

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе

Логинова Дмитрия Олегович

«Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы. Диссертационная работа Логинова Дмитрия Олеговича «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией» посвящена анализу качественного поведения динамических систем, в которых запаздывание вызывает появление явлений, не характерных для систем без отклонений временной переменной. Изучение таких явлений имеет важное значение для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений и математической физики, так как это позволяет выявить и детально исследовать нестандартные режимы поведения решений, возникающие при наличии запаздывания. Актуальность темы обусловлена необходимостью углубления теоретических основ и разработки новых методов анализа для динамических систем с запаздыванием, что представляет собой важную и сложную задачу современной математики.

Степень обоснованности и достоверность результатов. Достоверность и обоснованность выводов и полученных результатов в диссертационной работе обеспечиваются применением проверенных аналитических и численных методов, соответствующих целям и задачам исследования. В работе использован комплекс методов бифуркационного анализа и асимптотических оценок, адаптированных для задач с запаздыванием. Теоретические выводы подтверждаются численными экспериментами, проведенными при различных значениях параметров.

Основные положения диссертации отражены в 13 опубликованных работах, в том числе 6 в статьях в изданиях, рекомендованных ВАК, среди которых 5 статей в журналах, индексируемых в системах цитирования Scopus и Web of Science.

Результаты диссертации докладывались на 8 конференциях, а также на научных семинарах в Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова и во Владимирском государственном университете им. А.Г. и Н.Г. Столетовых.

Оценка новизны и основные результаты диссертации. Основные результаты работы включают доказательство гипотезы Райта, касающейся устойчивости единичного состояния равновесия логистического уравнения с запаздыванием, разработку алгоритма последовательного улучшения оценок устойчивости, а также исследование влияния коэффициентов граничных условий на устойчивость решений. В работе также предложен новый подход к построению асимптотик решений и исследованию их устойчивости в условиях неоднородной среды с запаздыванием и диффузией, что открывает возможности для решения прикладных задач в экологии и математической биологии. В результате численных экспериментов автором выявлены значительные зависимости устойчивости и

динамического поведения системы от параметров внешней среды, что подтверждает теоретические выводы и подчеркивает значимость работы для прикладного использования.

Все представленные к защите результаты являются новыми. Доказан ряд бифуркационных теорем, необходимых для исследования потери устойчивости пространственно однородных решений.

Значимость полученных результатов. Работа носит теоретический характер. В ней применяются и развиваются методы анализа динамических систем, порождаемых уравнениями математической физики. В диссертации изучены новые и актуальные задачи.

Полученные в диссертационной работе результаты актуальны для систем с запаздыванием. Разработанные методы анализа устойчивости и построения асимптотических решений могут быть применены для создания более точных моделей, учитывающих сложные взаимодействия в реальных биологических и физических системах.

Анализ работы. Диссертационная работа Д.О. Логинова состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Общий объем работы составляет 92 страницы, список литературы насчитывает 80 наименований.

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цели и задачи исследования, теоретическая и практическая значимость работы. Приведены основные положения и результаты, выносимые на защиту.

В первой главе работы исследуется вопрос об определении области значений параметров, для которых все положительные решения логистического уравнения с запаздыванием стремятся к нулю. Сначала описывается общий подход к оценке решений. На базе описанного подхода, строится отображение, позволяющее последовательно приблизить оценки сверху и снизу для решений исходного уравнения. Формулируется и доказываются теорема о стремлении к положительному положению равновесия всех решений исходного уравнения в зависимости от значений параметров представленного отображения. Далее рассмотрено последовательное применение отображения к задаче оценки устойчивости нулевого решения и доказывается гипотеза Райта о том, что все решения логистического уравнения стремятся к нулю при условии $0 < \lambda \leq 37/24$.

Во второй главе с использованием аналитических методов и компьютерного анализа исследуются свойства решений краевой задачи Неймана для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией, а также с нелинейным множителем при запаздывающем слагаемом. Данная задача связана с моделированием ситуации, при которой на границе ареала обитания присутствует либо водная, либо горная преграда. В главе приведены результаты численного исследования при постоянном и зависимом от пространственной переменной коэффициенте плодovitости особей.

В третьей главе исследуются свойства решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией. Исследуемая краевая задача имеет биологический смысл. Она, например, моделирует изменение численности популяции, когда миграция через границы ареала пропорциональна плотности численности на соответствующих границах. Сначала проведён анализ линеаризованной краевой задачи, когда на одной из границ отсутствует миграция. На основании проведенного анализа рассмотрено нелинейная краевая задача, в которой на одной из границ ареала обитания отсутствует миграция. Далее рассматривается краевая задача, когда на каждой границе возможна миграция. На основе анализа формулируется переход для рассмотрения вспомогательной предельной задачи и проводится её анализ.

В четвертой главе исследуются свойства решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией и периодическими и быстро осциллирующими коэффициентами. В главе построено усреднённое уравнение для логистического уравнения с запаздыванием, диффузией и переменными граничными условиями. Показана существенная зависимость усреднённого уравнения от осцилляции коэффициента диффузии. Представлены результаты, раскрывающие связь между решениями исходного и усреднённого уравнений. Рассмотрен вопрос локальной динамики в окрестности равновесного состояния усреднённого уравнения в критических ситуациях. Разработан алгоритм, который позволяет получать асимптотические разложения коэффициентов нормальной формы, определяющих динамику исходной задачи.

Замечания по диссертационной работе

1. В первой главе работы показано, что логистическое уравнение с запаздыванием имеет глобально устойчивое состояние равновесия при значениях параметра λ , удовлетворяющих неравенству (1.7). Хотелось бы, чтобы автор диссертации провел сравнение полученного им результата с результатами статьи С. А. Кащенко (К вопросу об оценке в пространстве параметров области глобальной устойчивости уравнения Хатчинсона // Нелинейные колебания в задачах экологии. ЯрГУ, Ярославль, 1985. С. 55-62), в которой рассматривалась та же самая задача.
2. Во введении на странице 7 можно было бы добавить ссылки на работы Н. Н. Боголюбова, Н. М. Крылова, Ю.А. Митропольского.
3. Во второй и третьей главе не указано пространство начальных функций при постановке задачи.
4. В третьей главе представлен только общий вид используемой квазинормальной формы, но не приведено более подробное его описание.
5. Замечания по оформлению диссертации – список литературы желательно было бы сделать в алфавитном порядке; на странице 31 вместо [44],[45], ..., [50]

можно написать [44]-[50].

К положительным сторонам работы можно отнести сочетание аналитических исследований с численными расчетами, неплохой иллюстративный материал.

Отмеченные недостатки не снижают общего благоприятного впечатления от работы.

Заключение. Диссертация представляет собой завершенную научно-квалификационную работу. Результаты проведенного исследования имеют существенное значение для развития теории распределенных динамических систем и их приложений.

Диссертационная работа «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией» отвечает всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, ее автор, Логинов Дмитрий Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент
профессор кафедры функционального анализа и его приложений
Института информационных технологий и электроники
ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»,
доктор физ.-мат. наук, профессор

Родина

Родина Людмила Ивановна

14.04.2025

Почтовый адрес организации:
600000, г. Владимир, ул. Горького, д. 87
Телефон (рабочий): +7 (4922) 47-97-66
e-mail: lrodina67@mail.ru



Л