

На правах рукописи

Погребняк Максим Анатольевич

Моделирование движения транспортных потоков

Специальность 1.2.2 — Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Ярославль — 2025

Работа выполнена на кафедре математического моделирования математического факультета ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова».

Научный руководитель:

Кащенко Илья Сергеевич

доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова», заведующий кафедрой математического моделирования

Официальные оппоненты:

Галкин Валерий Алексеевич

доктор физико-математических наук, профессор, Сургутский филиал ФГАОУ «Федеральный научный центр НИИСИ НИЦ Курчатовский институт», директор

Караваяев Анатолий Сергеевич

доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского», заведующий кафедрой динамического моделирования и биомедицинской инженерии

Ведущая организация:

ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук»

Защита состоится «22» мая 2025 г. в 14 ч. 40 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.340.16 при ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» по адресу: 603022, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского» и на официальном сайте организации <https://diss.unn.ru>

Автореферат разослан «___» _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.340.16,
канд. физ.-мат. наук

Бирюков Руслан Сергеевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Автомобили занимают важное место в современной жизни каждого человека. С каждым годом их количество увеличивается, что приводит к перегрузкам на городских магистралях, увеличению числа пробок и росту количества дорожно-транспортных происшествий. С ростом городов и расширением транспортной инфраструктуры задача эффективного управления транспортными потоками приобретает критическую важность для обеспечения устойчивости и безопасности городской среды¹.

Улучшение ситуации на дорогах требует мер, реализация которых может потребовать значительных финансовых ресурсов, поскольку существующие методы анализа транспортных систем зачастую не обеспечивают достаточной эффективности из-за высокой стоимости и трудностей с прогнозированием².

Математическое моделирование транспортных потоков является мощным инструментом для повышения эффективности управления транспортными системами. Оно позволяет не только анализировать существующие транспортные сети, но и разрабатывать новые. Внедрение таких моделей способствует улучшению транспортной инфраструктуры, более эффективной оценке различных систем управления дорожным движением и формированию новых подходов к планированию и эксплуатации транспортных сетей.

Моделирование движения транспорта применимо не только для планирования и улучшения транспортных систем, но также и для оптимизации логистических процессов и прогноза транспортного спроса, что, в свою очередь, ведет к улучшению в управлении транспортными системами и повышению общей эффективности транспортных сетей. Использование моделирования помогает снизить затраты, минимизировать риски и повысить эффективность транспортных систем, что в конечном итоге улучшает качество жизни в городах.

В настоящее время проводится множество исследований, направленных на изучение, оптимизацию и создание математических моделей движения транспортного потока³.

¹ Knoop, V. L. Traffic Flow Theory: An Introduction with Exercises / V. L. Knoop. TU Delft Open, 2021. 267 p.

² Вучик, В. В. Транспорт в городах, удобных для жизни / В. В. Вучик. М. : Альпина PRO, 2023. 676 с.

³ Chechina, A. A. Various aspects of development of algorithms for the traffic flow model based on cellular automata theory / A. A. Chechina // Keldysh Institute preprints. 2024. No. 23. P. 1—31; Mitigating traffic oscillation through control of connected automated vehicles: A cellular automata simulation / Y. Wang [et al.] // Expert Systems with Applications. 2024. Vol. 235. P. 121275; Empirical study of the effects of physics-guided machine learning

Большое количество исследований в этой области отражает возрастающую потребность в точных и действенных методах организации транспортных систем. Математическое моделирование транспорта приобретает все большее значение, превращаясь в ключевой инструмент для решения актуальных задач в организации дорожного движения и обеспечения устойчивости транспортной инфраструктуры.

Все вышеперечисленное позволяет сделать вывод об актуальности и перспективности выбранного автором диссертации направления исследований.

Современное состояние исследований

История математического моделирования транспортных потоков насчитывает свыше ста лет. За это время было сделано множество попыток описать поведение транспортных средств с помощью уравнений и математических закономерностей. На протяжении десятилетий эта область активно развивалась, и сегодня математическое моделирование транспорта является неотъемлемой частью исследований в управлении транспортными системами, способствуя оптимизации дорожного движения, повышению его безопасности и эффективности⁴.

Несмотря на значительный прогресс в исследовании этой области, она все еще остается недостаточно изученной. Создание точных и комплексных моделей транспортных потоков требует учета целого ряда сложных факторов. Разнообразие методов и подходов, применяемых в транспортном моделировании, а также широкий спектр задач, которые необходимо решать для точного моделирования трафика в городской дорожной сети, открывают множество возможностей для исследований.

В настоящее время существует множество подходов к моделированию транспортных потоков, каждый из которых обладает как своими преимуществами, так и недостатками⁵.

Макромодели позволяют быстро анализировать транспортные системы на основе общих закономерностей, что делает их удобными для

on freeway traffic flow modelling: model comparisons using field data / Z. Zhang [et al.] // *Transportmetrica A: Transport Science*. 2023. P. 1—28; Phase diagram in multi-phase heterogeneous traffic flow model integrating the perceptual range difference under human-driven and connected vehicles environment / C. Zhai [et al.] // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2024. Vol. 182. P. 114791; *Hosen, M. Z.* Traffic model for the dynamical behavioral study of a traffic system imposing push and pull effects / M. Z. Hosen, M. A. Hossain, J. Tanimoto // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2024. Vol. 645. P. 129816.

⁴ *Гасников, А. В.* Введение в математическое моделирование транспортных потоков / А. В. Гасников. М. : МЦНМО, 2014. 427 с.

⁵ *Недяк, А. В.* Классификация методов моделирования транспортных потоков / А. В. Недяк, О. Ю. Рудзейт, А. Р. Зайнетдинов // *Вестник евразийской науки*. 2019. Т. 11, № 6. С. 78.

крупномасштабных исследований. Однако их недостатком является отсутствие учета взаимодействий на микроуровне, что снижает точность результатов. В настоящее время макромоделли применяются в задачах управления транспортными потоками, как, например, в работах Берклиевской группы⁶.

Мезомодели занимают промежуточное положение между макромоделлями и микромоделлями. Они используются для решения узкоспециализированных задач, но их применение ограничивается небольшим числом регулируемых параметров. Несмотря на снижение популярности, ряд исследователей продолжает развивать мезомодели, создавая гибридные подходы, объединяющие преимущества макромоделлирования и микромоделлирования⁷.

Модели клеточных автоматов благодаря своей дискретной природе особенно удобны для компьютерного моделирования. Однако они уступают в точности на микромасштабах, что ограничивает их применение для детализированного анализа⁸.

Вероятностные модели учитывают случайные факторы, что позволяет анализировать неопределенности в транспортных потоках. Тем не менее, их использование связано с высокой сложностью анализа и необходимостью значительных объемов данных, что ограничивает точность и применимость результатов. Развитие и применение вероятностных моделей исследуются в Нижегородском государственном университете на базе идей, заложенных М. А. Федоткиным⁹. Также исследования таких моделей ведутся в Московском автомобильно-дорожном государственном техническом университете, где развиваются подходы, предложенные А. П. Буслаевым¹⁰.

⁶ Куржанский, А. Б. Роль макромоделлирования в активном управлении транспортной сетью / А. Б. Куржанский, А. А. Куржанский, П. Варайя // Труды Московского физико-технического института. 2010. Т. 2, № 4. С. 100—118.

⁷ Analysis and comparison of traffic flow models: a new hybrid traffic flow model vs benchmark models / F. Storani [et al.] // European transport research review. 2021. Vol. 13, no. 1. P. 1—16.

⁸ Chechina, A. A. Various aspects of development of algorithms for the traffic flow model based on cellular automata theory / A. A. Chechina // Keldysh Institute preprints. 2024. No. 23. P. 1—31; Simulation of traffic flows based on the quasi-gasdynamical approach and the cellular automata theory using supercomputers / V. F. Tishkin [et al.] // Computer Research and Modeling. 2024. Vol. 16, no. 1. P. 175—194.

⁹ Fedotkin, M. A. Dynamic models of heterogeneous traffic flow on highways / M. A. Fedotkin, A. M. Fedotkin, E. V. Kudryavtsev // Automation and Remote Control. 2020. Т. 81, № 8. С. 1486—1498; Федоткин, М. А. Циклический алгоритм с продлением и дообслуживанием при управлении конфликтными потоками неоднородных требований / А. М. Федоткин, Н. С. Маркина // Теория вероятностей и ее применения. 2022. Т. 67, № 4. С. 829—830.

¹⁰ Buslaev, A. P. On dynamical systems for transport logistic and communications / A. P. Buslaev, A. G. Tatashev // Journal of Mathematics Research. 2016. Т. 8, № 4. С. 195; Buslaev, A. P. Bernoulli algebra on common fractions and generalized oscillations / A. P. Buslaev, A. G. Tatashev // Journal of Mathematics Research. 2016. Т. 8, № 3. С. 82—93.

Выбранный для диссертационной работы подход базируется на микроскопическом моделировании транспорта. Микроскопическое моделирование транспортных потоков в настоящее время является одним из наиболее популярных и перспективных подходов, используемых в большом количестве современных работ¹¹.

Микроскопический подход, позволяет с высокой точностью воспроизводить поведение транспортных средств в реальных условиях, учитывая индивидуальные характеристики водителей и особенности их движения. Микроскопические модели подробно описывают взаимодействие между отдельными транспортными средствами, что обеспечивает их устойчивость к изменению параметров и высокую точность анализа.

При микроскопическом моделировании ускорение транспортного средства определяется функцией, которая зависит от характеристик самого автомобиля и автомобиля, движущегося впереди. Динамика транспортного потока описывается системой дифференциальных уравнений, как обычных, так и с запаздывающим по времени аргументом. Этот подход позволяет детально описывать и прогнозировать транспортные потоки в условиях городской инфраструктуры.

Большинство существующих в настоящее время моделей в основном фокусируются на качественном описании динамических свойств транспортного потока. В отличие от них, в настоящей работе построена модель, которая с высокой степенью достоверности описывает движение транспорта не только на качественном, но и на количественном уровне, обеспечивая точное воспроизведение реальных процессов.

Цели и задачи исследования

Основная цель работы заключается в создании математической модели движения транспортных потоков, ее численном и аналитическом исследовании, а также в разработке специализированного программного комплекса для моделирования движения транспортного потока в различных дорожных ситуациях.

¹¹ Xu, H. Modeling the asymmetry in traffic flow (a): Microscopic approach / H. Xu, H. Liu, H. Gong // Applied Mathematical Modelling. 2013. Vol. 37, no. 22. P. 9431—9440; Liu, H. Modeling the asymmetry in traffic flow (b): macroscopic approach / H. Liu, H. Xu, H. Gong // Applied Mathematical Modelling. 2013. Vol. 37, no. 22. P. 9441—9450; Kurts, V. V. Car-following model with explicit reaction-time delay: linear stability analysis of a uniform solution on a ring / V. V. Kurts, I. E. Anufriev // Mathematical Models and Computer Simulations. 2017. Vol. 9. P. 679—687; Kurts, V. V. Multi-anticipative car-following model with explicit reaction-time delay / V. V. Kurts, I. E. Anufriev, D. O. Trufanov // Matematicheskoe modelirovanie. 2021. Vol. 33, no. 5. P. 35—46; Li, S. Analysis and improvement of car-following stability for connected automated vehicles with multiple information uncertainties / S. Li, B. Zhou, M. Xu // Applied Mathematical Modelling. 2023. Vol. 123. P. 790—809.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи.

1. Построить новую математическую модель движения транспортного потока в виде системы дифференциальных уравнений с запаздывающим по времени аргументом. Для модели определить диапазоны значений для всех параметров, а также провести анализ устойчивости равномерного режима движения.
2. Для построенной модели разработать ряд модификаций: смоделировать ситуацию, когда на дороге присутствуют различные ограничения скорости; смоделировать учет прогноза динамики движения впередиидущего транспортного средства, а также провести моделирование взаимодействия двух транспортных потоков.
3. На основе предложенной математической модели разработать программный комплекс для моделирования динамики транспортного потока в различных сценариях.
4. Собрать данные наблюдения за реальными транспортными потоками и работой светофоров. На основе собранных данных провести верификацию и анализ разработанной модели.

Научная новизна результатов

Научная новизна результатов состоит в следующем.

1. Построена новая математическая модель движения транспортного потока в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием, которая позволяет с высокой точностью описывать движение транспортных средств, отражая происходящие в реальности процессы. Отличительной особенностью модели является разделение движения автомобиля на две фазы: разгон и торможение, которые связаны между собой через релейную функцию.
2. С помощью численных и численно-аналитических методов определены диапазоны значений всех параметров модели.
3. Для модели предложен ряд модификаций, которые позволяют моделировать новые дорожные ситуации, такие как учет различных скоростных режимов, прогнозирование динамики движения впередиидущего транспортного средства, а также моделирование взаимодействия двух транспортных потоков.
4. На основе модели создан программный комплекс, позволяющий моделировать динамику транспортного потока на участках транспортной сети в различных дорожных ситуациях, включая однополосное движение, проезд через произвольное количество светофоров, движение с учетом прогнозирования, движение по участкам с разной разрешенной скоростью, а также многополосное

движение с учетом перестроений. Собрана база данных пропускной способности светофоров, используемая для верификации как модели, так и программного комплекса.

5. С помощью программного комплекса проведено численное моделирование транспортного потока в различных дорожных сценариях. Результаты моделирования с высокой степенью точности совпадают с данными наблюдений за реальными транспортными потоками.

Теоретическая и практическая значимость исследований

С теоретической точки зрения новая математическая модель и ее расширения представляют интерес как основа для создания новых подходов к моделированию движения автотранспорта. Учет различных стратегий поведения транспортного потока и реализация их в виде программного комплекса представляют интерес для анализа и моделирования реальных транспортных сетей.

С практической точки зрения новая математическая модель и программный комплекс могут служить основой для интеллектуальных транспортных систем городов и использоваться, как для прогнозирования движения потоков, так и для обеспечения возможности управления ими в режиме реального времени. Они также могут использоваться для решения задач при планировании новой и модернизации уже существующей дорожно-транспортной инфраструктуры, повышая эффективность и надежность транспортных систем. Разработанная модель обладает универсальностью и может быть адаптирована для решения задач в различных сценариях, включая логистику и управление другими видами транспортных потоков, например, движением беспилотных летательных аппаратов в ограниченном воздушном пространстве.

Методология и методы исследования

Новая математическая модель движения транспортного потока разработана на основе микроскопического метода, который описывает каждый автомобиль как отдельную частицу с уникальными характеристиками скорости и целей движения. Микроскопический подход обеспечивает более точное описание динамики транспортных потоков, хотя требует значительных вычислительных ресурсов.

В основе новой математической модели лежит система дифференциальных уравнений с запаздывающим по времени аргументом. Запаздывание обосновано, в первую очередь, временем реакции водителя.

Численное исследование модели проведено с использованием метода Рунге-Кутты четвертого порядка, адаптированного для решения дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Для визуализации и создания графических материалов, используемых в диссертации, применялась система для современных технических вычислений Wolfram Mathematica. Визуализация также была выполнена с помощью специально разработанного программного комплекса, который был реализован на языке программирования C# версии 10.0.0 с использованием библиотеки Windows Forms. Программный комплекс основан на методе Рунге-Кутты четвертого порядка, адаптированном для уравнений с запаздыванием.

Достоверность полученных результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается корректным применением численных методов и вычислительных алгоритмов, а также тщательной проверкой наблюдаемых данных

Результаты численного моделирования и аналитических расчетов демонстрируют высокую степень согласованности с закономерностями, наблюдаемыми в реальных транспортных потоках.

Апробация результатов исследования

Основные результаты работы докладывались на ряде научных конференций и семинаров.

1. Международные научные конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2020, 2022, 2023, 2024» (Москва, Россия, 2020-2024).
2. International Scientific Students' Conference Science Drive 2021, 2022 (Ярославль, Россия, 2021-2022).
3. 74, 75, 76 Всероссийские научно-технические конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием (Ярославль, Россия, 2021-2023).
4. Путь в науку. Математика (Ярославль, Россия, 2021-2024).
5. Международная конференция «Математические идеи П. Л. Чебышева и их приложения к современным проблемам естествознания», приуроченная к 200-летию со дня рождения великого русского математика, академика П. Л. Чебышева (Сургут, Россия, 2021).
6. Integrable systems & nonlinear dynamics (ISDN-2021, 2022, 2023, 2024) (Ярославль, Россия, 2021-2024).
7. Всероссийская научно-практическая конференция им. Жореса Алфорова (Санкт-Петербург, Россия, 2021, 2023).

8. 64, 65, 66 Всероссийские научные конференции МФТИ (Москва, Россия, 2021-2024).
9. XI Международная научно-практическая конференция студентов и аспирантов «Казанские научные чтения студентов и аспирантов имени В. Г. Тимирязова-2021» (Казань, Россия, 2021).
10. II Международная научно-практическая конференция «Инжиниринг: теория и практика» (Пинск, Беларусь, 2022).
11. Международная конференция «Дифференциальные уравнения и оптимальное управление», посвященная 100-летию со дня рождения академика Евгения Фроловича Мищенко (Москва, Россия, 2022).
12. The 9th International Conference on Differential and Functional Differential Equations (Москва, Россия, 2022).
13. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам 2022, 2024 (Суздаль, Россия, 2022, 2024).
14. XXI International Conference Foundations & Advances in Nonlinear Science (Минск, Беларусь, 2022).
15. XX, XXI научные школы «Нелинейные волны — 2022, 2024» (Нижний Новгород, Россия, 2022, 2024).
16. Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения XXXIV, XXXV (Воронеж, Россия, 2023, 2024).
17. XV Международная конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы математики и информатики» (Махачкала, Россия, 2023).
18. Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа — 2023» (Уфа, Россия, 2023),
19. Научный семинар ЯрГУ (Ярославль, 2024),
20. Научный семинар ННГУ (Нижний Новгород, 2024).
21. Научный семинар СГУ (Саратов, 2024).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 40 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1–4], Зарегистрирована 1 база данных [5]. Зарегистрировано 3 программы для ЭВМ [6–8].

Основные положения и результаты, выносимые на защиту

1. Построена новая математическая модель транспортного потока в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием, которая позволяет с высокой степенью точности описывать движение транспортных средств в различных дорожных ситуациях, включая однополосное движение, движение через произвольное

- количество светофоров, движение с учетом прогнозирования, движение по участкам с разной разрешенной скоростью, а также многополосное движение с учетом перестроений.
2. Предложены численные и численно-аналитические методы оценки диапазонов значений параметров модели.
 3. Разработан ряд модификаций модели, которые включают: ситуацию, когда на дороге присутствуют различные ограничения скорости; учет прогноза динамики движения впередиидущего транспортного средства, а также моделирование взаимодействия двух транспортных потоков.
 4. Создан программный комплекс для моделирования динамики транспортного потока в различных сценариях. Собрана база данных пропускной способности светофоров, используемая для верификации, как модели, так и программного комплекса.
 5. С помощью программного комплекса получены результаты численного моделирования движения транспортного потока в различных сценариях. Проведена оценка пропускной способности некоторых участков дорожной сети, включая светофоры, ограничения скорости, дорожные препятствия и узкие места.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость. В последующих главах работы сначала детально рассматривается построение математической модели, затем ее усовершенствование и применение для моделирования реальных ситуаций.

Первая глава диссертационной работы посвящена обширному обзору литературы, посвященной моделированию транспортных потоков.

Раздел 1.1 представляет собой исторический обзор различных моделей транспортного потока. В **подразделе 1.1.1** рассматриваются первые математические модели транспортных потоков, которые заложили основу для последующих исследований. В **подразделе 1.1.2** рассматриваются модели, разработанные в эпоху ранних компьютеров. В **подразделе 1.1.3** рассматриваются современные математические модели транспортных потоков, разработанные с использованием передового математического аппарата и новейших технологий.

Раздел 1.2 посвящен подробному обзору классических методов и моделей движения транспортных потоков. В **подразделе 1.2.1** обсуждаются макроскопические модели, которые рассматривают транспортные потоки как непрерывную среду и описывают общие закономерности движения.

Подраздел 1.2.2 охватывает мезомодели, которые занимают промежуточное положение между макроскопическими и микроскопическими подходами, объединяя элементы обоих методов. **Подраздел 1.2.3** посвящен моделям клеточных автоматов, описывающим транспортные потоки на дискретной сетке с использованием условной дискретизации пространства и времени. В **подразделе 1.2.4** рассматриваются вероятностные модели, которые учитывают случайные факторы и неопределенности в поведении водителей. **Подраздел 1.2.5** посвящен микроскопическим моделям транспортных потоков, которые описывают взаимодействие между отдельными автомобилями, что позволяет наиболее точно воспроизводить реальное поведение транспортных потоков.

Вторая глава диссертации посвящена разработке новой математической модели транспортного потока, основанной на микроскопическом подходе и концепции следования за лидером.

Раздел 2.1 посвящен построению модели. Модель имеет вид системы дифференциальных уравнений с запаздывающим по времени аргументом и описывает движение $N \in \mathbb{N}$ транспортных средств. Для каждого транспортного средства с номером $n \geq 1$ в потоке за $x_n(t)$ обозначено положение переднего бампера в момент времени t , а за $\dot{x}_n(t)$ и $\ddot{x}_n(t)$ его скорость и ускорение, соответственно.

Новая математическая модель имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1(t) = R_1 [a_1 (v_{max,1} - \dot{x}_1(t))] - (1 - R_1)H_1, \\ \ddot{x}_n(t) = R_n [a_n (P_n - \dot{x}_n(t))] - (1 - R_n)H_n, \\ x_n(t) = \lambda_n, \quad \dot{x}_n(t) = v_n, \quad \text{для } t \in [-\tau_n, 0], \end{cases} \quad (1)$$

где R_n представляет собой релейную функцию следующего вида:

$$R_n = \begin{cases} 1, & \text{если } \Delta x_n > (\tau_n + \tau_{b,n})\dot{x}_n(t) + \dot{x}_n^2(t)/2\mu g + l_n, \\ 0, & \text{если } \Delta x_n \leq (\tau_n + \tau_{b,n})\dot{x}_n(t) + \dot{x}_n^2(t)/2\mu g + l_n, \end{cases}$$

которая описывает переключение между режимами «разгон-торможение». Уравнение $\Delta x_n = x_{n-1}(t - \tau_n) - x_n(t)$ описывает расстояние между соседними транспортными средствами, где для первого транспортного средства $\dot{x}_0(t - \tau_1) = L$, где L — расстояние, которое первое транспортное средство преодолеет перед остановкой (возможно, $L = \infty$). Параметр τ_n описывает время реакции водителя, а $\tau_{b,n}$ — время срабатывания тормозной системы. Величины μ и g обозначают коэффициент трения скольжения и ускорение свободного падения, соответственно. Параметр l_n представляет собой сумму безопасного расстояния между двумя соседними транспортными средствами и длины впереди идущего транспортного средства $l_n = l_{safe} + l_{veh,n-1}$ ($l_{veh,0} = 0$). Коэффициент $a_n > 0$ описывает обратную зависимость времени согласования скоростей между двумя соседними транспортными средствами и зависит от их мощностей. Параметр

$v_{max,n} > 0$ является максимальной желаемой скоростью, а P_n — логистическая функция вида:

$$P_n = \frac{v_{max,n} - V_n}{1 + \exp[k_n(-\Delta x_n + S_n)]} + V_n,$$

которая описывает регулировку скорости транспортного средства относительно впередиидущего. Функция V_n имеет следующий вид:

$$V_n = \min(\dot{x}_{n-1}(t - \tau_n), v_{max,n}) \quad \text{для } n > 1, \quad V_1 = 0$$

и вводится для учета ограничения скорости транспортного средства $v_{max,n}$. Коэффициент $k_n > 0$ представляет собой скорость роста логистической функции, описывая насколько плавно водитель транспортного средства подстраивает свою скорость относительно скорости впередиидущего. Параметр S_n логистической кривой имеет вид:

$$S_n = (\tau_n + \tau_{b,n})\dot{x}_n(t) + \dot{x}_n^2(t)/2\mu g + l_n + s_n,$$

где коэффициент s_n равен расстоянию, пройденному за τ_n времени со скоростью сближения: $s_n = \tau_n \Delta \dot{x}_n$, где $\Delta \dot{x}_n = \dot{x}_{n-1}(t - \tau_n) - \dot{x}_n(t)$ — разница скоростей двух соседних автомобилей ($\dot{x}_0(t - \tau_1) = 0$). Функция H_n представляет собой функцию скачка вида:

$$H_n = \begin{cases} q_n \left(\dot{x}_n(t) \frac{\Delta \dot{x}_n}{\Delta x_n - l_n} \right)^2, & \text{если } q_n \left(\dot{x}_n(t) \frac{\Delta \dot{x}_n}{\Delta x_n - l_n} \right)^2 \leq \mu g, \\ \mu g, & \text{если } q_n \left(\dot{x}_n(t) \frac{\Delta \dot{x}_n}{\Delta x_n - l_n} \right)^2 > \mu g, \end{cases}$$

которая описывает торможение транспортного средства. Коэффициент q_n показывает интенсивность торможения.

В начальный момент времени автомобили едут со скоростью v_n и располагаются на расстоянии λ_n друг от друга, причем $\lambda_n < \lambda_{n+1}$ и выполняется неравенство $\lambda_n - \lambda_{n+1} > (\tau_n + \tau_{b,n})v_n + v_n^2/2\mu g + l_n + \tau_n v_n$ (λ_1 может быть любым).

На рисунке 1 изображены графики изменения скорости и расстояния для нескольких одинаковых автомобилей,двигающихся согласно модели (1). Эти графики демонстрируют динамику движения автомобилей, начиная с разгона и заканчивая остановкой перед препятствием. Видно, как автомобили постепенно увеличивают свою скорость, затем, по мере приближения к препятствию, начинают замедляться и останавливаются на безопасном расстоянии.

Раздел 2.2 посвящен определению значений параметров математической модели (1). Параметры модели определены на основе физических законов, действующего законодательства Российской Федерации и логических соображений. Все параметры модели выражены в системе СИ для

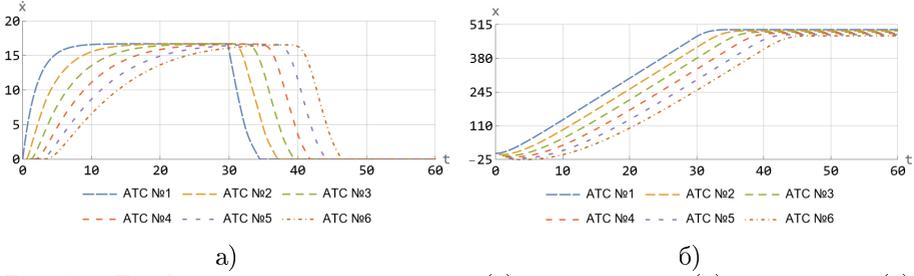


Рис. 1 — Графики изменения скорости (а) и расстояния (б) для модели (1) при значениях параметров: $\tau_n = 0.5$, $\tau_{b,n} = 0.1$, $a_n = 0.5$, $q_n = 0.14$, $v_{max,n} = 16.7$, $l_{safe,n} = 1$, $l_{veh,n} = 4$, $g = 9.8$, $\mu = 0.6$, $k_n = 0.5$, $L = 500$.

обеспечения точности в расчетах и согласованности с физическими величинами.

В разделе 2.3 описывается определение диапазонов значений параметров a_n , q_n , и k_n . В подразделе 2.3.1 определяется диапазон значений параметра a_n , который отвечает за согласование скоростей между соседними транспортными средствами. Подраздел 2.3.2 рассматривает диапазон значений параметра q_n , который характеризует интенсивность торможения автомобилей в потоке. Подраздел 2.3.3 посвящен определению диапазона значений параметра k_n , который описывает скорость адаптации водителя транспортного средства к скорости впередиидущего автомобиля. Значения всех параметров модели представлены в таблице.

Раздел 2.4 посвящен анализу устойчивости режима равномерного движения автомобилей в рамках предложенной модели (1). В этом режиме все транспортные средства двигаются с одинаковой скоростью v_{max} на расстояниях $\Delta c_n = c_{n-1} - c_n$ друг от друга, где c_n — убывающая последовательность. Для любой такой убывающей последовательности c_n существует всегда устойчивое решение системы (1) вида: $x_n(t) = c_n + v_{max}t$. Устойчивость такого решения зависит от знаков выражений:

$$d_n = -\tau_n v_{max} + \Delta c_n - l_n.$$

Сформулирована и доказана следующая теорема.

Теорема 1. Если для $\forall n$ выполняется неравенство $d_n > v_{max}^2/2\mu g$, то равномерный режим движения устойчив. Если хотя бы при одном каком-то i выполняется неравенство $d_i \leq v_{max}^2/2\mu g$, то равномерный режим движения неустойчив.

Третья глава диссертации посвящена расширению математической модели транспортного потока с учетом ее адаптации к более сложным и реалистичным условиям движения. Рассмотрены три направления улучшения.

Таблица 1 — Параметры модели (1)

Параметры модели	Краткое описание	Диапазон значений	Единица СИ
τ	время реакции водителя	[0.2, 2.5]	с
$\tau_{b,n}$	время срабатывания тормозной системы	[0.1, 0.6]	с
μ	коэффициент трения	[0, 1]	б/р
g	ускорение свободного падения	9.8	м/с ²
$l_{veh,n}$	длина автомобиля	≥ 2	м
$l_{safe,n}$	безопасное расстояние	≥ 1	м
$v_{max,n}$	максимальная желаемая скорость	≥ 0	м/с
a_n	коэффициент ускорения	[0.31, 0.92]	1/с
q_n	коэффициент торможения	(0, 1/ μg]	с ² /м
k_n	коэффициент логистического роста	(0, 1]	1/м

Раздел 3.1 описывает моделирование движения на участках дороги с различными скоростными режимами. Для этого участок разбивается на $M \in \mathbb{N}$ интервалов, причем для каждого интервала m и транспортного средства n определяется индивидуальная желаемая максимальная скорость.

Раздел 3.2 посвящен моделированию движения с учетом прогнозирования поведения впереди идущих транспортных средств. В этом расширении модели транспортное средство n учитывает динамику движения $n - 2$ автомобиля, и на его основе прогнозирует поведение $n - 1$.

Раздел 3.3 исследует взаимодействие двух параллельных транспортных потоков. Это расширение предназначено для моделирования движения по многополосным дорогам, где транспортные средства могут влиять друг на друга. Расширение позволяет моделировать движение с учетом перестроений между полосами.

Четвертая глава диссертационной работы демонстрирует применение разработанной математической модели для анализа различных дорожных ситуаций и оценки ее практической ценности для управления транспортными потоками. В качестве инструмента используется специально созданный программный комплекс, который позволяет проводить симуляции и оценивать эффективность стратегий управления транспортными потоками на реальных дорожных участках.

Раздел 4.1 описывает процесс сбора данных, необходимых для верификации модели. Сюда входят параметры движения транспортных

средств, данные о пропускной способности светофоров и наблюдения за транспортным потоком. Все данные структурированы в виде базы данных для последующего анализа и использования в моделировании.

Раздел 4.2 посвящен описанию архитектуры программного комплекса, разработанного для симуляции различных дорожных сценариев.

Подраздел 4.2.1 описывает режим работы программы «Начало движения и остановка», моделирующий ситуации старта и остановки автомобилей. Также здесь проводится оценка максимальной пропускной способности дорожного участка в зависимости от предельно допустимой скорости.

Подраздел 4.2.2 рассматривает сценарий программы «Режим работы одного светофора», моделирующий светофорное регулирование движения на дороге. Приводится анализ результатов моделирования и их сравнение с реальными данными работы светофоров.

Подраздел 4.2.3 описывает сценарий программы «Режим работы нескольких светофоров», исследующий моделирование движения автомобилей через произвольное количество последовательно расположенных светофоров. Проводится сравнительный анализ результатов моделирования движения автомобилей через реальные и смоделированные светофоры.

Подраздел 4.2.4 посвящен режиму работы программы «Движение на участках с ограничениями скорости», который предназначен для моделирования движения автомобилей на дорогах с разными скоростными интервалами. Здесь рассматриваются два сценария: постепенное снижение скорости через несколько интервалов и резкое торможение, с анализом их влияния на пропускную способность.

Подраздел 4.2.5 описывает режим работы программы «Движение с небольшим замедляющим препятствием», позволяющий моделировать влияние мелких дорожных неровностей, таких как «лежачие полицейские», трамвайные пути и другие элементы инфраструктуры, на транспортный поток. Проводится анализ влияния небольших участков дороги с разной скоростью движения на пропускную способность транспортного потока.

Подраздел 4.2.6 посвящен режиму работы программы «Движение с учетом прогнозирования по прямой», где моделируется поведение автомобилей с прогнозированием движения впереди идущих транспортных средств. Здесь проводится сравнение количества автомобилей, проходящих через участок, для моделей с прогнозированием и без него при различных значениях параметра τ_n .

Подраздел 4.2.7 описывает режим работы программы «Движение с учетом прогнозирования через светофор», который предназначен для моделирования движения автомобилей с прогнозированием на светофоре. Также анализируется пропускная способность реальных и смоделированных светофоров при учете прогнозирования.

Подраздел 4.2.8 рассматривает режим работы программы «Движение по двум полосам без взаимодействия», который предназначен для моделирования транспортного потока на двух параллельных полосах без взаимодействия между ними. Проводится анализ пропускной способности различных участков за разные временные периоды, рассчитанные при фиксированных значениях параметра τ_n .

Подраздел 4.2.9 описывает режим работы программы «Движение с учетом перестроения», моделирующий ситуацию взаимодействия потоков, когда транспортные средства совершают перестроение из одного потока в другой. В этом подразделе приводится моделирование и анализ явления, известного как «плавающая пробка».

Подраздел 4.2.10 посвящен режиму работы программы «Движение с учетом перестроения через узкое место» предназначен для моделирования эффекта «бутылочного горлышка». В этом подразделе исследуется влияние сужения дороги на пропускную способность, включая анализ трех сценариев: движение одного потока, два независимых потока и полное перестроение одного потока в другой.

В **заключении** подведены итоги всей работы и описаны возможные направления дальнейших исследований.

Приложения диссертационной работы включают дополнительные материалы, иллюстрирующие и подтверждающие основные результаты исследования, а также обеспечивающие практическую применимость разработанных моделей и программного обеспечения.

Приложение А содержит свидетельство о государственной регистрации базы данных «TrafficFlowDatabase», содержащей информацию о пропускной способности светофоров.

Приложение Б содержит свидетельство о государственной регистрации программного комплекса «Программный комплекс для моделирования движения транспортного потока в различных дорожных ситуациях».

Приложение В предоставляет эмпирические данные о количестве автомобилей, проезжающих по улице Магистральной в городе Ярославле (координаты: 57.636941, 39.793694) за одну минуту.

Приложение Г включает фрагменты исходного кода разработанного программного комплекса.

Заключение

В рамках диссертационной работы проведено комплексное исследование развития транспортного моделирования, включая обзор исторических этапов и анализ современных методов и подходов к моделированию транспортных потоков.

Основные достижения работы включают.

1. Разработку новой математической модели транспортного потока, в виде системы дифференциальных уравнений с запаздывающим по времени аргументом. В процессе построения модели были определены единицы измерения для параметров и установлены диапазоны их значений. Также был проведен анализ устойчивости равномерного режима движения.
2. Разработку ряда расширений для предложенной модели. Расширения включают учет различных скоростных режимов, прогнозирование динамики движения впередиидущих транспортных средств, а также моделирование взаимодействия двух транспортных потоков.
3. Создание программного комплекса на основе предложенной математической модели для моделирования транспортных потоков на локальных участках транспортной сети в различных сценариях.
4. Сбор данных о реальных транспортных потоках и работе светофоров для верификации модели и оценки ее применимости в реальных условиях.

Публикации автора по теме диссертации

В изданиях из списка рекомендованных ВАК и индексируемых в международных базах данных

1. *Погребняк, М. А.* Моделирование движения транспортного потока / М. А. Погребняк // Математическое моделирование. — 2022. — Т. 34, № 10. — С. 95—109.
2. *Погребняк, М. А.* Оценка параметров в модели транспортного потока / М. А. Погребняк // Математическое моделирование. — 2024. — Т. 36, № 1. — С. 131—140.
3. *Погребняк, М. А.* Моделирование движения транспортного потока на участках с различными скоростными режимами / М. А. Погребняк // Теоретическая и математическая физика. — 2024. — Т. 220, № 2. — С. 339—349.
4. *Pogrebnyak, M.* Traffic flow model considering the dynamics prediction of the leading vehicle / M. Pogrebnyak // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. — 2024. — Vol. 649. — P. 129946.

Зарегистрированные базы данных

5. *Свидетельство о гос. регистрации базы данных.* «TrafficFlowDatabase»: база данных пропускной способности светофоров / М. А. Погребняк. — № 2024622039 ; заявл. 26.07.2024 ; опубли. 14.08.2024, 2024622315 (Рос. Федерация).

Зарегистрированные программы для ЭВМ

6. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Программа для моделирования движения транспортного потока «TrafficFlowSimulation» версия 1.0 / М. А. Погребняк. — № 2023610182 ; заявл. 09.01.2023 ; опубл. 19.01.2023, 2023611363 (Рос. Федерация).
7. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Программа для моделирования движения транспортного потока «TrafficFlowSimulation» версия 2.0 / М. А. Погребняк. — № 2024611506 ; заявл. 24.01.2024 ; опубл. 02.02.2024, 2024612637 (Рос. Федерация).
8. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Программный комплекс для моделирования движения транспортного потока в различных дорожных ситуациях / М. А. Погребняк. — № 2024667948 ; заявл. 26.07.2024 ; опубл. 14.08.2024, 2024669058 (Рос. Федерация).

Погребняк Максим Анатольевич

Моделирование движения транспортных потоков

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать 18.03.2025. Заказ № _____

Формат 60×84/16. Тираж 100 экз.

Отдел оперативной печати ЯРГУ

150003, г. Ярославль, ул. Советская, 14