

*На правах рукописи*



**Широкова Анастасия Владимировна**

**Трансформация электромагнитных волн при изменении во  
времени числа частиц в среде Лоренца и графене**

Специальность 1.3.19. Лазерная физика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2025

Работа выполнена на кафедре общей физики радиофизического факультета федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, профессор  
**Бакунов Михаил Иванович**

**Официальные оппоненты:** **Харинцев Сергей Сергеевич,**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий кафедрой оптики и нанофотоники,  
Казанский федеральный университет

**Емелин Михаил Юрьевич,**  
кандидат физико-математических наук, старший  
научный сотрудник,  
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

**Ведущая организация:** Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита состоится 24 сентября 2025 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета 24.2.340.03 при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23, корп. 1, ауд. 420.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте диссертационного совета по адресу: <https://diss.unn.ru/1550>.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2025 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
24.2.340.03  
доктор физ.-мат. наук, доцент



Клюев Алексей Викторович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность и степень разработанности темы

В последние годы в связи с активными исследованиями в области метаматериалов возникла новая волна интереса к электромагнитным явлениям в нестационарных средах. Нестационарность среды может приводить к таким специфическим эффектам, как широкополосный частотный сдвиг [1, 2], отражение от временной границы [1, 3, 4], трансформация объемного излучения в волны поверхностного типа и обратно без пространственной модуляции границы [5-8], неспособность распространения волн в отсутствие намагничения среды [9], динамическое переключение направления распространения волновых пучков [10] и др. Нестационарные среды энергетически активны, обладая способностью обмениваться энергией с волнами даже в отсутствие обычных механизмов поглощения или усиления [11]. Использование времени в качестве новой степени свободы рассматривается как перспективная возможность для развития фотоники и плазмоники [12, 13].

При исследовании электромагнитных явлений в нестационарных средах наиболее часто используется модель недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(t)$ , введенная Моргенталером в 1958 году [1]. Поскольку, однако, все реальные среды являются в той или иной степени диспергирующими, возникает вопрос о границах применимости модели Моргенталера. Данный вопрос может быть решен только на основе более общей модели нестационарной диспергирующей среды. Ранее рассмотрение нестационарных диспергирующих сред ограничивалось в основном случаем нестационарной плазмы, который не допускает перехода к бездисперсионному приближению [3, 14-16]. Плазменная модель не позволяет также описывать взаимодействие электромагнитных волн с резонансами структурных элементов (атомов, молекул) нестационарных сред. Между тем такие резонансы могут играть важную роль, например, для электромагнитных процессов в нестационарных метаматериалах [17] или смеси химически реагирующих молекул [18].

В последнее время в качестве модели нестационарных резонансных сред стали использовать среду Лоренца с переменными во времени параметрами [19]. Структурным элементом среды Лоренца является классической осциллятор (заряженная частица, связанная квазиупругой силой с неподвижным центром), способный взаимодействовать с электрическим полем волны и другими осцилляторами среды. В качестве механизма нестационарности обычно полагают изменение (увеличение или уменьшение) числа (концентрации) осцилляторов во времени. Данная модель соответствует, например, метаматериалу, структурные элементы которого (метаатомы) активируют или деактивируют воздействием извне. На практике активация и деактивация могут осуществляться путем фотогенерации свободных носителей в полупроводниковой подложке металлических разрезных кольцевых резонаторов, играющих роль метаатомов [17]. Среда Лоренца с переменным числом осцилляторов адекватна также возникновению или исчезновению полярных молекул в ходе химической реакции [18]. В литературе рассматривается и среда Лоренца с изменяющейся во времени собственной частотой осциллятора [20].

Корректное описание электромагнитных процессов в нестационарной среде должно основываться на материальных уравнениях, адекватных физическому механизму нестационарности среды. В качестве материального уравнения среды Лоренца с переменной концентрацией осцилляторов  $N(t)$  используют уравнение связи вектора поляризации среды  $\mathbf{P}$  с электрическим полем  $\mathbf{E}$  вида [20-22]

$$\frac{d^2\mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2\mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi}\mathbf{E}, \quad (1)$$

где  $\Omega_0$  – резонансная частота осциллятора,  $\Omega_p(t) = \sqrt{4\pi e^2 N(t)/m}$  – плазменная частота,  $e$  и  $m$  – заряд и масса колеблющейся частицы осциллятора. Существенно, что уравнение (1) используется в литературе как при возрастающей, так и при убывающей функции  $N(t)$  [20-22].

В диссертации дан последовательный вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью  $N(t)$  при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и деактивации) разнесены во времени. Показано, что на временных интервалах, где число осцилляторов уменьшается, материальное уравнение имеет отличный от уравнения (1) вид, и, следовательно, использование уравнения (1) является некорректным. На основе корректных материальных уравнений рассмотрено распространение электромагнитной волны в нестационарной среде Лоренца и впервые найдены комбинации энергии и частоты волны (адиабатические инварианты), сохраняющиеся при медленных изменениях концентрации осцилляторов во времени. Найденные инварианты отличаются от инвариантов, полученных ранее для диэлектрика [11, 23, 24] и плазмы [15, 23, 25], но согласуются с ними в предельных случаях низких и высоких частот. Из найденных инвариантов следует, что сдвиг частоты волны сопровождается уменьшением энергии волны как в случае увеличения, так и уменьшения числа осцилляторов.

С использованием найденных инвариантов исследованы условия применимости модели недиспергирующего диэлектрика с  $\varepsilon(t)$  (модели Моргенталера). Показано, что в случае нарастающей функции  $N(t)$  (увеличения числа осцилляторов) модель Моргенталера применима при условии малости частоты волны по сравнению с резонансной частотой осциллятора (бездисперсионный предел, когда инерция осциллятора не сказывается). В случае убывающей функции  $N(t)$  (уменьшения числа осцилляторов) модель Моргенталера оказывается неприменимой даже в бездисперсионном (низкочастотном) пределе, а ее использование приводит к физически неверному выводу об увеличении энергии волны.

В диссертации исследована также динамика электромагнитной волны в среде Лоренца с изменяющейся во времени собственной частотой осциллятора  $\Omega_0(t)$ . В этом случае адиабатический инвариант имеет один и тот же вид как при нарастающей, так и при убывающей функции  $\Omega_0(t)$ , а для применимости модели Моргенталера достаточно низкочастотного приближения.

Для описания трансформации электромагнитных волн в средах с быстро изменяющимися (по сравнению с периодом волны) свойствами широко используется модель временной границы (мгновенного скачка свойств среды). В рамках

данной модели волны после скачка могут быть связаны с исходной волной условиями непрерывности полей на границе. Конкретный вид условий непрерывности зависит от материальных уравнений среды, отличаясь, например, в случаях недиспергирующего диэлектрика и плазмы, что не всегда правильно понимается в литературе [26]. Для недиспергирующего диэлектрика со скачком  $\varepsilon(t)$  Моргенталером были введены условия непрерывности векторов электрической ( $\mathbf{D}$ ) и магнитной ( $\mathbf{B}$ ) индукции [1]

$$\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{B}\} = 0 \quad (2)$$

(скобки означают перепад вложенных в них величин на границе). Для среды Лоренца со скачком  $N(t)$  в литературе используют условия непрерывности

$$\{\mathbf{E}\} = \{\mathbf{B}\} = \{\mathbf{P}\} = \left\{ \frac{d\mathbf{P}}{dt} \right\} = 0, \quad (3)$$

причем как в случае увеличения  $N(t)$  [19, 27-29], так и в случае уменьшения [30].

В диссертации показано, что условия (3) не применимы к случаю уменьшения числа осцилляторов на временной границе, и получены корректные граничные условия для этого случая. Показано также, что полученные граничные условия ни в каком приближении не сводятся к условиям Моргенталера (2). С использованием полученных условий продемонстрировано уменьшение энергии волн в результате скачка  $N(t)$  в отличие от усиления, вытекающего из применения условий (2). Для случая увеличения числа осцилляторов на временной границе показана применимость условий (2) к низкочастотным модам среды Лоренца, при этом раскрыта роль высокочастотных мод в выполнении условий (3) и в энергетическом балансе в системе. Показана также важность учета возбуждения собственных колебаний осцилляторов в энергетическом балансе.

В диссертации исследован также случай резкого изменения собственной частоты осциллятора  $\Omega_0(t)$ . Показана применимость граничных условий (3), а в низкочастотном пределе – условий (2), но при некоторых ограничениях на физический механизм изменения  $\Omega_0(t)$ .

Графен рассматривается как перспективный материал для плазмоники терагерцового и инфракрасного диапазонов в связи с его способностью направлять сильно локализованные и слабо затухающие поверхностные плазмоны, дисперсионными свойствами которых можно эффективно управлять путем изменения поверхностной плотности свободных носителей заряда (поверхностной проводимости) графена [31, 32]. Изменения проводимости могут обеспечиваться приложением управляющего напряжения или оптическим воздействием и могут быть как медленными, так и быстрыми по сравнению с периодом плазмона. Воздействие ультракороткими лазерными импульсами позволяет генерировать в графене свободные носители на временах от нескольких десятков фемтосекунд до пикосекунд [33–35]. Последующая релаксация происходит на масштабе нескольких пикосекунд [33, 34, 36]. Изменением управляющего напряжения удастся модулировать проводимость графена на частотах до  $\sim 10$  ГГц [37, 38].

При теоретическом описании динамики поверхностных плазмонов,

направляемых графеном с переменной во времени плотностью носителей, в литературе часто используется зависящая от частоты  $\omega$  стационарная поверхностная проводимость графена  $\sigma[\omega, E_F]$ , в которой, однако, энергия Ферми считается функцией времени  $E_F = E_F(t)$  [37, 39, 40]. На некорректность подобного подхода было указано ранее применительно к электромагнитным волнам в объемной плазме с процессами ионизации и рекомбинации [14, 24]. Действительно, данный подход не учитывает различий между движением существующих и вновь появляющихся электронов, а также потерь кинетической энергии рекомбинирующих электронов.

В недавних работах [6, 42–44] в качестве материального уравнения нестационарного графена было использовано уравнение связи плотности поверхностного тока  $j$  с тангенциальной (вдоль направления распространения плазмона  $x$ ) компонентой электрического поля  $E_x$  вида

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\nu j + W_D(t)E_x(x, t), \quad (4)$$

где  $\nu$  – частота релаксации тока, а  $W_D(t)$  – зависящий от времени вес Друде (пропорциональный квадратному корню из плотности носителей в графене  $N(t)$ ). При этом предполагалось, что уравнение (4) определяет динамику тока при произвольной зависимости  $N(t)$ .

В диссертации указано, что уравнение (4) не применимо к описанию графена с уменьшающейся плотностью носителей (убывающей функцией  $N(t)$ ). Для этого случая записано корректное материальное уравнение с дополнительным членом в правой части, учитывающим исчезновение тока удаляемых носителей. С использованием полученного уравнения и уравнения (4) получены адиабатические инварианты для поверхностного плазмона, направляемого листом графена с произвольным слоистым диэлектрическим окружением, при медленном изменении (уменьшении, увеличении) плотности носителей в графене. Полученные инварианты являются обобщением инвариантов, найденных ранее для поверхностных волн, направляемых планарными структурами с объемной плазмой (плазменным полупространством и слоем) [45]. В отличие от объемной плазмы отклик двумерного электронного (дырочного) газа в графене на приложенное электрическое поле является сильно анизотропным: ток протекает в плоскости графенового листа и связан только с тангенциальной компонентой электрического поля. Кроме того, материальное уравнение графена (см. уравнение (4)) зависит от плотности носителей иначе, чем материальное уравнение обычного электронного газа [45]. На основе полученных инвариантов в диссертации исследована эволюция частоты и амплитуды плазмона, направляемого нестационарным листом графена.

В недавних работах [42, 46] в квазистатическом приближении была рассмотрена трансформация поверхностного плазмона при скачкообразном изменении (как увеличении, так и уменьшении) во времени плотности носителей в графене и предсказан эффект усиления плазмона – превышения суммарной энергии вторичных плазмонов над энергией исходного плазмона. В работе [46] усиление плазмона предсказано для графена с уменьшающейся плотностью носителей, а в работе [42] – с увеличивающейся плотностью. В работе [8], однако, было указано

на использование некорректных условий непрерывности на временной границе с уменьшением плотности носителей в работах [42, 46], а также проведено более корректное исследование данного случая на основе физически обоснованных условий непрерывности и показано уменьшение энергии плазмона.

В диссертации подход работы [8] распространен на случай скачкообразного увеличения плотности носителей. На основе точного решения уравнений Максвелла методом Лапласа в предположении непрерывности на скачке тока «фоновых» (существовавших в графене) носителей и равенства нулю в момент скачка тока вновь появившихся носителей исследована трансформация поверхностного плазмона в сдвинутые по частоте вверх поверхностные плазмоны и объемное переходное излучение. Показано, что суммарная энергия вторичных плазмонов и переходного излучения меньше энергии исходного плазмона, а разница энергий переходит в кинетическую энергию двухпотокowego равномерного движения фоновых и вновь появившихся электронов. Таким образом, опровергнуто предсказанное в работе [42] усиление плазмона.

Особый интерес исследователей вызывает возможность параметрического усиления электромагнитных волн в средах с периодической модуляцией диэлектрических свойств во времени. В таких средах, называемых временными фотонными кристаллами [12, 47] или средами Флоке [48], дисперсионные кривые волн разделены запрещенными зонами по волновому числу, аналогично запрещенным зонам по частоте в пространственно-периодических средах [49]. Собственные моды сред Флоке с волновыми числами, находящимися в запрещенных зонах, представляют собой стоячие волны, амплитуды которых экспоненциально убывают или возрастают со временем [49]. Перспектива использования явления возрастания амплитуды волн (параметрического усиления) в прикладных целях и привлекает исследователей.

Явление параметрического усиления волн исследовалось в основном в рамках модели недиспергирующего диэлектрика (модели Моргенталера) как для синусоидального [49-51], так и ступенчатого [52, 53] законов изменения  $\varepsilon(t)$ . Данная модель, однако, имеет ограниченную область применимости, как обсуждалось выше. В недавней работе [20] для исследования параметрических явлений в диспергирующих средах в качестве более реалистичной модели было предложено использовать среду Лоренца с периодически изменяющейся концентрацией осцилляторов  $N(t)$ . На основе данной модели существование параметрического усиления было подтверждено как для синусоидального [21, 22], так и ступенчатого [30] режимов модуляции  $N(t)$ . В работах [20-22] считалось, однако, что поляризационный отклик среды Лоренца описывается одним и тем же материальным уравнением (1) как на стадиях увеличения, так и уменьшения  $N(t)$ . Аналогично в работе [30] использовались одни и те же граничные условия (3) при скачкообразном увеличении и уменьшении  $N(t)$ . Как отмечалось выше, такое описание является некорректным.

В диссертации исследованы электромагнитные волны в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией числа осцилляторов на основе двух различных систем граничных условий, адекватных физически отличающимся случаям увеличения и уменьшения числа осцилляторов. Установлено, что собственные моды

периодически модулированной среды Лоренца являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, что говорит о невозможности параметрического усиления в смысле увеличения энергии волн. Показано, что энергия волн теряется как в моменты уменьшения, так и увеличения числа осцилляторов, указаны соответствующие механизмы потерь. Найден особый случай мод с почти постоянной энергией. Исследованы переходные режимы трансформации исходной волны после начала модуляции. Установлено, что несмотря на потери энергии в ходе переходных процессов исходная волна может трансформироваться в волны удвоенной или половинной частоты с высокой эффективностью по амплитуде.

В недавних работах [42, 43] была предсказана возможность параметрического усиления поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при периодической модуляции плотности носителей в графене. В этих работах, однако, в качестве материального уравнения некорректно используется одно и то же уравнение (4) как на временных интервалах увеличения плотности носителей, так и на интервалах уменьшения плотности.

В диссертации исследована динамика поверхностного плазмона, направляемого листом графена с периодической модуляцией числа носителей, на основе двух различных материальных уравнений, адекватных физически отличающимся случаям инжекции и удаления носителей. Рассмотрены случаи медленной синусоидальной и ступенчатой модуляции. Показано отсутствие эффекта параметрического усиления плазмонов. Найден режим трансформации исходного плазмона в модулированную по частоте стоячую волну постоянной амплитуды.

## **Цель и задачи диссертационной работы**

Целью диссертационной работы является исследование особенностей трансформации электромагнитных волн в нестационарных диспергирующих средах, связанных с резонансами структурных элементов среды или ее двумерностью.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью плотности осцилляторов от времени;
- исследование трансформации электромагнитной волны в среде Лоренца с медленным, скачкообразным и периодическим изменением концентрации осцилляторов во времени;
- исследование условий применимости модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью для описания нестационарных диспергирующих сред на примере среды Лоренца;
- формулирование материальных уравнений нестационарного графена, адекватных физическим механизмам генерации и удаления носителей в графене;
- исследование трансформации поверхностных плазмонов, направляемых листом графена с переменной во времени поверхностной плотностью свободных носителей в режимах медленного, скачкообразного и периодического изменения плотности носителей.

## Научная новизна работы

Научная новизна работы состоит в следующем.

1. Впервые получены материальные уравнения для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью концентрации осцилляторов от времени.
2. Впервые получены адиабатические инварианты для электромагнитной волны в среде Лоренца с медленно изменяющимися концентрацией осцилляторов или резонансной частотой осциллятора.
3. Впервые исследована применимость модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью (модели Моргенталера) для описания нестационарных диспергирующих сред. Показано, что данная модель не применима к средам с уменьшающейся во времени концентрацией резонансных (мета)атомов.
4. Впервые сформулированы граничные условия на временной границе с уменьшающейся концентрацией осцилляторов в среде Лоренца и исследована трансформация электромагнитной волны на такой границе.
5. Впервые на основе корректных материальных уравнений исследовано параметрическое преобразование электромагнитных волн в среде Лоренца с периодически модулированным числом частиц.
6. Впервые записано корректное материальное уравнение в модели Друде для графена с уменьшающейся во времени плотностью свободных носителей.
7. Известные ранее адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых планарными структурами с нестационарной объемной плазмой (плазменным полупространством и слоем), обобщены на случай поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазменным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью носителей.
8. Впервые исследована трансформация поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при резком увеличении плотности носителей во времени.
9. Впервые исследована динамика плазмона на поверхности графена с периодически модулированной во времени плотностью носителей на основе корректных материальных уравнений. Опровергнут предсказанный в литературе эффект параметрического усиления плазмона.

## Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные материальные уравнения для среды Лоренца и графена с произвольной зависимостью числа частиц от времени являются основой для теоретического рассмотрения динамики электромагнитных волн в этих средах. Результаты исследования трансформации волн в нестационарной среде Лоренца устанавливают границы применимости широко используемой модели Моргенталера для описания реальных (диспергирующих) нестационарных сред. Результаты исследования динамики электромагнитных волн в условиях периодической модуляции числа частиц в среде Лоренца и графене исправляют имеющиеся в литературе теоретические предсказания возможности параметрического

усиления волн.

Результаты по трансформации электромагнитных волн в среде Лоренца с переменной во времени концентрацией осцилляторов могут быть использованы при разработке фотонных устройств на основе метаматериалов с электрически и оптически управляемыми свойствами. В частности, найденные режимы эффективного удвоения и деления пополам частоты волны могут быть использованы для разработки частотных преобразователей и модуляторов излучений микроволнового и терагерцового частотных диапазонов.

Результаты по трансформации поверхностных плазмонов, направляемых графеном с переменной во времени поверхностной плотностью носителей, могут быть использованы при разработке устройств активной плазмоники терагерцового и инфракрасного частотных диапазонов.

### Основные положения, выносимые на защиту

1. Поляризационный отклик среды Лоренца с произвольной немонотонной зависимостью концентрации осцилляторов от времени  $N(t)$  описывается уравнениями связи вектора поляризации  $\mathbf{P}$  с электрическим полем  $\mathbf{E}$ , вид которых различен на интервалах возрастания и убывания функции  $N(t)$  (активации и деактивации осцилляторов):  $d^2\mathbf{P}/dt^2 + \Omega_0^2\mathbf{P} = \Omega_p^2(t)\mathbf{E}/(4\pi)$  при возрастании  $N(t)$  и  $d^2(\mathbf{P}/\Omega_p^2)/dt^2 + \Omega_0^2(\mathbf{P}/\Omega_p^2) = \mathbf{E}/(4\pi)$  при убывании ( $\Omega_0$  – собственная частота осциллятора,  $\Omega_p$  – плазменная частота среды). При убывании  $N(t)$  не справедлива обычная формула для плотности тока  $\mathbf{J} = d\mathbf{P}/dt$ , следует использовать формулу  $\mathbf{J} = Nd(\mathbf{P}/N)/dt$ .

2. При распространении электромагнитной волны в среде Лоренца с медленно (по сравнению с периодом волны) изменяющейся концентрацией осцилляторов  $N(t)$  энергия волны  $W(t)$  и ее частота  $\omega(t)$  образуют адиабатические инварианты вида  $W(\omega^2 - \Omega_0^2)/\omega = \text{const}$  при возрастании  $N(t)$  и  $W\omega/(\omega^2 - \Omega_0^2) = \text{const}$  при убывании  $N(t)$ . Согласно инвариантам в обоих случаях сдвиг частоты волны сопровождается уменьшением энергии волны. В среде Лоренца с изменяющейся собственной частотой осциллятора  $\Omega_0(t)$  адиабатический инвариант совпадает с инвариантом для нестационарного недиспергирующего диэлектрика  $W/\omega = \text{const}$ , из которого следует уменьшение энергии волны при уменьшении  $\Omega_0(t)$  и увеличение энергии при увеличении  $\Omega_0(t)$ .

3. При резком изменении концентрации осцилляторов  $N(t)$  в среде Лоренца известные условия непрерывности  $\mathbf{P}$  и  $d\mathbf{P}/dt$  выполняются только в случае увеличения  $N(t)$ . В случае уменьшения  $N(t)$  непрерывными являются комбинации  $\mathbf{P}/N$  и  $d(\mathbf{P}/N)/dt$ . В обоих случаях трансформация бегущей электромагнитной волны сопровождается потерями энергии. Условия Моргенталера непрерывности векторов индукции  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  применимы для волн с  $\omega \ll \Omega_0$  в случае увеличения  $N(t)$ . Возбуждаемые при этом волны с  $\omega > \Omega_0$  не являются малыми, в них уходит значительная доля энергии исходной волны. Условия Моргенталера не применимы в случае уменьшения  $N(t)$ .

4. Собственные моды среды Лоренца с периодической ступенчатой

модуляцией концентрации осцилляторов являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, параметрическое усиление волн в такой среде невозможно. Существуют особые моды, представляющие собой суперпозицию двух стоячих волн – низкочастотной и высокочастотной с вдвое отличающимися средними частотами и средней частотой низкочастотной волны, вдвое превышающей частоту модуляции, энергия которых практически постоянна. С участием данных мод возможны режимы удвоения и деления пополам частоты исходной бегущей волны с эффективностью по амплитуде близкой к 100%.

5. Известные адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы, вида  $W\omega^\nu = \text{const}$ , где значение параметра  $\nu$  определяется характером нестационарности, выполняются и для поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазменным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью свободных носителей.

6. При резком увеличении поверхностной плотности носителей в графене направляемый им бегущий плазмон трансформируется в два бегущих во встречных направлениях плазмона повышенной частоты, уходящее от графена переходное излучение и двухпотокное равномерное движение фоновых и вновь инжектированных носителей с нулевым суммарным током. В кинетическую энергию двухпотокного движения носителей может уходить до половины энергии первичного плазмона.

7. Периодическая модуляция во времени поверхностной плотности носителей в графене за счет их инжекции и удаления не может приводить к параметрическому усилению направляемых графеном плазмонов. Энергия плазмона теряется как при инжекции, так и при удалении носителей. При ступенчатой модуляции возможен особый случай трансформации бегущего плазмона в модулированный по частоте стоячий плазмон постоянной амплитуды.

## **Методология и методы исследования**

При выводе адиабатических инвариантов для электромагнитной волны в нестационарной среде Лоренца использовался метод медленно меняющихся амплитуд. При выводе адиабатических инвариантов для поверхностных плазмонов, направляемых нестационарным графеном, использовались подходы теории нестационарных резонаторов и теории плавнонеоднородных волноводов.

При исследовании трансформации поверхностных плазмонов на скачке плотности носителей в графене использовался метод преобразования Лапласа с последующим применением методов контурного интегрирования на комплексной плоскости.

При нахождении собственных мод среды Лоренца с периодически модулированной концентрацией осцилляторов и графена с периодически модулированной поверхностной плотностью носителей использовался подход с использованием метода матрицы переноса и последующим решением задачи на собственные значения и собственные функции этой матрицы.

## **Апробация результатов работы и публикации**

Диссертационная работа выполнена на кафедре общей физики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского в 2018-2024 годах. По теме диссертации опубликовано 16 работ, в том числе 6 статей в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК, [A1–A6], а также 10 работ в сборниках трудов конференций [A7–A16].

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: XXVIII и XXIV международных симпозиумах “Нанопластика и наноэлектроника” (Нижегород, 2024, 2020), XIII, XI и IX международных конференциях по фотонике и информационной оптике (Москва, 2024, 2022, 2020), VI International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight 2022, Москва, 2022), Photonics and Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2022, Ханчжоу, Китай, 2022), The 9th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies (RJUSE 2021, Сендай, Япония, 2021), XXV и XXIII научных конференциях по радиофизике (Нижегород, 2021, 2019), The 8th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies (RJUSE 2019, Нижний Новгород, 2019).

Часть результатов работы по трансформации поверхностных плазмонов на нестационарном графене отмечена Медалью Российской академии наук для студентов высших учебных заведений 2021 года.

## **Достоверность результатов работы**

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением апробированных теоретических методов и согласованием результатов диссертационной работы в частных случаях с имеющимися в литературе данными других авторов, а также подтверждается апробацией результатов на представительных конференциях и публикациями в высокорейтинговых международных журналах.

## **Личный вклад автора**

Все результаты диссертации получены автором лично или при его непосредственном участии. Постановка задач и анализ полученных результатов проводились автором совместно с научным руководителем Бакуновым М.И. и Масловым А.В.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и списка публикаций по диссертации. Общий объем диссертации составляет 129 страниц, включая 39 рисунков, список литературы из 83 наименований на 8 страницах и список публикаций по диссертации из 16 наименований на 3 страницах.

## Краткое содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируются цель и задачи исследования, указываются научная новизна и практическая значимость диссертации, кратко описывается ее содержание, приводятся основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена исследованию трансформации электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца.

В п. 1.1 дан последовательный вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной, в том числе немонотонной (рис. 1), зависимостью концентрации осцилляторов от времени  $N(t)$  при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и деактивации) разнесены во времени. Так, например, на интервале  $t_2 < t < t_3$ , где  $N(t)$  увеличивается, поляризационный отклик среды записан в виде

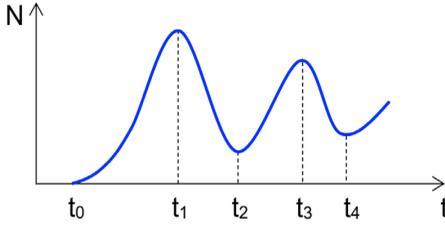


Рис. 1. Общий вид зависимости концентрации осцилляторов от времени.

$$\mathbf{P}(t) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} + \int_{t_2}^t \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t}, \quad (5)$$

где  $G(t) = dN/dt$  – темп активации осцилляторов, а  $\mathbf{p}(t, \tilde{t})$  – дипольный момент осциллятора, активированного в момент  $\tilde{t}$  с  $\mathbf{p} = 0$  и  $d\mathbf{p}/dt = 0$ . Показано, что с учетом уравнения осциллятора для  $\mathbf{p}$  уравнение (5) сводится к уравнению (1). На временном интервале  $t_3 < t < t_4$ , где  $N(t)$  уменьшается, поляризационный отклик записан в виде

$$\mathbf{P}(t) = \frac{N(t)}{N(t_3)} \left[ \frac{N(t_2)}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} + \int_{t_2}^{t_3} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} \right], \quad (6)$$

на основе которого впервые получено уравнение

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} + \Omega_0^2 \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E}. \quad (7)$$

Уравнения (1) и (7) справедливы на любых интервалах увеличения и уменьшения  $N(t)$  соответственно и, таким образом, являются материальными уравнениями нестационарной среды Лоренца. Показано также, что на интервалах убывания  $N(t)$  не справедлива формула для плотности тока  $\mathbf{J} = d\mathbf{P}/dt$ , вместо нее следует использовать формулу  $\mathbf{J} = Nd(\mathbf{P}/N)/dt$ .

В качестве материального уравнения среды Лоренца с изменяющейся во времени резонансной частотой осциллятора использовано уравнение

$$\frac{d^2 \mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2(t) \mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2}{4\pi} \mathbf{E}. \quad (8)$$

При скачкообразном увеличении концентрации осцилляторов  $N(t)$  из уравнения (1) следуют граничные условия  $\{\mathbf{P}\} = \{d\mathbf{P}/dt\} = 0$ , а при уменьшении  $N(t)$  интегрирование уравнения (7) по времени приводит к граничным условиям

$$\left\{ \frac{\mathbf{P}}{N} \right\} = \left\{ \frac{d \mathbf{P}}{dt N} \right\} = 0. \quad (9)$$

При скачкообразном изменении (как увеличении, так и уменьшении) резонансной частоты  $\Omega_0(t)$  из уравнения (8) следуют условия  $\{\mathbf{P}\} = \{d\mathbf{P}/dt\} = 0$ .

В п. 1.2 на основе материальных уравнений (1) и (7) рассмотрено распространение электромагнитной волны в нестационарной среде Лоренца и с помощью метода медленно меняющихся амплитуд впервые получены адиабатические инварианты

$$W \frac{\omega^2 - \Omega_0^2}{\omega} = \text{const}, \quad W \frac{\omega}{\omega^2 - \Omega_0^2} = \text{const} \quad (10)$$

для случаев медленного увеличения и уменьшения плотности осцилляторов соответственно. Полученные инварианты согласуются с известными инвариантами для недиспергирующего диэлектрика и плазмы в предельных случаях низких ( $\omega \ll \Omega_0$ ) и высоких ( $\omega \gg \Omega_0$ ) частот соответственно. Из формул (10) следует, что частотный сдвиг волны всегда сопровождается потерями энергии волны.

В случае медленного изменения (как увеличения, так и уменьшения) резонансной частоты  $\Omega_0(t)$  получен адиабатический инвариант вида

$$W/\omega = \text{const}, \quad (11)$$

совпадающий с инвариантом для недиспергирующего диэлектрика при произвольном соотношении частоты волны  $\omega$  и  $\Omega_0$ . В этом случае при увеличении  $\Omega_0(t)$  частота и энергия волны растут, а при уменьшении – убывают.

В п. 1.3 на основе граничных условий (3) и (9) рассмотрена трансформация электромагнитной волны в среде Лоренца со скачкообразным изменением (увеличением, уменьшением) концентрации осцилляторов  $N(t)$  или резонансной частоты осциллятора  $\Omega_0(t)$ . В случае увеличения  $N(t)$  установлена возможность применения граничных условий Моргенталера (2) для расчета трансформации низкочастотной ( $\omega \ll \Omega_0$ ) волны во вторичные низкочастотные волны. Показано, однако, что при этом на скачке возбуждаются и две высокочастотные ( $\omega > \Omega_0$ ) волны (распространяющиеся в противоположных направлениях) с амплитудами, сравнимыми с амплитудами низкочастотных волн. Дано объяснение возможности неучета высокочастотных волн в условиях Моргенталера: показано, что высокочастотные волны дают малый вклад в векторы  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$ . Тем не менее эти волны играют существенную роль в энергетике трансформации: в них может уходить значительная доля энергии исходной волны. Показано также, что

часть энергии может переходить в энергию свободных (не связанных с электромагнитным полем) колебаний осцилляторов.

В случае скачкообразного уменьшения  $N(t)$  показано, что условия Моргенталера не применимы даже в низкочастотном пределе и приводят к неверному выводу об увеличении энергии волн в результате скачка концентрации.

В случае скачкообразного изменения собственной частоты осциллятора показана применимость условий Моргенталера (2) в низкочастотном пределе как при увеличении, так и уменьшении  $\Omega_0(t)$ . Однако отмечено, что не всякий физический механизм изменения собственной частоты соответствует уравнению (8).

В п. 1.4 сделаны выводы по первой главе.

**Вторая глава** посвящена исследованию динамики поверхностных плазмонов, направляемых листом графена с изменяющейся во времени поверхностной плотностью свободных носителей.

В п. 2.1 сформулировано материальное уравнение для описания графена с переменной плотностью свободных носителей в модели Друде вида

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -vj + W_D(t)E_x(x, t) - \frac{\mu}{2}j, \quad (12)$$

которое отличается от используемого в литературе уравнения (4) наличием дополнительного члена в правой части, где  $\mu = -N^{-1} dN/dt$  – темп удаления носителей. Данный член описывает исчезновение тока удаляемых носителей.

В п. 2.2 получен общий вид адиабатического инварианта для поверхностного плазмона, направляемого листом графена с медленно изменяющейся во времени плотностью носителей и произвольным слоистым диэлектрическим окружением, вида

$$W\omega^\gamma = \text{const}, \quad (13)$$

где параметр  $\gamma$  имеет различные (постоянные) значения в случаях доминирования процессов инжекции или удаления носителей, в том числе с учетом соударений. Формула (13) была получена ранее для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы. В диссертации доказана ее справедливость для двумерного плазмopodobного листа (графена) с анизотропным токовым откликом.

В п. 2.3 исследована трансформация поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при скачкообразном возрастании плотности свободных носителей в графене. Показано, что плазмон трансформируется в два бегущих во встречных направлениях плазмона повышенной частоты, уходящее от графена переходное излучение и двухпотоковое равномерное движение фоновых и вновь инжектированных носителей с нулевым суммарным током. Исследовано угловое распределение переходного излучения. Исследована энергетика процесса трансформации. Показано, что потери энергии на переходное излучение могут быть значительными для слабо замедленных плазмонов, а потери на возбуждение равномерного движения носителей – как для слабо замедленных, так и (особенно)

сильно замедленных плазмонов (в последнем случае в кинетическую энергию двухпоточкового движения носителей может уходить до половины энергии первичного плазмона).

В п. 2.4 сделаны выводы по второй главе.

**Третья глава** посвящена исследованию параметрического преобразования электромагнитных волн в среде Лоренца с периодической модуляцией во времени концентрации осцилляторов и поверхностных плазмонов, направляемых графеном с периодически модулированной поверхностной плотностью свободных носителей.

В п. 3.1 исследованы электромагнитные волны в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией концентрации осцилляторов на основе систем граничных условий, адекватных физически отличающимся случаям увеличения и уменьшения числа осцилляторов. Для отыскания собственных мод системы решена задача на собственные значения и собственные функции матрицы пересчета полей через период модуляции. Собственные числа  $\lambda_{1,2,3,4}$  по величине не превосходят единицы, следовательно, параметрическое усиление невозможно.

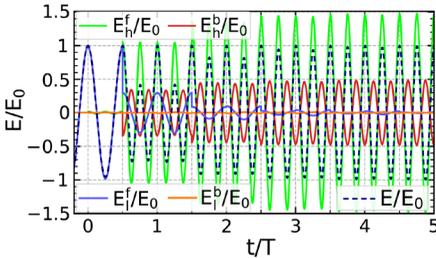


Рис. 2. Зависимости от времени электрических полей низкочастотных ( $E_l^f$ ,  $E_l^b$ ) и высокочастотных ( $E_h^f$ ,  $E_h^b$ ) волн, распространяющихся в прямом (индекс  $f$ ) и обратном (индекс  $b$ ) направлениях, а также полного поля  $E$  (нормированных на амплитуду исходной волны  $E_0$ ) при глубине модуляции плазменной частоты, равной 0,3. Отношение средней плазменной частоты к резонансной частоте осциллятора равно 0,2, замедление исходной волны 1,97, средняя частота низкочастотной волны в два раза превышает частоту модуляции. Модуляция начинается в момент  $t = 0$ .

В п. 3.2 исследовано параметрическое преобразование поверхностных плазмонов, направляемых листом графена, при периодической модуляции плотности свободных носителей в графене.

В п. 3.2.1 рассмотрен случай ступенчатой модуляции. Плазмоны считаются сильно замедленными (квазистатическими), что позволяет пренебречь их

Найден особый случай мод с практически постоянной энергией, соответствующий собственным значениям  $|\lambda_{1,2}| \approx 1$ . В этом случае активация и деактивация осцилляторов происходят в моменты, когда как потенциальная, так и кинетическая энергии осцилляторов обращаются в ноль ( $\mathbf{p} = 0$  и  $d\mathbf{p}/dt = 0$ ). Исследованы переходные (после начала модуляции) режимы трансформации исходной волны с участием данных мод. Установлено, что несмотря на потери энергии в ходе переходных процессов исходная волна может трансформироваться в волны удвоенной или половинной частоты с высокой эффективностью по амплитуде. На рис. 2 представлена трансформация исходной низкочастотной волны в высокочастотные волны удвоенной средней частоты, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях.

трансформацией в объемное излучение. Для отыскания собственных мод системы решена задача на собственные значения и собственные функции матрицы пересчета плазмонных полей через период модуляции. Собственные числа  $\lambda_{1,2}$  по величине не превосходят единицы (рис. 3), следовательно, параметрическое усиление невозможно. Более того, как правило,  $|\lambda_{1,2}| < 1$ , т.е. собственные моды являются затухающими.

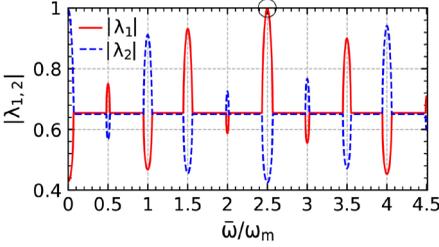


Рис. 3. Зависимости  $|\lambda_{1,2}|$  от отношения средней частоты плазмона  $\bar{\omega}$  к частоте модуляции  $\omega_m$  при глубине модуляции веса Друде 0,4 и замедлении плазмона, равном 15.

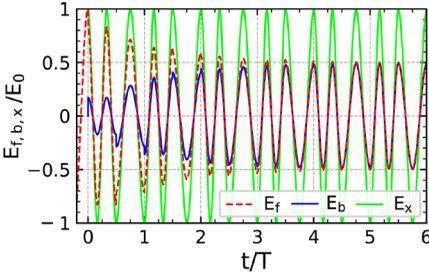


Рис. 4. Зависимости от времени электрических полей плазмонов, распространяющихся в прямом ( $E_f$ ) и обратном ( $E_b$ ) направлениях, а также полного поля  $E_x$  при глубине модуляции 0,4 и замедлении начального плазмона, равном 15. Модуляция начинается в момент  $t = 0$ .

В п. 3.3 сделаны выводы по третьей главе.

**В заключении** представлены основные результаты диссертации.

## Основные результаты

1. Получены материальные уравнения для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью числа структурных элементов среды

Особый случай  $|\lambda_1| = 1$  при  $\bar{\omega}/\omega_m = 2.25$  на рис. 3 соответствует стоячей волне постоянной амплитуды. Отсутствие потерь энергии у этой моды связано с тем, что инжекция и удаление носителей происходят в моменты, когда скорость колеблющихся носителей проходит через нуль. На рис. 4 показано возбуждение данной моды начальным бегущим плазмоном в ходе переходного процесса после начала модуляции графена. После 3-4 циклов модуляции формируется стоячая волна с постоянной амплитудой, равной амплитуде начального плазмона. Рассмотрены и другие переходные режимы с возбуждением бегущих и затухающих стоячих мод.

В п. 3.2.2 рассмотрен случай медленной синусоидальной модуляции. В этом случае трансформация начального плазмона в объемное излучение пренебрежимо мала при любом замедлении плазмона. Рассмотрение ведется на основе полученных в п. 2. адиабатических инвариантов. Исследована зависимость темпа затухания плазмона от глубины модуляции и начального замедления плазмона.

(осцилляторов) от времени при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и деактивации) разнесены во времени.

2. Найдены комбинации энергии и частоты электромагнитной волны (адиабатические инварианты), сохраняющиеся при распространении волны в среде Лоренца с медленно изменяющейся во времени концентрацией осцилляторов.

3. Установлены границы применимости модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью (модели Моргенталера) для описания резонансных диспергирующих сред с переменными во времени параметрами.

4. Сформулировано материальное уравнение для описания графена с переменной поверхностной плотностью свободных носителей в модели Друде.

5. Показано, что известные адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы, выполняются и для поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазмopodobным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью свободных носителей.

6. Установлено, что собственные моды среды Лоренца с периодически модулированной во времени концентрацией осцилляторов являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, показана невозможность параметрического усиления волн. Объяснены механизмы потерь энергии волн в моменты уменьшения и увеличения числа осцилляторов. Указан особый случай мод с практически постоянной энергией. Найдены практически интересные режимы удвоения и деления пополам частоты бегущей волны с высокой эффективностью по амплитуде.

7. Показано, что периодическая модуляция во времени поверхностной плотности носителей в графене за счет их инжекции и удаления не может приводить к параметрическому усилению направляемых графеном плазмонов. Указан механизм потерь энергии в моменты инжекции и удаления носителей. Для графена со ступенчатой модуляцией плотности носителей найден особый режим трансформации бегущего плазмона в модулированный по частоте стоячий плазмон постоянной амплитуды.

## Список литературы

1. Morgenthaler, F. R. Velocity modulation of electromagnetic waves // IRE Trans. Microw. Theory Tech. – 1958. – V. 6. – P. 167.
2. Zhou, Y. et al. Broadband frequency translation through time refraction in an epsilon-near-zero material // Nature Commun. – 2020. – V. 11. – P. 2180.
3. Jiang, C. L. Wave propagation and dipole radiation in a suddenly created plasma // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1975. – V. 23. – P. 83.
4. Moussa, H. et al. Observation of temporal reflection and broadband frequency translation at photonic time interfaces // Nature Phys. – 2023. – V. 19. – P. 863.
5. Bakunov, M. I., Maslov, A. V. Trapping of electromagnetic wave by nonstationary plasma layer // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 79. – P. 4585.

6. Galiffi, E. et al. Wood anomalies and surface-wave excitation with a time grating // *Phys. Rev. Lett.* – 2020. – V. 125. – P. 127403.
7. Bakunov, M. I., Zhukov, S. N. Conversion of a surface electromagnetic wave at the boundary of a time-varying plasma // *Plasma Phys. Rep.* – 1996. – V. 22. – P. 649.
8. Maslov, A. V., Bakunov, M. I. Temporal scattering of a graphene plasmon by a rapid carrier density decrease // *Optica.* – 2018. – V. 5. – P. 1508.
9. Sounas, D. L., Alú, A. Non-reciprocal photonics based on time modulation // *Nature Photon.* – 2017. – V. 11. – P. 774.
10. Pacheco-Peña, V., Engheta, N. Temporal aiming // *Light Sci. Appl.* – 2020. – V. 9. – P. 129.
11. Ostrovskii, L. A., Stepanov, N. S. Nonresonance parametric phenomena in distributed systems: A review // *Radiophys. Quantum Electron.* – 1971. – V. 14. – P. 387.
12. Galiffi, E. et al. Photonics of time-varying media // *Adv. Photonics.* – 2022. – V. 4. – P. 014002.
13. Boltasseva, A., Shalaev, V. M., Segev, M. Photonic time crystals: from fundamental insights to novel applications: opinion // *Opt. Mater. Express.* – 2024. – V. 14. – P. 592.
14. Stepanov, N. S. Dielectric constant of unsteady plasma // *Radiophys. Quantum Electron.* – 1976. – V. 19. – P. 683.
15. Dodin, I. Y., Fisch, N. J. Damping of linear waves via ionization and recombination in homogeneous plasmas // *Phys. Plasmas.* – 2010. – V. 17. – P. 112113.
16. Khurgin, J. B. et al. Adiabatic frequency shifting in epsilon-near-zero materials: the role of group velocity // *Optica.* – 2020. – V. 7. – P. 226.
17. Lee, K. et al. Linear frequency conversion via sudden merging of meta-atoms in time-variant metasurfaces // *Nature Photon.* – 2018. – V. 12. – P. 765.
18. Huang, K., Hong, T. Dielectric polarization and electric displacement in polar-molecule reactions // *J. Phys. Chem. A.* – 2015. – V. 119. – P. 8898.
19. Qu, K. et al. Theory of electromagnetic wave frequency upconversion in dynamic media // *Phys. Rev. E* – 2018. – V. 98. – P. 023202.
20. Solís, D. M., Engheta, N. Functional analysis of the polarization response in linear time-varying media: A generalization of the Kramers-Kronig relations // *Phys. Rev. B* – 2021. – V. 103. – P. 144303.
21. Asadchy, V. et al. Parametric Mie resonances and directional amplification in time-modulated scatterers // *Phys. Rev. Appl.* – 2022. – V. 18. – P. 054065.
22. Ptıtcyn, G. et al. Floquet–Mie theory for time-varying dispersive spheres // *Laser Photon. Rev.* – 2023. – V. 17. – P. 2100683.
23. Stepanov, N. S. Waves in nonstationary media // *Radiophys. Quantum Electron.* – 1993. – V. 36. – P. 401.
24. Kravtsov, Y. A., Ostrovsky, L. A., Stepanov, N. S. Geometrical optics of inhomogeneous and nonstationary dispersive media // *Proc. IEEE.* – 2005. – V. 62. – P. 1492.

25. Bakunov, M. I., Grachev, I. S. Energetics of electromagnetic wave transformation in a time-varying magnetoplasma medium // *Phys. Rev. E.* – 2002. – V. 65. – P. 036405.
26. Bakunov, M. I., Maslov, A. V. Reflection and transmission of electromagnetic waves at a temporal boundary: comment // *Opt. Lett.* – 2014. – V. 39. – P. 6029.
27. Solís, D. M., Kastner, R., Engheta, N. Time-varying materials in the presence of dispersion: plane-wave propagation in a Lorentzian medium with temporal discontinuity // *Photon. Research.* – 2021. – V. 9. – P. 1842.
28. Stanić, B. V. Electromagnetic waves in a suddenly created Lorentz medium and plasma // *J. Appl. Phys.* – 1991. – V. 70. – P. 1987.
29. Maslov, A. V., Erykalin, A. A., Bakunov, M. I. Electromagnetic wave transformation in an oscillator medium with growing density // *Phys. Rev. E.* – 2021. – V. 103. – P. 043207.
30. Feng, F., Wang, N., Wang, G. P. Temporal transfer matrix method for Lorentzian dispersive time-varying media // *Appl. Phys. Lett.* – 2024. – V. 124. – P. 101701.
31. Grigorenko, A. N., Polini, M., Novoselov, K. S. Graphene plasmonics // *Nature Photon.* – 2012. – V. 6. – P. 749.
32. Jablan, M., Soljačić, M., Buljan, H. Plasmons in graphene: fundamental properties and potential applications // *Proc. IEEE.* – 2013. – V. 101. – P. 1689.
33. Li, T. et al. Femtosecond population inversion and stimulated emission of dense Dirac fermions in graphene // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 108. – P. 167401.
34. Johannsen, J. C. et al. Direct view of hot carrier dynamics in graphene // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – V. 111. – P. 027403.
35. Gierz, I. et al. Snapshots of non-equilibrium Dirac carrier distributions in graphene // *Nature Mater.* – 2013. – V. 12. – P. 1119.
36. George, P. A. et al. Ultrafast optical-pump terahertz-probe spectroscopy of the carrier relaxation and recombination dynamics in epitaxial graphene // *Nano Lett.* – 2008. – V. 8. – P. 4248.
37. Liu, Z., Li, Z., Aydin, K. Time-varying metasurfaces based on graphene microribbon arrays // *Acs Photon.* – 2016. – V. 3. – P. 2035.
38. Shaltout, A. M., Shalaei, V. M., Brongersma, M. L. Spatiotemporal light control with active metasurfaces // *Science.* – 2019. – V. 364. – P. 3100.
39. Correas-Serrano, D., Alù, A., Gomez-Diaz, J. S. Magnetic-free nonreciprocal photonic platform based on time-modulated graphene capacitors // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V. 98. – P. 165428.
40. Salary, M. M., Jafar-Zanjani, S., Mosallaei, H. Time-varying metamaterials based on graphene-wrapped microwires: Modeling and potential applications // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V. 97. – P. 115421.
41. Galiffi, E., Huidobro, P. A., Pendry, J. B. Broadband nonreciprocal amplification in luminal metamaterials // *Phys. Rev. Lett.* – 2019. – V. 123. – P. 206101.
42. Wilson, J., et al. Temporal control of graphene plasmons // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V. 98. – P. 081411.
43. Wilson, J., Santosa, F., Martin, P. A. Temporally manipulated plasmons on graphene // *SIAM J. Appl. Math.* – 2019. – V. 79. – P. 1051.

44. Rahmanzadeh, M., Rejaei, B., Khavasi, A. Analysis of electromagnetic scattering from array of time-modulated graphene ribbons // *Opt. Express.* – 2023. – V. 31. – P. 21739.
45. Bakunov, M. I. et al. Adiabatic frequency shifting of a surface wave guided by a time-varying plasma structure // *Phys. Plasmas.* – 2000. – V. 7. – P. 1035.
46. Menendez, G. A., Maes, B. Time reflection and refraction of graphene plasmons at a temporal discontinuity // *Opt. Lett.* – 2017. – V. 42. – P. 5006.
47. Lustig, E. et al. Photonic time-crystals – fundamental concepts // *Opt. Express.* – 2023. – V. 31. – P. 9165.
48. Park, J. et al. Revealing non-Hermitian band structure of photonic Floquet media // *Sci. Adv.* – 2022. – V. 8. – P. 6220.
49. Holberg, D., Kunz, K. Parametric properties of fields in a slab of time-varying permittivity // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1966. – V. 14. – P. 183.
50. Zurita-Sánchez, J. R., Halevi, P., Cervantes-Gonzalez, J. C. Reflection and transmission of a wave incident on a slab with a time-periodic dielectric function  $\varepsilon(t)$  // *Phys. Rev. A.* – 2009. – V. 79. – P. 053821.
51. Koutserimpas, T. T. Parametric amplification interactions in time-periodic media: coupled waves theory // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2022. – V. 39. – P. 481.
52. Lustig, E., Sharabi, Y., Segev, M. Topological aspects of photonic time crystals // *Optica.* – 2018. – V. 5. – P. 1390.
53. Gaxiola-Luna, J. G., Halevi, P. Temporal photonic (time) crystal with a square profile of both permittivity  $\varepsilon(t)$  and permeability  $\mu(t)$  // *Phys. Rev. B.* – 2021. – V. 103. – P. 144306.

### **Список публикаций по диссертации**

- [A1] Shirokova, A. V. Scattering of surface plasmons on graphene by abrupt free-carrier generation / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // *Phys. Rev. B.* – 2019. – V. 100. – № 4. – P. 045424.
- [A2] Bakunov, M. I. Adiabatic invariants for surface plasmons on temporally dynamic graphene / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, A. V. Maslov // *J. Opt.* – 2020. – V. 22. – № 9. – P. 095005.
- [A3] Bakunov, M. I. Constitutive relations and adiabatic invariants for electromagnetic waves in a dynamic Lorentz medium / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, A. V. Maslov // *Phys. Rev. B.* – 2021. – V. 104. – № 3. – P. 035112.
- [A4] Bakunov, M. I. Light scattering at a temporal boundary in a Lorentz medium / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov // *Opt. Lett.* – 2021. – V. 46. – № 19. – P. 4988-4991.
- [A5] Shirokova, A. V. Surface plasmon transformation on dynamic graphene with a periodic modulation of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // *Phys. Rev. B.* – 2023. – V. 108. – № 24. – P. 245139.
- [A6] Bakunov, M. I. Electromagnetic waves in a Lorentzian medium with periodically modulated oscillator density / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov // *Phys. Rev. A.* – 2024. – V. 110. – № 6. – P. 063532.

- [A7] Широкова, А. В. Трансформация поверхностного плазмона при резком возрастании концентрации носителей в графене / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // Труды XXIII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения Н. А. Железцова, Нижний Новгород, 13–21 мая. – 2019. – С. 329-331.
- [A8] Shirokova, A. V. Graphene plasmon transformation at a rapid increase of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // 8th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies: Program and Proceedings, Nizhny Novgorod, Russia, 8–11 July. – 2019. – P. 167-168.
- [A9] Широкова, А. В. Адиабатическая трансформация плазмона на поверхности нестационарного графена / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // IX международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 29–31 января. – 2020. – С. 119-120.
- [A10] Широкова, А. В. Адиабатическая трансформация электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // Труды XXV научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 14–26 мая. – 2021. – С. 312-314.
- [A11] Shirokova, A. V. Graphene plasmon transformation at a periodic modulation of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // 9th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies: Technical Digest, Sendai, Japan, 1–4 November. – 2021. – P. 20-21.
- [A12] Курников, М. А. Дисперсионные эффекты при трансформации волн на временной границе / М. А. Курников, А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XI международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 26–28 января. – 2022. – С. 161-162.
- [A13] Широкова, А. В. Адиабатическое преобразование электромагнитных волн в нестационарной среде из осцилляторов / А. В. Широкова, М. И. Бакунов, А. В. Маслов // XI международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 26–28 января. – 2022. – С. 155-156.
- [A14] Shirokova, A. V. Scattering of an electromagnetic wave at a temporal boundary in an oscillator medium / A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // VI International Conference on Ultrafast Optical Science, Moscow, Russia, 3–7 October. – 2022. – P. 45.
- [A15] Широкова, А. В. Материальные уравнения для поверхностных плазмонов на нестационарном графене / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XIII международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 24–26 января. – 2024. – С. 129-130.
- [A16] Широкова, А. В. Динамика плазмона на графене с периодической модуляцией плотности носителей во времени / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XXVIII международный симпозиум “Нанофизика и наноэлектроника”, Нижний Новгород, 11–15 марта. – 2024. – С. 871-872.

## ОГЛАВЛЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

### **Введение**

### **Глава 1. Трансформация электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца**

- 1.1. Материальные уравнения сред с переменным числом осцилляторов и переменной собственной частотой осциллятора
- 1.2. Адиабатические инварианты для электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца
- 1.3. Анализ применимости модели недиспергирующего диэлектрика
- 1.4. Выводы по главе 1

### **Глава 2. Динамика поверхностных плазмонов на нестационарном графене**

- 2.1. Материальные уравнения графена с переменной плотностью носителей в модели Друде
- 2.2. Адиабатические инварианты для поверхностных плазмонов
- 2.3. Трансформация плазмона при резком возрастании плотности носителей во времени
- 2.4. Выводы по главе 2

### **Глава 3. Параметрическое преобразование волн при периодической модуляции числа частиц**

- 3.1. Параметрическое преобразование волн в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией плотности осцилляторов
- 3.2. Параметрическое преобразование поверхностных плазмонов на графене
  - 3.2.1. Ступенчатая модуляция плотности носителей
  - 3.2.2. Медленная синусоидальная модуляция плотности носителей
- 3.3. Выводы по главе 3

### **Заключение**

### **Список литературы**

### **Список публикаций по диссертации**

Подписано в печать \_\_.\_\_.\_\_\_\_ г. Формат 60×84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать цифровая.  
Уч.-изд. л. 1. Заказ № \_\_\_\_\_. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в типографии ННГУ им. Н.И. Лобачевского.  
603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37