

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе и цифровому
развитию **ФГБОУ ВО «Саратовский
национальный исследовательский
государственный университет имени
Н.Г.Чернышевского»**, д.ф.-м.н., профессор
А.А.Короновский

« 23 » _____ 2025 г.



ОТЗЫВ

ведущей организации Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский университет имени Н.Г. Чернышевского» о диссертационной работе Логинова Дмитрия Олеговича «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией», на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика

Диссертационная работа Логинова Д.О. посвящена исследованию решений уравнений с запаздыванием, что представляет собой актуальную и важную задачу для современной науки. Проблемы, связанные с дифференциальными уравнениями такого типа, охватывают широкий спектр и требуют использования сложных аналитических и численных методов. Динамические системы с запаздыванием встречаются в различных областях, таких как популяционная динамика, биология и физика, где временные задержки оказывают значительное влияние на поведение системы. Основное внимание уделяется анализу устойчивости и бифуркационных переходов в этих системах, что помогает лучше понять условия возникновения сложных динамических режимов, включая колебания и динамический хаос. Рассмотренные в диссертационной работе вопросы относятся к числу актуальных направлений исследования, имеющих несомненные теоретическую и практическую значимость.

Структурно диссертация состоит из введения, четырех основных глав, заключения, списка литературы и приложений. Во введении приводится обоснование актуальности выбранной тематики, предлагается обзор литературы по предметной области, описание основных результатов и краткое содержание работы.

Первая глава посвящена анализу области значений параметров, при которых все положительные решения логистического уравнения с запаздыванием стремятся к положительному состоянию равновесия. Вначале изложен общий подход к построению специальных отображений, с помощью которых можно построить оценку решений сверху и снизу, после чего формулируются и доказываются теоремы, оценивающие стремление решений к положительному состоянию равновесия с помощью этих отображений.

Во второй главе с применением аналитических методов и численного анализа исследуются свойства решений краевой задачи Неймана для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией, а также с нелинейным множителем в запаздывающем слагаемом. Рассматриваемая задача моделирует ситуацию, при которой на границе ареала обитания присутствует водная или горная преграда. В главе приводятся результаты численного исследования для случаев с постоянным и изменяющимся по пространственной переменной коэффициентом плодovitости.

Третья глава посвящена исследованию решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией. Задача имеет биологический контекст, моделируя изменения численности популяции, когда миграция через границы ареала пропорциональна плотности численности на этих границах. Сначала проводится анализ линеаризованной краевой задачи, когда на одной из границ отсутствует миграция. Затем рассматривается нелинейная краевая задача с отсутствием миграции на одной границе ареала. Далее исследуется случай, когда миграция возможна на обеих границах, и формулируется переход к вспомогательной предельной задаче, которая

подвергается дальнейшему анализу.

Четвертая глава фокусируется на изучении решений краевой задачи с переменными граничными условиями для логистического уравнения с запаздыванием и диффузией, где коэффициенты являются периодическими и быстро осциллирующими. В главе построено усреднённое уравнение для логистического уравнения с запаздыванием, диффузией и переменными граничными условиями. Показано, что усреднённое уравнение существенно зависит от частоты осцилляции коэффициента диффузии. Представлены результаты, раскрывающие связь между решениями исходного и усреднённого уравнений. Рассматривается локальная динамика в окрестности равновесного состояния усреднённого уравнения в критических случаях. Разработан алгоритм, позволяющий получать асимптотические разложения коэффициентов нормальной формы, которые определяют динамику исходной задачи.

В работе:

1. Доказана гипотеза Райта, которая утверждает, что все решения логистического уравнения стремятся к положительному положению равновесия для случая $0 < \lambda \leq 37/24$ и разработан метод последовательного улучшения оценки параметра λ .
2. Численно-аналитическими методами получены результаты о поведении решений краевой задачи с пространственно неоднородным множителем при слагаемом с запаздыванием.
3. Изучено влияние коэффициентов в граничных условиях на устойчивость нулевого состояния равновесия в логистическом уравнении с запаздыванием и диффузией.
4. На основе принципа усреднения разработан алгоритм построения асимптотического приближения решений логистического уравнения с запаздыванием, диффузией и быстро осциллирующими периодическими коэффициентами.

Представленные в работе результаты и численно-аналитические методики являются новыми, представляют интерес с точки зрения использования при решении широкого круга задач в популяционной динамике и физике и могут найти применение в исследованиях по динамическим системам, ведущихся в СГУ имени Н. Г. Чернышевского, МГУ имени М. В. Ломоносова, НИЯУ МИФИ, Владимирском, Нижегородском, Самарском и Ярославском государственных университетах, Южном федеральном университете.

Содержание автореферата соответствует содержанию представленной диссертации и отражает основные ее положения. Все ключевые утверждения, сформулированные автором, снабжены доказательствами, что подтверждает их достоверность.

Результаты диссертации своевременно опубликованы, в том числе представлены в необходимом количестве публикаций в ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК. Также основные положения диссертации были представлены на большом количестве различных конференций, докладывались на научных семинарах.

Представленная работа Логинова Д.О. представляет собой законченное научное исследование, выполненное на актуальную тему, затрагивающее важные вопросы изучения нелинейной динамики уравнений с запаздыванием.

По представленной диссертации есть несколько замечаний.

1. В третьей главе не подробно рассмотрен случай, когда коэффициенты в граничных условиях одновременно не равны нулю.
2. Во второй главе не указано какие значения были выбраны в качестве начальных при приведении численных экспериментов.
3. Присутствуют опечатки, которые, впрочем, не влияют на понимание текста.

В то же время отметим, что указанные замечания носят рекомендательный характер, не умаляют достоинств работы и не влияют на в целом положительную оценку представленных результатов исследования.

На основании изложенного считаем, что диссертация Логинова Д.О. «Исследование решений логистических уравнений с запаздыванием и диффузией» соответствует

требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой динамического моделирования и биомедицинской инженерии ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» Караваевым Анатолием Сергеевичем.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», протокол № 5 от «23» апреля 2025 года.

Заведующий кафедрой динамического
моделирования и биомедицинской инженерии
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный
исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского»,
доктор физ.-мат. наук, профессор



Караваев Анатолий Сергеевич

Подпись Караваева Анатолия Сергеевича, профессора, доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, заведующего кафедрой динамического моделирования и биомедицинской инженерии ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» заверяю.

Ученый секретарь
Учёного совета СГУ,
к.п.н.



23.04.2025



Семейнова В.Г.

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»

Почтовый адрес: 410012, Саратовская область, Саратов г, ул. Астраханская, д. 83

Телефон(факс): 8 (8452) 26-16-96

Адрес электронной почты: rector@sgu.ru

Адрес официального сайта в сети «Интернет»: <https://www.sgu.ru/>