}, \mathbf{M}_{1,2}) &= \\ &= \pi^{-LN} \cdot \det(\mathbf{M}_{1,2})^{-L} \cdot \exp[-L \cdot \text{Sp}(\mathbf{M}_{1,2}^{-1} \hat{\mathbf{M}})], \end{aligned} \quad (2.15)$$

где \mathbf{x}_i – выборка вектора сигнала, \mathbf{M}_1 – корреляционная матрица вектора \mathbf{x} при гипотезе H_1 , \mathbf{M}_2 – корреляционная матрица вектора \mathbf{x} при гипотезе H_2 .

Корреляционная матрица вектора \mathbf{x} записывается в следующем виде:

$$\mathbf{M}_1(v_1, \mathbf{s}_1) = \mathbf{I} + v_1 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^*, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{M}_2(v_1, v_2, \dots, v_N, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N) = \mathbf{I} + \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^*, \quad (2.17)$$

где v_1, v_2, \dots, v_N – фиксированные амплитудные множители векторов $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N$ соответственно.

Для того чтобы найти отношение правдоподобия (2.14), необходимо найти максимальное значение функций правдоподобия для гипотез H_1 и H_2 при вариации мощностей v_1, v_2, \dots, v_N и векторов $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N$ внешних источников сигналов. Максимальное значение функции правдоподобия при гипотезе H_1 может быть записано в следующем виде [64]:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{s}_1, v_1} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_1, v_1, \mathbf{s}_1) &= \\ &= \pi^{-LN} \cdot \hat{\lambda}_1^{-L} \cdot \exp[-L] \cdot \exp[-L \cdot (\text{Sp} \hat{\mathbf{M}} - \hat{\lambda}_1)]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Найдем максимальное значение функции правдоподобия для гипотезы H_2 . Используя разложение матрицы по собственным векторам и собственным числам, матрицу \mathbf{M}_2 можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{M}_2 = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^* + \left(\mathbf{I} - \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^* \right). \quad (2.19)$$

Здесь λ_i – собственные числа матрицы \mathbf{M}_2 , а \mathbf{u}_i – соответствующие им собственные векторы. Поскольку собственные числа λ_i и собственные векторы \mathbf{u}_i однозначно определяют матрицу \mathbf{M} и, соответственно, значение функции правдоподобия, то вместо поиска максимума по параметрам источников сигналов $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_N$, $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N$ будем искать максимум по собственным числам $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ и собственным векторам $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N$. Для этого, используя (2.19), запишем функцию правдоподобия (2.15) в следующем виде:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_2, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N) = \\ = \pi^{-LN} \cdot \prod_{i=1}^N \lambda_i^{-L} \cdot \exp \left[-L \cdot \text{Sp} \left(\hat{\mathbf{M}} + \sum_{i=1}^N \frac{1 - \lambda_i}{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^* \hat{\mathbf{M}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Максимум функции правдоподобия (2.20) при вариации собственных векторов $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N$ и собственных чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ можно записать в следующем виде [64]:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L | H_2, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N) = \\ = \pi^{-LN} \cdot \prod_{i=1}^N \hat{\lambda}_i^{-L} \cdot \exp \left[-L \cdot \left(\text{Sp} \hat{\mathbf{M}} - \sum_{i=1}^N \hat{\lambda}_i \right) \right] \cdot \exp[-LN]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Используя выражения (2.18) и (2.21), отношение правдоподобия (2.14) записывается в следующем виде:

$$l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L) = \exp[-L \cdot (N - 1)] \cdot \left[\prod_{i=2}^N \hat{\lambda}_i^{-L} \right] \cdot \exp\left(\sum_{i=2}^N \hat{\lambda}_i^L\right). \quad (2.22)$$

Поскольку функция $x^{-1} \times \exp(x)$ является монотонно возрастающей для $x > 1$, то сравнение с порогом h отношения правдоподобия (2.22) эквивалентно сравнению с некоторым другим порогом величины:

$$\xi = \sum_{i=2}^N \hat{\lambda}_i. \quad (2.23)$$

Таким образом, оптимальная селекция полезных сигналов и сигналоподобной помехи заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F суммы $N - 1$ собственных чисел $\hat{\lambda}_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

2.3. Характеристики селекции сигналоподобных помех

Выбор порога λ_F , согласно критерию Неймана-Пирсона, осуществляется из следующего уравнения [76, 95]:

$$P_F = 1 - F_\xi(\lambda_F), \quad (2.24)$$

где P_F – заданная вероятность ложной селекции, $F_\xi(\lambda)$ – интегральная функция распределения суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии мощного источника сигнала (при справедливости гипотезы H_1).

Таким образом, для расчета значений порога селекции λ_F необходимо получить выражение для интегральной функция распределения величины ξ , то есть $F_\xi(\lambda)$.

Интегральная функция распределения $m \geq 2$ собственных чисел выборочной корреляционной матрицы при наличии одного мощного сигнала получена в работе [72] в следующем виде:

$$F_m(N, L, \lambda) = F_{m-1}\left(N - 1, L - 1, \frac{L\lambda}{L - 1}\right). \quad (2.25)$$

где

$$F_m(N, L, \lambda) = Z(N, L) \times \left[\sum_{l=1}^{\binom{N}{k_1, k_2}} \det(\mathbf{B}_l) \right] + F_{m-1}(N, L, \lambda), \quad (2.26)$$

$$Z(N, L) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! \cdot i!}.$$

Матрица \mathbf{B}_l образуется из k_1 строк матрицы \mathbf{B}_l^Γ , содержащей элементы $B_{ij}^\Gamma = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, и k_2 строк матрицы \mathbf{B}_l^γ , содержащей элементы $B_{ij}^\gamma = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, $i, j = 1, \dots, N$, где $\Gamma(L, \alpha) = \int_\alpha^{+\infty} t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – верхняя неполная гамма-функция, $\gamma(L, \alpha) = \int_0^\alpha t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – нижняя неполная гамма-функция. Каждая из матриц \mathbf{B}_l представляет одну из возможной комбинации строк \mathbf{B}_l^Γ и \mathbf{B}_l^γ .

Таким образом, функция распределения m -го ($m \geq 2$) собственного числа равна сумме детерминантов матриц, полученных из перестановок с повторениями строк, состоящих из неполных верхних $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ и нижних $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ гамма-функций. Количество таких перестановок равно [80]:

$$\binom{N}{k_1, k_2} = \frac{N!}{k_1! \cdot k_2!}, \quad (2.27)$$

где $k_1 = m - 1$ – число строк, состоящих из неполных верхних гамма-функций $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$; $k_2 = N - k_1$ – число строк, состоящих из неполных нижних гамма-функций $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$.

Отметим, что выражение (2.25) является асимптотическим и справедливо при мощности источника сигнала порядка 6 ... 10 дБ и более [64]. Это допущение является вполне оправданным, т.к. уровень помехи, как правило, значительно превышает уровень полезных сигналов.

Известно, что интегральная функция распределения суммы непрерывных

независимых случайных величин является сверткой их интегральных функций распределения [96], таким образом

$$F_{\xi}(\lambda) = F_1(N, L, \lambda_2) \otimes F_2(N, L, \lambda_3) \otimes \dots \otimes F_N(N, L, \lambda_N), \quad (2.28)$$

где \otimes – оператор свёртки.

Получение простых аналитических выражений для использования формулы (2.28) представляется достаточно сложной задачей, поэтому в дальнейшем для расчета функций распределения $F_{\xi}(\lambda)$ воспользуемся вычислениями на ЭВМ.

На рис. 2.4 и 2.5 в качестве примера приведены графики функций распределения величины ξ для $N = 5, L = 5, 10, 15$ (рис. 2.4) и $N = 5, 10, 15, L = 15$ (рис. 2.5).

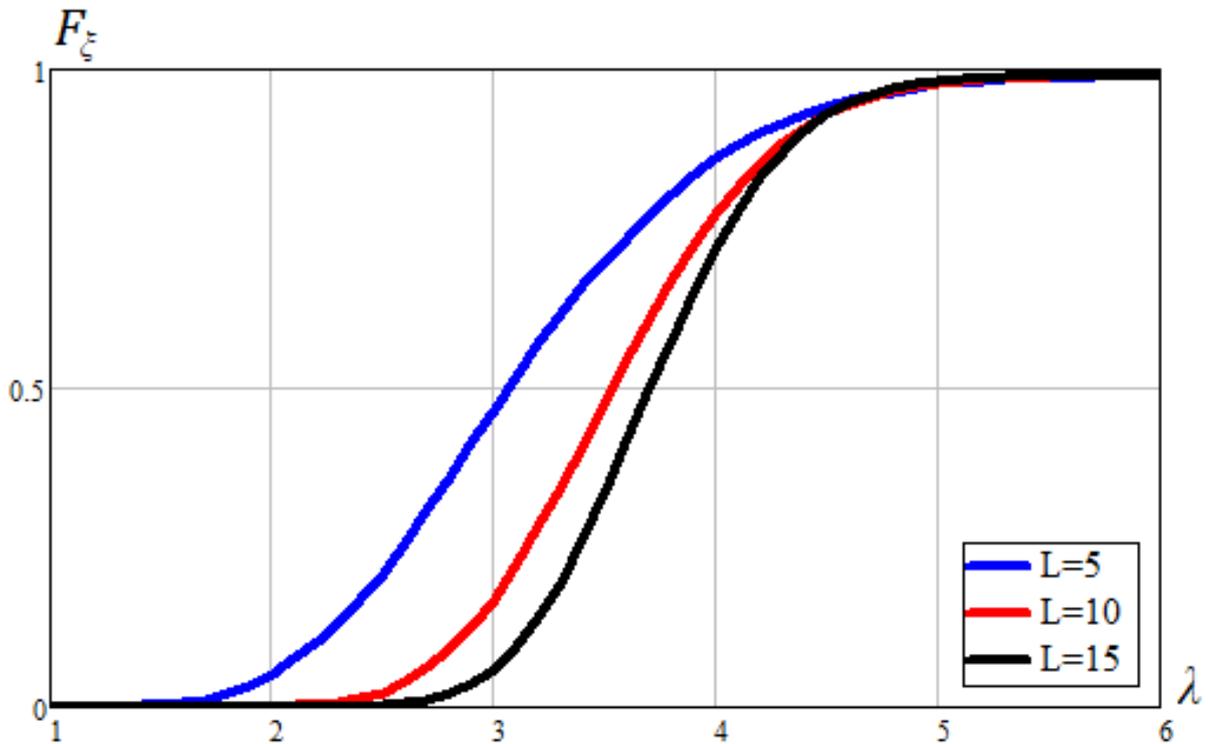


Рис. 2.4. Функция распределения величины ξ при $N = 5$ и различных L

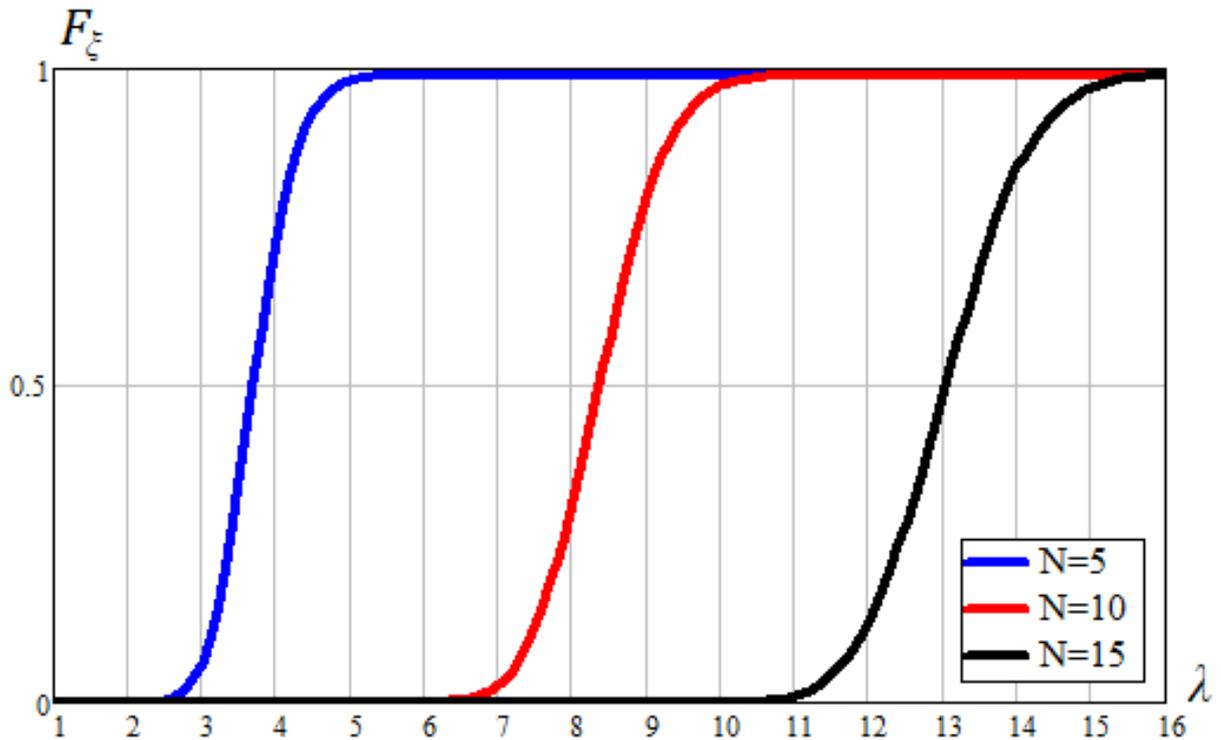


Рис. 2.5. Функция распределения величины ξ при $L = 15$ и различных N

Видно, что при увеличении объема выборки L средние значения распределений величины ξ при $N = 5$ стремятся к значению $\lambda = 5$ (рис. 2.4). При значениях длины выборки $N = 10$ и $N = 15$ значения распределений величины ξ стремятся к значениям $\lambda = 9$ и $\lambda = 14$ соответственно.

Используя формулы (2.25) и (2.28), были вычислены пороги λ_F (представлены в таблице 1) для вероятности ложной селекции $P_F = 10^{-3}$ для следующих параметров сигнала (мощность собственного шума полагалась $\sigma_{ш} = 1$):

Таблица 1. Значения порога λ_F при различных L

N	L	λ_F
5	5	6.1
	10	5.7
	15	5.4

На рис. 2.6 приведены характеристики селекции сигналподобной помехи (зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум) для различных фазовых флуктуаций сигнала-помехи (π/k , $k = 10 \dots 100$), и

параметров выборки, полученные методом численного моделирования.

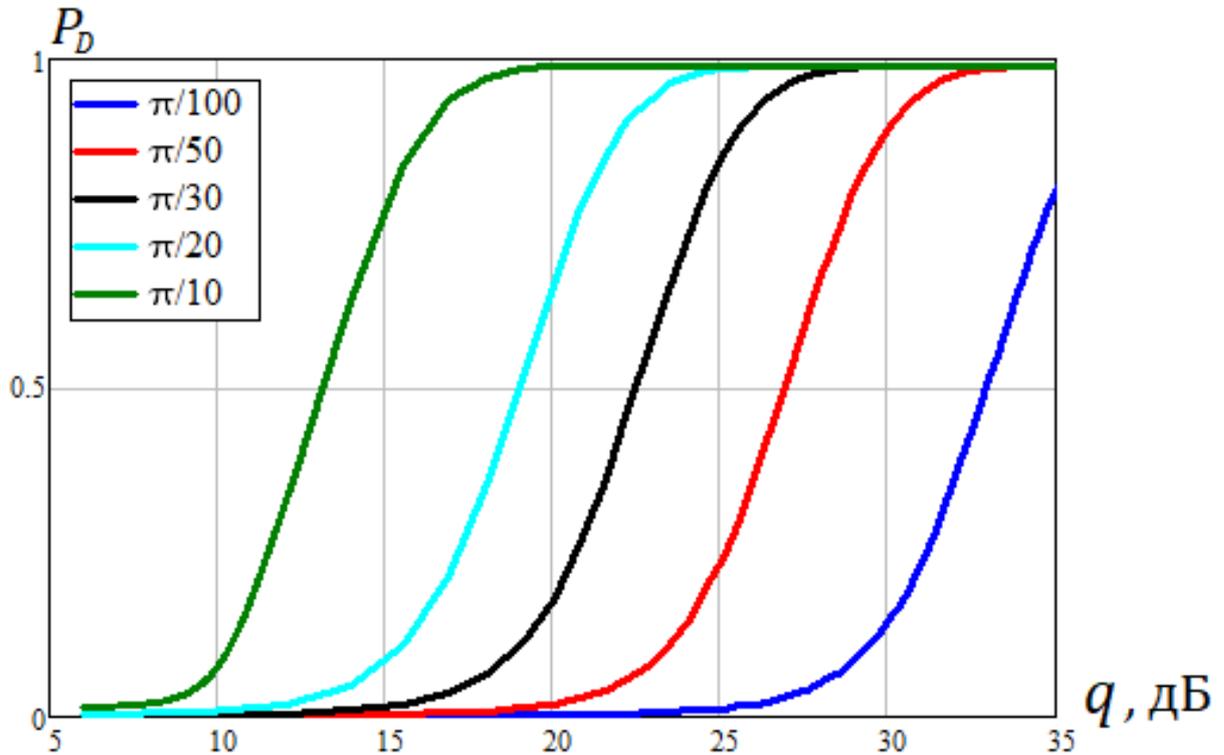


Рис. 2.6. Вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи P_D в зависимости от отношения сигнал/шум для различных фазовых флуктуаций сигнала-помехи π/k при $N = 5$, $L = 5$

Из графиков рис. 2.6 видно, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции P_D существенным образом увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи. Так, например, при вероятности правильной селекции $P_D = 0.8$ при уменьшении фазовых флуктуаций в 10 раз (с величины $\pi/10$ до $\pi/100$) отношение сигнал/шум должен быть увеличен с 15 дБ до 35 дБ.

Также, что очевидно, отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции снижается при увеличении количества усреднений L (рис. 2.7).

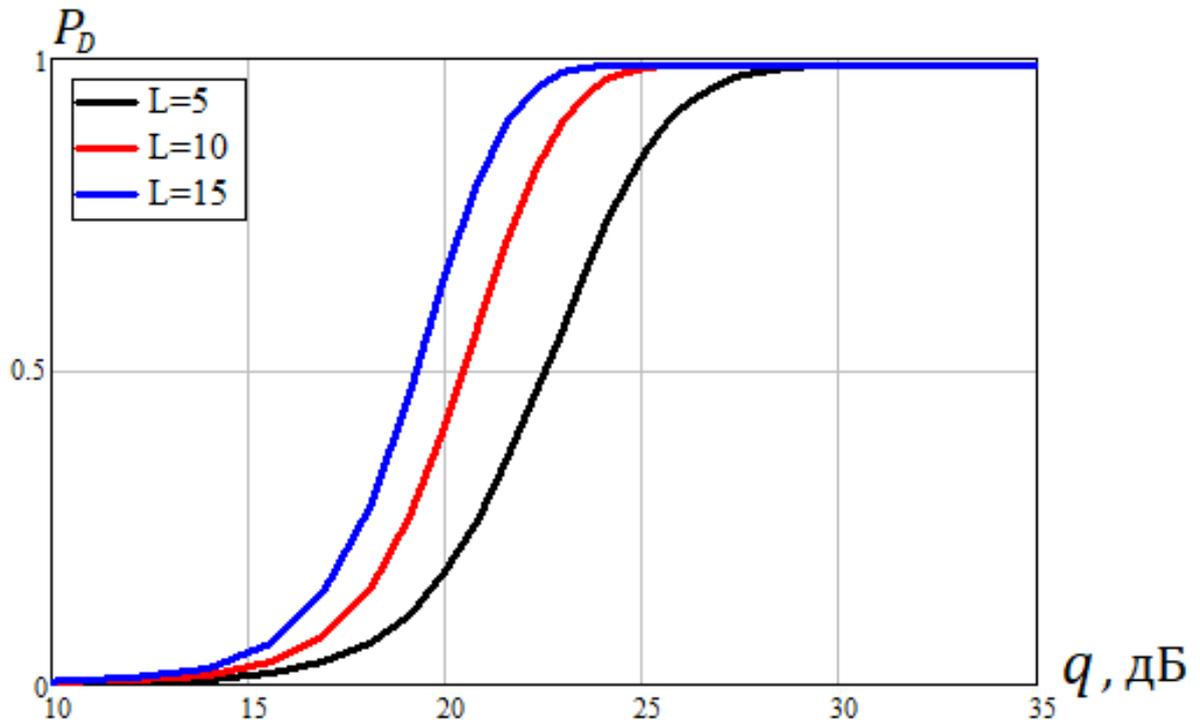


Рис. 2.7. Вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи P_D в зависимости от отношения сигнал/шум для различного числа выборок L при $N = 5$, $\pi/k = \pi/30$

На рис. 2.8 и 2.9 приведены зависимости вероятности правильной селекции P_D от величины фазовых флуктуаций π/k , $k = 10 \dots 100$ для фиксированных отношений сигнал/шум.

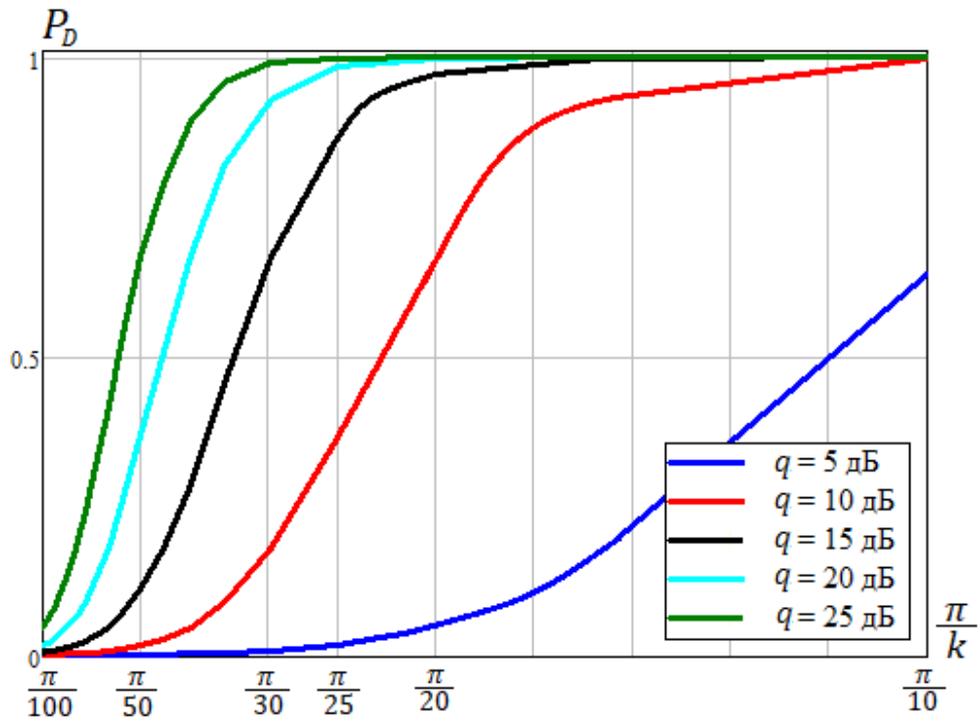


Рис. 2.8. Вероятность правильной селекции P_D в зависимости от величины фазовых флуктуаций π/k для фиксированных отношений сигнал/шум при $N = 5, L = 5$

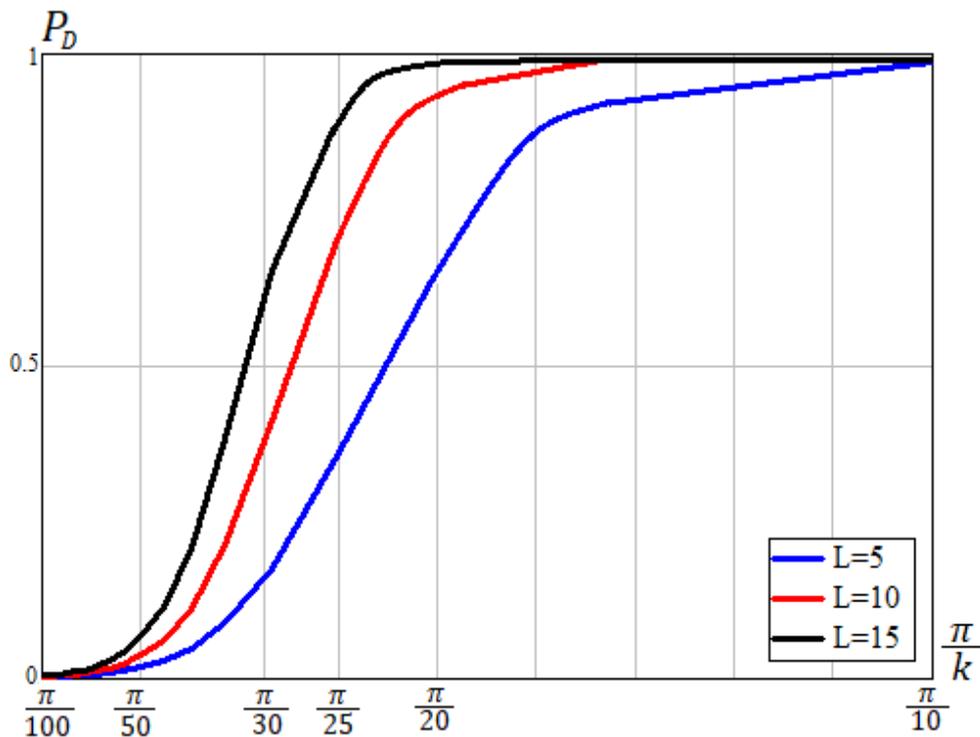


Рис. 2.9. Зависимость вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций π/k при $N = 5, q = 10$ дБ и различного числа выборок L

Характер зависимостей, приведенных на рис. 2.8 и 2.9, также показывает снижение вероятности правильной селекции при уменьшении величины фазовых флуктуаций (то есть при увеличении значения k).

На рис. 2.10 представлена зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум q для различной вероятности ложной селекции P_F при $N = 5$, $L = 5$, величина фазовых флуктуаций $\pi/k = \pi/30$.

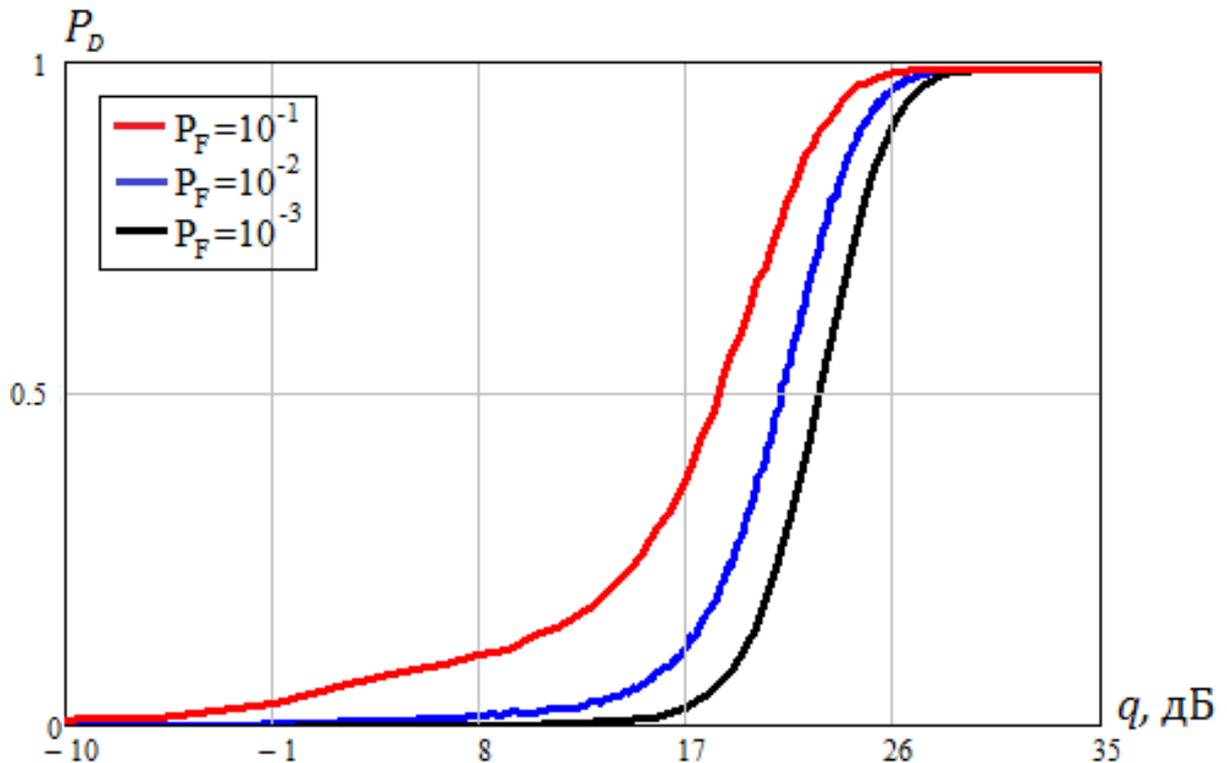


Рис. 2.10. Зависимость вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум для различной вероятности ложной селекции при $N = 5$, $L = 5$, величина фазовых флуктуаций $\pi/k = \pi/30$

Как видно из рис. 2.10, при заданной вероятности правильной селекции P_D увеличение вероятности ложной селекции P_F показывает снижение отношения сигнал/шум. Так, например, при вероятности правильной селекции $P_D = 0,8$ при увеличении вероятности ложной селекции в 100 раз (с величины 10^{-3} до 10^{-1}) отношение сигнал/шум уменьшится с 25 дБ до 21 дБ.

2.4. Селекция сигналоподобных помех и сигналов с постоянным уровнем фазовых флуктуаций

Более интересной с практической точки зрения, но и наиболее сложной является задача селекции сигналов с различным постоянным уровнем фазовых флуктуаций. При этом уровень постоянных флуктуаций может быть известным и неизвестным. Для случая сигналоподобной помехи неизвестный уровень фазовых флуктуаций будем считать больше постоянных флуктуаций полезного сигнала. На практике такая ситуация возникает при наличии в приемной и/или передающей системах некоторого постоянного уровня фазовых флуктуаций. Данные флуктуации, как правило, могут быть вызваны нестабильностью параметров радиосистемы (частоты, амплитуды, длительности и периода следования зондирующего сигнала, частоты гетеродинов приемника, коэффициента усиления приемника, параметров системы межпериодной обработки пачки и др.) [97, 98]. В дальнейшем, будем считать данный уровень фазовых флуктуаций постоянным (неизменным во времени), а также известным, который можно оценить (измерить) либо на этапе регулировки радиосистемы, либо в процессе её эксплуатации (адаптивно).

В данном случае задача селекции, аналогично выражениям (2.12) и (2.13), может быть сформулирована как выбор одной из двух гипотез:

$$H_1: \mathbf{x} = \mathbf{n} + \mathbf{s}'_1 + \mathbf{s}'_2 + \dots + \mathbf{s}'_N, \quad (2.30)$$

$$H_2: \mathbf{x} = \mathbf{n} + \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \dots + \mathbf{s}_N. \quad (2.31)$$

где \mathbf{n} – вектор собственного шума, $\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \dots + \mathbf{s}_N$ – вектор сигнала с известными постоянными флуктуациями, $\mathbf{s}'_1 + \mathbf{s}'_2 + \dots + \mathbf{s}'_N$ – вектор сигнала с неизвестными фазо-частотными флуктуациями.

При этом будем полагать, что фазовые флуктуации неизвестного сигнала больше уровня флуктуаций известного полезного сигнала, то есть $\mathbf{s}'_2 > \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}'_N > \mathbf{s}_N$. Также, данная модель будет справедлива при условии мощного сигнала, при этом будет выполняться условие $\mathbf{s}'_1 \approx \mathbf{s}_1$ при $\nu \gg 1$.

Оптимальная селекция полезных детерминированных сигналов и сигнал с

постоянными фазо-частотными флуктуациями заключается в сравнении с некоторым порогом λ_r суммы $N - 1$ собственных чисел $\hat{\lambda}_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$:

$$\xi = \sum_{i=2}^N \hat{\lambda}_i. \quad (2.32)$$

Получить аналитические выражения для решающих статистик в случае фазовых флуктуаций полезного сигнала представляется слишком сложным, поэтому вероятность правильной селекции будем искать с помощью численного моделирования.

На рис. 2.11 и 2.12 приведены графики функций распределения величины ξ (суммы $N - 1$ собственных чисел $\hat{\lambda}_{i,i=2\dots N}$) для $N = 5, L = 5$ и различных значений фазовых флуктуаций при мощности сигнала $\nu = 6$ дБ (рис. 2.11) и $\nu = 10$ дБ (рис. 2.12).

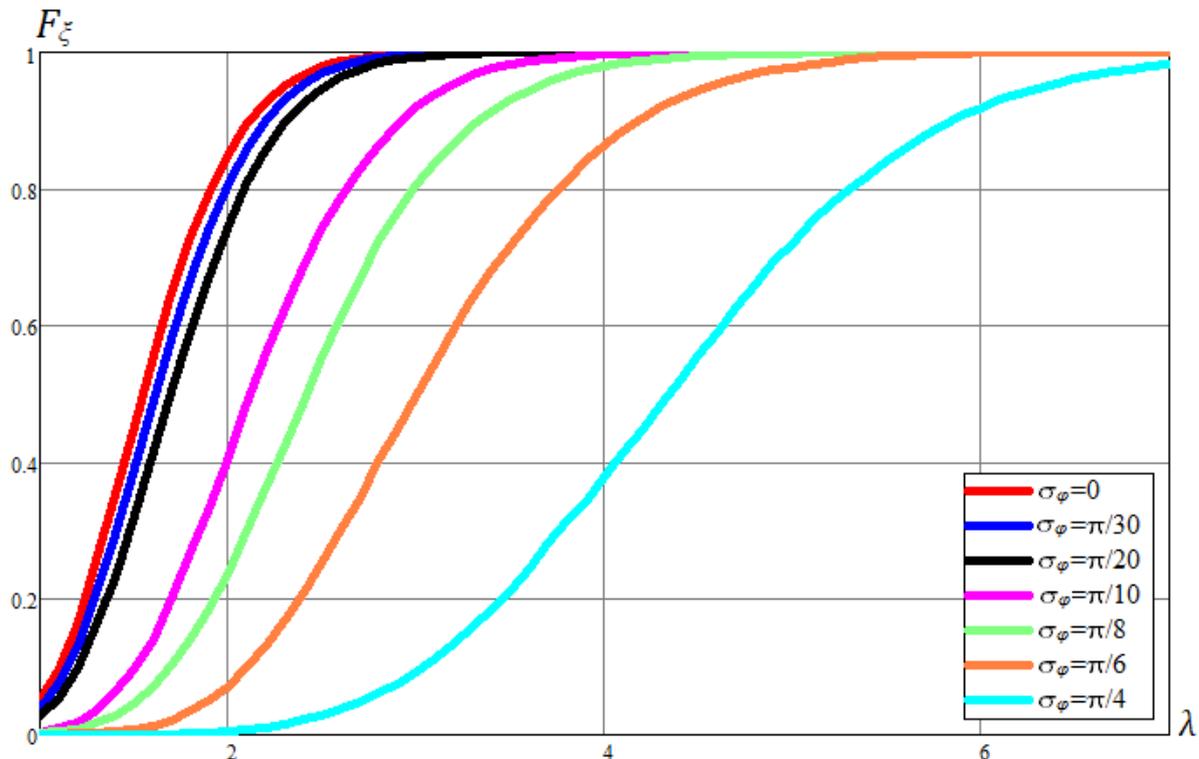


Рис. 2.11. Функция распределения величины ξ для различных значений фазовых флуктуаций при мощности сигнала $\nu = 6$ дБ

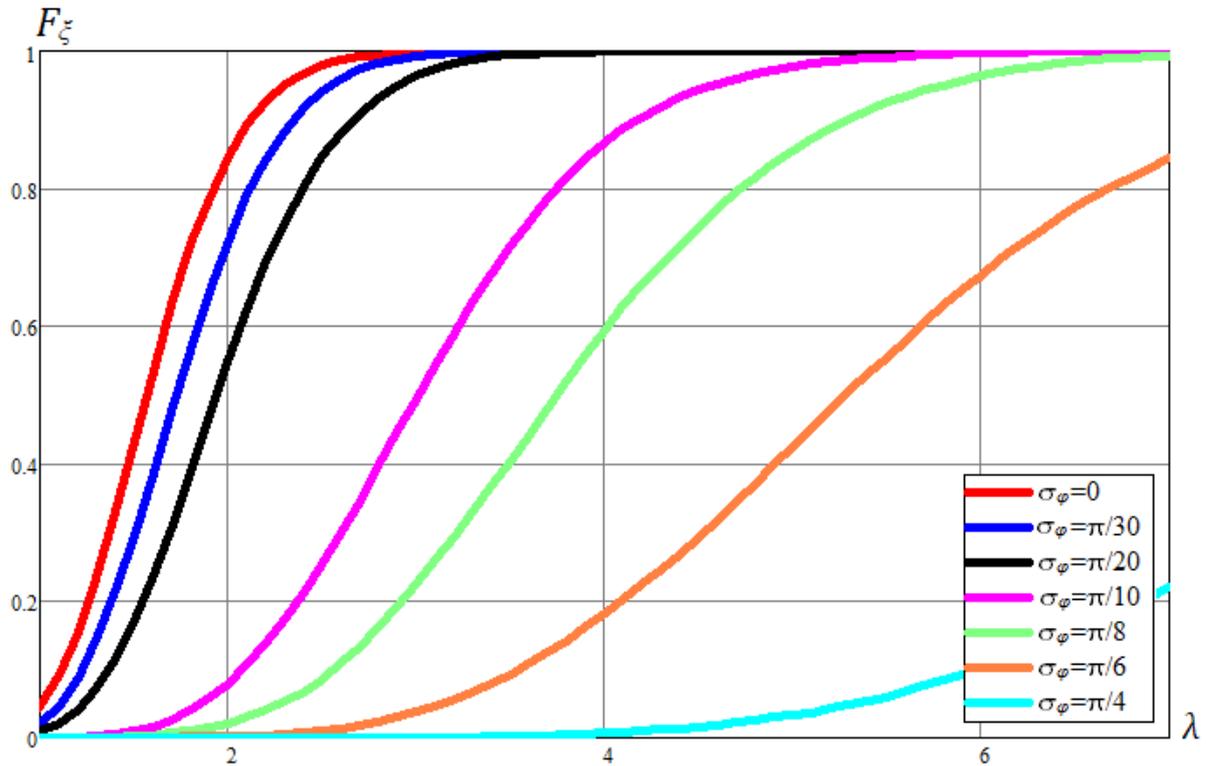


Рис. 2.12. Функция распределения величины ξ для различных значений фазовых флуктуаций при мощности сигнала $\nu = 10$ дБ

Из графиков рис. 2.11 и 2.12 видно, что с ростом величины фазовых флуктуаций, а также мощности сигнала, значение ξ увеличивается.

На рис. 2.13 приведены кривые зависимости величины ξ от отношения сигнал/шум для вероятности правильной селекции сигнала с фазо-частотными флуктуациями $P_D = 0,9$. Из рис. 2.13 также видно, что величина ξ монотонно растет с увеличением отношения сигнал/шум.

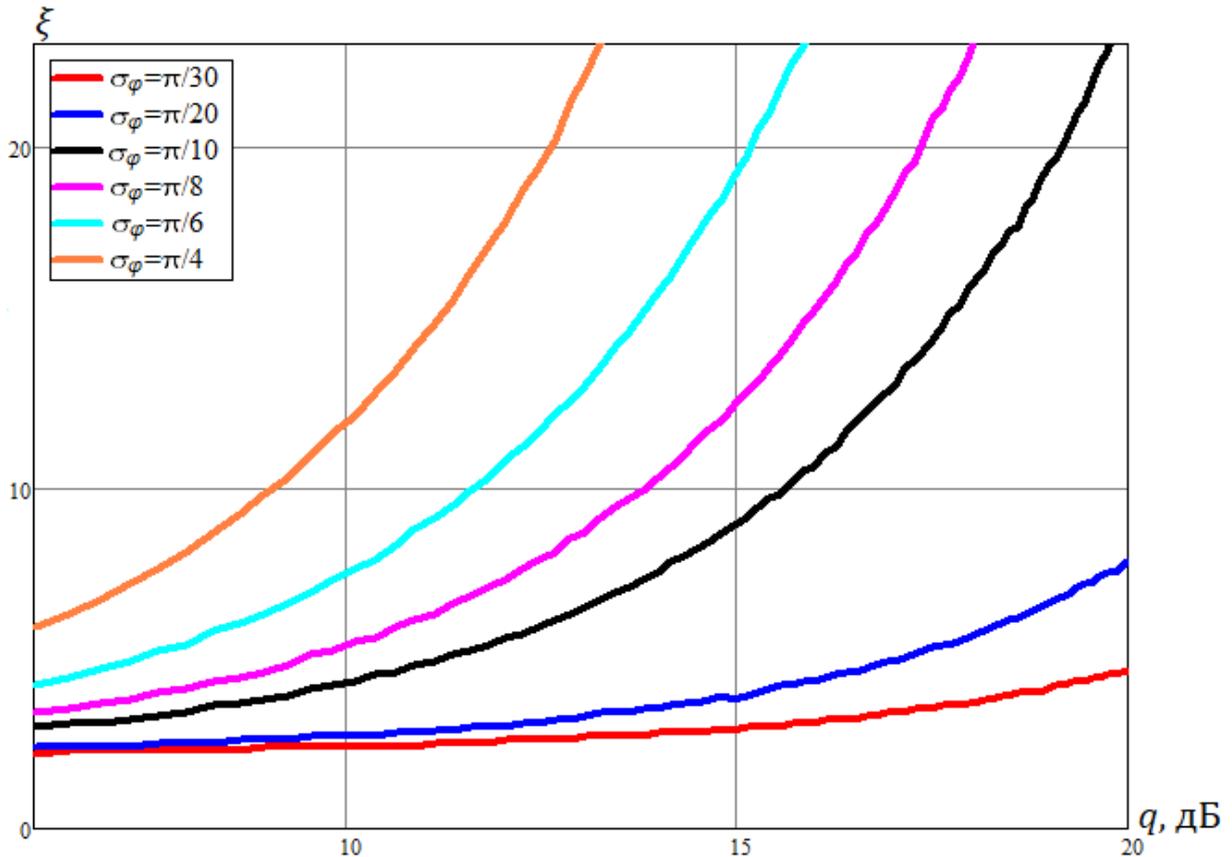


Рис. 2.13. Величина ξ в зависимости от отношения сигнал/шум для вероятности правильной селекции сигнала с различными фазо-частотными флуктуациями при $P_D = 0,9$

Полученный результат имеет понятный физический смысл. Вектор сигналов \mathbf{x} в выражении (2.1) принадлежит N -мерному пространству векторов, которое можно разбить на N одномерных ортогональных подпространств. Если источник сигнала является полностью некогерентным, то его мощность равномерно распределена по всему N -мерному пространству. Если источник сигнала является полностью когерентным, то вся его мощность сосредоточена в одномерном (сигнальном) подпространстве, определяемым вектором \mathbf{s} (2.1). В случае постоянных фазовых флуктуаций, сигнал будет частично когерентным [99], поэтому его мощность будет из сигнального подпространства перераспределяться в $(N - 1)$ -мерное (шумовое) подпространство. При этом доля энергии, приходящаяся на шумовое подпространство, будет определяться величиной фазовых флуктуаций.

Однако, очевидно, сумма $N - 1$ шумовых собственных чисел будет расти с увеличением мощности сигнала. Поэтому для анализа целесообразно рассмотреть нормированные значения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$:

$$\hat{\lambda}_{0i} = \frac{\hat{\lambda}_i}{\text{Sp}\hat{\mathbf{M}}}, \quad (2.33)$$

где $\text{Sp}\hat{\mathbf{M}}$ – след (сумма диагональных элементов) матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

На рис. 2.14 приведены результаты математического моделирования зависимости значений сумм $N - 1$ шумовых нормированных собственных чисел от отношения сигнал/шум при различных значениях фазовых флуктуаций (при $N = 5$, $L = 1000$).

Численным моделированием были вычислены пороги λ_F для вероятности ложной селекции $P_F = 10^{-2}$ для следующих параметров сигнала: $N = 5$, $L = 1000$. Мощность собственного шума полагалась $\sigma_{\text{ш}} = 1$.

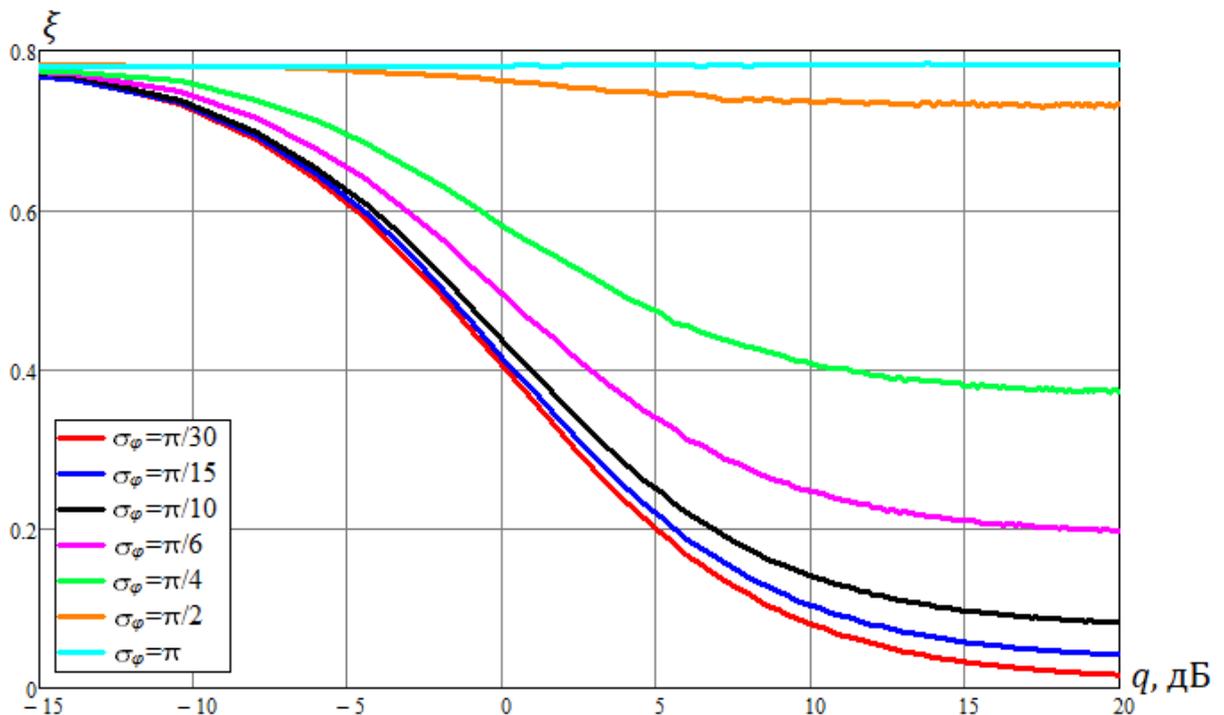


Рис. 2.14. Величина ξ в зависимости от отношения сигнал/шум при различных значениях фазовых флуктуаций (при $N = 5$, $L = 1000$)

Из рис. 2.14 видно, что с увеличением отношения сигнал/шум значение суммы $N - 1$ шумовых нормированных собственных чисел стремится к некоторой постоянной величине, которая, очевидно будет зависеть от значения СКО случайной фазы. При $\sigma_\varphi \geq \pi$ мощность равномерно распределена по всему N -мерному пространству. Таким образом, при $N = 5$ на долю $(N - 1)$ -подпространства приходится, соответственно, $4/5$ от общей мощности, то есть $\xi \rightarrow 0,8$.

Распределение фазы сигнала φ будет определяться выражением [100, 101]:

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-\frac{q^2}{2}} + \frac{q \cdot \cos \varphi}{\sqrt{2\pi}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{q \cdot \cos \varphi} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right) \cdot e^{-\frac{q^2 \cdot \sin^2 \varphi}{2}}, \quad (2.34)$$

где $q = \frac{a}{\sigma}$, при значениях ОСШ $q \geq 3$ распределение фазы стремится к нормальному.

Очевидно предположить, что при некотором фиксированном значении среднеквадратического отклонения случайной фазы распределение фазы σ_φ будет соответствовать конкретному значению ОСШ q_0 . Рис. 2.15 иллюстрирует данную зависимость для значений ОСШ $q_0 = 10, 14, 17$ дБ, $\sigma = 1$ (сплошные линии). В качестве значения фазы возьмем величину $\sigma_\varphi = \frac{dW(\varphi)}{d\varphi}$ (штриховые линии). Это будет соответствовать значениям следующих фазовых флуктуаций:

$$\sigma_{\varphi 1}(q_0 = 10 \text{ дБ}) = 0.30841 \approx \frac{\pi}{10},$$

$$\sigma_{\varphi 2}(q_0 = 14 \text{ дБ}) = 0.19341 \approx \frac{\pi}{16},$$

$$\sigma_{\varphi 3}(q_0 = 17 \text{ дБ}) = 0.13841 \approx \frac{\pi}{23}.$$

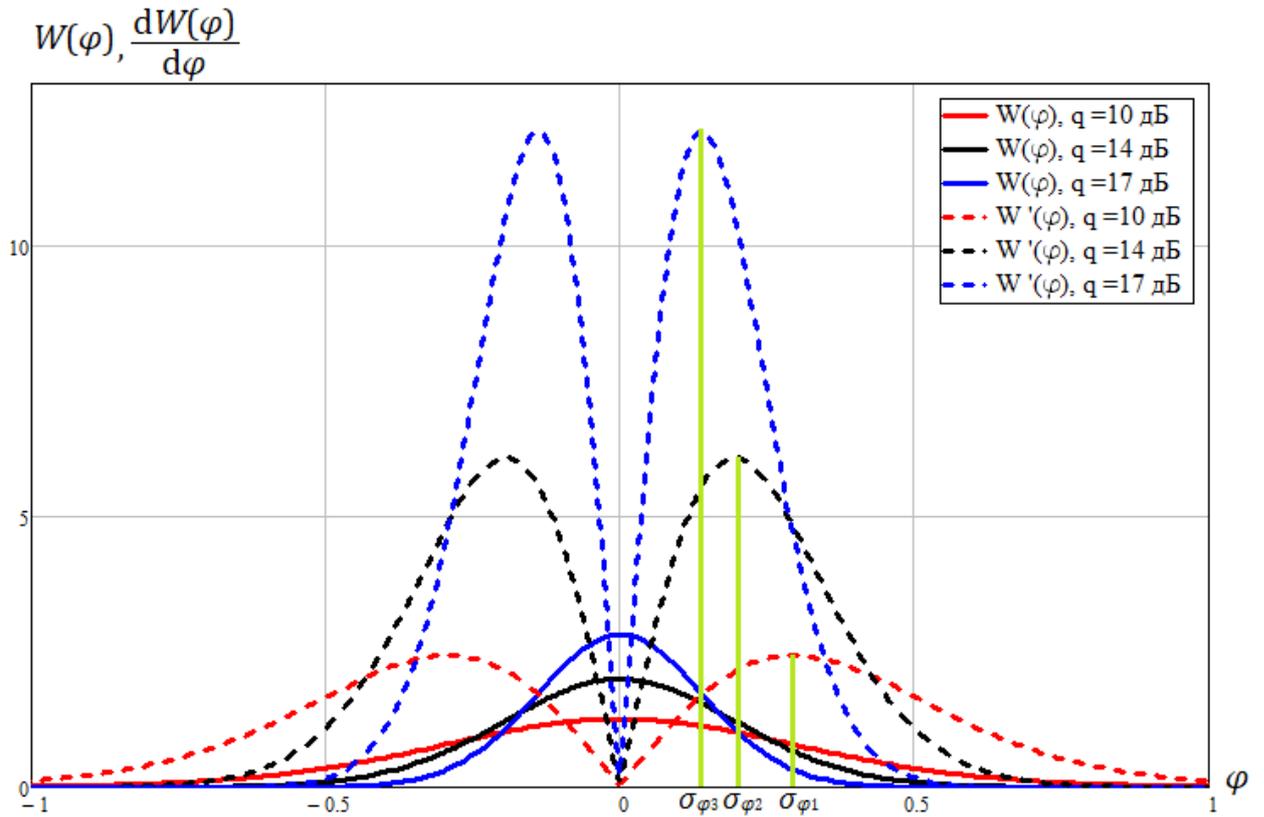


Рис. 2.15. Распределение фазы сигнала $W(\varphi)$ и $\frac{dW(\varphi)}{d\varphi}$

при $q_0 = 10, 14, 17$ дБ

В качестве иллюстрации данной зависимости на рис. 2.16 приведены результаты математического моделирования значений сумм $N - 1$ шумовых нормированных собственных чисел для рассмотренного выше случая фазовых флуктуаций $\sigma_{\varphi 1} (q_0 = 10 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{10}$, $\sigma_{\varphi 2} (q_0 = 14 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{16}$ и $\sigma_{\varphi 3} (q_0 = 17 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{23}$ (при $N = 5, L = 1000$).

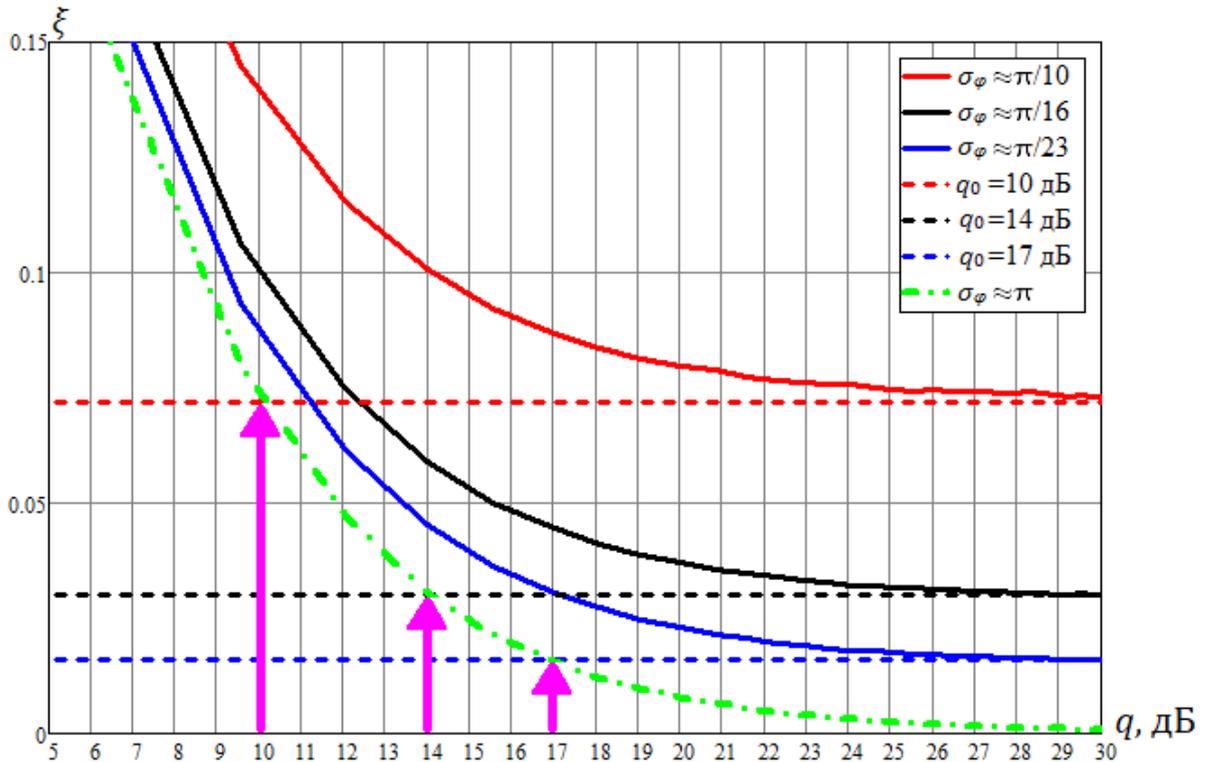


Рис. 2.16. Зависимость величины ξ от отношения сигнал/шум q при различных значениях фазовых флуктуаций σ_φ

Как видно из рис. 2.16, при увеличении ОСШ значение суммы $N - 1$ шумовых нормированных собственных чисел стремится к величине данной суммы при отсутствии постоянных фазовых флуктуаций ($\sigma_\varphi = 0$). При этом штриховые кривые (красная, черная и синяя) пересекают зелёную кривую ($\sigma_\varphi = 0$) при величинах ОСШ $q_0 = 10, 14, 17$ дБ соответственно.

Таким образом, как видно из примера, приведенного на рис. 2.17 для случая $\sigma_{\varphi 2}(q_0 = 14 \text{ дБ}) \approx \pi/16$, значения суммы $N - 1$ шумовых нормированных собственных чисел при фазовых флуктуациях $\sigma_\varphi > \pi/16$ будут больше, а при фазовых флуктуациях $\sigma_\varphi < \pi/16$, соответственно, меньше полученного значения суммы при $\sigma_\varphi \approx \pi/16$.

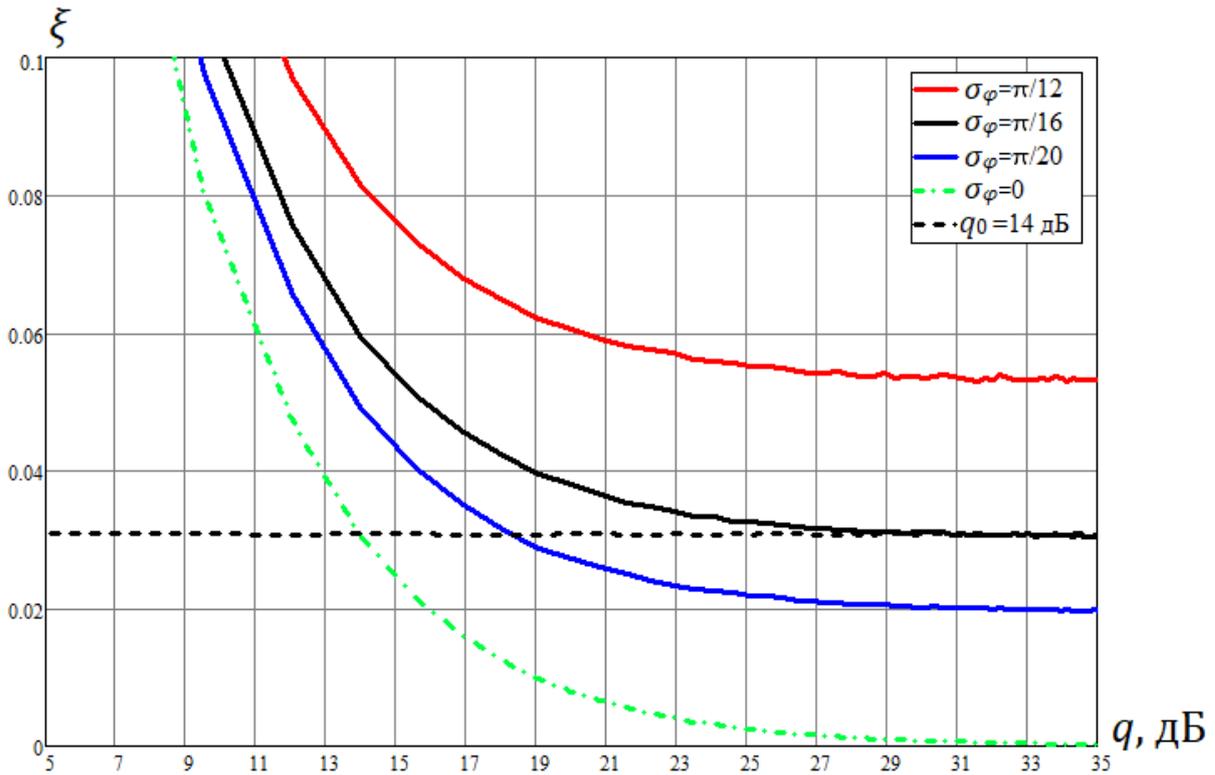


Рис. 2.17. Зависимость величины ξ от отношения сигнал/шум q при различных значениях фазовых флуктуаций σ_φ

$$\text{для } \sigma_{\varphi 2}(q_0 = 14 \text{ дБ}) \approx \frac{\pi}{16}$$

Это позволяет использовать данную величину в качестве порога селекции сигналов с различными фазовыми флуктуациями. При этом, как видно из рисунка, величина порога селекции будет также зависеть от величины ОСШ, то есть правильная селекция будет обеспечиваться при $\xi \rightarrow \xi(q_0)$. Так для данного случая, это будет соответствовать ОСШ $q > 28$ дБ.

Численным моделированием были вычислены пороги λ_r для вероятности ложной селекции $P_F = 10^{-3}$ для следующих параметров сигнала: $N = 5$, $L = 5, 10, 15$. Мощность собственного шума полагалась $\sigma_{\text{ш}} = 1$.

На рис. 2.18 приведены характеристики селекции сигнала с неизвестными постоянными фазо-частотными флуктуациями (зависимость вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум) для различных фазовых флуктуаций неизвестного сигнала (π/k , $k = 10 \dots 100$), и параметров выборки, полученные методом численного моделирования. Численным моделированием

были вычислены пороги λ_r для вероятности ложной селекции $P_F = 10^{-2}$ для следующих параметров сигнала: $N = 5$, $L = 5$. Мощность собственного шума $\sigma_{ш} = 1$, отношение сигнал/шум $q = 5$. Графики были усреднены по 100 экспериментам.

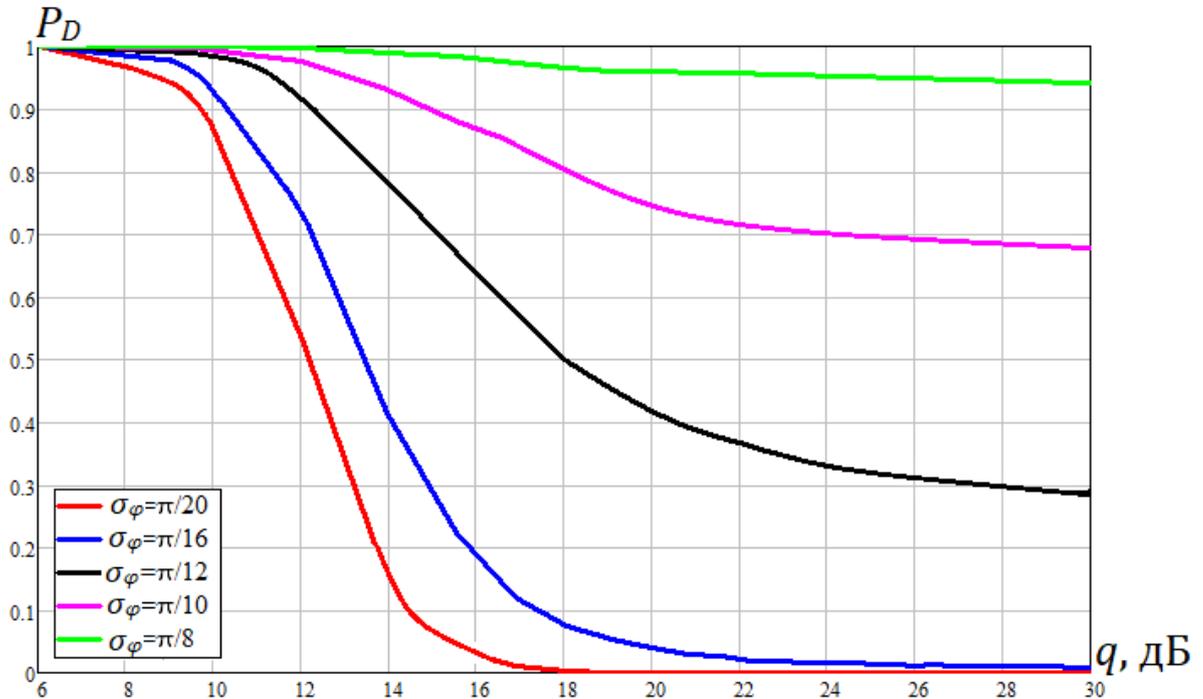


Рис. 2.18. Зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум q для различных фазовых флуктуаций σ_φ при $N = 5$, $L = 5$

Из графиков рис. 2.18 видно, что при отношении сигнал/шум $q > 20$ дБ вероятность правильной селекции стремится к постоянной величине при заданном значении фазовых флуктуаций σ_φ . При увеличении постоянных фазовых флуктуаций σ_φ соответственно увеличивается вероятность правильной селекции. Для данного случая при $\sigma_\varphi = \frac{\pi}{10}$ вероятность правильной селекции $P_D \approx 0.67$, при $\sigma_\varphi = \frac{\pi}{8}$ вероятность правильной селекции $P_D \approx 0.94$.

На рис. 2.19 представлены зависимости вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум q для различных N и L .

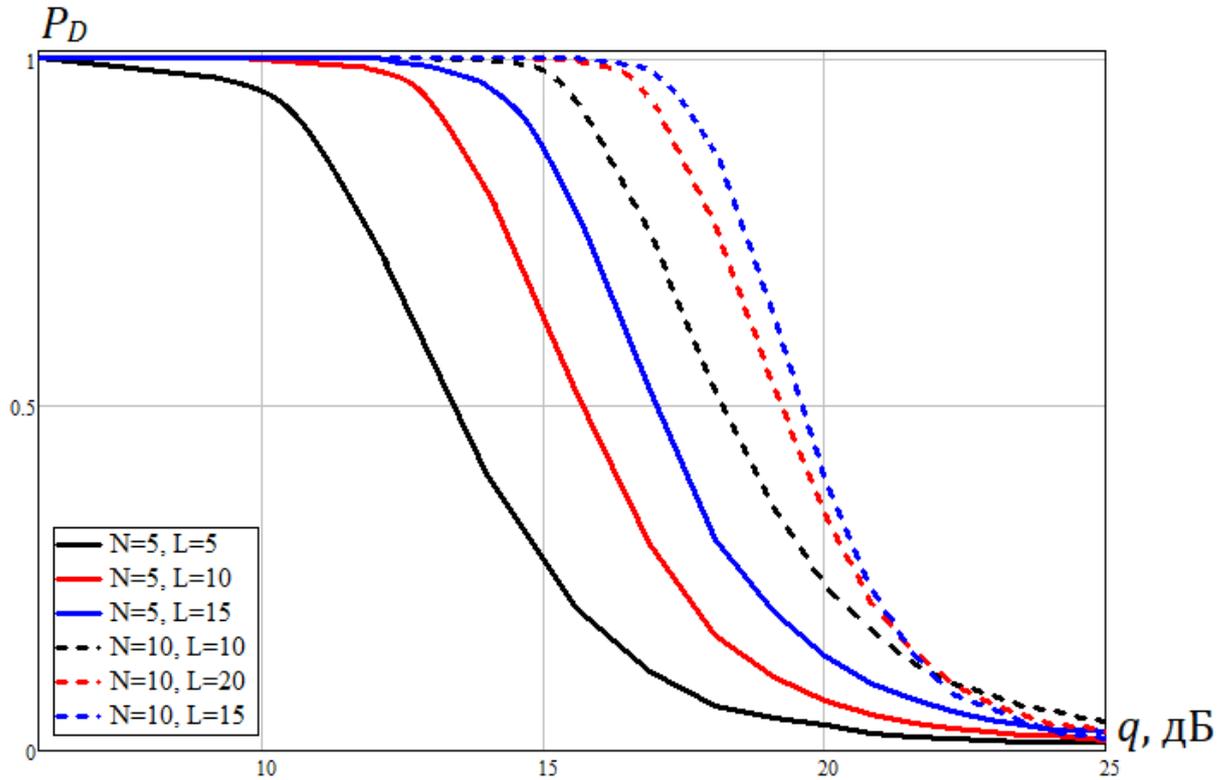


Рис. 2.19. Зависимость вероятности правильной селекции P_D от отношения сигнал/шум q для различных N и L

Также из рис. 2.19 видно, что вероятность правильной селекции увеличивается при увеличении количества усреднений L .

На рис. 2.20 приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций π/k , $k = 1 \dots 20$ для фиксированных отношений сигнал/шум ($\nu = 100$) при $N = 5$, и различного числа выборок: $L = 5, 10, 15$ и при $N = 10$, и различного числа выборок: $L = 10, 20, 30$.

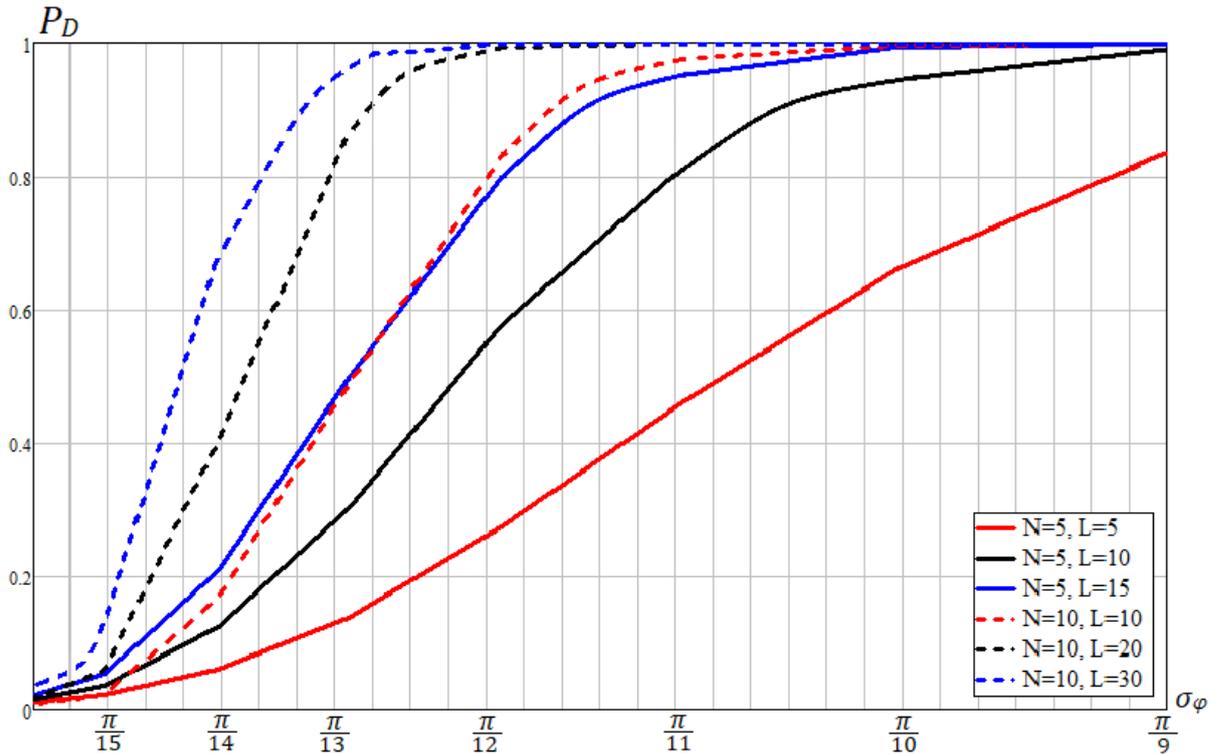


Рис. 2.20. Зависимость вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций π/k для фиксированных отношений сигнал/шум ($\nu = 100$) при $N = 5$, и различного числа выборок: $L = 5, 10, 15$ и при $N = 10$, и различного числа выборок:

$L = 5, 10, 15$ и при $N = 10$, и различного числа выборок:

$$L = 10, 20, 30$$

Характер зависимостей, приведенных на рис. 2.20, также показывает снижение вероятности правильной селекции при уменьшении фазовых флуктуаций до величины порога $\sigma_\varphi = \frac{\pi}{16}$, причем с увеличением значений N и L характеристики становятся более крутыми.

2.5. Случай быстрых и медленных постоянных флуктуаций амплитуды полезного сигнала

Рассмотрим, как будет влиять на распределение энергии сигнала по собственным числам выборочной корреляционной матрицы, то есть суммы $N - 1$ собственных чисел ξ (2.3) флуктуации амплитуды полезного сигнала.

Известно, что отраженные сигналы под влиянием различного рода причин

испытывает случайные изменения – флуктуации. При флуктуации амплитуды импульсов пачки различают два случая: быстрые (независимые) и медленные (дружные) флуктуации. При медленных флуктуациях амплитуда импульсов изменяется от пачки к пачке, а внутри пачки считается практически неизменной. В случае быстрых флуктуациях амплитуда меняется в пачке от импульса к импульсу [102].

В случае медленных (дружных) флуктуаций амплитуды импульсов пачки, когда время наблюдения отраженного сигнала ($\sim 10^{-3}$ секунд [26, 27]) существенно меньше интервала корреляции флуктуаций ($\sim 10^{-2} \div 10^{-1}$ секунд), в большинстве практических задач влиянием флуктуаций можно пренебречь [102, 103]. Поэтому, с практической точки зрения представляет интерес исследовать случай быстрых (независимых) флуктуаций, когда амплитуда меняется в пачке от импульса к импульсу.

При условии достаточно высокой степени когерентности всей принимаемой пачки импульсов межпериодная временная обработка сигналов может быть реализована полностью когерентным способом. В данном случае используется когерентный накопитель пачки импульсов (КН), который представляет собой набор доплеровских фильтров, каждый из которых согласован с полезным сигналом с определённой частотой Доплера [104, 105].

Структурная схема полностью когерентной межпериодной временной обработки приведена на рис. 2.21.

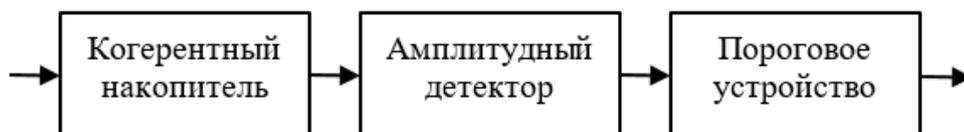


Рис. 2.21. Структурная схема полностью когерентной межпериодной обработки

Структурная схема когерентного накопителя пачки импульсов изображена на рис. 2.22. Алгоритм накопления пачки импульсов с наименьшими потерями может быть выполнен путем когерентного накопления пачки, с формированием

набора доплеровских фильтров, перекрывающих требуемую полосу частот [106, 107].



Рис. 2.22. Структурная схема когерентного накопителя азимутального пакета

Схема содержит Z идентичных каналов, каждый из которых состоит из когерентного накопителя на N импульсов, амплитудного детектора и порогового устройства. Выходы каналов объединены на схеме логического суммирования.

Нетрудно заметить, что каждый из каналов рассматриваемой схемы (в отсутствие порогового устройства) является оптимальным обнаружителем когерентной пачки импульсов с частотой Доплера, равной центральной частоте доплеровского фильтра (накопителя). Учитывая, что значение доплеровской частоты эхосигналов априорно неизвестно, схема, реализующая алгоритм полностью когерентного накопления, является в принципе многоканальной.

Проведём численное моделирование, представляя входной сигнал в виде

$$\mathbf{x} = v(A, b)\mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (2.35)$$

где A – постоянная составляющая сигнала, $v(A, b)$ – случайный амплитудный множитель, распределенный по закону Райса $f(A, b)$:

$$f(A, b) = b \cdot \exp \left[- \left(\frac{b^2}{2} + \frac{A^2}{2\sigma_s^2} \right) \right] \cdot I_0(A \cdot b). \quad (2.36)$$

Здесь b – параметр распределения, σ_s^2 – дисперсия сигнала \mathbf{s} , $I_0(A \cdot b)$ – функция Бесселя нулевого порядка.

На рис. 2.23 приведены графики зависимости отношения суммы $(N - 1)$ собственных чисел в процентах (то есть какая доля энергии сигнала сосредоточена

в $(N - 1)$ собственных числах, которые характеризуют уровень флуктуаций) к максимальному собственному числу ξ/λ_1 от параметра распределения b при $N = 5, 10, 15, L = 15, A = 10$.

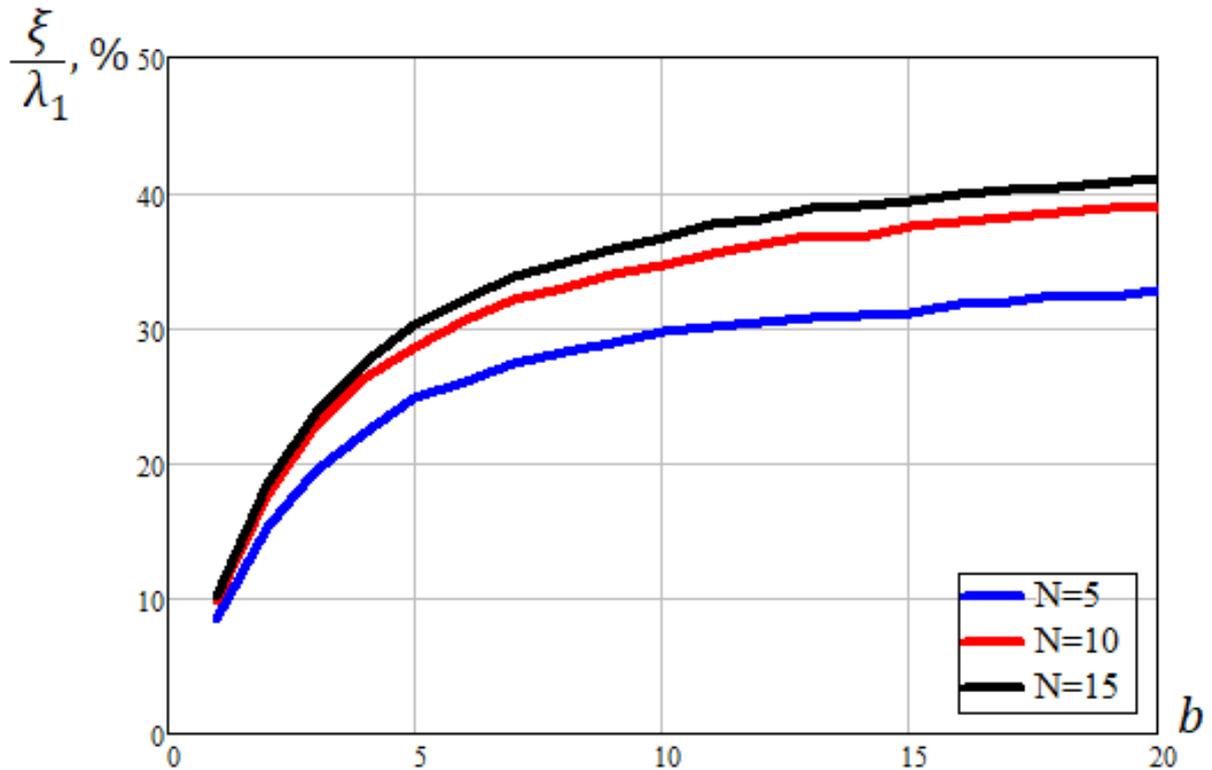


Рис. 2.23. Зависимость отношения суммы $(N - 1)$ собственных чисел к максимальному собственному числу (в процентах) от параметра распределения b для $L = 15, A = 10$ при различных значениях N

Из графиков рис. 2.23 видно, что сумма $(N - 1)$ собственных чисел составляет по отношению к максимальному собственному числу десятки процентов, что говорит о высоком уровне флуктуаций.

На рис. 2.24 приведены аналогичные графики, полученные для случая прохождения сигнала через когерентный накопитель (доплеровский фильтр).

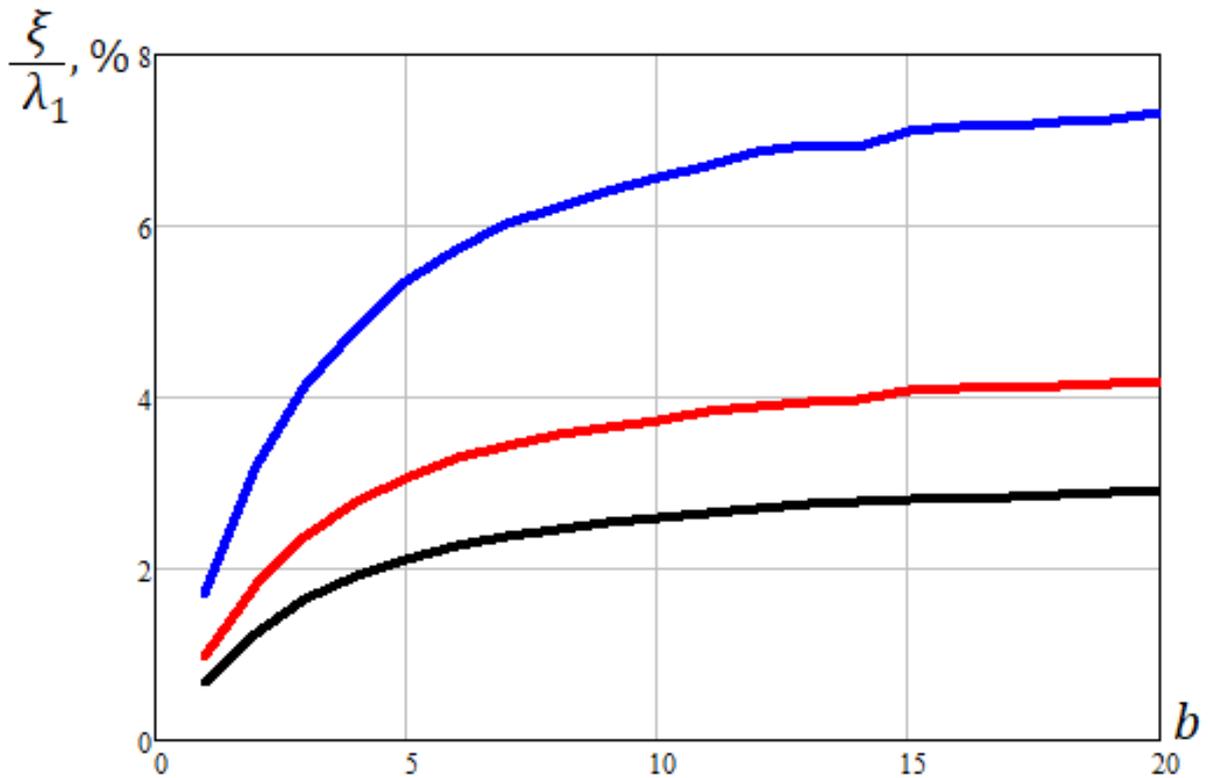


Рис. 2.24. Зависимость отношения суммы $(N - 1)$ собственных чисел к максимальному собственному числу (в процентах) от параметра распределения b для $L = 15$, $A = 10$ при различных значениях N при прохождении сигнала через когерентный накопитель

Из графиков рис. 2.24 видно, что при прохождении сигнала через когерентный накопитель (доплеровский фильтр) сумма $(N - 1)$ собственных чисел составляет единицы процентов по отношению к максимальному собственному числу, то есть происходит значительное сглаживание быстрых флуктуаций. Таким образом, можно сделать вывод, что предлагаемый в данном диссертационном исследовании метод селекции помех вполне применим и для случая быстрых флуктуаций (при определенном уровне флуктуаций) при условии предварительного сглаживания входного процесса.

2.6. Выводы по главе 2

1. Получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.

2. Показано, что оптимальная селекция полезных сигналов и сигналоподобной помехи заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

3. Получено выражение для интегральной функции распределения суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.

4. С использованием точной решающей статистики получены кривые селекции (зависимость вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум) для различной длины выборки процесса. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций для различных значений длины выборки N и объема выборки L . Показано, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции существенно образом увеличивается при уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи. То есть вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи увеличивается при увеличении фазовых флуктуаций принимаемого сигнала помехи, т.е. различия между полезным сигналом и сигналом помехи.

5. Полученные решающие статистики, кроме задачи селекции сигналоподобных помех в радиолокационных системах, также могут быть использованы при защите от имитирующих сигналоподобных помех систем радиосвязи и радионавигации. Также, предложенный подход может быть обобщен на широкий круг задач селекции сигналов в различных радиотехнических системах по величине фазовых флуктуаций данных сигналов.

ГЛАВА 3. РАЗРЕШЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

В главе 3 проведён анализ статистических характеристик разрешения двух источников сигналов с плоскими волновыми фронтами при малых отношениях сигнал/шум на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума приёмной системы. Анализ проведён как для сигналов одинаковой мощности, так и при наличии одного мощного источника сигнала-помехи. Также рассмотрены характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов. Проведено численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала.

Основные результаты главы опубликованы в работах [108 – 110].

3.1. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы антенной решетки

Рассмотрим задачу разрешения двух узкополосных источников сигналов с помощью антенной решетки на фоне гауссовского шума как выбор одной из двух гипотез:

$$H_1: \mathbf{x} = \mathbf{n} + \mathbf{s}_1, \quad (3.1)$$

$$H_2: \mathbf{x} = \mathbf{n} + \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2. \quad (3.2)$$

Здесь \mathbf{n} – вектор собственного шума элементов антенной решетки, \mathbf{s}_1 – вектор сигналов, принимаемых антенной решеткой от первого внешнего источника, \mathbf{s}_2 – вектор сигналов, принимаемых антенной решеткой от второго внешнего источника. Считаем, что внешние источники и собственный шум элементов антенной решетки некоррелированы между собой.

Оптимальное решение задачи разрешения источников (то есть принятие гипотезы H_1 или H_2) основывается на сравнении с некоторым порогом h отношения правдоподобия:

$$l(\mathbf{x}_i) = \frac{\max_{\mathbf{p}_2} P(\mathbf{x}_i | H_2, \mathbf{p}_2)}{\max_{\mathbf{p}_1} P(\mathbf{x}_i | H_1, \mathbf{p}_1)}, \quad (3.3)$$

где $i = 1 \dots L$ – номер временного отсчёта, L – размер выборки, \mathbf{x}_i – выборка вектора сигнала, $P(\mathbf{x}_i | H_1, \mathbf{p}_1)$ – функция правдоподобия для гипотезы H_1 , $P(\mathbf{x}_i | H_2, \mathbf{p}_2)$ – функция правдоподобия для гипотезы H_2 , \mathbf{p}_1 – вектор неизвестных параметров при гипотезе H_1 , \mathbf{p}_2 – вектор неизвестных параметров при гипотезе H_2 .

Если $l(\mathbf{x}_i) > h$, то принимается гипотеза H_2 , то есть решение о наличии двух сигналов. Если же $l(\mathbf{x}_i) < h$, то принимается гипотеза H_1 , то есть решение о наличии только одного сигнала.

В этом случае, функции правдоподобия для гипотез H_1 и H_2 записываются в следующем виде [64]:

$$P(\mathbf{x}_i | H_{1,2}, \mathbf{M}_{1,2}) = \pi^{-LN} \cdot \det(\mathbf{M}_{1,2})^{-L} \cdot \exp[-L \text{Sp}(\mathbf{M}_{1,2}^{-1} \hat{\mathbf{M}})], \quad (3.4)$$

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^*. \quad (3.5)$$

Здесь \mathbf{M}_1 – корреляционная матрица вектора \mathbf{x} при гипотезе H_1 , \mathbf{M}_2 – корреляционная матрица вектора \mathbf{x} при гипотезе H_2 , N – число элементов антенной решётки, $\langle * \rangle$ – знак эрмитова сопряжения.

Рассмотрим разрешение пространственно-коррелированных источников. На рис. 3.1 представлена геометрия N -элементной линейной эквидистантной антенной решетки и плоской падающей волны.

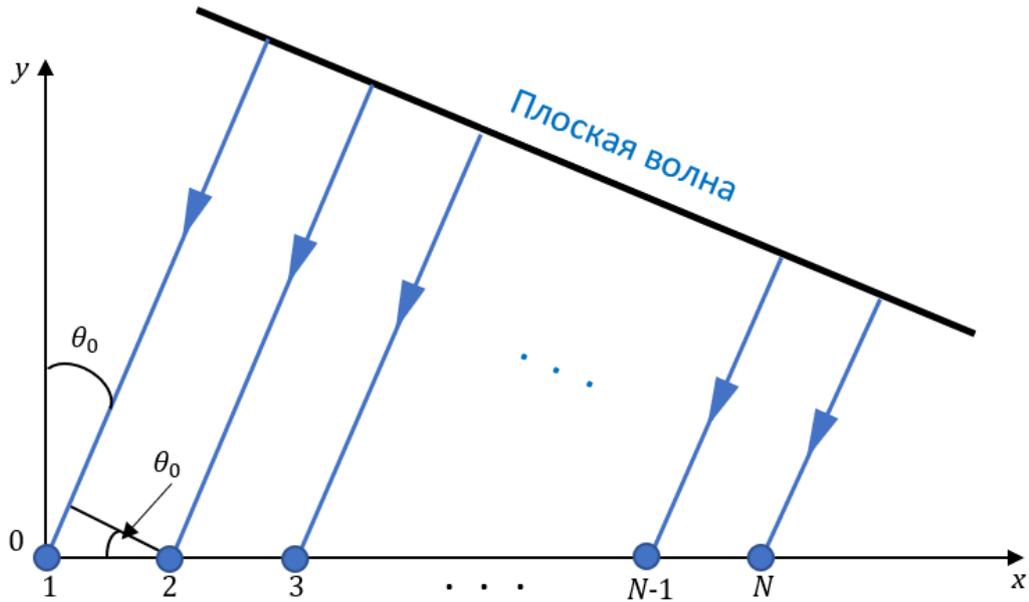


Рис. 3.1. Геометрия N -элементной линейной эквидистантной антенной решетки и плоской падающей волны

Для линейной эквидистантной антенной решётки и источника в виде плоской волны, вектор сигнала \mathbf{s}_k может быть записан в виде вектор-столбца [97]:

$$\mathbf{s}_k = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{j2\pi d \sin(\theta_0)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi d(k-1) \sin(\theta_0)} \\ \vdots \\ e^{j2\pi d(N-1) \sin(\theta_0)} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

где j – мнимая единица, k – номер источника сигнала ($k = 1 \dots Q$, Q – число источников сигналов), θ_0 – угол между нормалью антенной решётки и направлением на источник сигнала, d – отношение расстояния между элементами антенной решётки к длине волны источника сигнала.

В этом случае корреляционную матрицу вектора \mathbf{x} представим в следующем виде:

$$\mathbf{M}_1(v_1, \mathbf{s}_1) = \mathbf{I} + v_1 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^*, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{M}_2(v_1, v_2, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \mathbf{I} + v_1 \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^* + v_2 \mathbf{s}_2 \mathbf{s}_2^*, \quad (3.8)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, v_1 и v_2 – мощности сигналов \mathbf{s}_1 и \mathbf{s}_2 соответственно.

Рассмотрим задачу разрешения двух источников сигналов с неизвестными волновыми фронтами, когда векторы \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 неизвестны.

Оптимальное разрешение сигналов с неизвестными волновыми фронтами заключается в сравнении с некоторым порогом λ_r второго собственного числа λ_2 выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ [64].

В случае наличия одного достаточно мощного источника внешнего излучения асимптотическое выражение для функции распределения максимального шумового собственного числа (второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы) $F_{\lambda_2, H_1}(\lambda_r)$ записывается в виде [63]:

$$F_{\lambda_2, H_1}(\lambda_r) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i) \cdot \Gamma(j)} \right], \quad i, j = 1 \dots N - 1, \quad L \geq N, \quad (3.9)$$

где $\gamma(L, \alpha) = \int_0^\alpha t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – нижняя неполная гамма-функция, $\Gamma(L) = \int_0^{+\infty} t^{L-1} \cdot e^{-t} dt$ – полная гамма-функция.

При наличии Q достаточно мощных источников сигнала асимптотическое выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ имеет вид [64]:

$$F_{Q+1}(N, L, \lambda) = F_1 \left(N - Q, L - Q, \frac{L\lambda}{L - Q} \right). \quad (3.10)$$

Данное выражение справедливо в случае больших мощностей внешних источников сигналов ($vN \gg 1$).

В случае наличия слабого источника сигнала (меньше 1–2 дБ) для получения решающего правила воспользуемся выражением для второго собственного числа корреляционной матрицы собственного шума (то есть при отсутствии источников сигнала).

Интегральная функция распределения $F_m(N, L, \lambda)$ m -го ($m \geq 2$) шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы \mathbf{M} в N -мерном случае в работе [65] получена в следующем виде:

$$F_m(N, L, \lambda) = Z(N, L) \cdot \left(\sum_{l=1}^{\binom{N}{k_1, k_2}} \det(\mathbf{B}_l) \right) + F_{m-1}(N, L, \lambda), \quad (3.11)$$

$$Z(N, L) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! i!}$$

В выражении (3.11) матрица \mathbf{B}_l образуется из k_1 строк матрицы \mathbf{B}_l^Γ , содержащей элементы $B_{ij}^\Gamma = \Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, и k_2 строк матрицы \mathbf{B}_l^Υ , содержащей элементы $B_{ij}^\Upsilon = \gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$, $i, j = 1, \dots, N$. Каждая из матриц \mathbf{B}_l представляет одну из возможной комбинации строк матриц \mathbf{B}_l^Γ и \mathbf{B}_l^Υ . Функция распределения m -го ($m \geq 2$) собственного числа равна сумме детерминантов матриц, полученных из перестановок с повторениями строк, состоящих из неполных верхних $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ и нижних $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$ гамма-функций. Количество таких перестановок равно [75]:

$$\binom{N}{k_1, k_2} = \frac{N!}{k_1! \cdot k_2!} \quad (3.12)$$

где $k_1 = m - 1$ – число строк, состоящих из неполных верхних гамма-функций $\Gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$; $k_2 = N - k_1$ – число строк, состоящих из неполных нижних гамма-функций $\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)$.

Аналогично можно представить зависимость для m -го ($m \geq Q + 1$) собственного числа при наличии Q достаточно мощных источников:

$$F_{Q+1}(N, L, \lambda) = F_{m-Q} \left(N - Q, L - Q, \frac{L\lambda}{L - Q} \right). \quad (3.13)$$

3.2. Результаты численного моделирования

3.2.1. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами

Рассмотрим разрешение двух источников сигнала с плоскими волновыми фронтами. Методом статистического моделирования были получены кривые разрешения двух источников, то есть обнаружения второго источника сигнала по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы сигнала (рис. 3.2).

Выбор порога λ_F , согласно критерию Неймана-Пирсона, проводится в соответствии с выражением:

$$P_F = 1 - F_{\lambda_2, H_1}(\lambda_r), \quad (3.14)$$

где P_F – заданная вероятность ложного разрешения, $F_{\lambda_2, H_1}(\lambda)$ – интегральная функция распределения второго собственного числа λ_2 матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии одного источника сигнала (при справедливости гипотезы H_1).

Получим характеристики разрешения второго источника сигнала, вычисленные по порогу второго собственного числа шумовой выборочной корреляционной матрицы сигнала в соответствии с выражением (3.11). Также, проведем их сравнение с характеристиками, полученными в соответствии с выражением (3.9). Используя формулы (3.9), (3.11) и (3.14) были вычислены пороги λ_F (таблица 2) для вероятности ложного разрешения $P_F = 10^{-3}$ для следующих параметров антенной решётки: $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$.

Моделировалось разрешение двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами. Кривые разрешения получены для случая ортогональных фронтов.

Таблица 1. Значения порога λ_F для 2-го собственного числа при различных L

N	L	λ_F для (3.9)	λ_F для (3.11)
5	5	4.2	2.7
	10	3.1	2.2
	15	2.65	1.98

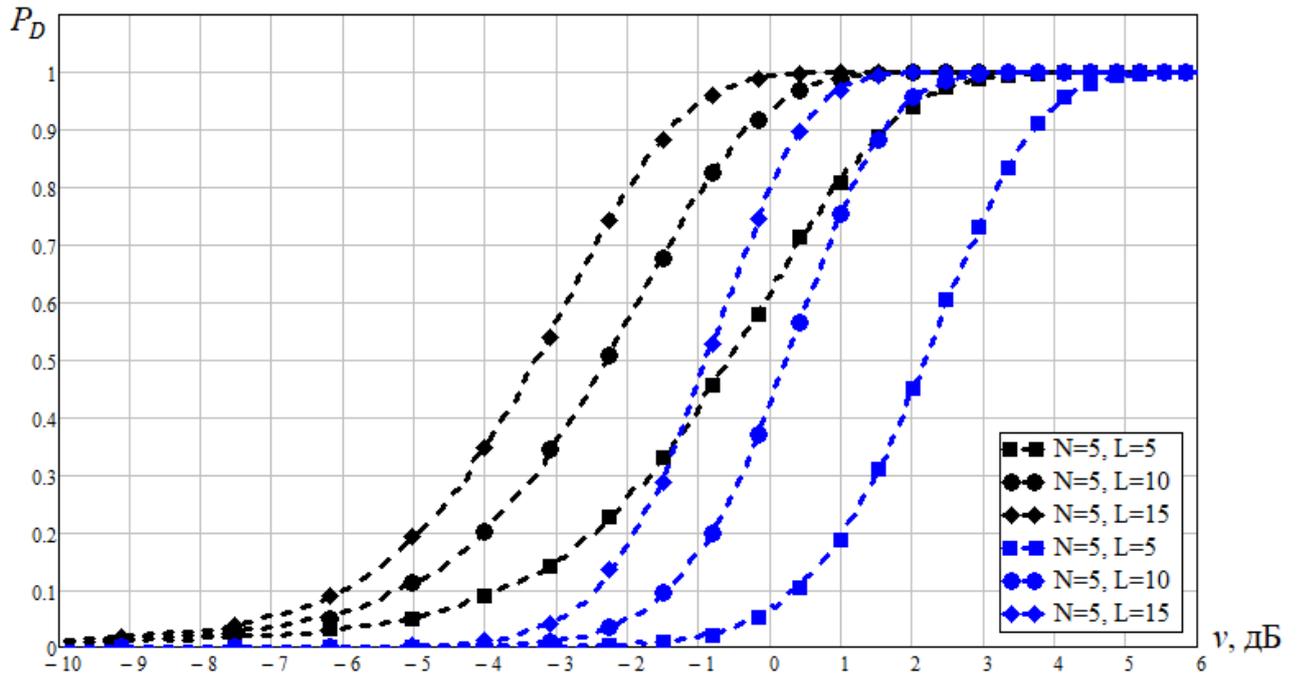


Рис. 3.2. Вероятность правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$, полученных в соответствии с выражениями (3.9) (синяя кривая) и (3.11) (чёрная кривая)

Из рис. 3.2 видно, что при мощности источников сигналов менее 1–2 дБ при вероятности правильного разрешения $P_D = 0,5$ выигрыш при использовании порога (3.11), полученного по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы, составляет 2–2.5 дБ по сравнению с выражением (3.9) для случая наличия мощного одного источника сигнала.

На рис. 3.3 представлена зависимость вероятности правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами от суммарной мощности источников сигналов для различной вероятности ложного разрешения при $N = 5$, $L = 5$.

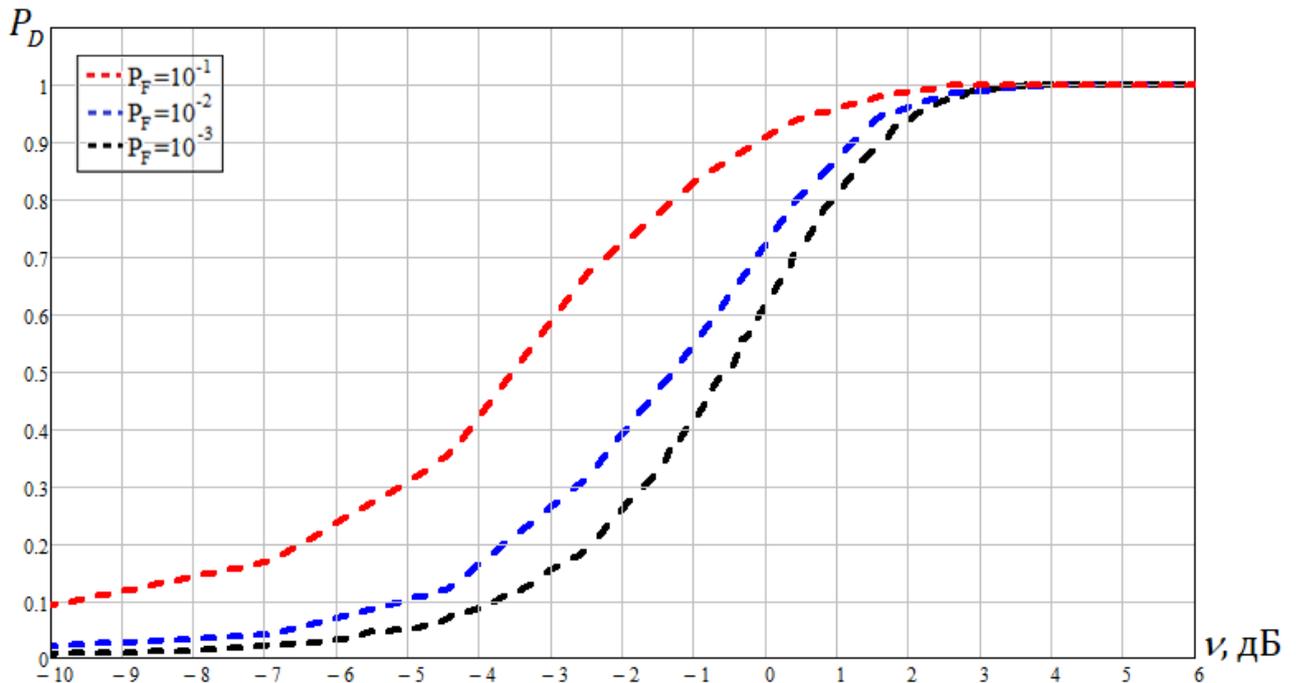


Рис. 3.3. Вероятность правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для различной вероятности ложного разрешения при $N = 5$, $L = 5$

Как видно из рис. 3.3, при заданной вероятности правильного разрешения P_D увеличение вероятности ложного разрешения P_F приводит к снижению суммарной мощности источников сигналов. Так, например, при вероятности правильного разрешения $P_D = 0,8$ при увеличении вероятности ложного разрешения в 100 раз (с величины 10^{-3} до 10^{-1}) суммарная мощность источников сигналов уменьшится на 2,5 дБ.

3.2.2. Характеристики разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи

Рассмотрим случай разрешения двух слабых источников сигнала при наличии одного мощного. На практике данная ситуация может возникнуть, например, при обнаружении групповой радиолокационной цели на фоне мощной помехи. В качестве источника мощной помехи, например, может быть сигнал, отраженный от земной поверхности или местных предметов (горных ландшафтов, сооружений инфраструктуры и т.п.). При моделировании мощность первого источника сигнала-помехи составляла 20 дБ, мощности второго и третьего источников сигнала (сигналов групповой цели) полагались равными ($v_1 = v_2 \approx 0,5 \dots 2$ дБ).

Получим характеристики разрешения третьего источника сигнала, полученных по третьему собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы сигнала в соответствии с выражением (3.11). Аналогично, проведем их сравнение с характеристиками, полученными в соответствии с выражением (3.9). Как и в предыдущем случае, используя формулы (3.9), (3.11) и (3.14) были вычислены пороги λ_F для вероятности ложного разрешения $P_F = 10^{-3}$ для следующих параметров антенной решётки: $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$.

На рис. 3.4 представлены вероятности правильного разрешения двух слабых источников сигнала с ортогональными фронтами при наличии одного мощного в зависимости от суммарной мощности источников сигналов.

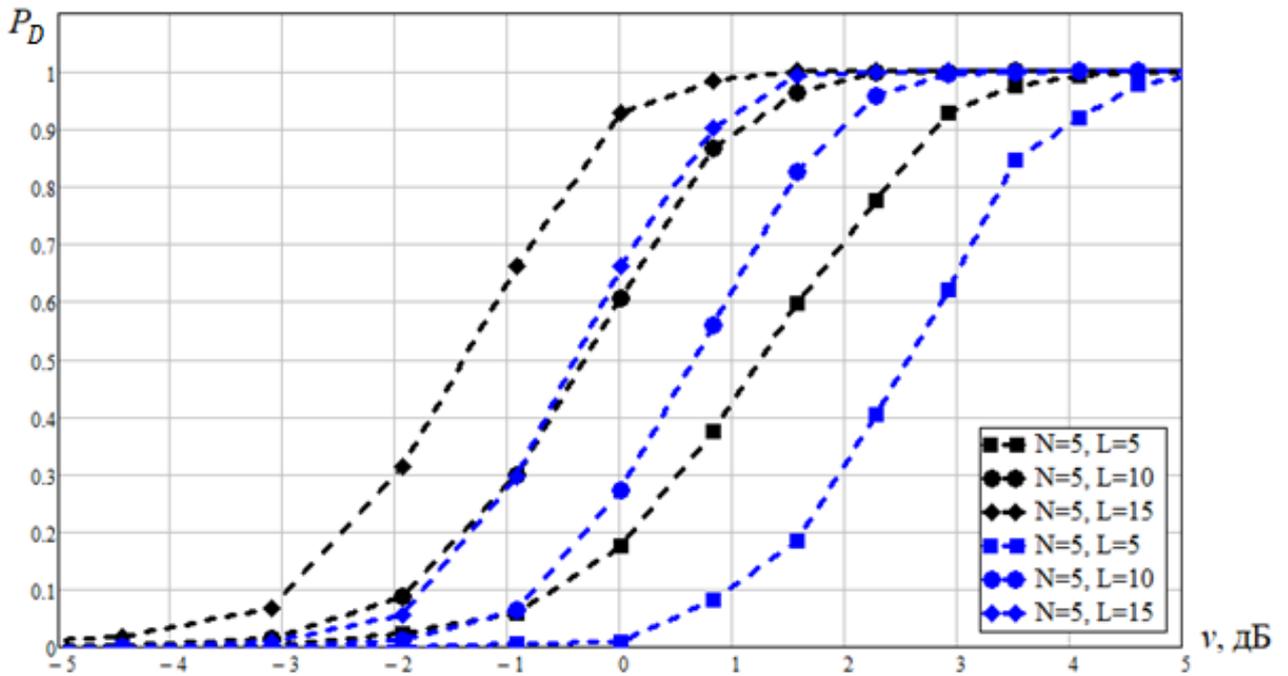


Рис. 3.4. Вероятность правильного разрешения двух слабых источников сигнала при наличии одного мощного в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$, полученных в соответствии с выражениями (3.9) (синяя кривая) и (3.11) (чёрная кривая)

Как видно из рис. 3.4, выигрыш при использовании порога, полученного по третьему собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы в соответствии с выражением (3.11) по сравнению с асимптотическим выражением (3.9), составляет 1–1.5 дБ, что аналогично ситуации, представленной на рис. 3.2.

3.2.3. Характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов

Моделировалось разрешение двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами (3.14), проходящими симметрично относительно нормали антенной решётки под углами θ и $-\theta$. Кривые разрешения получены для пяти различных углов прихода сигналов, задаваемых параметром w (рис. 3.5):

$$w = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0}, \quad \sin \theta_0 = \frac{1}{dN}, \quad (3.15)$$

где θ_0 – направление на первый минимум диаграммы направленности, d – отношение расстояния между элементами антенной решётки к длине волны источника сигнала.

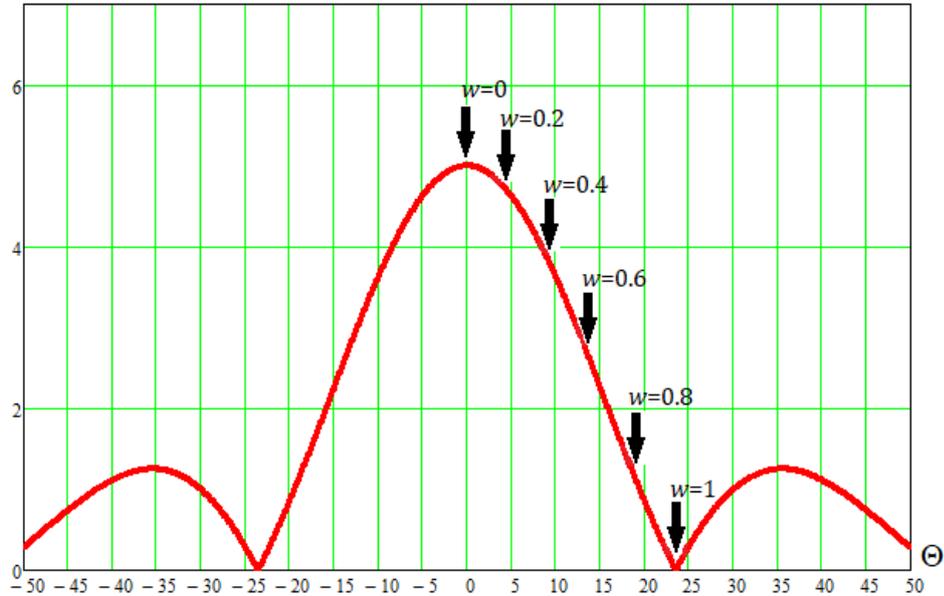


Рис. 3.5. Диаграмма направленности антенной решетки для $N = 5$, $d = 0.5$ и направления источников сигналов с параметром w

На рис. 3.6 приведены зависимости вероятности правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами от суммарной мощности источников сигналов, при различных углах прихода сигналов. Данные зависимости получены для различных параметров w с использованием посчитанных порогов для второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы.

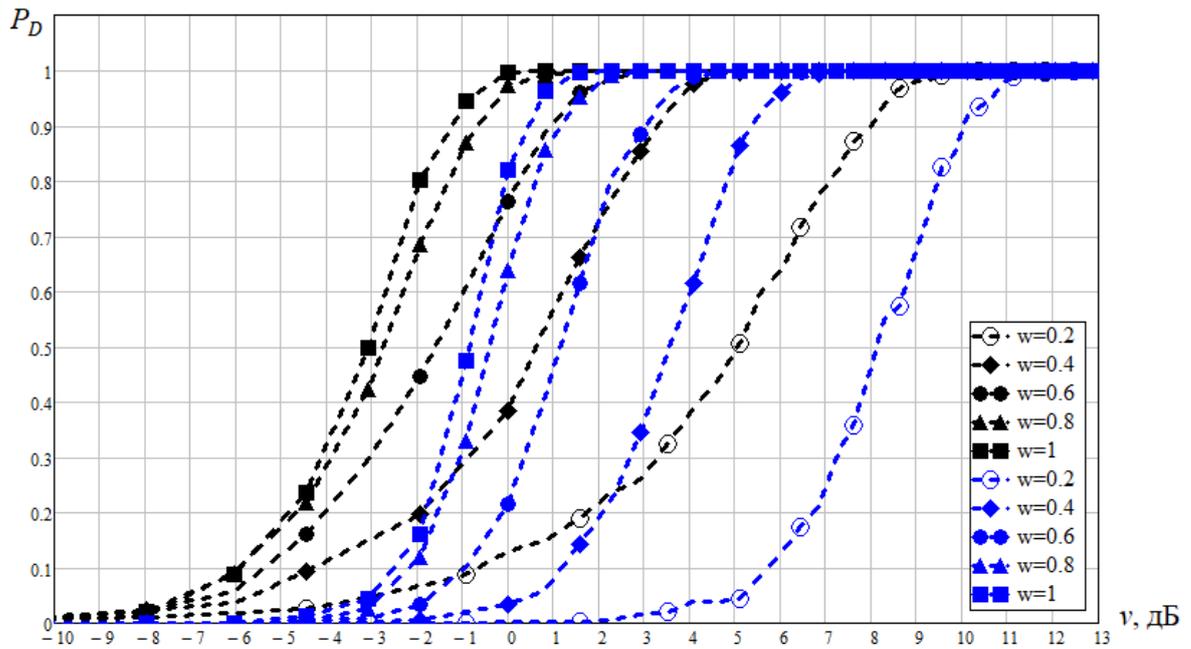


Рис. 3.6. Вероятность правильного разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$, $L = 15$, полученных в соответствии с выражением (3.9) (синяя линия) и (3.11) (чёрная линия), при различных углах прихода сигнала w

В таблице 3 приведены значения угла θ и разность мощностей Δv , определенная при вероятности правильного разрешения $P_D = 0,8$ при использовании порога, полученного по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы в соответствии с выражением (3.11) по сравнению с асимптотическим выражением (3.9), при $N = 5$, $d = 0.5$ для $w = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$.

Таблица 3. Значения угла θ при $N = 5$, $d = 0.5$ для различных значений параметра w

w	θ , град.	Δv , дБ
0,2	≈ 5	$\approx 2,5$
0,4	≈ 9	$\approx 2,35$
0,6	≈ 14	≈ 2
0,8	≈ 18	$\approx 1,9$
1,0	≈ 24	$\approx 1,8$

Как видно из рис. 3.6, выигрыш при использовании порога, полученного по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы в соответствии с выражением (3.11), по сравнению с асимптотическим выражением (3.9) составляет 2.5 - 3.5 дБ.

3.2.4. Численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала

В работе [65] показано, что наличие мощного сигнала изменяет распределения всех собственных чисел корреляционной матрицы процесса. При этом распределения всех собственных чисел смещается в сторону увеличения значений λ . Очевидно, что это приведет к увеличению вероятности ложного разрешения или к необходимости увеличения порога обнаружения.

Аналогичные результаты получены в работе [63], в которой приведена зависимость разности между истинным (экспериментальным) и асимптотическим интегральными распределениями (3.9) максимального шумового собственного числа при наличии мощного источника сигнала от мощности сигнала. В [63] можно увидеть, что при наличии слабого сигнала (менее 0 дБ) отклонение асимптотического распределения от истинного значения (экспериментального распределения) увеличивается и составляет величину ≈ 0.5 при мощности сигнала -20 дБ (для $N = 5, L = 5$).

Проведем численное моделирование отклонения интегрального распределения второго (шумового) собственного числа выборочной корреляционной матрицы в соответствии с выражением (3.11) при наличии источника сигнала. В результате моделирования по 10 000 экспериментам были получены распределения $F_2(\nu, N, L, \lambda)$ второго собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ для различных мощностей источника сигнала ν , размерности антенной решётки N и числа выборок L . На рис. 3.7 приведены зависимости максимальной ошибки $E(N, L, \nu) = \max_{\lambda} (|F_2(N, L, \lambda) - F_2(\nu, N, L, \lambda)|)$

между аналитическим (3.11) и экспериментальными распределениями от мощности ν источника внешнего сигнала.

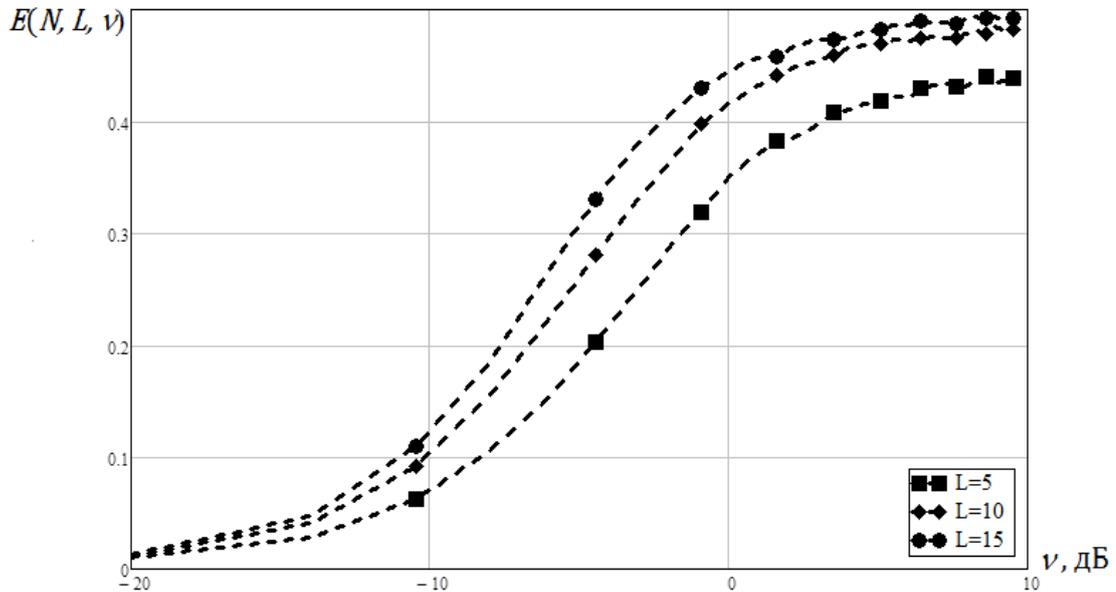


Рис. 3.7. Максимальная ошибка между асимптотическим (3.11) и экспериментальными распределениями в зависимости от мощности источника внешнего сигнала при $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$

Из приведенных графиков видно, что при малой мощности источника (-20 дБ и меньше) отклонение распределения (3.11) от истинного значения (экспериментального распределения) не превышает величину 0.01. При увеличении мощности сигнала до 2 дБ и более максимальная ошибка увеличивается до значений 0.4 – 0.5.

На рис. 3.8 приведены результаты численного моделирования кривых обнаружения второго источника сигнала по второму собственному числу шумовой выборочной корреляционной матрицы (3.11) в случае наличия только одного источника сигнала (отсутствия второго источника) и при наличии двух источников сигнала ($N = 5$ и $L = \{5, 10, 15\}$).

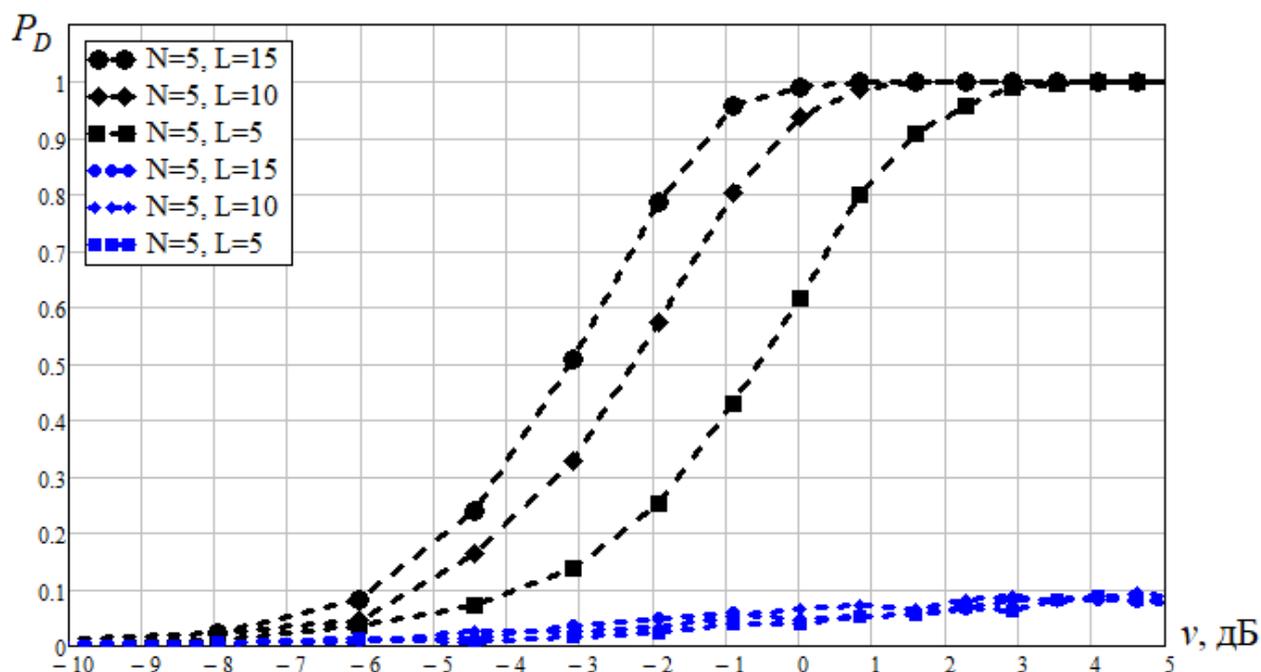


Рис. 3.8. Вероятность правильного обнаружения второго источника сигналов при наличии двух источников (чёрная кривая) и ложного обнаружения второго источника при наличии одного источника сигнала (синяя кривая) в зависимости от суммарной мощности источников сигналов для $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$

Из рис. 3.8 хорошо видно, что в первом случае (при отсутствии второго источника) при значениях ОСШ больше 0.6 дБ, увеличение первого собственного числа (сигнального) приводит к росту второго собственного числа (шумового). Это, в свою очередь, приводит к росту вероятности обнаружения (ложного обнаружения) второго собственного числа. Соответственно, это будет вносить потери при обнаружении группового сигнала. Однако, при значениях вероятности правильного разрешения, равных 0.5, и значениях отношения сигнал/шум меньше 2 дБ вероятность ложного обнаружения второго источника сигнала в данном случае составляет величины меньше 0.1 – 0.05. При этом для целого ряда практических случаев данными потерями при разрешении группового сигнала можно пренебречь.

Проведем оценку потерь для вероятности ложного разрешения $P_F = 10^{-3}$ для следующих параметров антенной решётки: $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$. Как и в предыдущем случае, используя формулы (3.9), (3.11) и (3.14) были вычислены пороги λ_r .

Величину потерь можно представить в следующем виде:

$$V = 20 \cdot \log \frac{\lambda_{r2}}{\lambda'_{r2}}, \quad (3.16)$$

где λ_{r2} – порог обнаружения второго собственного числа, полученный по критерию Неймана-Пирсона в соответствии с выражением (3.14); $F_{\lambda_2, H_1}(\lambda)$ – интегральная функция распределения второго собственного числа λ_2 матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, определяемая в соответствии с асимптотическим выражением (3.9); λ'_{r2} – порог обнаружения второго собственного числа, полученный экспериментально, при наличии источника сигнала мощностью ν . При этом при $\nu = 0$ (при отсутствии сигнала) значение порога обнаружения λ'_{r2} определяется из интегральной функции распределения второго собственного числа λ_2 матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в соответствии с выражением (3.11).

На рис. 3.9 представлены графики зависимости величины потерь V от мощности ν при $N = 5$, $L = (5, 10, 15)$.

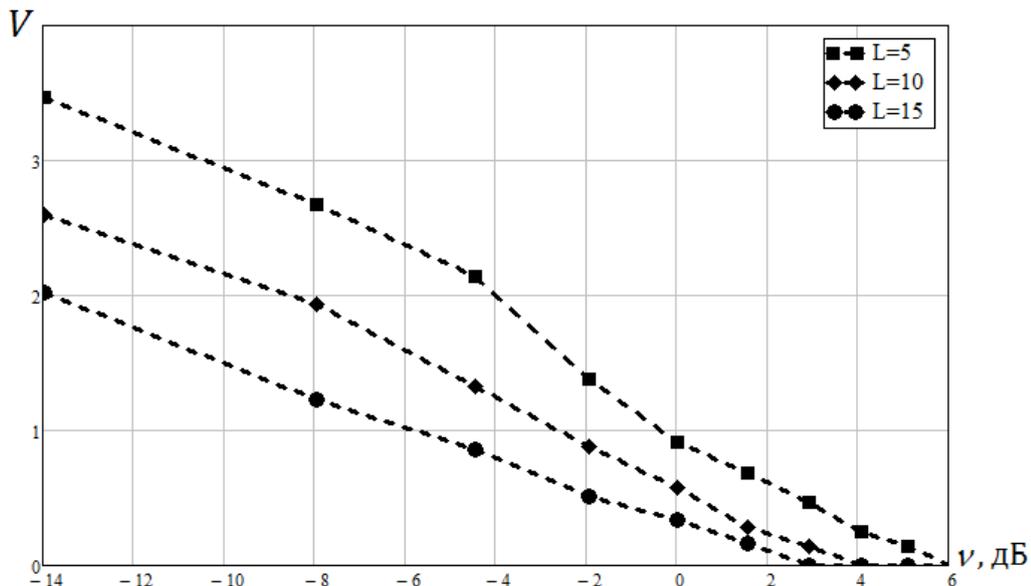


Рис. 3.9. Зависимость величины потерь V от мощности ν при $N = 5$ и $L = (5, 10, 15)$

Из рис. 3.9 видно, что при значениях мощности сигнала порядка 2 – 6 дБ, значение порога λ'_{r2} растет и становится равным величине порога λ_{r2} ($\lambda'_{r2} = \lambda_{r2}$), что вполне согласуется с результатами, полученными в работе [63]. При малых мощностях внешнего источника сигнала (менее 0 дБ), средний выигрыш при использовании порога, полученного по интегральной функции распределения в соответствии с выражением (3.11), по сравнению с порогом, полученным в соответствии с асимптотическим выражением (3.9), составляет в среднем 1 – 2 дБ. Таким образом, при обнаружении–разрешении групповых источников сигналов малой мощности (меньше 1 – 2 дБ) целесообразно использовать решающие правила, полученные на основе собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки в соответствии с выражением (3.11). При обнаружении–разрешении групповых источников сигналов большой мощности (больше 1 – 2 дБ) целесообразно использовать решающие правила, полученные на основе максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы в соответствии с асимптотическим выражением (3.9).

3.3. Выводы по главе 3

1. Проведен анализ статистических характеристик обнаружения–разрешения источников сигналов на основе собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.

2. Проведено моделирование разрешения двух источников сигналов одинаковой мощности с плоскими волновыми фронтами. Предложено при обнаружении–разрешении групповых источников сигналов малой мощности (менее 1 – 2 дБ) использовать решающие правила, полученные на основе собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки.

3. Показано, что при заданной вероятности правильного разрешения увеличение вероятности ложного разрешения приводит к снижению суммарной мощности источников сигналов.

4. Проведено моделирование обнаружения-разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами, двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи, а также характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов.

5. Проведено численное исследование распределения максимального шумового собственного числа при наличии слабого источника сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации представлены результаты синтеза методов пространственно-временной обработки радиолокационных сигналов импульсных радиолокационных систем с антенными решетками на основе анализа собственных чисел корреляционной матрицы в сложной сигнально-помеховой обстановке.

По результатам проведенного моделирования можно сделать следующие основные выводы:

1. Получено аналитическое выражение для интегральных функций распределения всех собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки.
2. Получено аналитическое выражение для распределения всех шумовых собственных чисел выборочной корреляционной матрицы сигналов антенной решётки при наличии собственного шума и произвольного числа источников большой мощности.
3. Получено аналитическое выражение для решающих статистик селекции сигналоподобных активных помех, основанное на оценке собственных чисел выборочной корреляционной матрицы.
4. Показано, что оптимальная селекция полезных сигналов и сигналоподобной помехи заключается в сравнении с некоторым порогом λ_F суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.
5. Получено выражение для интегральной функции распределения суммы $N - 1$ собственных чисел $\lambda_{i,i=2\dots N}$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$.
6. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от отношения сигнал/шум для различной длины выборки процесса.
7. Приведены зависимости вероятности правильной селекции от величины фазовых флуктуаций для различных значений длины выборки N и объема выборки L .
8. Показано, что отношение сигнал/шум для селекции сигналоподобной помехи при заданной вероятности правильной селекции увеличивается при

уменьшении фазовых флуктуаций сигнала-помехи, то есть вероятность правильной селекции сигналоподобной помехи увеличивается при увеличении фазовых флуктуаций принимаемого сигнала помехи.

9. Приведены характеристики обнаружения-разрешения двух источников сигналов с ортогональными фронтами, двух источников сигналов с ортогональными фронтами при наличии мощного источника сигнала-помехи, а также характеристики разрешения двух источников сигналов при различных углах прихода сигналов.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АД –	амплитудный детектор
АР –	антенная решетка
АЦП –	аналого-цифровое преобразование
АЧХ –	амплитудно-частотная характеристика
АШП –	активная шумовая помеха
БПФ –	быстрое преобразование Фурье
ВО –	воздушный объект
ДН –	диаграмма направленности
ДНА –	диаграмма направленности антенны
КМ –	корреляционная матрица (помех)
КН –	когерентное накопление (когерентный накопитель)
ЛЧМ –	линейная частотная модуляция
ОЗУ –	оперативно-запоминающее устройство
ОСШ –	отношение сигнал/шум
РЛИ –	радиолокационная информация
РЛС –	радиолокационная станция
РФ –	режекторный фильтр
СДЦ –	селекция движущихся целей
СКО –	среднеквадратичное отклонение
ФАР –	фазированная антенная решетка
ЭВМ –	электронная вычислительная машина
ЭПР –	эффективная площадь рассеивания
GLR –	Generalized Likelihood Ratio
MIMO –	Multiple Input Multiple Output

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корягин, М.Г. Метод селекции сигналоподобных помех в обзорных РЛС при широкополосном зондировании / М.Г. Корягин, С.Н. Никифоров // REDS: Телекоммуникационные устройства и системы. – 2017. – Т. 7, № 2. – С. 149-151.
2. Паршуткин, А.В. Имитационная модель обработки радиолокационной информации в сети радиолокационных станций в условиях сигналоподобных помех / А.В. Паршуткин, Д.В. Левин, А.В. Галандзовский // Информационно-управляющие системы. – 2019. – № 6(103). – С. 22-31.
3. Сергунов, К.Ю. Применение радиолокационных станций для решения задачи селекции сложных активных целей / К.Ю. Сергунов, П.А. Грицык // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 3. – С. 16-22.
4. Великанова, Е.П. Обзор методов борьбы с пассивными помехами в радиолокационных системах / Е.П. Великанова, Е.В. Рогожников, Е.П. Ворошилин // Известия МГТУ МАМИ. – 2014. – Т. 4, № 3(21). – С. 29-37.
5. Ушаков, В.Н. Оптимальный обнаружитель имитирующих помех / В.Н. Ушаков // Оборонный комплекс - научно-техническому прогрессу России. – 2006. – № 4. – С. 124-131.
6. Гейстер С.Р. Адаптивное обнаружение-распознавание с селекцией помех по спектральным портретам. – Минск: Военная академия РБ, 2000. 172 с.
7. Карманов, Ю.Т. Способ защиты РЛС со сложным сигналом от имитирующей помехи / Ю.Т. Карманов, Г.А. Непомнящий // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2009. – № 26(159). – С. 41-46.
8. Савин, И. В. GPS-спуфинг как актуальная угроза системе позиционирования GPS // Наука сегодня: история и современность: Материалы международной

- научно-практической конференции, Вологда, 25 октября 2017 года. Том 1. – Вологда: ООО «Маркер», 2017. – С. 68-70.
9. GPS-спуфинг и способы защиты от него / П.А. Ольберг, И.М. Ахтямова, О.А. Караулова, Н.В. Прошечкина // Проблемы и перспективы внедрения инновационных телекоммуникационных технологий: Сборник материалов VIII Международной научно-практической очно-заочной конференции, Оренбург, 25 марта 2022 года. – Оренбург: Оренбургский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики", 2022. – С. 130-138.
 10. Korotkevich, A. Models of GPS-Spoofing of Civil Navigation Equipment of Consumers / A. Korotkevich, H. Kh. Saad, K. Stupin // Новости науки и технологий. – 2021. – No. 4(59). – P. 48-56.
 11. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. – М.: Сов.радио, 1974. 360 с.
 12. Лёзин Ю.С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем: Учебное пособие для вузов. – М. : Радио и связь, 1986. 280 с.
 13. Разработка первых систем защиты РЛС от пассивных помех (исторический обзор) / П.А. Бакулев, В.Г. Бартенев, Л.Н. Григорьев, Г.Ю. Кобзарев // Радиотехника. – 2016. – № 5. – С. 142-151.
 14. Кук, Ч. Радиолокационные сигналы. Теория и применение / Ч. Кук, М. Бернфельд; под ред. В. С. Кельзон. – Москва : Советское радио, 1971. 567 с.
 15. Сколник М. Справочник по радиолокации. Книга 1 / Под ред. М. Сколника. 3-е издание. Перевод с английского под общей редакцией В.С. Вербы. В 2-х книгах. – М.: Техносфера, 2014. 672 с.
 16. Сколник М. Справочник по радиолокации. Книга 2 / Под ред. М. Сколника. 3-е издание. Перевод с английского под общей редакцией В.С. Вербы. В 2-х книгах. – Москва: Техносфера, 2014. 680 с.

17. Трифонов, А.П. Эффективность обнаружения радиосигнала с неизвестными параметрами / А.П. Трифонов, Е.В. Литвинов // Радиотехника. – 2016. – № 2. – С. 57-65.
18. Малышевский, И.К. Алгоритмы подавления низкочастотной помехи в автомобильном радаре / И.К. Малышевский, А.А. Кузин, А.В. Мякинков // Информационные системы и технологии ИСТ-2020 : Сборник материалов XXVI Международной научно-технической конференции, Нижний Новгород, 24–28 апреля 2020 года / Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород: Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, 2020. – С. 1330-1339.
19. Михайлов, А.Д. Исследование характеристик диаграммы направленности синтезированной апертуры при случайном характере перемещения антенны / А.Д. Михайлов, А.В. Мякинков // Математические методы в технологиях и технике. – 2023. – № 11. – С. 31-36.
20. Метод использования поля переднего рассеяния для обнаружения малоподвижных объектов на железнодорожном переезде / Д.М. Балашова, В.Н. Буров, А.А. Кузин [и др.] // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 279-291.
21. Киреев, С.Н. Особенности подавления ретрансляционных помех с помощью нелинейного преобразования при цифровой обработке сигнала / С.Н. Киреев, В.А. Таланов // Радиотехника. – 2008. – № 1. – С. 60-64.
22. Оценка воздействия структурных помех на приемно-регистрирующее оборудование радиотелеметрических систем / А.Ф. Крячко, Н.А. Гладкий, В.К. Лосев, М.А. Глазнев // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 10. – С. 201-204.
23. Бухалев, В.А. Распознавание и оценивание выходного сигнала линейной системы в условиях скачкообразной имитационной помехи / В.А. Бухалев, В.А. Болдинов, С.П. Прядкин // Вестник Московского авиационного института. – 2013. – Т. 20, № 5. – С. 149-157.

24. Гейстер, С.Р. Разрушение спектральной структуры имитирующих помех путем псевдослучайного изменения фазовой диаграммы направленности антенны радиолокатора / С.Р. Гейстер, И.С. Садовский // Доклады БГУИР. – 2005. – №1. – С. 48-53.
25. Фитасов, Е.С. Система селекции имитирующих помех / Е.С. Фитасов // Датчики и системы. – 2017. – № 3(212). – С. 24-28.
26. Патент на полезную модель № 184465 U1 Российская Федерация, МПК G01S 13/52. Устройство селекции ложных целей: № 2018126557: заявл. 18.07.2018: опубл. 26.10.2018 / Е.С. Фитасов, С.А. Козлов ; заявитель Акционерное общество «Федеральный научно-производственный центр «Нижегородский научно-исследовательский институт радиотехники».
27. Селекция имитирующих сигналоподобных помех в радиолокационных системах с внутренней когерентностью / Е.С. Фитасов, Е.В. Леговцова, О.Е. Кудряшова [и др.] // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2021. – Т. 64, № 11. – С. 917-925.
28. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник / Я.Д. Ширман, Ю.И. Лосев, Н.Н. Минервин и др. Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «МАКВИС», 1998. – 828 с.
29. Михеев, П.В. Метод оценки когерентных свойств радиолокационных сигналов / П.В. Михеев // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2006. – Т. 49, № 1. – С. 82-87.
30. Оценка когерентности радиолокационных сигналов с флуктуациями параметров / Е.С. Фитасов, И.Я. Орлов, Е.В. Леговцова, В.В. Насонов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2021. – Т. 64, № 1. – С. 69-82.
31. Тафтс, Д.У. Оценивание частот нескольких синусоид: Модификация метода линейного предсказания, сравнивая по эффективности с методом максимального правдоподобия / Д.У. Тафтс, Р. Кумарсан // ТИИЭР. – 1982. – № Т. 70, № 9. – С. 88-109.

32. Марпл–мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
33. Монаков, А.А. Потенциальная разрешающая способность РЛС по дальности / А.А. Монаков, Т.П. Мишура // Успехи современной радиоэлектроники. – 2008. – № 12. – С. 31-36.
34. Чижов, А.А. Сверхразрешение. Germany, Saarbrücken: LAMBERT Academic Publishing. 2012. – 216 с.
35. Чижов А.А. Сверхразрешение и интегральное уравнение Фредгольма первого рода. USA, North Carolina: Raleigh, 2015. – 196 с.
36. Чижов, А.А. Сверхразрешение радиолокационных целей при воздействии активных шумовых помех по основному и ближним боковым лепесткам диаграммы направленности антенны РЛС / А.А. Чижов // Информационно-управляющие системы. – 2016. – № 1(80). – С. 88-92.
37. Способ пространственной обработки для радара системы контроля железнодорожного переезда / А.А. Кузин, А.В. Мякинков, К.С. Фомина, С.А. Шабалин // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2022. – Т. 25, № 5. – С. 42-55.
38. Иваненков, А.С. Построение акустических изображений с помощью гибких микрофонных антенных решёток с использованием сверхразрешающих методов / А.С. Иваненков, А.А. Родионов, Н.В. Савельев // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2021. – Т. 64, № 7. – С. 522-534.
39. Трифонов, А.П. Обнаружение узкополосного радиосигнала с неизвестными пространственно-временными параметрами / А.П. Трифонов, Е.В. Литвинов, Ю.Э. Корчагин // Радиотехника. – 2016. – № 6. – С. 80-98.
40. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1977. – 224 с.
41. Караваев В.В., Сазонов В.В. Статистическая теория пассивной локации. – М.: Радио и связь, 1987. – 237 с.

42. Lee H., Fu.Li An eigenvector technique for detecting the number of emitters in a cluster // IEEE Transaction on signal processing. – 1994. – V. 42, No. 9. – P. 2380–2388.
43. Ермолаев, В.Т. Оценивание параметров сигналов, принимаемых антенной решеткой / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.А. Анурин // Изв. вузов. Радиофизика. – 1996. – Т. 39 № 9. – С. 1144–1160.
44. Ермолаев, В.Т. Оценивание параметров минимального многочлена сигнальной корреляционной матрицы многоканальной адаптивной приемной системы / В.Т. Ермолаев // Изв. вузов. Радиофизика. – 1995. Т. 38. № 8. – С. 841–859.
45. Wax M., Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1985. – V. 33, № 2. – P. 387-392.
46. Istenic R.; Zazula D. Estimation of the number of signal sources in compound signals using activity index variance // 2009 IEEE 13th Digital Signal Processing Workshop and 5th IEEE Signal Processing Education Workshop, Marco Island, FL, USA. – 2009. – P. 178-181.
47. Yang Q., Han R. Estimation of number of signal sources in far separated sub-arrays // IET International Radar Conference 2013, Xi'an. – 2013. – P. 1-4.
48. Wan F., Wen J., Liang L. A Source Number Estimation Method Based on Improved Eigenvalue Decomposition Algorithm // 2020 IEEE 20th International Conference on Communication Technology (ICCT), Nanning, China. – 2020. – P. 1184-1189.
49. Wirtz T., Guhr T. Distribution of the smallest eigenvalue in complex and real correlated Wishart ensembles // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2014. – V. 47, No. 7.
50. Forrester P.J. Eigenvalue distributions for some correlated complex sample covariance matrices // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. – 2007. – V. 40, No 36. – P. 11093-11103.

51. Garoni C. Estimates for the minimum eigenvalue and the condition number of Hermitian (block) Toeplitz matrices // *Linear Algebra and its Applications*. – 2013. – V. 439, No 3. – P. 707-728.
52. Pham-Gia T., Choulakian V. Distribution of the Sample Correlation Matrix and Applications // *Open Journal of Statistics*. – 2014. – V. 4, No 5. – P. 330-344.
53. Heiny J. Extreme Eigenvalues of Sample Covariance and Correlation Matrices. – 2014. – 117 p.
54. Ермолаев, В.Т. Статистические характеристики критериев АIC и MDL в задаче оценки числа источников многомерных сигналов в случае короткой выборки / В.Т. Ермолаев, А.А. Мальцев, К.В. Родюшкин // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. – 2001. – Т. 44, № 12. – С. 1062-1069.
55. Болховская, О.В. Сравнительный анализ различных статистик обнаружения пространственных сигналов в случае коротких выборок / О.В. Болховская, А.А. Мальцев, К.В. Родюшкин // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. – 2004. – Т. 47, № 8. – С. 694-704.
56. Болховская, О.В. Определение пороговых значений обобщенного отношения правдоподобия в задаче обнаружения пространственных частично когерентных сигналов в случае коротких выборок / О.В. Болховская, А.А. Мальцев // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. – 2002. – Т. 45, № 12. – С. 1077-1085.
57. Болховская, О.В. Решающие статистики для некогерентного обнаружения сигналов в многоэлементных антенных решётках / О.В. Болховская, А.А. Мальцев // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. – 2018. – Т. 61, № 2. – С. 163-179.
58. Родионов, А.А. Шумопеленгация акустических источников с помощью решёток микрофонов при наличии интенсивной помехи / А.А. Родионов, В.Ю. Семенов // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. – 2023. – Т. 66, № 4. – С. 253-261.
59. Локализация движущегося источника звука с использованием некогерентного апертурного синтеза с одновременным подавлением помех

- / А.А. Родионов, В.Ю. Семенов, Н.В. Савельев, К.С. Коновалов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2020. – Т. 63, № 7. – С. 557-567.
60. Иваненков, А.С. Определение эффективного числа источников помехи в задаче адаптивной оценки временных форм узкополосных сигналов с помощью антенных решёток / А.С. Иваненков, А.А. Родионов, Н.В. Савельев // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2019. – Т. 62, № 3. – С. 228-240.
61. Родионов, А.А. Синтез планарных разреженных антенных решёток для обнаружения и пеленгации / А.А. Родионов, Н.В. Савельев // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 236-245.
62. Ермолаев, В.Т. Функция распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки / В.Т. Ермолаев, К.В. Родюшкин // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1999. – Т. 42, № 5. – С. 494-500.
63. Родюшкин, К.В. Анализ статистических свойств максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы антенной решётки при наличии сигнала / К.В. Родюшкин // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2001. – Т. 44, № 3. – С. 285-290.
64. Родюшкин, К.В. Обнаружение, разрешение и оценивание числа источников сигналов антенной решеткой в случае коротких выборок и неизвестных волновых фронтов : специальность 01.04.03 «Радиофизика»: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Родюшкин Константин Владимирович. – Нижний Новгород, 2002. – 128 с.
65. Ермолаев, В.Т. Пространственно-временная обработка сигналов в автомобильном радаре в условиях активных помех / В.Т. Ермолаев, В.Ю. Семенов, А. Г. Флакман // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 292-301.
66. Алгоритм формирования лучей фазированной антенной решетки миллиметрового радара с пространственно-селективным излучением ортогональных сигналов / А.В. Мякиньюков, Р.С. Фадеев, А.А. Кузин [и др.]

- // Антенны и распространение радиоволн: Сборник докладов Всероссийской научно-технической конференции, Санкт-Петербург, 18–21 октября 2023 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина), 2023. – С. 92-97.
67. Метод пространственно-временного кодирования сигналов в антенной решетке миллиметрового радара / А.В. Мякинников, Р.С. Фадеев, А.А. Кузин [и др.] // Антенны. – 2023. – № 2(282). – С. 22-31.
68. Ермолаев, В.Т. Уменьшение вероятности битовой ошибки при параллельной передаче информации в ММО-системе / В.Т. Ермолаев, Е.А. Маврычев, А.Г. Флакман // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2003. – Т. 46, № 3. – С. 251-260.
69. Ермолаев, В.Т. Увеличение пропускной способности ММО-системы радиосвязи с параллельной передачей данных по собственным подканалам / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, Д.Н. Лысяков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 3-1. – С. 79-86.
70. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Зуев А.М., Лысяков Д.Н. Вероятность битовой ошибки в ММО-системах с двумя собственными подканалами. // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского. – 2009. – № 2. – С. 55–61.
71. Кудряшова, О.Е. Функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы антенной решётки / О.Е. Кудряшова, Е.С. Фитасов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2022. – Т. 65, № 8. – С. 687-696.
72. Кудряшова, О.Е. Интегральные функции распределения собственных чисел выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки / О.Е. Кудряшова // Труды XXVI научной конференции по радиофизике, посвященной 120-летию М.Т. Греховой : Материалы конференции, Нижний Новгород, 12–27 мая 2022 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2022. – С. 293-296.

73. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
74. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Методы обработки сигналов в адаптивных антенных решётках и компенсаторах помехи: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 194 с.
75. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. – М.: Физматгиз, 1963. – 500 с.
76. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
77. Goodman N. R. Statistical Analysis Based on a Certain Multivariate Complex Gaussian Distribution (An Introduction) // Ann. Math. Statist. – 1963. – V. 34, № 4. – P. 152-177.
78. Гирко В.Л. Спектральная теория случайных матриц. – М. : Наука, 1988. – 376 с.
79. Гирко В.Л. Случайные матрицы. – Киев : "Вища школа", Изд-во при Киев. ун-те, 1975. – 448 с.
80. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Изд. 4-е. – М. : Наука, 1978. – 832 с.
81. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – М. : Физматгиз, 1960. – 656 с.
82. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
83. Мороз А.В., Есакова Н.Г. Анализ собственных значений выборочной корреляционной матрицы процесса из двух комплексных экспонент и аддитивного белого гауссова шума // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35. № 5. – С. 1014-1020.
84. Экспериментальное исследование углового сверхразрешения двух коррелированных сигналов методом минимального многочлена / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.В. Елохин, О.А. Шмонин // Известия

- высших учебных заведений. Радиофизика. – 2018. – Т. 61, № 11. – С. 945-957.
85. Ермолаев, В.Т. Современные методы пространственной обработки сигналов в радиосистемах с антенными решетками: учебное пособие для студентов вузов / В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман; Федеральное агентство по образованию, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования "Нижегородский гос. технический ун-т им. Р. Е. Алексеева". – Нижний Новгород : Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, 2008. – 171 с.
86. Воеводин В.В. Линейная алгебра. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. – М. : Наука, 1980. – 400 с.
87. Когерентность активных шумовых помех в радиолокационных системах с антенными решётками / Е.С. Фитасов, О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова, В.В. Насонов // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2022. – Т. 65, № 2. – С. 159-168.
88. Доплеровская фильтрация радиолокационных сигналов, отражённых от малоскоростных воздушных объектов / Е. В. Леговцова, О. Е. Кудряшова, Е. С. Фитасов, Д. А. Васильев // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2020. – № 3(47). – С. 44-50.
89. Кудряшова, О.Е. Селекция сигналоподобных помех на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы / О.Е. Кудряшова, Е.С. Фитасов // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 5. – С. 457-467.
90. Когерентность радиотехнических сигналов с флуктуациями параметров / И.Я. Орлов, Е.С. Фитасов, Е.В. Леговцова, О.Е. Кудряшова // Перспективные технологии в средствах передачи информации : материалы 14-ой международной научно-технической конференции, Владимир, 06–07 октября 2021 года. – Владимир: Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича

- Столетовых, 2021. – С. 156-159.
91. Когерентность активных шумовых помех в радиолокационных системах с антенными решетками / О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова, В.В. Насонов, Е.С. Фитасов // Радиолокация, навигация, связь : Сборник трудов XXVIII Международной научно-технической конференции, посвященной памяти Б. Я. Осипова, Воронеж, 27–29 сентября 2022 года. Том 3. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2022. – С. 89-97.
 92. Селекция ложных целей в РЛС с внутренней когерентностью / С. А. Козлов, О. Е. Кудряшова, Е. В. Леговцова, Е. С. Фитасов // Радиолокация : Теория и практика. – Москва : ООО Издательство «Юнити-Дана», 2023. – С. 497-511.
 93. Оценка когерентных свойств радиолокационных сигналов с флуктуациями частоты / Е.А. Федосеева, О.Е. Кудряшова, Е.В. Леговцова [и др.] // Труды XXV научной конференции по радиофизике : материалы докладов, Нижний Новгород, 14–26 мая 2021 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2021. – С. 247-250.
 94. Патент № 2807614 С1 Российская Федерация, МПК G01S 7/36. Способ формирования весового коэффициента в условиях нестационарности помеховой обстановки : № 2022128263 : заявл. 28.10.2022 : опубл. 17.11.2023 / В. В. Насонов, Е. С. Фитасов, Е. В. Леговцова [и др.] ; заявитель Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования "Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны" Министерства обороны Российской Федерации.
 95. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Радио и связь, 1989. – 653 с.
 96. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. – М.: Физматгиз, 1949. – 264 с.
 97. Лезин Ю.С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем : [Учеб.

- пособие для вузов по спец. «Радиотехника»] / Ю. С. Лезин. – Москва : Радио и связь, 1986. – 278 с.
98. Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А. Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями. – М.: Радио и связь, 1988. – 272 с.
99. Кремер И. Я., Кремер А. И., Петров В. М., Понькин В. А., Потапов Н. А. Пространственно-временная обработка сигналов / под ред. И. Я. Кремера. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
100. Рубцов В.Д. О распределении огибающей и фазы смеси сигнала и негауссовой помехи / В.Д. Рубцов, А.Л. Сенявский // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015. – № 220(10). – С. 119-124.
101. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1983. – 240 с.
102. Бакулев П. А. Радиолокационные системы. Учебник для вузов / Изд. 3-е, перераб. и доп.. – Москва : Радиотехника, 2015. – 440 с.
103. Информационные технологии в радиотехнических системах : учеб. пособие для вузов / Васин В. А., Власов И. Б., Егоров Ю. М. [и др.] ; ред. Федоров И.Б. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. – 671 с.
104. Теоретические основы радиолокации : учеб. пособие для вузов / Ширман Я. Д., Голиков В. Н., Бусыгин И. Н., Костин Г. А. ; ред. Ширмана Я. Д. - М. : Советское радио, 1970. – 559 с.
105. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей / Бакулев П.А., Степин В.М. – М.: Радио и связь, 1986. – 286 с.
106. Гранк Дж.В. Коэффициент потерь при накоплении шумов в системах СДЦ // ТИИЭР. – 1977. – Т.65, № 11. – С. 115-116.
107. Степанов, М.А. Влияние флуктуаций скорости ветра в турбулентной атмосфере на характеристики обнаружения РЛС с СДЦ: специальность 05.12.14 "Радиолокация и радионавигация": диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Степанов Максим Андреевич.

– Красноярск, 2009. – 187 с.

108. Кудряшова, О.Е. Разрешение источников сигналов на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы / О.Е. Кудряшова, Е.С. Фитасов, А.Д. Ильясафов // Известия вузов. Радиофизика. – 2024. – Т. 67, № 3. – С. 258-268.
109. Кудряшова, О. Е. Оценка характеристик обнаружения когерентной пачки радиолокационных импульсов на фоне активных шумовых помех на основе обобщенного отношения максимального правдоподобия / О.Е. Кудряшова, В.В. Насонов // Труды XXVII научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 15–25 мая 2023 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2023. – С. 254-257.
110. Кудряшова, О.Е. Разрешение групповых радиолокационных целей на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы / О.Е. Кудряшова // Труды XXVII научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 15–25 мая 2023 года. – Нижний Новгород: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2023. – С. 258-261.