

ОТЗЫВ
официального оппонента о диссертационной работе
Логинова Дмитрия Олеговича
«Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией»,
представленной
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность исследования

Диссертационная работа Логинова Дмитрия Олеговича «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией» направлена на анализ качественного поведения динамических систем, в которых запаздывание приводит к возникновению явлений, не наблюдаемых в системах без запаздывания. Изучение этих явлений имеет большое значение для дальнейшего развития теории дифференциальных уравнений и математической физики, поскольку позволяет выявить и подробно исследовать нестандартные режимы поведения решений, возникающие при наличии запаздывания. Актуальность работы обоснована необходимостью расширения теоретических основ и разработки новых методов анализа для динамических систем с запаздыванием, что представляет собой важную и сложную задачу в современной математике.

Основные результаты и их научная новизна

Основные результаты работы включают доказательство гипотезы Райта, которая уточняет условия на мальтузианский коэффициент, при которых все положительные решения логистического уравнения с запаздыванием стремятся к единичному равновесному состоянию. В рамках работы также разработан алгоритм для постепенного улучшения параметрических оценок, что значительно расширяет возможности для анализа устойчивости решений в задачах с временными задержками.

Исследовано влияние коэффициентов, присутствующих в граничных условиях, на устойчивость нулевого состояния равновесия в логистическом уравнении с запаздыванием и диффузией. Установленные зависимости помогают лучше понять механизмы устойчивости в системах с пространственно-неоднородными параметрами, что имеет важное значение для применения в биологическом и экологическом моделировании.

На базе метода квазинормальных форм для построения асимптотических решений проведено исследование устойчивости решений для усреднённой модели логистического уравнения с запаздыванием и диффузией. Этот метод позволяет более точно анализировать поведение решений при сложных зависимостях параметров уравнения и граничных условий от времени.

Также были установлено и обосновано влияние сопротивления внешней среды на амплитуду и частоту колебаний популяций. Численные эксперименты, проведённые для логистического уравнения с запаздыванием, диффузией и неоднородными параметрами, показали, что сопротивление среды значительно влияет на динамику и стабильность автоколебаний, что открывает новые перспективы для экологического прогнозирования и моделирования.

Обоснованность и достоверность результатов

Достоверность и обоснованность выводов и результатов диссертационной работы обеспечены использованием проверенных аналитических и численных методов, которые соответствуют поставленным целям и задачам исследования. В работе применён комплекс методов бифуркационного анализа и асимптотических оценок, специально адаптированных для задач с запаздыванием. Теоретические выводы подтверждены численными экспериментами, а интерпретация полученных данных осуществляется в рамках корректно построенной модели. Кроме того, численная проверка результатов была произведена при различных значениях параметров.

Основные положения работы опубликованы в 13 научных статьях, среди которых 6 статей в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, в том числе 5 статей в журналах, индексируемых в системах Scopus и Web of Science.

Результаты диссертации были представлены на 8 конференциях, а также на научных семинарах в Ярославском государственном университете имени П.Г. Демидова, Владимирском государственном университете имени А.Г. и Н.Г. Столетовых и в Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете имени Н.И. Лобачевского.

Значимость полученных автором результатов для науки и практики

Работа носит теоретический характер. В ней применяются и развиваются методы анализа динамических систем, в области моделирования популяционной динамики и задач математической биологии. В диссертации изучены новые и актуальные задачи.

Полученные в диссертационной работе результаты актуальны как для систем с запаздыванием, так и для иных систем с бесконечным фазовым пространством. Разработанные методы анализа устойчивости и построения асимптотических решений могут быть применены для создания более точных моделей, учитывающих сложные взаимодействия в реальных биологических и физических системах.

Анализ содержания работы

Диссертационная работа Д.О. Логинова включает введение, четыре главы, заключение, список литературы и приложения. Общий объем работы составляет 92 страницы, а список литературы включает 80 источников.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи исследования, а также указана теоретическая и практическая значимость работы. Приведены основные положения и результаты, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию области значений параметров, при которых все положительные решения логистического уравнения с запаздыванием стремятся к нулю. Вначале описан общий подход к построению отображений, затем формулируются и доказываются теоремы, которые оценивают стремление решений к нулевому состоянию с помощью отображений. Также рассмотрено применение этих отображений для оценки устойчивости нулевого решения, что позволяет доказать гипотезу о стремлении всех решений логистического уравнения к нулевому положению равновесия при $0 < \lambda \leq 37/24$.

Во второй главе с использованием аналитических методов и численного анализа исследуются свойства решений краевой задачи Неймана для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией, а также с нелинейным множителем при запаздывающем слагаемом. Задача моделирует ситуацию, когда на границе ареала обитания существует водная или горная преграда. В этой главе представлены результаты численного исследования для случая постоянного и пространственно изменяющегося коэффициента плодovitости особей.

Третья глава посвящена исследованию решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией. Эта задача имеет биологический контекст и моделирует изменение численности популяции, когда миграция через границы ареала пропорциональна плотности численности на этих границах. Сначала исследуется линеаризованная краевая задача для случая, когда миграция отсутствует на одной из границ. Затем анализируется нелинейная краевая задача, в которой на одной границе ареала также отсутствует миграция. Далее рассматривается случай, когда миграция возможна на обеих границах, и формулируется переход к вспомогательной предельной задаче, которая затем анализируется.

Четвертая глава исследует свойства решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией, где коэффициенты являются периодическими и быстро осциллирующими. В этой главе построено усреднённое уравнение для логистического уравнения с запаздыванием, диффузией и переменными граничными условиями. Отмечено влияние осцилляции коэффициента диффузии на усреднённую задачу. Приведены содержательные примеры, иллюстрирующие связь между решениями исходной и усреднённой задач. Рассмотрен вопрос локальной динамики в окрестности равновесного состояния усреднённого уравнения в критических случаях. Представлен алгоритм, позволяющий получать асимптотические разложения коэффициентов нормальной формы, которые определяют динамику исходной задачи.

Замечания

1. Детали доказательств теорем в главе 3, возможно, следовало бы привести более подробно, не ограничиваясь ссылками на опубликованные работы.
2. Построение асимптотики в главе 3 проводится в предположении существования решения. Следовало бы дать ссылку на работу, где существование решения доказано.
3. В четвёртой главе стоило подробнее описать применение алгоритма для вычисления коэффициента $p(\omega)$, который выполняет роль первого ляпуновского показателя.
4. В работе присутствует незначительное количество опечаток, которые не влияют на понимание текста.

К положительным сторонам работы следует отнести сочетание аналитических исследований с численными расчетами, хороший иллюстративный материал.

Отмеченные недостатки не снижают общего благоприятного впечатления от работы.

Заключение

Диссертация представляет собой завершённую научно-квалификационную работу. Результаты проведенного исследования имеют существенное значение для развития теории распределённых динамических систем и их приложений.

Диссертационная работа «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией» отвечает всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 года № 842, ее автор, Логинов Дмитрий Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент,

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики физического факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Меев
14.04.2025г.

Волков Владимир Тарасович

Подпись В.Т. Волкова удостоверяю.

Начальник отдела кадров
физического факультета МГУ



Сенкина
14.04.2025г.
Сенькина С.С.

Почтовый адрес организации:

119991, г. Москва, ул. Ленинские горы, д.1, МГУ,
физический факультет, кафедра математики
Телефон (рабочий): +7 (495) 939-10-33
e-mail: volkovvt@mail.ru