

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

На правах рукописи



Широкова Анастасия Владимировна

**Трансформация электромагнитных волн при изменении во времени
числа частиц в среде Лоренца и графене**

1.3.19 – Лазерная физика

Диссертация
на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Бакунов Михаил Иванович

Нижегород – 2025

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Трансформация электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца	22
1.1. Материальные уравнения сред с переменным числом осцилляторов и переменной собственной частотой осциллятора	22
1.2. Адиабатические инварианты для электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца	30
1.3. Анализ применимости модели недиспергирующего диэлектрика	38
1.4. Выводы по главе 1.....	49
Глава 2. Динамика поверхностных плазмонов на нестационарном графене 51	51
2.1. Материальные уравнения графена с переменной плотностью носителей в модели Друде.....	52
2.2. Адиабатические инварианты для поверхностных плазмонов.....	55
2.3. Трансформация плазмона при резком возрастании плотности носителей во времени.....	66
2.4. Выводы по главе 2.....	82
Глава 3. Параметрическое преобразование волн при периодической модуляции числа частиц	83
3.1. Параметрическое преобразование волн в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией плотности осцилляторов.....	83
3.2. Параметрическое преобразование поверхностных плазмонов на графене	100
3.2.1 Ступенчатая модуляция плотности носителей.....	100
3.2.2 Медленная синусоидальная модуляция плотности носителей.....	112
3.3. Выводы по главе 3.....	116
Заключение.....	117
Список литературы.....	119
Список публикаций по диссертации	127

Введение

Актуальность и степень разработанности темы

В последние годы в связи с активными исследованиями в области метаматериалов возникла новая волна интереса к электромагнитным явлениям в нестационарных средах. Нестационарность среды может приводить к таким специфическим эффектам, как широкополосный частотный сдвиг [1, 2], отражение от временной границы [1, 3, 4], трансформация объемного излучения в волны поверхностного типа и обратно без пространственной модуляции границы [5–8], невзаимность распространения волн в отсутствие намагничения среды [9], динамическое переключение направления распространения волновых пучков [10] и др. Нестационарные среды энергетически активны, обладая способностью обмениваться энергией с волнами даже в отсутствие обычных механизмов поглощения или усиления [11]. Использование времени в качестве новой степени свободы рассматривается как перспективная возможность для развития фотоники и плазмоники [12, 13].

При исследовании электромагнитных явлений в нестационарных средах наиболее часто используется модель недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(t)$, введенная Моргенталером в 1958 году [1]. Поскольку, однако, все реальные среды являются в той или иной степени диспергирующими, возникает вопрос о границах применимости модели Моргенталера. Данный вопрос может быть решен только на основе более общей модели нестационарной диспергирующей среды. Ранее рассмотрение нестационарных диспергирующих сред ограничивалось в основном случаем нестационарной плазмы, который не допускает перехода к бездисперсионному приближению [3, 14–16]. Плазменная модель не позволяет также описывать взаимодействие электромагнитных волн с резонансами структурных элементов (атомов, молекул) нестационарных сред. Между тем такие резонансы могут играть важную роль, например, для электромагнитных процессов в нестационарных метаматериалах [17] или смеси химически реагирующих молекул [18].

В последнее время в качестве модели нестационарных резонансных сред стали использовать среду Лоренца с переменными во времени параметрами [19]. Структурным элементом среды Лоренца является классический осциллятор (заряженная частица, связанная квазиупругой силой с неподвижным центром), способный взаимодействовать с электрическим полем волны и другими осцилляторами среды. В качестве механизма нестационарности обычно полагают изменение (увеличение или уменьшение) числа (концентрации) осцилляторов во времени. Данная модель соответствует, например, метаматериалу, структурные элементы которого (метаатомы) активируются или деактивируются воздействием извне. На практике активация и деактивация резонансов метаатомов могут осуществляться путем фотогенерации свободных носителей в полупроводниковой подложке металлических разорванных кольцевых резонаторов, играющих роль метаатомов [17]. Среда Лоренца с переменным числом осцилляторов адекватна также возникновению или исчезновению полярных молекул в ходе химической реакции [18]. В литературе рассматривается и среда Лоренца с изменяющейся во времени собственной частотой осциллятора [20].

Корректное описание электромагнитных процессов в нестационарной среде должно основываться на материальных уравнениях, адекватных физическому механизму нестационарности среды. В качестве материального уравнения среды Лоренца с переменной концентрацией осцилляторов $N(t)$ используют уравнение связи вектора поляризации среды \mathbf{P} с электрическим полем \mathbf{E} вида [20–22]

$$\frac{d^2\mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2\mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi}\mathbf{E}, \quad (1)$$

где Ω_0 – резонансная частота осциллятора, $\Omega_p(t) = \sqrt{4\pi e^2 N(t)/m}$ – плазменная частота, e и m – заряд и масса колеблющейся частицы осциллятора. Существенно, что уравнение (1) используется в литературе как при возрастающей, так и при убывающей функции $N(t)$ [20–22].

В диссертации дан последовательный вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью $N(t)$ при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и

деактивации) разнесены во времени. Показано, что на временных интервалах, где число осцилляторов уменьшается, материальное уравнение имеет отличный от уравнения (1) вид, и, следовательно, использование уравнения (1) является некорректным. На основе корректных материальных уравнений рассмотрено распространение электромагнитной волны в нестационарной среде Лоренца и впервые найдены комбинации энергии и частоты волны (адиабатические инварианты), сохраняющиеся при медленных изменениях концентрации осцилляторов во времени. Найденные инварианты отличаются от инвариантов, полученных ранее для диэлектрика [11, 23, 24] и плазмы [15, 23, 25], но согласуются с ними в предельных случаях низких и высоких частот. Из найденных инвариантов следует, что сдвиг частоты волны сопровождается уменьшением энергии волны как в случае увеличения, так и уменьшения числа осцилляторов.

С использованием найденных инвариантов исследованы условия применимости модели недиспергирующего диэлектрика с $\varepsilon(t)$ (модели Моргенталера). Показано, что в случае нарастающей функции $N(t)$ (увеличения числа осцилляторов) модель Моргенталера применима при условии малости частоты волны по сравнению с резонансной частотой осциллятора (бездисперсионный предел, когда инерция осциллятора не сказывается). В случае убывающей функции $N(t)$ (уменьшения числа осцилляторов) модель Моргенталера оказывается неприменимой даже в бездисперсионном (низкочастотном) пределе, а ее использование приводит к физически неверному выводу об увеличении энергии волны.

В диссертации исследована также динамика электромагнитной волны в среде Лоренца с изменяющейся во времени собственной частотой осциллятора $\Omega_0(t)$. В этом случае адиабатический инвариант имеет один и тот же вид как при нарастающей, так и при убывающей функции $\Omega_0(t)$, а для применимости модели Моргенталера достаточно низкочастотного приближения.

Для описания трансформации электромагнитных волн в средах с быстро изменяющимися (по сравнению с периодом волны) свойствами широко используется модель временной границы (мгновенного скачка свойств среды). В рамках данной модели волны после скачка могут быть связаны с исходной волной условиями

непрерывности полей на границе. Конкретный вид условий непрерывности зависит от материальных уравнений среды, отличаясь, например, в случаях недиспергирующего диэлектрика и плазмы, что не всегда правильно понимается в литературе [26]. Для недиспергирующего диэлектрика со скачком $\varepsilon(t)$ Моргенталером были введены условия непрерывности векторов электрической (\mathbf{D}) и магнитной (\mathbf{B}) индукции [1]

$$\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{B}\} = 0 \quad (2)$$

(скобки означают перепад вложенных в них величин на границе). Для среды Лоренца со скачком $N(t)$ в литературе используют условия непрерывности

$$\{\mathbf{E}\} = \{\mathbf{B}\} = \{\mathbf{P}\} = \left\{ \frac{d\mathbf{P}}{dt} \right\} = 0, \quad (3)$$

причем как в случае увеличения $N(t)$ [19, 27–29], так и в случае уменьшения [30].

В диссертации показано, что условия (3) не применимы к случаю уменьшения числа осцилляторов на временной границе, и получены корректные граничные условия для этого случая. Показано также, что полученные граничные условия ни в каком приближении не сводятся к условиям Моргенталера (2). С использованием полученных условий продемонстрировано уменьшение энергии волн в результате скачка $N(t)$ в отличие от усиления, вытекающего из применения условий (2). Для случая увеличения числа осцилляторов на временной границе показана применимость условий (2) к низкочастотным модам среды Лоренца, при этом раскрыта роль высокочастотных мод в выполнении условий (3) и в энергетическом балансе в системе. Показана также важность учета возбуждения собственных колебаний осцилляторов в энергетическом балансе.

В диссертации исследован также случай резкого изменения собственной частоты осциллятора $\Omega_0(t)$. Показана применимость граничных условий (3), а в низкочастотном пределе – условий (2), но при некоторых ограничениях на физический механизм изменения $\Omega_0(t)$.

Графен рассматривается как перспективный материал для плазмоники терагерцового и инфракрасного диапазонов в связи с его способностью направлять сильно локализованные и слабо затухающие поверхностные плазмоны,

дисперсионными свойствами которых можно эффективно управлять путем изменения поверхностной плотности свободных носителей заряда (поверхностной проводимости) графена [31, 32]. Изменения проводимости могут обеспечиваться приложением управляющего напряжения или оптическим воздействием и могут быть как медленными, так и быстрыми по сравнению с периодом плазмона. Воздействие ультракороткими лазерными импульсами позволяет генерировать в графене свободные носители на временах от нескольких десятков фемтосекунд до пикосекунд [33–35]. Последующая релаксация происходит на масштабе нескольких пикосекунд [33, 34, 36]. Изменением управляющего напряжения удастся модулировать проводимость графена на частотах до ~ 10 ГГц [37, 38].

При теоретическом описании динамики поверхностных плазмонов, направляемых графеном с переменной во времени плотностью носителей, в литературе часто используется зависящая от частоты ω стационарная поверхностная проводимость графена $\sigma(\omega, E_F)$, в которой, однако, энергия Ферми считается функцией времени $E_F = E_F(t)$ [37, 39–41]. На некорректность подобного подхода было указано ранее применительно к электромагнитным волнам в объемной плазме с процессами ионизации и рекомбинации [14, 24]. Действительно, данный подход не учитывает различий между движением существующих и вновь появляющихся электронов, а также потерь кинетической энергии рекомбинирующих электронов.

В недавних работах [6, 42–44] в качестве материального уравнения нестационарного графена было использовано уравнение связи плотности поверхностного тока j с тангенциальной (вдоль направления распространения плазмона x) компонентой электрического поля E_x вида

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\nu j + W_D(t)E_x(x, t), \quad (4)$$

где ν – частота релаксации тока, а $W_D(t)$ – зависящий от времени вес Друде (пропорциональный квадратному корню из плотности носителей в графене $N(t)$). При этом предполагалось, что уравнение (4) определяет динамику тока при произвольной зависимости $N(t)$.

В диссертации указано, что уравнение (4) не применимо к описанию графена с уменьшающейся плотностью носителей (убывающей функцией $N(t)$). Для этого случая записано корректное материальное уравнение с дополнительным членом в правой части, учитывающим исчезновение тока удаляемых носителей. С использованием полученного уравнения и уравнения (4) получены адиабатические инварианты для поверхностного плазмона, направляемого листом графена с произвольным слоистым диэлектрическим окружением, при медленном изменении (уменьшении и увеличении) плотности носителей в графене. Полученные инварианты являются обобщением инвариантов, найденных ранее для поверхностных волн, направляемых планарными структурами с объемной плазмой (плазменным полупространством и слоем) [45]. В отличие от объемной плазмы отклик двумерного электронного (дырочного) газа в графене на приложенное электрическое поле является сильно анизотропным: ток протекает в плоскости графенового листа и связан только с тангенциальной компонентой электрического поля. Кроме того, материальное уравнение графена (см. уравнение (4)) зависит от плотности носителей иначе, чем материальное уравнение обычного электронного газа [45]. На основе полученных инвариантов в диссертации исследована эволюция частоты и амплитуды поверхностного плазмона, направляемого нестационарным листом графена.

В недавних работах [42, 46] в квазистатическом приближении была рассмотрена трансформация поверхностного плазмона при скачкообразном изменении (как увеличении, так и уменьшении) во времени плотности носителей в графене и предсказан эффект усиления плазмона – превышения суммарной энергии вторичных плазмонов над энергией исходного плазмона. В работе [46] усиление плазмона предсказано для графена с уменьшающейся плотностью носителей, а в работе [42] – с увеличивающейся плотностью. В работе [8], однако, было указано на использование некорректных условий непрерывности на временной границе с уменьшением плотности носителей в работах [42, 46], а также проведено более корректное исследование данного случая на основе физически обоснованных условий непрерывности и показано уменьшение энергии плазмона.

В диссертации подход работы [8] распространен на случай скачкообразного увеличения плотности носителей. На основе точного решения уравнений Максвелла методом Лапласа, в предположении непрерывности на скачке тока «фоновых» (существовавших в графене) носителей и равенства нулю в момент скачка тока вновь появившихся носителей, исследована трансформация поверхностного плазмона в сдвинутые по частоте вверх поверхностные плазмоны и объемное переходное излучение. Показано, что суммарная энергия вторичных плазмонов и переходного излучения меньше энергии исходного плазмона, а разница энергий переходит в кинетическую энергию двухпоточкового равномерного движения фоновых и вновь появившихся электронов. Таким образом, опровергнуто предсказанное в работе [42] усиление плазмона.

Особый интерес исследователей вызывает возможность параметрического усиления волн в средах с периодической модуляцией диэлектрических свойств во времени. В таких средах, называемых временными фотонными кристаллами [12, 49–53] или средами Флоке [54, 55], дисперсионные кривые электромагнитных волн разделены запрещенными зонами по волновому числу, аналогично запрещенным зонам по частоте в пространственно-периодических средах [56]. Собственные моды сред Флоке с волновыми числами, находящимися в запрещенных зонах, представляют собой стоячие волны, амплитуды которых экспоненциально убывают или возрастают со временем [56]. Перспектива использования явления возрастания амплитуды волн (параметрического усиления) в прикладных целях и привлекает исследователей.

Явление параметрического усиления волн исследовалось в основном в рамках модели недиспергирующего диэлектрика (модели Моргенталера), как для синусоидального [49, 56, 57], так и ступенчатого [58, 59] законов изменения $\varepsilon(t)$. Данная модель, однако, имеет ограниченную область применимости, как обсуждалось выше. В недавней работе [20] для исследования параметрических явлений в диспергирующих средах в качестве более реалистичной модели было предложено использовать среду Лоренца с периодически изменяющейся концентрацией осцилляторов $N(t)$. На основе данной модели существование параметрического усиления

было подтверждено как для синусоидального [21, 22], так и ступенчатого [30] режимов модуляции $N(t)$. В работах [20–22] считалось, однако, что поляризационный отклик среды Лоренца описывается одним и тем же материальным уравнением (1) как на стадиях увеличения, так и уменьшения $N(t)$. Аналогично в работе [30] использовались одни и те же граничные условия (3) при скачкообразном увеличении и уменьшении $N(t)$. Как отмечалось выше, такое описание является некорректным.

В диссертации исследованы электромагнитные волны в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией числа осцилляторов на основе двух различных систем граничных условий, адекватных физически отличающимся случаям увеличения и уменьшения числа осцилляторов. Установлено, что собственные моды периодически модулированной среды Лоренца являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, что говорит о невозможности параметрического усиления в смысле увеличения энергии волн. Показано, что энергия волн теряется как в моменты уменьшения, так и увеличения числа осцилляторов, и указаны соответствующие механизмы потерь. Найден особый случай мод с почти постоянной энергией. Исследованы переходные режимы трансформации исходной волны после начала модуляции. Установлено, что, несмотря на потери энергии в ходе переходных процессов, исходная волна может трансформироваться в волны удвоенной или половинной частоты с высокой эффективностью по амплитуде.

В недавних работах [42, 43] была предсказана возможность параметрического усиления поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при периодической модуляции плотности носителей в графене. В этих работах, однако, в качестве материального уравнения некорректно используется одно и то же уравнение (4) как на временных интервалах увеличения плотности носителей, так и на интервалах уменьшения плотности.

В диссертации исследована динамика поверхностного плазмона, направляемого листом графена с периодической модуляцией числа носителей, на основе двух различных материальных уравнений, адекватных физически отличающимся случаям инжекции и удаления носителей. Рассмотрены случаи медленной

синусоидальной и ступенчатой модуляции. Показано отсутствие эффекта параметрического усиления плазмонов. Найден режим трансформации исходного плазмона в модулированную по частоте стоячую волну постоянной амплитуды.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью диссертационной работы является исследование особенностей трансформации электромагнитных волн в нестационарных диспергирующих средах, связанных с резонансами структурных элементов среды или ее двумерностью.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью плотности осцилляторов от времени;
- исследование трансформации электромагнитной волны в среде Лоренца с медленным, скачкообразным и периодическим изменением концентрации осцилляторов во времени;
- исследование условий применимости модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью для описания нестационарных диспергирующих сред на примере среды Лоренца;
- формулирование материальных уравнений нестационарного графена, адекватных физическим механизмам генерации и удаления носителей в графене;
- исследование трансформации поверхностных плазмонов, направляемых листом графена с переменной во времени поверхностной плотностью свободных носителей в режимах медленного, скачкообразного и периодического изменения плотности носителей.

Научная новизна работы

Научная новизна работы состоит в следующем.

1. Впервые получены материальные уравнения для среды Лоренца с произвольной (немонотонной) зависимостью концентрации осцилляторов от времени.
2. Впервые получены адиабатические инварианты для электромагнитной волны в среде Лоренца с медленно изменяющейся концентрацией осцилляторов или резонансной частотой осциллятора.

3. Впервые исследована применимость модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью (модели Моргенталера) для описания нестационарных диспергирующих сред. Показано, что данная модель не применима к средам с уменьшающейся во времени концентрацией резонансных (мета)атомов.

4. Впервые сформулированы граничные условия на временной границе с уменьшающейся концентрацией осцилляторов в среде Лоренца и исследована трансформация электромагнитной волны на такой границе.

5. Впервые на основе корректных материальных уравнений исследовано параметрическое преобразование электромагнитных волн в среде Лоренца с периодически модулированным числом частиц.

6. Впервые записано корректное материальное уравнение в модели Друде для графена с уменьшающейся во времени поверхностной плотностью свободных носителей.

7. Известные ранее адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых планарными структурами с нестационарной объемной плазмой (плазменным полупространством и слоем), обобщены на случай поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазменным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью носителей.

8. Впервые исследована трансформация поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при резком увеличении плотности носителей во времени.

9. Впервые исследована динамика плазмона на поверхности графена с периодически модулированной во времени плотностью носителей на основе корректных материальных уравнений. Опровергнут предсказанный в литературе эффект параметрического усиления плазмона.

Теоретическая и практическая значимость работы

Полученные материальные уравнения для среды Лоренца и графена с произвольной зависимостью числа частиц от времени являются основой для теоретического рассмотрения динамики электромагнитных волн в этих средах. Результаты исследования трансформации волн в нестационарной среде Лоренца

устанавливают границы применимости широко используемой модели Моргенталера для описания реальных (диспергирующих) нестационарных сред. Результаты исследования динамики электромагнитных волн в условиях периодической модуляции числа частиц в среде Лоренца и графене исправляют имеющиеся в литературе теоретические предсказания возможности параметрического усиления волн.

Результаты по трансформации электромагнитных волн в среде Лоренца с переменной во времени концентрацией осцилляторов могут быть использованы при разработке фотонных устройств на основе метаматериалов с электрически и оптически управляемыми свойствами. В частности, найденные режимы эффективного удвоения и деления пополам частоты волны могут быть использованы для разработки частотных преобразователей и модуляторов излучений микроволнового и терагерцового частотных диапазонов.

Результаты по трансформации поверхностных плазмонов, направляемых графеном с переменной во времени поверхностной плотностью носителей, могут быть использованы при разработке устройств активной плазмоники терагерцового и инфракрасного частотных диапазонов.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Поляризационный отклик среды Лоренца с произвольной немонотонной зависимостью концентрации осцилляторов от времени $N(t)$ описывается уравнениями связи вектора поляризации \mathbf{P} с электрическим полем \mathbf{E} , вид которых различен на интервалах возрастания и убывания функции $N(t)$ (активации и деактивации осцилляторов): $d^2\mathbf{P}/dt^2 + \Omega_0^2\mathbf{P} = \Omega_p^2(t)\mathbf{E}/(4\pi)$ при возрастании $N(t)$ и $d^2(\mathbf{P}/\Omega_p^2)/dt^2 + \Omega_0^2(\mathbf{P}/\Omega_p^2) = \mathbf{E}/(4\pi)$ при убывании (Ω_0 – собственная частота осциллятора, Ω_p – плазменная частота среды). При убывании $N(t)$ не справедлива обычная формула для плотности тока $\mathbf{J} = d\mathbf{P}/dt$, следует использовать формулу $\mathbf{J} = Nd(\mathbf{P}/N)/dt$.

2. При распространении электромагнитной волны в среде Лоренца с медленно (по сравнению с периодом волны) изменяющейся концентрацией осцилляторов $N(t)$ энергия волны $W(t)$ и ее частота $\omega(t)$ образуют адиабатические инварианты вида $W(\omega^2 - \Omega_0^2)/\omega = \text{const}$ при возрастании $N(t)$ и $W\omega/(\omega^2 - \Omega_0^2) = \text{const}$ при

убывании $N(t)$. Согласно инвариантам в обоих случаях сдвиг частоты волны сопровождается уменьшением энергии волны. В среде Лоренца с изменяющейся собственной частотой осциллятора $\Omega_0(t)$ адиабатический инвариант совпадает с инвариантом для нестационарного недиспергирующего диэлектрика $W/\omega = \text{const}$, из которого следует уменьшение энергии волны при уменьшении $\Omega_0(t)$ и увеличение энергии при увеличении $\Omega_0(t)$.

3. При резком изменении концентрации осцилляторов $N(t)$ в среде Лоренца известные условия непрерывности \mathbf{P} и $d\mathbf{P}/dt$ выполняются только в случае увеличения $N(t)$. В случае уменьшения $N(t)$ непрерывными являются комбинации \mathbf{P}/N и $d(\mathbf{P}/N)/dt$. В обоих случаях трансформация бегущей электромагнитной волны сопровождается потерями энергии. Условия Моргенталера непрерывности векторов индукции \mathbf{D} и \mathbf{B} применимы для волн с $\omega \ll \Omega_0$ в случае увеличения $N(t)$. Возбуждаемые при этом волны с $\omega > \Omega_0$ не являются малыми, в них уходит значительная доля энергии исходной волны. Условия Моргенталера не применимы в случае уменьшения $N(t)$.

4. Собственные моды среды Лоренца с периодической ступенчатой модуляцией концентрации осцилляторов являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, параметрическое усиление волн в такой среде невозможно. Существуют особые моды, представляющие собой суперпозицию двух стоячих волн – низкочастотной и высокочастотной с вдвое отличающимися средними частотами и средней частотой низкочастотной волны, вдвое превышающей частоту модуляции, энергия которых практически постоянна. С участием данных мод возможны режимы удвоения и деления пополам частоты исходной бегущей волны с эффективностью по амплитуде близкой к 100%.

5. Известные адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы, вида $W\omega^\gamma = \text{const}$, где значение параметра γ определяется характером нестационарности, выполняются и для поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазменным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью свободных носителей.

6. При резком увеличении поверхностной плотности носителей в графене

направляемый им бегущий плазмон трансформируется в два бегущих во встречных направлениях плазмона повышенной частоты, уходящее от графена переходное излучение и двухпотоковое равномерное движение фоновых и вновь инжектированных носителей с нулевым суммарным током. В кинетическую энергию двухпотокового движения носителей может уходить до половины энергии первичного плазмона.

7. Периодическая модуляция во времени поверхностной плотности носителей в графене за счет их инжекции и удаления не может приводить к параметрическому усилению направляемых графеном плазмонов. Энергия плазмона теряется как при инжекции, так и при удалении носителей. При ступенчатой модуляции возможен особый случай трансформации бегущего плазмона в модулированный по частоте стоячий плазмон постоянной амплитуды.

Апробация результатов работы и публикации

Диссертационная работа выполнена на кафедре общей физики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского в 2018-2024 годах. По теме диссертации опубликовано 16 работ, в том числе 6 статей в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК, [A1–A6], а также 10 работ в сборниках трудов конференций [A7–A16].

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: XXVIII международном симпозиуме “Наноп физика и наноэлектроника” (Нижний Новгород, 2024), XIII международной конференции по фотонике и информационной оптике (Москва, 2024), VI International Conference on Ultrafast Optical Science (UltrafastLight 2022, Москва, 2022), Photonics and Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2022, Ханчжоу, Китай, 2022), XI международная конференция по фотонике и информационной оптике (Москва, 2022), The 9th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies (RJUSE 2021, Сендай, Япония, 2021), XXV научной конференции по радиофизике (Нижний Новгород, 2021), XXIV международном симпозиуме "Наноп физика и наноэлектроника" (Нижний Новгород, 2020), IX международной конференции по фотонике и информационной оптике (Москва, 2020), The 8th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz

Devices & Technologies (RJUSE 2019, Нижний Новгород, 2019), XXIII научной конференции по радиофизике (Нижний Новгород, 2019).

Достоверность результатов работы

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением апробированных теоретических методов и согласованием результатов диссертационной работы в частных случаях с имеющимися в литературе данными других авторов, а также подтверждается апробацией результатов на представительных конференциях и публикациями в высокорейтинговых международных журналах.

Методология и методы исследования

При выводе адиабатических инвариантов для электромагнитной волны в нестационарной среде Лоренца использовался метод медленно меняющихся амплитуд. При выводе адиабатических инвариантов для поверхностных плазмонов, направляемых нестационарным графеном, использовались подходы теории нестационарных резонаторов и теории плавнонеоднородных волноводов.

При исследовании трансформации поверхностных плазмонов на скачке плотности носителей в графене использовался метод преобразования Лапласа с последующим применением методов контурного интегрирования на комплексной плоскости.

При нахождении собственных мод среды Лоренца с периодически модулированной концентрацией осцилляторов и графена с периодически модулированной поверхностной плотностью носителей использовался подход с использованием метода матрицы переноса и последующим решением задачи на собственные значения и собственные функции этой матрицы.

Личный вклад автора

Все результаты диссертации получены автором лично или при его непосредственном участии. Постановка задач и анализ полученных результатов проводились автором совместно с научным руководителем Бакуновым М.И. и Масловым А.В.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и списка публикаций по диссертации. Общий объем диссертации составляет 129 страниц, включая 39 рисунков, список литературы из 83 наименований на 8 страницах и список публикаций по диссертации из 16 наименований на 3 страницах.

Краткое содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность диссертационной работы, формулируются цель и задачи исследования, указываются научная новизна и практическая значимость диссертации, кратко описывается ее содержание, приводятся основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию трансформации электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца.

В п. 1.1 дан последовательный вывод материальных уравнений для среды Лоренца с произвольной, в том числе немонотонной, зависимостью концентрации осцилляторов от времени при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и деактивации) разнесены во времени. Для скачкообразного изменения концентрации осцилляторов из материальных уравнений получены условия непрерывности, имеющие различный вид в случаях увеличения и уменьшения концентрации на скачке.

В п. 1.2 на основе материальных уравнений, полученных в п. 1.1, рассмотрено распространение электромагнитной волны в среде Лоренца с медленно меняющимся во времени параметром – концентрацией осцилляторов или собственной частотой осциллятора – и с помощью метода медленно меняющихся амплитуд получены адиабатические инварианты, связывающие частоту и энергию волны. Показано, что инварианты, полученные для случаев увеличения и уменьшения концентрации осцилляторов, различаются между собой. В предельных случаях низких и высоких частот инварианты согласуются с известными инвариантами для недиспергирующего диэлектрика и плазмы соответственно. Показано, что в соответствии с найденными инвариантами сдвиг частоты волны сопровождается

уменьшением энергии волны как в случае увеличения, так и уменьшения числа осцилляторов. В случае медленного изменения (как увеличения, так и уменьшения) резонансной частоты осциллятора получен адиабатический инвариант, совпадающий с инвариантом для недиспергирующего диэлектрика. Показано, что в этом случае увеличение резонансной частоты сопровождается ростом частоты и энергии волны, а уменьшение резонансной частоты – их убыванием.

В п. 1.3 на основе полученных в п. 1.1 условий непрерывности на временных границах рассмотрена трансформация электромагнитной волны в среде Лоренца со скачкообразным увеличением и уменьшением концентрации осцилляторов, а также со скачком резонансной частоты осциллятора. Для случая увеличения концентрации осцилляторов установлена возможность применения граничных условий Моргенталера для расчета трансформации низкочастотной волны (с частотой, много меньшей резонансной) во вторичные низкочастотные волны. Показано, однако, что при этом на скачке возбуждаются также две высокочастотные (с частотой, большей резонансной) волны (распространяющиеся в противоположных направлениях) с амплитудами, сравнимыми с амплитудами низкочастотных волн. Дано объяснение возможности неучета высокочастотных волн в условиях Моргенталера: показано, что высокочастотные волны дают малый вклад в векторы \mathbf{D} и \mathbf{V} . Указано, тем не менее, что эти волны играют существенную роль в энергетике трансформации: в них может уходить значительная доля энергии исходной волны. Показано также, что часть энергии может переходить в энергию свободных (не связанных с электромагнитным полем) колебаний осцилляторов. Для случая скачкообразного уменьшения концентрации осцилляторов показано, что условия Моргенталера не применимы даже в низкочастотном пределе и приводят к неверному выводу об увеличении энергии волн в результате скачка концентрации. Для случая скачкообразного изменения собственной частоты осциллятора показана применимость условий Моргенталера в низкочастотном пределе как при увеличении, так и при уменьшении резонансной частоты. Отмечено, однако, что не всякий физический механизм изменения собственной частоты осциллятора может быть описан стандартным уравнением осциллятора с переменной собственной частотой.

В п. 1.4 сделаны выводы по первой главе.

Вторая глава посвящена исследованию динамики поверхностных плазмонов, направляемых листом графена с изменяющейся во времени поверхностной плотностью свободных носителей.

В п. 2.1 сформулировано материальное уравнение для описания графена с переменной плотностью свободных носителей в модели Друде. Данное уравнение отличается от широко используемого в литературе уравнения (4) наличием дополнительного члена в правой части, который учитывает исчезновение тока удаляемых носителей.

В п. 2.2 получен общий вид адиабатического инварианта для поверхностного плазмона, направляемого листом графена с медленно изменяющейся во времени плотностью носителей и произвольным слоистым диэлектрическим окружением. Инвариант аналогичной формы был получен ранее для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы. В диссертации доказана справедливость данного инварианта и для двумерного плазмopodobного листа (графена) с анизотропным токовым откликом. Инвариант принимает различный вид в частных случаях доминирования процессов инжекции или удаления носителей, в том числе с учетом соударений.

В п. 2.3 исследована трансформация поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при скачкообразном возрастании плотности свободных носителей в графене. Показано, что плазмон трансформируется в два бегущих во встречных направлениях плазмона повышенной частоты, уходящее от графена переходное излучение и двухпотокное равномерное движение фоновых и вновь инжектированных носителей с нулевым суммарным током. Исследовано угловое распределение переходного излучения. Исследована энергетика процесса трансформации. Показано, что потери энергии на переходное излучение могут быть значительными для слабо замедленных плазмонов, а потери на возбуждение равномерного движения носителей – как для слабо замедленных, так и (особенно) сильно замедленных плазмонов (в последнем случае в кинетическую энергию двухпотокного движения носителей может уходить до половины энергии первичного плазмона).

В п. 2.4 сделаны выводы по второй главе.

Третья глава посвящена исследованию параметрического преобразования электромагнитных волн в среде Лоренца с периодической модуляцией во времени концентрации осцилляторов, а также поверхностных плазмонов, направляемых графеном с периодически модулированной поверхностной плотностью свободных носителей.

В п. 3.1 исследованы электромагнитные волны в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией концентрации осцилляторов на основе систем граничных условий, адекватных физически отличающимся случаям увеличения и уменьшения числа осцилляторов. Для отыскания собственных мод системы решена задача на собственные значения и собственные функции матрицы пересчета полей через период модуляции. Показано, что собственные числа по величине меньше единицы, и, следовательно, собственные моды среды являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, т.е. параметрическое усиление невозможно. Показано, что энергия волн теряется как в моменты уменьшения, так и увеличения числа осцилляторов, и указаны соответствующие механизмы потерь. Найден особый случай мод с практически постоянной энергией. Исследованы переходные режимы трансформации исходной волны после начала модуляции. Установлено, что несмотря на потери энергии в ходе переходных процессов исходная волна может трансформироваться в волны удвоенной или половинной частоты с высокой эффективностью по амплитуде.

В п. 3.2 исследовано параметрическое преобразование поверхностных плазмонов, направляемых листом графена, при периодической модуляции плотности свободных носителей в графене.

В п. 3.2.1 рассмотрен случай ступенчатой модуляции. Плазмоны считаются сильно замедленными (квазистатическими), что позволяет пренебречь их трансформацией в объемное излучение. Для отыскания собственных мод системы решена задача на собственные значения и собственные функции матрицы пересчета плазмонных полей через период модуляции. Выяснено, что собственные числа по величине не превосходят единицы, следовательно, параметрическое усиление

невозможно. Более того, величины собственных значений, как правило, меньше единицы, т.е. собственные моды являются затухающими. Найдена особая мода с собственным значением, равным единице, представляющая собой стоячую волну постоянной амплитуды. Отсутствие потерь энергии у этой моды связано с тем, что инжекция и удаление носителей происходят в моменты, когда скорость колеблющихся носителей проходит через нуль. Рассмотрено возбуждение данной моды начальным бегущим плазмоном в ходе переходного процесса после начала модуляции графена. Исследованы некоторые другие переходные режимы с возбуждением затухающих бегущих и затухающих стоячих мод.

В п. 3.2.2 рассмотрен случай медленной синусоидальной модуляции плотности носителей в графене. В этом случае трансформация начального плазмона в объемное излучение пренебрежимо мала при любом замедлении плазмона. Рассмотрение ведется на основе полученных в п. 2.2 адиабатических инвариантов. Исследована зависимость темпа затухания плазмона от глубины модуляции и начального замедления плазмона.

В п. 3.3 сделаны выводы по третьей главе.

В заключении представлены основные результаты диссертации.

Благодарности

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю профессору Бакунову Михаилу Ивановичу за постановку задач, ценные указания в научной работе и обсуждение результатов, а также за помощь и постоянную поддержку, оказанные при подготовке диссертации.

Автор благодарит соавтора научных публикаций Маслова Алексея Владимировича за участие в обсуждении результатов и помощь в проведении численных расчетов.

Глава 1. Трансформация электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца

Данная глава посвящена исследованию трансформации электромагнитных волн в средах, описываемых феноменологической моделью Лоренца как совокупность классических осцилляторов, при изменении во времени числа осцилляторов или их собственной частоты. В отличие от широко распространенной модели диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(t)$ (модели Моргенталера) модель Лоренца позволяет учесть два важных физических фактора: во-первых, присутствие в той или иной степени во всех реальных средах дисперсии и, во-вторых, наличие у структурных элементов среды (метаатомов) собственных частот. По сравнению с плазменной моделью диспергирующих сред более сложный закон дисперсии лоренцовой среды приводит к существованию большего числа нормальных волн, что значительно обогащает физическую картину трансформации исходной волны в нестационарной среде. Наличие же собственной частоты у структурных элементов среды Лоренца позволяет исследовать переход к бездисперсионному пределу, когда частота исходной волны мала по сравнению с собственной частотой среды, что невозможно в рамках плазменной модели.

Основные результаты главы опубликованы в работах [А3, А4, А6, А10, А12-А14].

1.1. Материальные уравнения сред с переменным числом осцилляторов и переменной собственной частотой осциллятора

Для описания электромагнитных явлений в нестационарной среде Лоренца получим прежде всего корректные материальные уравнения, адекватные физическому механизму нестационарности среды. Рассмотрим среду Лоренца с произвольной немонотонной зависимостью от времени концентрацией осцилляторов

$N(t)$. Физически это означает, что осцилляторы могут как возникать (активироваться), так и исчезать (деактивироваться). Будем предполагать, что эти два процесса разнесены во времени, т.е. осцилляторы возникают в те промежутки времени, где $N(t)$ увеличивается, и исчезают в промежутки, где $N(t)$ уменьшается. Поскольку поляризационный отклик диспергирующей среды является нелокальным во времени, рассмотрим этапы возникновения и исчезновения осцилляторов последовательно, начиная с начального момента создания среды t_0 (рис. 1.1). В случае, когда до начала нестационарности существовала постоянная фоновая концентрация осцилляторов, момент t_0 равен $-\infty$.

Отклик осциллятора на электрическое поле $\mathbf{E}(t)$ описывается уравнением для дипольного момента осциллятора $\mathbf{p}(t)$ вида

$$\frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} + \Omega_0^2 \mathbf{p} = \frac{e^2}{m} \mathbf{E}, \quad (1.1)$$

где e и m – заряд и масса осциллятора, а Ω_0 – собственная частота осциллятора. Предполагается, что активируемые осцилляторы не имеют начального смещения и скорости, следовательно, $\mathbf{p} = 0$ и $d\mathbf{p}/dt = 0$ в момент активации $t = \tilde{t}$. Решение $\mathbf{p}(t, \tilde{t})$ уравнения (1.1) может быть записано для произвольной зависимости $\mathbf{E}(t)$ [A3], однако здесь нам не понадобится явный вид этого решения.

Поляризация среды $\mathbf{P}(t)$ в некоторый момент t ($t_0 < t < t_1$) представляет собой суперпозицию вкладов дипольных моментов осцилляторов, возникших в предшествующие моменты времени \tilde{t} , т.е. определяется выражением

$$\mathbf{P}(t) = \int_{t_0}^t \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t}, \quad (1.2)$$

где $G(t) = dN/dt$ – темп возникновения осцилляторов. Заметим, что из-за возникновения осцилляторов в различные моменты времени их движение носит многопоточный характер.

Дифференцируя уравнение (1.2) дважды по времени t с учетом нулевых начальных условий для \mathbf{p} и $d\mathbf{p}/dt$, получим

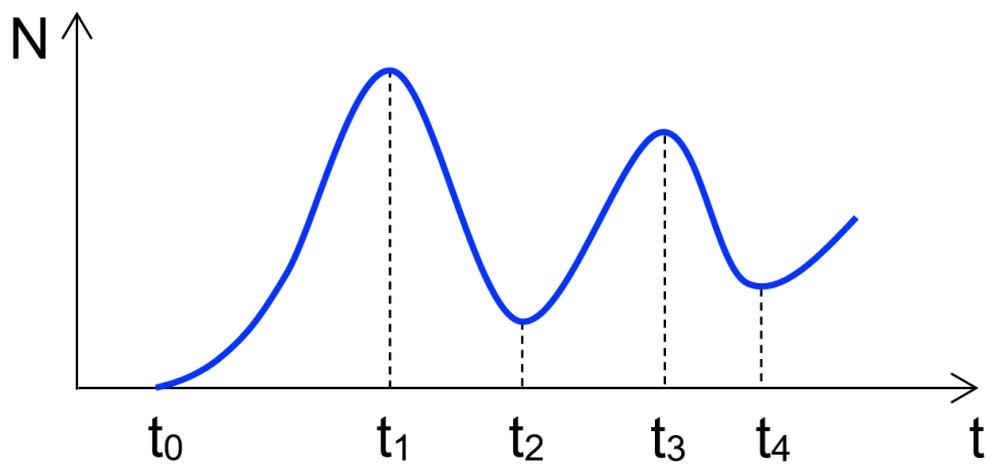


Рис. 1.1 Общий вид зависимости концентрации осцилляторов $N(t)$ от времени с участками возникновения (активации) и исчезновения (деактивации) осцилляторов.

$$\frac{d^2 \mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2 \mathbf{P} = \int_{t_0}^t \left[\frac{d^2 \mathbf{p}(t, \tilde{t})}{d\tilde{t}^2} + \Omega_0^2 \mathbf{p}(t, \tilde{t}) \right] G(\tilde{t}) d\tilde{t}. \quad (1.3)$$

Подставляя уравнение (1.1) в формулу (1.3), приходим к уравнению для поляризации среды

$$\frac{d^2 \mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2 \mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi} \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

где параметр

$$\Omega_p(t) = \sqrt{4\pi e^2 N(t)/m} \quad (1.5)$$

принято называть плазменной частотой (по аналогии с соответствующим параметром для свободно движущихся электронов).

Рассмотрим далее промежуток времени $t_1 < t < t_2$, на котором происходит исчезновение носителей. Предположим, что все существующие в момент t осцилляторы имеют одинаковую вероятность исчезновения независимо от времени их создания. Тогда поляризацию среды на промежутке $t_1 < t < t_2$ можно записать как

$$\mathbf{P}(t) = \frac{N(t)}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t}, \quad (1.6)$$

где множитель $N(t)/N(t_1)$ определяет долю осцилляторов, оставшихся к моменту t . Дифференцируя отношение $\mathbf{P}(t)/N(t)$ дважды по t , можно получить формулу

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{P}(t)}{N(t)} + \Omega_0^2 \frac{\mathbf{P}(t)}{N(t)} = \frac{1}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{d^2 \mathbf{p}(t, \tilde{t})}{d\tilde{t}^2} + \Omega_0^2 \mathbf{p}(t, \tilde{t}) \right] G(\tilde{t}) d\tilde{t}. \quad (1.7)$$

Подставляя уравнение (1.1) в (1.7), приходим к уравнению

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{P}}{N(t)} + \Omega_0^2 \frac{\mathbf{P}}{N(t)} = \frac{e^2}{m} \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

которое также может быть записано в виде

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} + \Omega_0^2 \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E}. \quad (1.9)$$

Поскольку в уравнениях (1.8) и (1.9) зависящая от времени концентрация осцилляторов $N(t)$ находится под знаком временной производной, эти уравнения очевидно

отличаются от уравнения (1.4). Существенность различия между уравнениями можно продемонстрировать на наглядном примере экспоненциально убывающей функции $N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$ с характерным временем τ . При таком законе изменения $N(t)$ уравнение (1.8) принимает вид

$$\frac{d^2 \mathbf{P}}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{d\mathbf{P}}{dt} + \left(\Omega_0^2 + \frac{1}{\tau^2} \right) \mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi} \mathbf{E}, \quad (1.10)$$

где присутствует отвечающий за затухание (пропорциональный $d\mathbf{P}/dt$) член даже в отсутствие потерь в осцилляторах.

Физически фигурирующее в материальном уравнении (1.8) отношение \mathbf{P}/N имеет смысл поляризации, приведенной к одному осциллятору. Приведенную поляризацию следует отличать от дипольного момента осциллятора \mathbf{p} . Действительно, функция $\mathbf{p}(t, \tilde{t})$ может содержать в себе решения однородного уравнения (1.1), соответствующие свободным колебаниям осциллятора, тогда как в функции $\mathbf{P}(t)/N(t)$ такие колебания отсутствуют.

На следующем временном промежутке $t_2 < t < t_3$ (рис 1.1) поляризацию среды можно записать как сумму вкладов от осцилляторов, оставшихся к моменту t_2 и появившихся после t_2 :

$$\mathbf{P}(t) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} + \int_{t_2}^t \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t}. \quad (1.11)$$

Применяя к уравнению (1.11) процедуру, описанную для уравнения (1.2), снова получим уравнение (1.4).

Наконец, на временном промежутке $t_3 < t < t_4$ поляризация может быть записана в виде

$$\mathbf{P}(t) = \frac{N(t)}{N(t_3)} \left[\frac{N(t_2)}{N(t_1)} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} + \int_{t_2}^{t_3} \mathbf{p}(t, \tilde{t}) G(\tilde{t}) d\tilde{t} \right]. \quad (1.12)$$

Применяя к уравнению (1.12) процедуру, описанную для уравнения (1.6), снова приходим к уравнению (1.8) (или (1.9)).

Таким образом, можно сделать вывод, что для произвольной функции $N(t)$ отклик среды описывается уравнением (1.4) на временных интервалах, где

осцилляторы возникают (активируются), и уравнением (1.8) (или (1.9)) на интервалах, где осцилляторы исчезают (деактивируются).

При исследовании трансформации электромагнитных волн в среде Лоренца с переменной концентрацией носителей материальные уравнения (1.4) и (1.8) должны применяться совместно с уравнениями Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (1.13)$$

в которые, однако, входит не поляризация \mathbf{P} , а плотность тока \mathbf{J} . Как и материальные уравнения, связь \mathbf{J} с \mathbf{P} также является различной в случаях увеличения и уменьшения $N(t)$. В случае увеличения $N(t)$ (возникновения осцилляторов) остается справедливым общепринятое соотношение [19, 23]

$$\mathbf{J} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}. \quad (1.14)$$

В случае же уменьшения $N(t)$ (исчезновения осцилляторов) данное соотношение становится несправедливым и следует использовать формулу

$$\mathbf{J} = N(t) \frac{d\mathbf{P}}{dt N}. \quad (1.15)$$

Причина неприменимости соотношения $\mathbf{J} = d\mathbf{P}/dt$ в данном случае заключается в том, что при уменьшении концентрации осцилляторов поляризация $\mathbf{P}(t)$ изменяется не только за счет изменения дипольного момента осциллятора $\mathbf{p}(t)$ в результате протекания тока в осцилляторе, но и за счет уменьшения числа осцилляторов, участвующих в создании тока.

В случае быстрого (по сравнению с периодом волны) изменения концентрации осцилляторов удобно использовать модель временной границы (идеально резкого скачка концентрации) и сшивать волновые поля на границе условиями непрерывности (граничными условиями). Граничные условия могут быть получены путем интегрирования соответствующего материального уравнения, (1.4) или (1.8), (1.9), по пренебрежимо малому времени изменения концентрации. В частности, в случае увеличения концентрации интегрирование уравнения (1.4) приводит к условиям непрерывности на временной границе поляризации среды и ее производной:

$$\{\mathbf{P}\} = \left\{ \frac{d\mathbf{P}}{dt} \right\} = 0 \quad (1.16)$$

(фигурные скобки обозначают перепад заключенных в них величин на границе).

Аналогично в случае уменьшения концентрации носителей интегрирование уравнения (1.8) или (1.9) приводит к условиям непрерывности на границе отнесенной к одному осциллятору поляризации среды и ее производной:

$$\left\{ \frac{\mathbf{P}}{N} \right\} = \left\{ \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{P}}{N} \right\} = 0 \quad (1.17)$$

или в другом виде

$$\left\{ \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} \right\} = \left\{ \frac{d}{dt} \frac{\mathbf{P}}{\Omega_p^2(t)} \right\} = 0. \quad (1.18)$$

Некорректность использования условий (1.16) при скачкообразном уменьшении концентрации осцилляторов, как это иногда делается в литературе (см., например, [30]), нетрудно понять с физической точки зрения. Действительно, при исчезновении части осцилляторов их дипольные моменты и токи фактически обращаются в нуль (исчезают вместе с осцилляторами), тогда как у каждого остающегося осциллятора его дипольный момент \mathbf{p} и ток $d\mathbf{p}/dt$ являются непрерывными на скачке концентрации. Следовательно, полная поляризация среды \mathbf{P} и полный ток $d\mathbf{P}/dt$ должны уменьшаться в отличие от того, что предсказывают условия (1.16). Уменьшение поляризации и тока корректно описывается условиями (1.17) (и (1.18)). Действительно, при скачке $N(t)$ на временной границе от значения N_i до значения N_f ($N_f < N_i$) из (1.17) следует, что поляризация среды меняется скачком от \mathbf{P}_i до \mathbf{P}_f , причем $\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_i N_f/N_i < \mathbf{P}_i$. Аналогичное соотношение следует и для $d\mathbf{P}/dt$.

Для сшивания волн на временных скачках концентрации в среде Лоренца условий (1.16) и (1.17) недостаточно. Необходимо дополнительно использовать условия

$$\{\mathbf{E}\} = \{\mathbf{B}\} = 0, \quad (1.19)$$

вытекающие из уравнений Максвелла (1.13) после их интегрирования по исчезающе малому времени скачка при естественном предположении о конечности плотности тока \mathbf{J} .

Для удобства дальнейшего использования приведем полные системы условий непрерывности на границах с увеличением и уменьшением концентрации носителей в среде Лоренца. В случае увеличения концентрации необходимо использовать условия (1.16) и (1.19). Заметим, что при этом из непрерывности полей \mathbf{E} и \mathbf{P} следует непрерывность электрической индукции $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$. Кроме того, из второго уравнения (1.13) следует, что непрерывность \mathbf{B} и $\mathbf{J} = \partial\mathbf{P}/\partial t$ приводит к непрерывности $\partial\mathbf{E}/\partial t$, что может быть более удобным для использования. Таким образом, скачкообразное увеличение концентрации осцилляторов описывается системой из следующих четырех независимых условий [19, 28, 29]:

$$\{\mathbf{E}\} = \{\mathbf{B}\} = \{\mathbf{P} \text{ или } \mathbf{D}\} = \left\{ \frac{d\mathbf{P}}{dt} \text{ или } \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right\} = 0. \quad (1.20)$$

В случае скачкообразного уменьшения концентрации осцилляторов необходимо использовать условия непрерывности (1.17) и (1.19), т.е.

$$\{\mathbf{E}\} = \{\mathbf{B}\} = \left\{ \frac{\mathbf{P}}{N} \right\} = \left\{ \frac{d\mathbf{P}}{dt} \frac{1}{N} \right\} = 0. \quad (1.21)$$

При рассмотрении попеременных ступенчатых изменений концентрации осцилляторов вверх-вниз следует использовать условия (1.20) при скачках концентрации вверх и условия (1.21) при скачках вниз.

Рассмотрим теперь среду Лоренца с постоянной концентрацией осцилляторов ($N = \text{const}$), но с изменяющейся во времени собственной частотой $\Omega_0(t)$ осциллятора. В этом случае дипольный момент осциллятора удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} + \Omega_0^2(t)\mathbf{p} = \frac{e^2}{m}\mathbf{E}. \quad (1.22)$$

Умножая уравнение (1.22) на постоянную плотность носителей N , получаем материальное уравнение вида

$$\frac{d^2\mathbf{P}}{dt^2} + \Omega_0^2(t)\mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2}{4\pi}\mathbf{E}. \quad (1.23)$$

Уравнение (1.23) справедливо для произвольного закона изменения собственной частоты $\Omega_0(t)$.

При скачкообразном изменении собственной частоты $\Omega_0(t)$ из уравнения (1.23) следуют условия непрерывности $\{\mathbf{P}\} = \{d\mathbf{P}/dt\} = 0$. Из уравнений Максвелла по-прежнему следуют условия (1.19). Таким образом, на скачке собственной частоты следует использовать условия непрерывности (1.20) как при увеличении, так и при уменьшении собственной частоты.

1.2. Адиабатические инварианты для электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца

Используя полученные в п. 1.1 материальные уравнения, рассмотрим трансформацию электромагнитной волны при распространении в среде Лоренца с медленно меняющимся во времени параметром – концентрацией осцилляторов $N(t)$ или собственной частотой осциллятора $\Omega_0(t)$.

Рассмотрим вначале распространение волны в среде с возрастающей концентрацией осцилляторов. Предполагая, что характерное время изменения функции $N(t)$ велико по сравнению с периодом волны, запишем электрическое (E_x) и магнитное (H_y) поля волны в квазимонохроматической форме

$$\begin{cases} E_x(z, t) \\ H_y(z, t) \end{cases} = \begin{cases} \mathcal{E}(t) \\ \mathcal{H}(t) \end{cases} e^{i\varphi(t) - ikz} \quad (1.24)$$

с медленно меняющимися частотой $\omega(t) = d\varphi/dt$ и амплитудами $\mathcal{E}(t)$ и $\mathcal{H}(t)$. Волновое число k остается постоянным в силу трансляционной симметрии (пространственной однородности) среды. Волна эволюционирует во времени адиабатически, следуя за медленными изменениями концентрации осцилляторов. При этом амплитуды полей и частота волны могут существенно изменяться на временных масштабах, превышающих период $2\pi/\omega$.

Для исследования эволюции волны будем использовать уравнения Максвелла в виде

$$ikE_x = \frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (1.25a)$$

$$ikH_y = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} J_x, \quad (1.25b)$$

где плотность J_x тока определяется формулой $J_x = \partial P_x / \partial t$, и материальное уравнение (1.4) для поляризации P_x .

Система уравнений (1.25) и (1.4) может быть сведена к одному дифференциальному уравнению четвертого порядка для электрического поля вида

$$\frac{\partial^4 E_x}{\partial t^4} + (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2) \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + 2 \frac{d\Omega_p^2}{dt} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \left(\frac{d^2 \Omega_p^2}{dt^2} + \Omega_0^2 c^2 k^2 \right) E_x = 0. \quad (1.26)$$

Подставим E_x в квазимонохроматической форме (1.24) в уравнение (1.26) и применим метод Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ).

В приближении нулевого порядка, т.е. пренебрегая всеми производными от медленно меняющихся величин, таких как $\mathcal{E}(t)$, $\omega(t)$ и $\Omega_p(t)$, получим уравнение, определяющее эволюцию частоты волны, вида

$$\omega^4 - (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2) \omega^2 + \Omega_0^2 c^2 k^2 = 0. \quad (1.27)$$

Уравнение (1.27) совпадает с дисперсионным уравнением для поляритонов в стационарной среде Лоренца [19, 28, 29], в котором, однако, теперь Ω_p и ω – медленно меняющиеся функции времени. Два положительных корня уравнения (1.27), $0 < \omega_1 < \omega_2$, которые определяются выражениями

$$\omega_{1,2}^2 = q \mp \sqrt{q^2 - \Omega_0^2 c^2 k^2}, \quad q = (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2)/2, \quad (1.28)$$

соответствуют нижней и верхней дисперсионным кривым на рис. 1.2а и описывают волны, распространяющиеся в положительном направлении оси z . Два отрицательных корня $-\omega_{1,2}$ описывают волны, распространяющиеся в противоположном (против оси z) направлении (дисперсионные кривые для $\omega < 0$ на рис. 1.2а не показаны). Значение имеет только один из четырех корней, который совпадает с частотой исходной волны в начале временных изменений среды. Остальные три корня соответствуют новым волнам, которые в принципе могут возбуждаться исходной волной вследствие нестационарности среды. Поскольку, однако,

амплитуды этих волн пропорциональны dN/dt [25, 45, 60] и, следовательно, малы в медленно меняющейся среде, эти волны не учитываются в стандартном приближении ВКБ. Исходная волна трансформируется адиабатически, следуя за изменением $\Omega_p(t)$ (рис. 1.2а и 1.2б).

В приближении первого порядка, то есть с учетом членов, пропорциональных первым производным по времени от $\mathcal{E}(t)$, $\omega(t)$ и $\Omega_p^2(t)$, получаем дифференциальное уравнение первого порядка для амплитуды \mathcal{E} вида

$$2\omega(\omega^4 - \Omega_0^2 c^2 k^2) \frac{d\mathcal{E}}{dt} + (\omega^4 + 3\Omega_0^2 c^2 k^2) \mathcal{E} \frac{d\omega}{dt} = 0. \quad (1.29)$$

При выводе уравнения (1.29) производная $d\Omega_p^2/dt$ была выражена через $d\omega/dt$ с помощью уравнения (1.27). Уравнение (1.29) связывает изменение амплитуды волны с изменением ее частоты. Для вывода адиабатического инварианта, то есть такой комбинации плотности энергии и частоты волны, которая сохраняется в нестационарной среде, дополним уравнение (1.29) выражением для плотности энергии волны [29]

$$W = \frac{|\mathcal{E}|^2}{4\pi} \left[1 + \frac{c^2 k^2}{\omega^2} + \Omega_p^2 \frac{\omega^2 + \Omega_0^2}{(\omega^2 - \Omega_0^2)^2} \right]. \quad (1.30)$$

В уравнении (1.30) первый и второй члены представляют собой соответственно энергии электрического и магнитного полей, тогда как последний член представляет собой энергию поляризации, то есть сумму потенциальной и кинетической энергий осцилляторов.

Из уравнений (1.29) и (1.30), используя описанную в работе [25] процедуру, можно получить искомый адиабатический инвариант вида

$$W \frac{\omega^2 - \Omega_0^2}{\omega} = \text{const}. \quad (1.31)$$

В пределе $\omega \gg \Omega_0$ соотношение (1.31) ожидаемо сводится к известному инварианту для плазмы с растущей концентрацией частиц [15, 23, 45]

$$W\omega = \text{const}. \quad (1.32)$$

В обратном пределе $\omega \ll \Omega_0$ соотношение (1.31) переходит в инвариант для недиспергирующего диэлектрика [11, 23, 24]

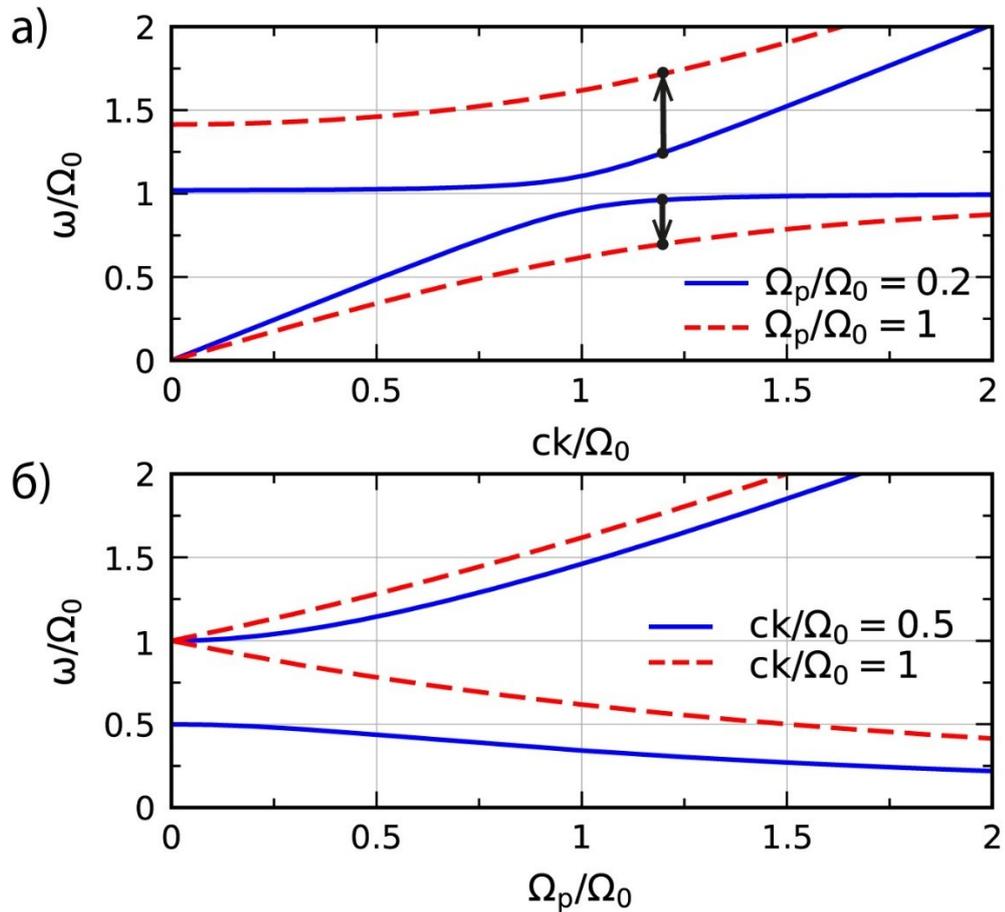


Рис. 1.2. Адиабатический сдвиг частоты в среде Лоренца с увеличивающейся концентрацией носителей. а) При увеличении параметра Ω_p дисперсионные кривые $\omega(k)$ раздвигаются от резонансной частоты Ω_0 . Волновое число k остается постоянным, в то время как частота ω уменьшается для нижней кривой и увеличивается для верхней кривой. б) Частоты на нижней и верхней кривых как функции Ω_p для двух значений ck/Ω_0 .

$$W/\omega = \text{const.} \quad (1.33)$$

Адиабатический инвариант (1.31), включая его асимптотические формы (1.32) и (1.33), предсказывает, что сдвиг частоты волны должен сопровождаться потерей волновой энергии. Действительно, для исходной волны, соответствующей верхней дисперсионной кривой на рис. 1.2а, то есть с $\omega > \Omega_0$, частота волны ω увеличивается (стрелка вверх на рис. 1.2а и верхние кривые на рис. 1.2б) по мере роста концентрации осцилляторов. Согласно инварианту (1.31) это приводит к уменьшению энергии волны W . Для исходной волны, соответствующей нижней дисперсионной кривой на рис. 1.2а, то есть с $\omega < \Omega_0$, частота волны ω уменьшается (стрелка вниз на рис. 1.2а и нижние кривые на рис. 1.2б) по мере роста концентрации осцилляторов. При этом, согласно инварианту (1.31), энергия W также уменьшается. Уменьшение энергии волны в зависимости от сдвига частоты проиллюстрировано на рис. 1.3а.

Потери энергии можно объяснить возбуждением свободных колебаний в среде на собственной частоте Ω_0 . Ранее возбуждение свободных колебаний было продемонстрировано в случае скачкообразного возрастания концентрации осцилляторов [29]. Было показано, что колебания на частоте Ω_0 векторов поляризации, связанных с фоновыми (существовавшими до скачка) и вновь созданными осцилляторами, происходят в противофазе и поэтому суммарная поляризация на частоте Ω_0 равна нулю. Хотя собственные колебания осцилляторов и не проявляются через какое-либо поле, они могут поглощать существенную часть энергии волны. Поскольку постепенный рост концентрации осцилляторов можно представить в виде последовательности малых скачков, выявленный в работе [29] механизм потерь можно распространить на рассматриваемый случай.

Перейдем теперь к рассмотрению трансформации электромагнитной волны в среде Лоренца с убывающей концентрацией носителей. Для этого воспользуемся уравнениями Максвелла (1.25) с выражением для тока $J_x = N(t) \partial(P_x N^{-1})/\partial t$ (см. (1.15)) и материальным уравнением (1.8) для P_x/N . Сведем указанные уравнения к одному уравнению для приведенной поляризации $\tilde{p}_x = P_x/N$ вида

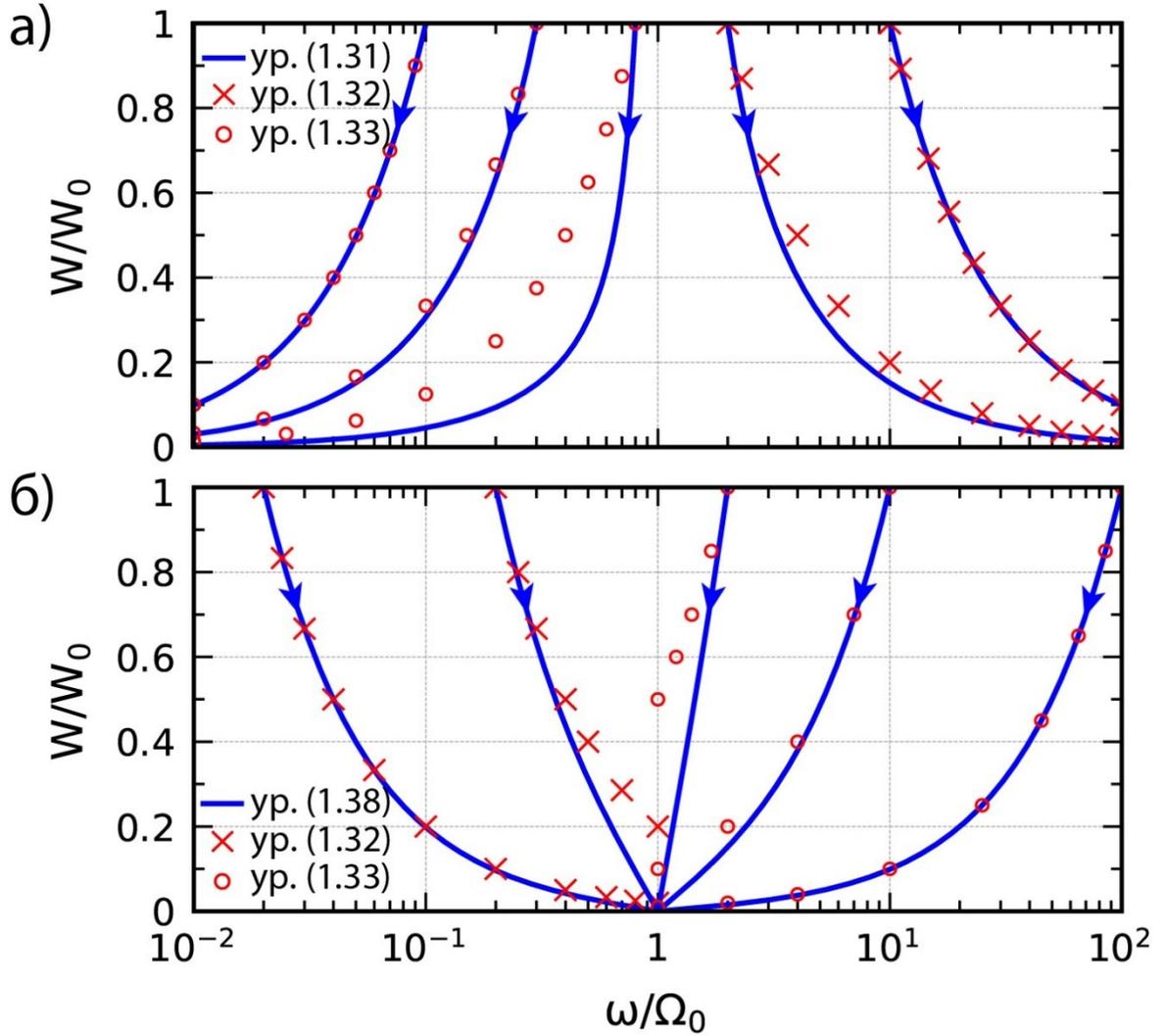


Рис. 1.3. Диаграммы, иллюстрирующие связь энергии волны с частотой волны согласно адиабатическим инвариантам: а) инварианту (1.31) (при увеличении N) и б) инварианту (1.38) (при уменьшении N). Крестиками и кружками показаны предельные зависимости, соответствующие инвариантам (1.32) и (1.33).

$$\frac{\partial^4 \tilde{p}_x}{\partial t^4} + (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2) \frac{\partial^2 \tilde{p}_x}{\partial t^2} + \frac{d\Omega_p^2}{dt} \frac{\partial \tilde{p}_x}{\partial t} + \Omega_0^2 c^2 k^2 \tilde{p}_x = 0. \quad (1.34)$$

Подставляя в это уравнение \tilde{p}_x в квазимонохроматической форме

$$\tilde{p}_x = \tilde{p}(t) e^{i\varphi(t) - ikz} \quad (1.35)$$

с медленно меняющейся амплитудой $\tilde{p}(t)$, применим метод ВКБ.

Нулевое приближение приводит к тому же уравнению (1.27) для частоты волны $\omega(t)$, что и в случае нарастающей концентрации осцилляторов. В первом приближении получаем уравнение

$$2\omega(\omega^4 - \Omega_0^2 c^2 k^2) \frac{d\tilde{p}}{dt} + (3\omega^4 + \Omega_0^2 c^2 k^2) \tilde{p} \frac{d\omega}{dt} = 0. \quad (1.36)$$

С помощью уравнения (1.8) амплитуду электрического поля $\mathcal{E}(t)$ можно связать с амплитудой приведенной поляризации $\tilde{p}(t)$ как $\mathcal{E} = \tilde{p}(\Omega_0^2 - \omega^2)m/e^2$. Это позволяет выразить плотность энергии волны (1.30) через $|\tilde{p}|^2$ как

$$W = \frac{m^2 |\tilde{p}|^2}{4\pi e^4} \left[\left(1 + \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \right) (\omega^2 - \Omega_0^2)^2 + \Omega_p^2 (\omega^2 + \Omega_0^2) \right]. \quad (1.37)$$

Умножая уравнение (1.36) на комплексно сопряженную величину \tilde{p}^* и используя уравнение (1.37), получим искомый адиабатический инвариант в виде

$$W \frac{\omega}{\omega^2 - \Omega_0^2} = \text{const}. \quad (1.38)$$

Инвариант (1.38) отличается от инварианта (1.31), полученного для случая увеличения концентрации носителей. В пределе $\omega \gg \Omega_0$ соотношение (1.38) сводится к соотношению (1.33), которое является известным инвариантом для распадающейся плазмы [15, 45]. В противоположном пределе $\omega \ll \Omega_0$ инвариант (1.38) сводится к инварианту (1.32). Используя инвариант (1.38), рис. 1.2а (с обратным направлением стрелок) и рис. 1.2б, можно сделать вывод, что сдвиг частоты волны снова сопровождается потерей волновой энергии (рис. 1.3б). Уменьшение энергии можно объяснить тем, что часть осцилляторов выбывает из колебательного движения вместе со своей энергией.

Получим далее адиабатический инвариант для волны в среде Лоренца с постоянной концентрацией осцилляторов ($N = \text{const}$), но изменяющейся во времени собственной частотой осцилляторов $\Omega_0(t)$. Для получения инварианта сведем

систему уравнений Максвелла (1.25) и материальное уравнение (1.22) к одному уравнению для поляризации P_x вида

$$\frac{\partial^4 P_x}{\partial t^4} + (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2) \frac{\partial^2 P_x}{\partial t^2} + 2 \frac{d\Omega_0^2}{dt} \frac{\partial P_x}{\partial t} + \left(\frac{d^2 \Omega_0^2}{dt^2} + \Omega_0^2 c^2 k^2 \right) P_x = 0 \quad (1.39)$$

и применим метод ВКБ, аналогично случаю среды Лоренца с переменным числом осцилляторов.

В нулевом приближении частота волны ω снова определяется выражением (1.28), но с изменяющейся во времени резонансной частотой Ω_0 , а не Ω_p . Из рис. 1.4 видно, что частоты как высокочастотных, так и низкочастотных волн растут с увеличением Ω_0 .

В первом приближении получаем уравнение для медленно меняющейся амплитуды $\mathcal{P}(t)$ поляризации P_x вида

$$2\omega(\omega^2 - c^2 k^2) [(\omega^2 - c^2 k^2)^2 + \Omega_p^2 c^2 k^2] \frac{d\mathcal{P}}{dt} + [(\omega^2 - c^2 k^2)^3 - \Omega_p^2 c^2 k^2 (3\omega^2 + c^2 k^2)] \mathcal{P} \frac{d\omega}{dt} = 0. \quad (1.40)$$

Используя полученное уравнение, а также выражение для плотности энергии (1.37) с $\tilde{p} = \mathcal{P}/N$, приходим к адиабатическому инварианту (1.33). В случае среды Лоренца с изменяющейся собственной частотой осцилляторов инвариант (1.33) универсален, то есть применим как при увеличении, так и при уменьшении $\Omega_0(t)$, в отличие от случая изменения $\Omega_p(t)$.

При уменьшении собственной частоты $\Omega_0(t)$ частота волны уменьшается (рис. 1.4), и, согласно инварианту (1.33), энергия волны также уменьшается. Энергия теряется из-за отрицательной работы, совершаемой внешней силой при изменении параметров осциллятора для уменьшения Ω_0 .

При увеличении $\Omega_0(t)$ рост частоты волны (рис. 1.4) сопровождается увеличением энергии волны, что можно объяснить совершением внешней силой положительной работы. Ранее [1, 23, 24, 61, 62] усиление волн в нестационарной среде было предсказано в модели недиспергирующего диэлектрика. Здесь этот результат обобщен на диспергирующую нестационарную среду – среду Лоренца с

переменной собственной частотой осциллятора. Примером практической реализации такой среды могут служить структуры с распределенной емкостью, такие как массивы субволновых варакторов, модулированных во времени переменным напряжением смещения радиочастотного диапазона [9, 63-65].

1.3. Анализ применимости модели недиспергирующего диэлектрика

Распространенной моделью нестационарных сред является модель недиспергирующего диэлектрика (модель Моргенталера), основанная на материальном уравнении [1, 23, 24, 38, 66]

$$\mathbf{D} = \varepsilon(t)\mathbf{E}, \quad (1.41)$$

связывающем электрическую индукцию $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ с электрическим полем \mathbf{E} посредством изменяющейся во времени диэлектрической проницаемости $\varepsilon(t)$. Уравнение (1.41) широко используется в современной литературе (см., например, работы [63, 67–70]). Для электромагнитной волны в среде с медленно меняющейся функцией $\varepsilon(t)$, как возрастающей, так и убывающей, использование уравнения (1.41) приводит к адиабатическому инварианту в виде уравнения (1.33) с плотностью волновой энергии $W = \varepsilon|\mathcal{E}|^2/(2\pi)$ [11, 23, 24]. Важно отметить, что при уменьшении $\varepsilon(t)$ частота волны $\omega(t)$ увеличивается согласно дисперсионному уравнению

$$c^2k^2 - \omega^2(t)\varepsilon(t) = 0 \quad (1.42)$$

($k = \text{const}$), при этом из уравнения (1.33) следует, что энергия волны $W(t)$ также увеличивается (рис. 1.5).

Модель среды Лоренца можно свести к модели недиспергирующего диэлектрика, опустив инерционный член $d^2\mathbf{p}/dt^2$ в уравнениях (1.1) и (1.22). При этом в случае увеличивающейся концентрации осцилляторов $N(t)$ материальное уравнение (1.4) принимает простой вид

$$\mathbf{P} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi\Omega_0^2} \mathbf{E}, \quad (1.43)$$

эквивалентный материальному уравнению Моргенталера (1.41) с

$$\varepsilon(t) = 1 + \Omega_p^2(t)/\Omega_0^2. \quad (1.44)$$

Адиабатический инвариант общего вида (1.31) сводится к уравнению (1.33), которое предсказывает потерю энергии волны с ростом $\varepsilon(t)$ и уменьшением $\omega(t)$ (рис. 1.5).

Однако в случае убывающей концентрации осцилляторов $N(t)$ уравнение (1.43) не может быть использовано: его подстановка в уравнения Максвелла (1.13) в виде $\mathbf{J} = \partial \mathbf{P} / \partial t$ неправомерна. Аналогично нельзя использовать материальное уравнение Моргенталера (1.41) в члене $\partial \mathbf{D} / \partial t$ при записи уравнений Максвелла через вектор \mathbf{D} . Вместо некорректного материального уравнения (1.43) (или, что то же, (1.41)) следует использовать формулу (1.15), которая в безынерционном пределе (бездисперсионном приближении) принимает вид

$$\mathbf{J} = \frac{\Omega_p^2(t)}{4\pi\Omega_0^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (1.45)$$

Материальное уравнение (1.45) не может быть приведено к виду (1.41). Поэтому даже недиспергирующая среда с убывающей во времени концентрацией безынерционных диполей не может быть описана диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(t)$. Как следует из корректного рассмотрения на основе формулы (1.45), для такой среды адиабатический инвариант общего вида (1.38) сводится к инварианту вида (1.32), который предсказывает уменьшение энергии волны $W(t)$ при возрастании частоты $\omega(t)$, вопреки предсказанию модели Моргенталера с $\varepsilon(t)$ (рис. 1.5).

Для среды Лоренца с $N = \text{const}$ и $\Omega_0(t)$ материальное уравнение (1.23) в бездисперсионном приближении [$\omega(t) \ll \Omega_0(t)$] сводится к уравнению (1.41) с

$$\varepsilon(t) = 1 + \Omega_p^2/\Omega_0^2(t), \quad (1.46)$$

которое справедливо как для возрастающей, так и для убывающей функции $\Omega_0(t)$. Адиабатический инвариант, как и при учете дисперсии, имеет вид (1.33).

Таким образом, можно сделать вывод, что изменение во времени собственной частоты осциллятора $\Omega_0(t)$ является наиболее адекватным механизмом нестационарности для применимости материального уравнения (1.41).

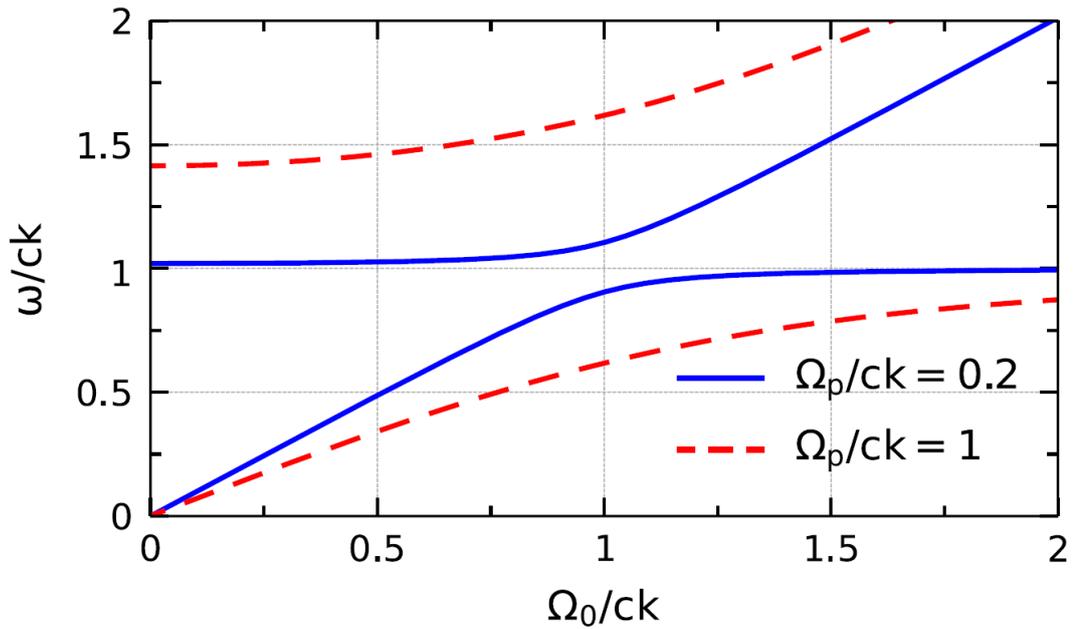


Рис 1.4. Частоты высокочастотных и низкочастотных мод как функции Ω_0 для двух значений Ω_p .

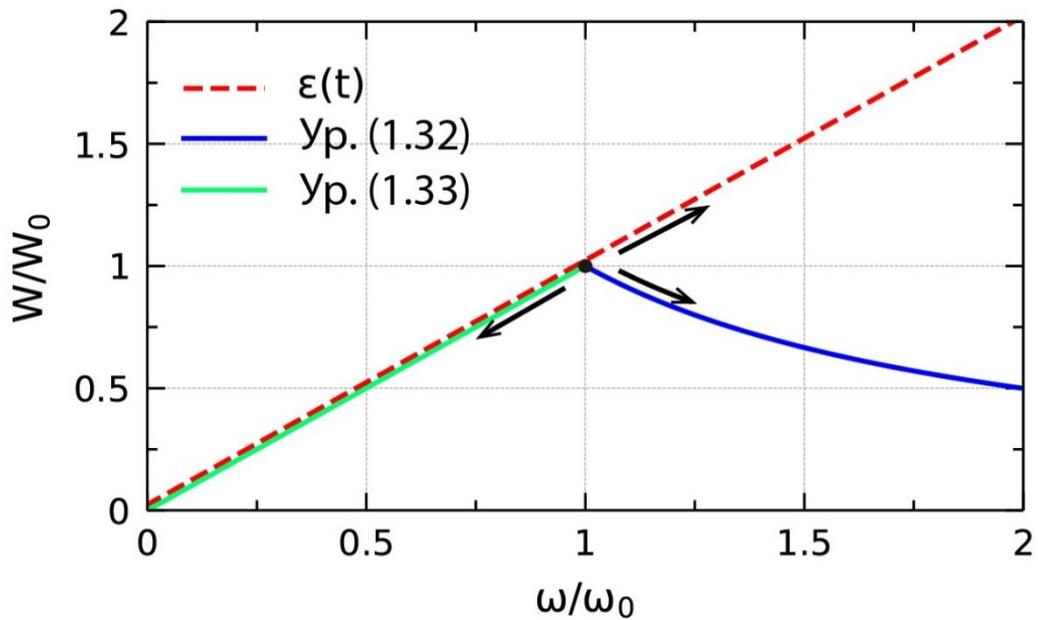


Рис. 1.5. Зависимость энергии волны от частоты волны для недиспергирующей среды Лоренца с переменной во времени концентрацией осцилляторов $N(t)$ (сплошные линии) в сравнении с моделью $\varepsilon(t)$ (штриховая линия). Стрелки показывают направления движения по кривым от точки, соответствующей начальной волне с частотой ω_0 и энергией W_0 .

Далее исследуем границы применимости модели Моргенталера в случае быстрых изменений свойств среды. Для этого рассмотрим вначале среду Лоренца, в которой происходит резкое увеличение концентрации осцилляторов N от N_1 до N_2 . Воспользуемся граничными условиями (1.20), полученными в п. 1.1. Этих условий достаточно для нахождения амплитуд $E_{1,2}^{\pm}$ четырех вторичных волн

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} \sum_{j=1}^2 (E_j^+ e^{i\omega_j t} + E_j^- e^{-i\omega_j t}) e^{-ik_0 z}, \quad (1.47)$$

которые возбуждаются на временной границе исходной волной $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} E_0 \exp(i\omega_0 t - ik_0 z)$. Частоты $\pm\omega_{1,2}$ вторичных волн определяются выражениями

$$\omega_{1,2}^2 = q \mp \sqrt{q^2 - \Omega_0^2 c^2 k_0^2}, \quad q = (\Omega_0^2 + \Omega_{p2}^2 + c^2 k_0^2)/2, \quad (1.48)$$

где Ω_{p2} – это значение Ω_p при $N = N_2$. Два положительных корня $0 < \omega_1 < \omega_2$ соответствуют нижней и верхней дисперсионным кривым на рис. 1.6 и описывают прошедшие волны, распространяющиеся в направлении $+z$. Два отрицательных корня $-\omega_{1,2}$ соответствуют отраженным волнам, распространяющимся в направлении $-z$ (дисперсионные кривые для $\omega < 0$ симметричны кривым для $\omega > 0$ и не показаны на рис. 1.6). Амплитуды вторичных волн $E_{1,2}^{\pm}$ были получены в работах [19, 28, 29]. Для удобства обсуждения приведем их:

$$E_1^{\pm} = E_0 \frac{\omega_1}{2\omega_0} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \pm 1 \right) \frac{\omega_2^2 - \omega_0^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad (1.49)$$

а E_2^{\pm} могут быть получены из (1.49) путем замены $1 \leftrightarrow 2$.

Для недиспергирующего диэлектрика Моргенталером были введены условия непрерывности [1]

$$\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{B}\} = 0, \quad (1.50)$$

которые широко используется в литературе [23, 55, 70–73]. Как отмечалось выше, в рамках более общей модели Лоренца бездисперсионное приближение соответствует волнам с частотами $\omega \ll \Omega_0$. Будем считать, что исходная волна имеет частоту $\omega_0 \ll \Omega_0$, и применим условия Моргенталера (1.50) для нахождения амплитуд вторичных низкочастотных волн с частотами $\pm\omega_1$, $\omega_1 < \omega_0$ (рис. 1.6).

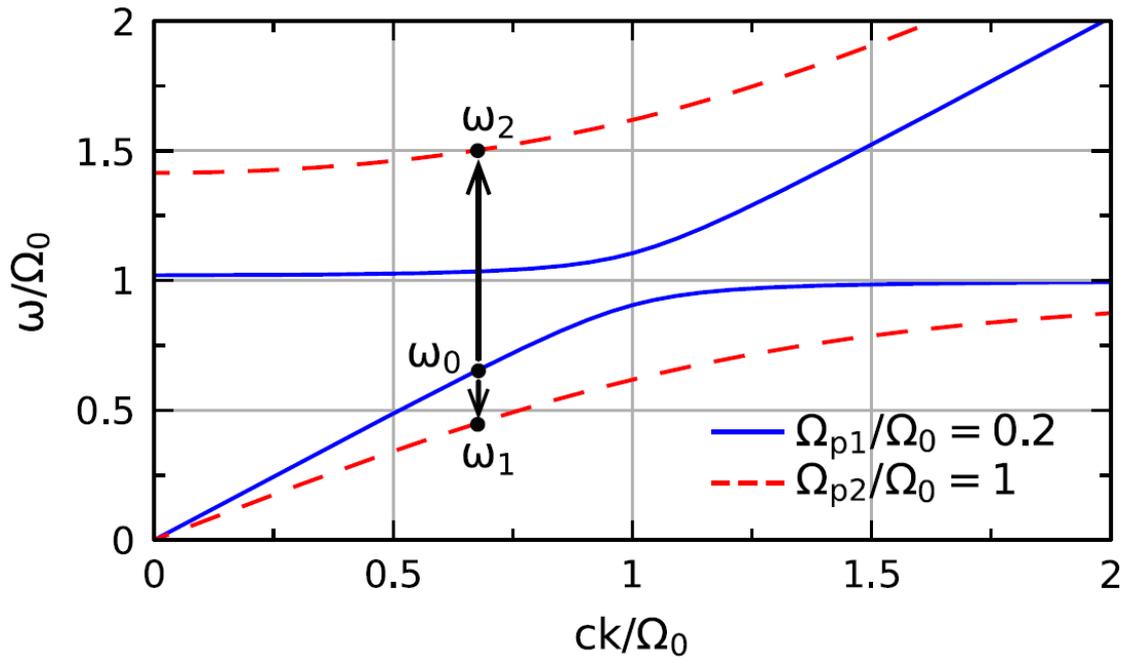


Рис. 1.6. Дисперсионные кривые $\omega(k)$ для волн в среде Лоренца при двух значениях плазменной частоты Ω_p . С ростом Ω_p кривые $\omega(k)$ удаляются от резонансной частоты Ω_0 . Волновое число k остается неизменным ($k = k_0$), в то время как частота ω_0 исходной волны (взятая, например, на нижней кривой) уменьшается до ω_1 на нижней кривой и увеличивается до ω_2 на верхней кривой.

Поскольку имеется только два граничных условия, в (1.47) пренебрежем волнами с высокими частотами $\pm\omega_2$. В результате получим те же формулы, что и в работе [1]:

$$E_1^\pm = \frac{E_0 \omega_1}{2 \omega_0} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \pm 1 \right) = \frac{E_0}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \pm 1 \right), \quad (1.51)$$

где $\omega_{0,1} = ck_0/\sqrt{\varepsilon_{1,2}}$ и $\varepsilon_{1,2} = 1 + \Omega_{p1,2}^2/\Omega_0^2$ (Ω_{p1} – значение Ω_p при $N = N_1$).

Формулы (1.51) следуют также из полученных в рамках модели Лоренца более общих выражений (1.49) в бездисперсионном пределе $\omega_{0,1} \ll \Omega_0$ при пренебрежении $\omega_{0,1}$ по сравнению с ω_2 . Интересно отметить, что амплитуды E_2^\pm высокочастотных волн не являются пренебрежимо малыми в бездисперсионном пределе. Действительно, из выражений (1.49) для E_2^\pm в этом пределе получаем

$$E_2^+ = E_2^- = \frac{E_0}{2} \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} \right) = \frac{E_0}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) \quad (1.52)$$

(из-за равных амплитуд высокочастотные волны образуют стоячую волну). Как видно из (1.52), амплитуды E_2^\pm сравнимы с E_1^\pm , определяемыми формулами (1.51). Возникает естественный вопрос: почему пренебрежение высокочастотными волнами при решении временной граничной задачи с использованием условий Моргенталера приводит к правильному результату?

Для ответа на этот вопрос упростим выражение (1.48) для частоты ω_2 в пределе $\omega_0 \ll \Omega_0$ к виду $\omega_2^2 = \Omega_0^2 + \Omega_{p2}^2 + \Omega_{p2}^2 c^2 k_0^2 / (\Omega_0^2 + \Omega_{p2}^2)$, где $c^2 k_0^2 \approx \omega_0^2 \varepsilon_1$, и подставим упрощенное выражение в формулу для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega) = 1 + \Omega_{p2}^2 / (\Omega_0^2 - \omega^2)$, которая следует из уравнения (1.4) при $t > 0$. Получим

$$\varepsilon(\omega_2) \approx \varepsilon_1 \omega_0^2 / (\Omega_0^2 + \Omega_{p2}^2) \ll \varepsilon_1. \quad (1.53)$$

Как видно, в пределе $\omega_0 \ll \Omega_0$ среда Лоренца после скачка концентрации осцилляторов является средой с близкой к нулю диэлектрической проницаемостью (ε -near-zero средой) для вторичных высокочастотных волн. В такой среде амплитуды электрической индукции $D_2^\pm = \varepsilon(\omega_2)E_2^\pm$ и магнитного поля $B_2^\pm = \sqrt{\varepsilon(\omega_2)}E_2^\pm$

пренебрежимо малы и не вносят вклад в условия непрерывности $\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{B}\} = 0$. Поэтому исключение высокочастотных волн из временной граничной задачи для низкочастотных волн не влияет на результат. Однако два других условия непрерывности в общей системе граничных условий (1.20) для среды Лоренца не могут быть выполнены без высокочастотных волн.

Заметим теперь, что суммарная энергия $W_1^+ + W_1^-$ вторичных низкочастотных волн с амплитудами (1.51) меньше энергии исходной волны W_0 в рассматриваемом случае $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ [1]:

$$W_1^+ + W_1^- = \frac{\varepsilon_1 E_0^2}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + 1 \right), \quad W_0 = \frac{\varepsilon_1 E_0^2}{2\pi}, \quad (1.54)$$

$W_1^+ + W_1^- < W_0$. В работе Моргенталера [1] несохранение энергии объяснялось совершением работы внешней силой. Однако изменение концентрации осцилляторов не требует совершения работы. Как объяснить потерю энергии для среды с растущей концентрацией осцилляторов? Для ответа на этот вопрос вычислим сумму энергий высокочастотных волн с амплитудами, определяемыми формулами (1.52), как

$$W_2^+ + W_2^- = \frac{E_0^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{8\pi \varepsilon_2 (\varepsilon_2 - 1)}. \quad (1.55)$$

В случае $\varepsilon_1 = 1$ (изначально не было осцилляторов, $N_1 = 0$) учет энергии высокочастотных волн (1.55) восстанавливает энергетический баланс: $W_1^+ + W_1^- + W_2^+ + W_2^- = W_0$. Таким образом, высокочастотные волны важны для выполнения закона сохранения энергии. В случае $\varepsilon_1 \neq 1$ для выполнения закона сохранения энергии необходимо также учесть возбуждение собственных колебаний фоновых и вновь возникших осцилляторов на частоте Ω_0 [29]. Несмотря на то, что суммарная поляризация среды при таких колебаниях равна нулю, в собственные колебания может уходить значительная доля энергии исходной волны [29]. В пределе $\omega_0 \ll \Omega_0$ энергия собственных колебаний W_{f_0} может быть найдена из общих формул работы [29] как

$$W_{f_0} = \frac{E_0^2}{4\pi} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - 1). \quad (1.56)$$

Учет энергии свободных колебаний дополняет энергетический баланс: $W_1^+ + W_1^- + W_2^+ + W_2^- + W_{f_0} = W_0$ в случае $\varepsilon_1 \neq 1$.

При выводе условий непрерывности (1.20) в п. 1.1 и их применении для решения граничной задачи в данном параграфе подразумевалось, что скорость роста τ^{-1} функции $N(t)$ намного превосходит частоты как исходной (ω_0), так и вторичных ($\omega_{1,2}$) волн, то есть $\tau^{-1} \gg \omega_{0,1,2}$. Данное условие также подразумевает, что $\tau^{-1} \gg \Omega_0$ (рис. 1.6). Однако может быть и другая ситуация, когда $\Omega_0 \gg \tau^{-1} \gg \omega_0$. В этом случае изменение среды можно рассматривать как временную границу для исходной волны и для вторичных волн с низкими частотами $\pm\omega_1$, $\omega_1 < \omega_0$ (рис. 1.6). В то же время изменение среды будет медленным для волн с высокими частотами $\pm\omega_2$, поэтому высокочастотные волны возбуждаться не будут. Это подтверждается результатами численного моделирования методом конечных разностей во временной области (FDTD), показанными на рис. 1.7. Поскольку амплитуды и энергии низкочастотных волн по-прежнему определяются уравнениями (1.51) и (1.54), уменьшение энергии низкочастотных волн $W_1^+ + W_1^- < W_0$ теперь можно объяснить исключительно возбуждением собственных колебаний осцилляторов на частоте Ω_0 .

Далее рассмотрим быстрое уменьшение концентрации осцилляторов $N(t)$. В этом случае следует использовать граничные условия (1.21). Данных условий достаточно для нахождения амплитуд четырех вторичных волн с частотами $\pm\omega_1$ и $\pm\omega_2$:

$$E_1^\pm = E_0 \left(1 \pm \frac{\omega_1}{\omega_0} \right) \frac{(\omega_2^2 - \omega_0^2)(\Omega_0^2 - \omega_1^2)}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)(\Omega_0^2 - \omega_0^2)}, \quad (1.57)$$

E_2^\pm могут быть получены из (1.57) заменой $1 \leftrightarrow 2$. Заметим, что амплитуды (1.57) отличаются от соответствующих выражений (1.49), полученных для временной границы с увеличивающейся концентрацией осцилляторов, что говорит о наличии асимметрии между случаями скачка концентрации вверх и вниз.

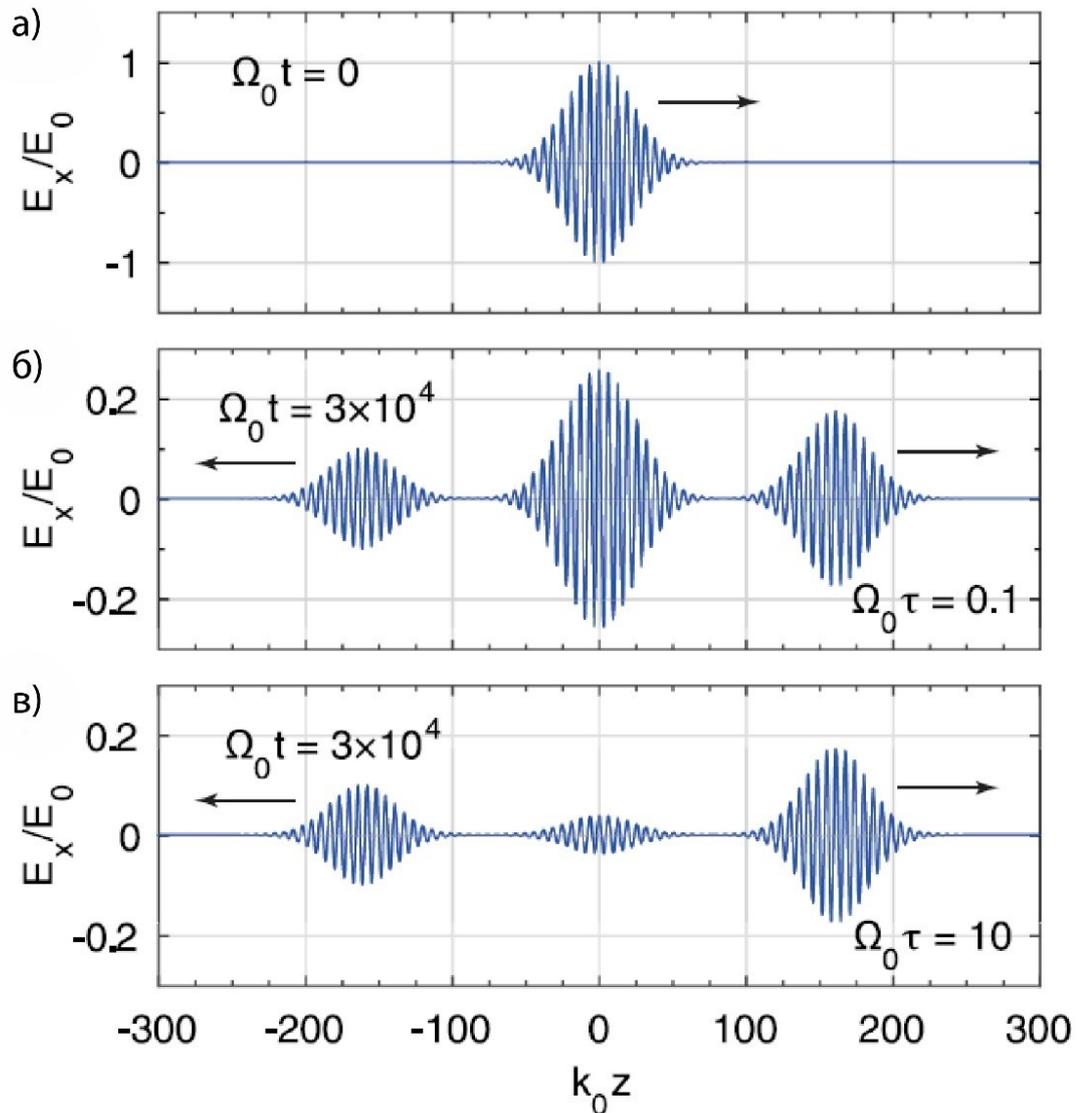


Рис 1.7. а) Исходный электромагнитный импульс с $\omega_0 = 0,02\Omega_0$ в момент $t = 0$, когда $\Omega_p(t) = \sqrt{4\pi}\Omega_0[1 - \exp(-t^2/\tau^2)]$ начинает возрастать. б), в) Вторичные волны в момент $\Omega_0 t = 3 \times 10^4$ для разных τ . На рис. б) возбуждаются как низкочастотные ($\pm\omega_1$), так и высокочастотные ($\pm\omega_2$) волны. Волны на частотах $\pm\omega_1$ сдвинуты в противоположных направлениях от места возбуждения (около точки $z = 0$). Групповая скорость волн на частотах $\pm\omega_2$ мала ($\approx 0,005c$), и эти волны остаются перекрывающимися в месте возбуждения. На рис. в) волны на частотах $\pm\omega_2$ практически не возбуждаются.

Чтобы сравнить полученные результаты с результатами работ [1, 23, 61, 70–73], в которых используются условия Моргенталера (1.50) для недиспергирующего диэлектрика как с увеличивающейся, так и с уменьшающейся диэлектрической проницаемостью, наложим условие $\omega_{0,1} \ll \Omega_0$ и приведем выражения (1.57) к виду

$$E_1^\pm = \frac{E_0}{2} \left(1 \pm \frac{\omega_1}{\omega_0} \right) = \frac{E_0}{2} \left(1 \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \right), \quad (1.58)$$

при этом $E_2^\pm \approx 0$. Амплитуды (1.58) отличаются от выражений Моргенталера (1.51). Таким образом, даже в бездисперсионном пределе не существует универсальных «коэффициентов Френеля» для временных границ с увеличивающейся и уменьшающейся диэлектрической проницаемостью, по крайней мере, в случае нестационарности, связанной с увеличением или уменьшением концентрации осцилляторов. Поскольку $E_2^\pm \ll E_1^\pm$ в пределе $\omega_{0,1} \ll \Omega_0$, двух первых условий (1.21) достаточно для нахождения E_1^\pm .

Разница в коэффициентах рассеяния волн на скачках концентрации вверх и вниз может иметь существенное значение в задаче о рассеянии света временным слоем, т.е. двумя последовательными временными границами. Недавно в работе [73] рассеяние на временном слое рассматривалось с использованием одних и тех же коэффициентов (1.52) на каждой границе. Был предсказан эффект нулевого отражения от слоя длительностью полпериода и диэлектрической проницаемостью, возрастающей скачком от единицы до некоторого значения, большего единицы, и затем возвращающейся скачком к единице. Поскольку, однако, на второй границе диэлектрическая проницаемость уменьшается, для нее следует использовать формулы (1.58), а не (1.51). При этом пропадает эффект нулевого отражения, предсказанный в [73].

Важно также, что использование коэффициентов рассеяния (1.58) приводит к противоположному выводу об изменении энергии на временной границе по сравнению с тем, что следует из выражений (1.51) и вытекающей из них формулы (1.54) для суммарной энергии вторичных волн. Действительно, формула (1.54)

предсказывает выигрыш в энергии: $W_1^+ + W_1^- > W_0$ при $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Из выражений (1.58), напротив, получаем формулу

$$W_1^+ + W_1^- = \frac{E_0^2}{4\pi} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad (1.59)$$

которая предсказывает потери энергии: $W_1^+ + W_1^- < W_0$ при $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Уменьшение энергии происходит из-за деактивации части осцилляторов вместе с их энергиями подобно тому, что имеет место при исчезновении осциллирующих свободных носителей в рекомбинирующей плазме [8].

Наконец, рассмотрим случай, когда плотность осцилляторов постоянна ($\Omega_p = \text{const}$), а резонансная частота осцилляторов Ω_0 скачком меняется во времени от Ω_{01} до Ω_{02} . Согласно п. 1.1 в этом случае справедливы граничные условия (1.20) как для увеличения, так и для уменьшения $\Omega_0(t)$. Использование данных условий приводит к выражениям для амплитуд волн (1.49), в которых частоты волн $\omega_{1,2}$ теперь определяются уравнением (1.48) с заменами $\Omega_p \rightarrow \Omega_{p2}$ и $\Omega_{02} \rightarrow \Omega_0$.

В бездисперсионном пределе $\omega_{0,1} \ll \Omega_0(t)$ выражения (1.49) сводятся к выражениям (1.51) с $\varepsilon_{1,2} = 1 + \Omega_p^2/\Omega_{01,2}^2$. Важно отметить, что выражения (1.51) теперь справедливы как при $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, так и при $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Это означает, что соответствующие условия непрерывности $\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{B}\} = 0$ справедливы для обоих случаев. Выражения (1.51) для амплитуд приводят к формуле (1.54) для суммарной энергии низкочастотных волн. Если $\tau^{-1} \gg \omega_2$, выражения (1.52) для амплитуд высокочастотных волн также справедливы, и суммарная энергия этих волн определяется формулой (1.55). При $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ даже энергия низкочастотных волн превышает энергию исходной волны: $W_1^+ + W_1^- > W_0$. Кроме того, есть еще и энергия высокочастотных волн $W_2^+ + W_2^-$. Собственные колебания не возбуждаются из-за идентичности всех осцилляторов и, следовательно, не вносят вклад в энергетический баланс. Откуда берется энергия? Очевидно, что увеличение энергии происходит за счет совершения внешней силой работы при изменении реактивного параметра осциллятора. При $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ уменьшение энергии $W_1^+ + W_1^- + W_2^+ + W_2^- < W_0$ объясняется отрицательной работой внешней силы. Если $\Omega_0(t) \gg \tau^{-1} \gg \omega_{0,1}$, то высокочастотные волны не возбуждаются и не вносят вклад в энергетический баланс.

Таким образом, низкочастотные волны в среде Лоренца с быстро меняющейся собственной частотой $\Omega_0(t)$, могут быть полностью описаны условиями непрерывности Моргенталера и коэффициентами рассеяния (1.51). Следует, однако, подчеркнуть, что не любой механизм изменения $\Omega_0(t)$ соответствует материальному уравнению (1.23). Например, при моделировании осциллятора среды Лоренца массой на пружине закрепление части пружины увеличивает резонансную частоту, но одновременно смещает и положение равновесия осциллятора. Это приводит к мгновенному изменению дипольного момента \mathbf{p} и, как результат, поляризации \mathbf{P} , что противоречит непрерывности \mathbf{P} , вытекающей из уравнения (1.23). В результате закрепления часть потенциальной энергии пружины будет удалена из колебательного движения, тогда как формула (1.54), вытекающая из материального уравнения (1.23), предсказывает увеличение энергии при $\Omega_{02} > \Omega_{01}$ ($\varepsilon_2 < \varepsilon_1$).

При моделировании метаатома колебательным контуром увеличение Ω_0 может быть достигнуто, например, двумя способами: раздвиганием пластин конденсатора или разделением конденсатора на два параллельных и отключением одного из них. Первый способ соответствует уравнению (1.23) и приводит к увеличению энергии колебаний за счет положительной работы внешней силы. Второй способ уменьшает заряд в цепи (т.е. поляризацию) вопреки уравнению (1.23) и энергию колебаний вопреки уравнению (1.54).

1.4. Выводы по главе 1

Таким образом, для адекватного описания среды Лоренца с изменяющейся во времени плотностью структурных элементов (осцилляторов) необходимо использовать разные материальные уравнения в случаях возрастания плотности и ее убывания. При медленном возрастании и медленном убывании плотности осцилляторов частота и энергия электромагнитной волны образуют адиабатические инварианты разного вида, предсказывающие, однако, уменьшение энергии волны в обоих случаях. Для волн с частотами много меньшими (низкочастотный предел) и много большими (высокочастотный предел) собственной частоты осциллятора

найденные адиабатические инварианты переходят в известные инварианты для недиспергирующего диэлектрика и плазмы.

Модель недиспергирующего диэлектрика с переменной во времени диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(t)$ (модель Моргенталера) неприменима для описания среды Лоренца с убывающей во времени, как плавно, так и резко, плотностью осцилляторов даже в низкочастотном пределе. В случае возрастания плотности осцилляторов модель Моргенталера применима для низкочастотных волн. При резком возрастании плотности осцилляторов исходная низкочастотная волна возбуждает, кроме вторичных низкочастотных волн, также и сравнимые по амплитуде высокочастотные волны, в которые уходит значительная доля энергии исходной волны. Этими волнами, однако, можно пренебрегать при сшивании низкочастотных волн на временной границе условиями непрерывности Моргенталера.

Среда Лоренца с изменяющейся во времени собственной частотой осцилляторов описывается одним и тем же материальным уравнением как при увеличении, так и уменьшении собственной частоты. Для электромагнитной волны в среде с медленно изменяющейся собственной частотой осцилляторов справедлив адиабатический инвариант, совпадающий с инвариантом для недиспергирующего диэлектрика. При резком изменении собственной частоты осцилляторов для низкочастотных волн применимы условия непрерывности Моргенталера.

Глава 2. Динамика поверхностных плазмонов на нестационарном графене

Данная глава посвящена исследованию трансформации поверхностных электромагнитных волн (поверхностных плазмонов), направляемых листом графена с переменной во времени поверхностной плотностью свободных носителей заряда. Рассмотрение ведется в рамках классической модели Друде, для применимости которой считается выполненным условие $E_f \gg \hbar\omega$, где E_f – энергия Ферми носителей, а $\hbar\omega$ – энергия плазмона. Данное условие позволяет пренебречь вкладом межзонных переходов в поверхностную проводимость графена и ограничиться вкладом только внутризонных переходов. Для плазмонов терагерцового частотного диапазона ($\sim 1 - 10$ ТГц) с $\hbar\omega \sim 4 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-2}$ эВ для выполнения приведенного условия достаточно $E_f \sim 0,1$ эВ, что может быть легко обеспечено химическим или электрическим допированием. Нестационарность графена (зависимость от времени поверхностной плотности носителей) может быть обеспечена как инжекцией носителей при вариациях приложенного электрического напряжения и, следовательно, уровня Ферми (электрическое управление), так и путем оптического возбуждения фемтосекундными лазерными импульсами – межзонного переброса электронов с их последующей быстрой (на временах ~ 50 фс) термализацией и гораздо более медленной (на временах ~ 1 пс) рекомбинацией (оптическое управление). Ниже рассмотрена трансформация поверхностного плазмона как при медленных изменениях плотности носителей в графене, так и при ее резком возрастании.

Основные результаты главы опубликованы в работах [A1, A2, A7–A9, A15].

2.1. Материальные уравнения графена с переменной плотностью носителей в модели Друде

Корректное описание трансформации поверхностных плазмонов, направляемых нестационарным (с переменной во времени плотностью носителей) графеном, должно быть основано на материальных уравнениях, соответствующих конкретному физическому механизму нестационарности. В литературе, однако, последовательные с математической точки зрения решения зачастую исходят из неадекватных материальных уравнений, приводя к физически противоречивым результатам. Так, в работах [6, 42–44] в качестве материального уравнения нестационарного графена используется уравнение связи плотности поверхностного тока j с тангенциальной (вдоль направления распространения плазмона x) компонентой электрического поля E_x вида

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\nu j + W_D(t)E_x(x, t), \quad (2.1)$$

где ν – частота релаксации тока, а $W_D(t)$ – зависящий от времени вес Друде (пропорциональный квадратному корню плотности носителей в графене $N(t)$). При этом предполагается, что уравнение (2.1) определяет динамику тока при произвольной, как увеличивающейся, так и уменьшающейся, зависимости $N(t)$. На самом деле уравнение (2.1) адекватно только механизму генерации (инжекции) носителей, когда $N(t)$ увеличивается, и не может быть использовано в случае, когда носители удаляются из графена или рекомбинируют (функция $N(t)$ уменьшается). Действительно, это уравнение не учитывает потерю тока исчезнувших носителей. В случае удаления (рекомбинации) носителей уравнение (2.1) необходимо дополнить членом $-(\mu_r/2)j$, описывающим исчезновение тока

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\nu j + W_D(t)E_x(x, t) - \frac{\mu_r(t)}{2}j, \quad (2.2)$$

где $\mu_r = -d \ln N/dt > 0$ – темп удаления носителей. Уравнение (2.2) напоминает материальное уравнение для обычного электронного газа с изменяющейся во времени плотностью $N(t)$ [45]. Однако в уравнении для обычного газа параметр $W_D(t)$ пропорционален квадрату плазменной частоты ω_p и, следовательно, иначе связан

с $N(t)$: $W_D(t) \propto \omega_p^2 \propto N(t)$. В уравнении (2.2) член $-\mu_r j/2$ описывает уменьшение тока, связанное с удалением носителей или их рекомбинацией, в то время как член с $W_D(t)$ определяет ток оставшихся носителей. Как при генерации, так и при удалении носителей член $-vj$ описывает уменьшение тока из-за столкновений.

При рассмотрении чередующихся изменений плотности носителей, в частности, при периодической модуляции плотности носителей, следует использовать уравнение (2.1) на временных интервалах, где плотность увеличивается, и уравнение (2.2) на интервалах, где происходит уменьшение плотности (рис. 2.1а).

Процессы генерации носителей и их удаления (рекомбинации) могут проходить одновременно. В этом случае уравнение (2.2) оказывается справедливым только при $\mu_r = \text{const}$. При $\mu_r = \mu_r(t)$ уравнение (2.2) может быть использовано только как приближенное.

Если плотность носителей в графене изменяется скачком, удобно использовать условия непрерывности на временной границе, которые могут быть получены путем интегрирования уравнений (2.1) и (2.2) по бесконечно малому времени скачка. Так, интегрирование уравнения (2.1) приводит к условию непрерывности плотности тока при резком увеличении плотности носителей

$$j(t_1^+) = j(t_1^-) \quad (2.3)$$

(t_1 — момент скачка плотности). Интегрируя уравнение (2.2), можно получить условие

$$\frac{j(t_2^+)}{j(t_2^-)} = \sqrt{\frac{N(t_2^+)}{N(t_2^-)}} \quad (2.4)$$

для резкого (в момент t_2) уменьшения плотности от $N(t_2^-)$ до $N(t_2^+)$, $N(t_2^+) < N(t_2^-)$. Временные граничные условия (2.3) и (2.4) также могут быть выведены из физических предположений (см. работу [8] и п. 2.3). При рассмотрении чередующихся (периодических) ступенчатых изменений плотности носителей (рис. 2.1б) следует использовать соотношение (2.3) для описания увеличения плотности и соотношение (2.4) для уменьшения плотности.

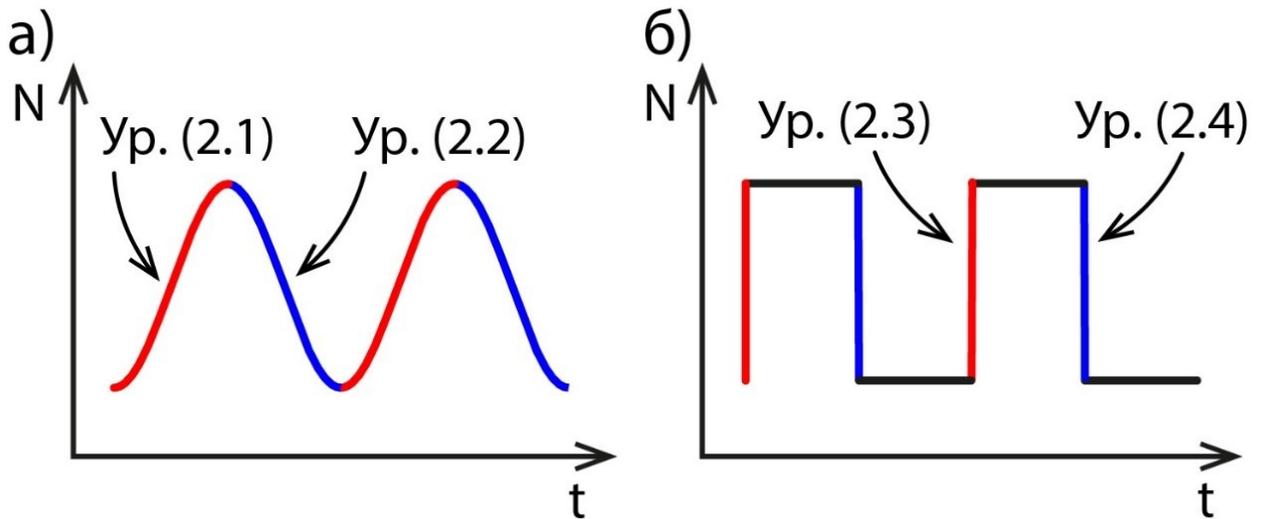


Рис. 2.1. а) Медленные периодические изменения плотности носителей. Для разных участков кривой следует использовать разные материальные уравнения: (2.1) или (2.2). б) Чередующиеся скачки плотности носителей. Для увеличения и уменьшения плотности следует использовать разные временные граничные условия: (2.3) или (2.4).

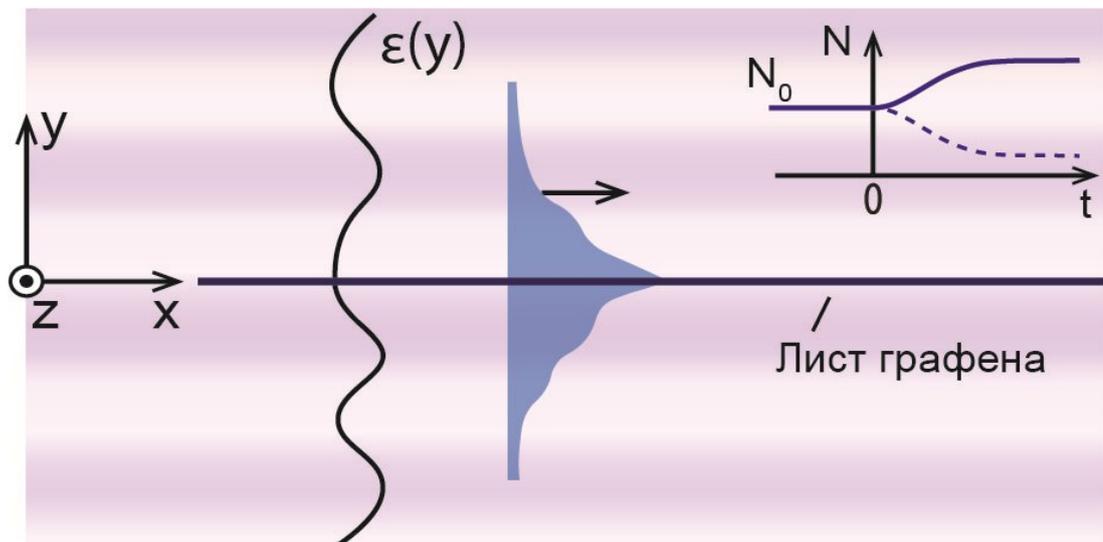


Рис. 2.2. Схематическое изображение поверхностного плазмона, распространяющегося вдоль листа графена с переменной плотностью носителей $N(t)$ и произвольным диэлектрическим окружением с $\epsilon(y)$.

2.2. Адиабатические инварианты для поверхностных плазмонов

На основе полученных материальных уравнений исследуем трансформацию плазмона при медленных изменениях плотности носителей в графене. Рассмотрим плоский плазмонный волновод, состоящий из листа графена, расположенного в плоскости $y = 0$, и слоистого диэлектрического окружения с произвольным распределением диэлектрической проницаемости $\varepsilon(y)$ (рис. 2.2). Обычно плазмонные устройства на основе графена представляют собой многослойную структуру, включающую, например, подложку, буферные слои и электроды [39, 74-77]. Поскольку неоднородное диэлектрическое окружение может существенно влиять на дисперсионные свойства и энергию плазмонов, мы и включаем в рассмотрение общую зависимость $\varepsilon(y)$.

Будем считать, что изначально, при $t < 0$, поверхностная плотность носителей в графене равна N_0 и поверхностный ТМ плазмон с частотой ω_0 распространяется вдоль листа графена в направлении оси x (рис. 2.2). Электромагнитное поле плазмона имеет три компоненты E_x, E_y и H_z . Постоянная распространения h_0 связана с частотой ω_0 дисперсионным уравнением, вид которого зависит от распределения $\varepsilon(y)$.

При $t = 0$ плотность носителей начинает изменяться во времени как заданная функция $N(t)$ (рис. 2.2). Полагая изменения плотности медленными по сравнению с периодом плазмона, запишем электрическое и магнитное поля плазмона \mathbf{E}, \mathbf{H} при $t > 0$ в квазимонохроматической форме как реальные части комплексных полей

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{H}} \end{cases} = \begin{cases} \mathcal{E}(y, t) \\ \mathcal{H}(y, t) \end{cases} e^{i\varphi(t) - ih_0 x} \quad (2.5)$$

с медленно изменяющимися частотой $\omega(t) = d\varphi/dt$ и комплексными амплитудами \mathcal{E}, \mathcal{H} . Постоянная распространения h_0 сохраняется вследствие трансляционной инвариантности (однородности) системы вдоль оси x . Плазмон эволюционирует во времени адиабатически, следуя за медленными изменениями плотности носителей. Амплитуда и частота плазмона могут существенно измениться на масштабах, превышающих период плазмона $2\pi/\omega$.

Для описания эволюции плазмона при $t > 0$ будем использовать уравнения Максвелла в виде

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.6a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\varepsilon(y)}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \delta(y), \quad (2.6b)$$

где $\delta(y)$ – дельта функция. Для геометрии, приведенной на рис. 2.2, поверхностный ток имеет только одну компоненту: $\mathbf{j} = \{j_x, 0, 0\}$ с $j_x = j_x(x, t)$. Дополним систему уравнений Максвелла материальным уравнением (2.2), которое для геометрии на рис. 2.2 принимает вид

$$\frac{\partial j_x}{\partial t} = \frac{c\Omega(t)}{2\pi} E_x(x, 0, t) - \left(\nu + \frac{\mu_r}{2} \right) j_x. \quad (2.7)$$

В уравнение (2.7) вместо веса Друде введен удобный, имеющий размерность частоты параметр Ω , связанный с весом Друде W_D и энергией Ферми E_F соотношениями

$$\Omega = \frac{2\pi}{c} W_D = \frac{2e^2 E_F}{\hbar^2} \quad (2.8)$$

(e – заряд электрона). Поскольку уровень Ферми зависит от поверхностной плотности носителей N как $E_F = \hbar v_F \sqrt{\pi N}$, где v_F – скорость Ферми ($v_F \approx 10^6$ м/с), то параметр Ω пропорционален \sqrt{N} . Например, для типичного значения $N = 10^{13}$ см⁻² энергия Ферми составляет $E_F \approx 370$ мэВ и параметр Ω лежит в субтерагерцовом диапазоне: $\Omega \approx 0,276 \times 10^{12}$ с⁻¹.

Для применимости адиабатического приближения (2.5) мы предполагаем, что параметры Ω , μ_r и ν удовлетворяют следующим условиям: $|d \ln \Omega(t)/dt| \ll \omega$, $\mu_r \ll \omega$ и $\nu \ll \omega$. При этом поверхностный ток \mathbf{j} также имеет квазимонохроматическую форму, аналогичную (2.5) с медленно меняющейся комплексной амплитудой $\mathcal{J}(t)$.

Для исследования трансформации плазмона при медленном изменении плотности носителей выведем адиабатический инвариант. Для этого из уравнений Максвелла (2.6) обычным способом получим теорему Пойнтинга в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\varepsilon E^2 + H^2}{8\pi} + \frac{c}{4\pi} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -j_x E_x \delta(y). \quad (2.9)$$

Подставим E_x из уравнения (2.7) в правую часть уравнения (2.9) и усредним полученное уравнение по периоду плазмона $2\pi/\omega$. Чтобы избавиться от члена с дивергенцией, проинтегрируем уравнение (2.9) по поперечной координате y (с учетом локализации плазмона около графена). В результате получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon |\mathcal{E}|^2 + |\mathcal{H}|^2}{16\pi} dy + \frac{\pi}{2c\Omega} |J|^2 \right) \\ = -\frac{\pi}{2c\Omega^2} \left[\frac{d\Omega}{dt} + (2\nu + \mu_r)\Omega \right] |J|^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Левая часть уравнения (2.10) представляет собой темп изменения усредненной по периоду плазмона энергии, приходящейся на единицу площади поверхности графена (dW/dt). Энергия W состоит из энергии электрического ($W_E = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon |\mathcal{E}|^2}{16\pi} dy$) и магнитного ($W_H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\mathcal{H}|^2}{16\pi} dy$) полей плазмона, а также кинетической энергии осциллирующих носителей ($W_k = \frac{\pi}{2c\Omega} |J|^2$), то есть $W = W_E + W_H + W_k$. Таким образом, уравнение (2.10) может быть записано в виде

$$\frac{dW}{dt} = -P(t), \quad (2.11)$$

где $P(t)$ – это мощность потерь. В нулевом приближении (то есть в пренебрежении малыми членами $\omega^{-1} d \ln \Omega/dt$, ν/ω и μ_r/ω) уравнение (2.7) сводится к виду

$$J = c\Omega/(2\pi i\omega) \mathcal{E}_x(0, t). \quad (2.12)$$

Подставляя выражение (2.12) в правую часть уравнения (2.10), мощность потерь можно записать следующим образом:

$$P(t) = \frac{c}{8\pi\omega^2} \left[\frac{d\Omega}{dt} + (2\nu + \mu_r)\Omega \right] |\mathcal{E}_x(0, t)|^2. \quad (2.13)$$

Для вывода адиабатических инвариантов из уравнения (2.11) необходимо связать изменение во времени параметра $\Omega(t)$ в формуле (2.13) с изменением во времени частоты $\omega(t)$. Для этого используем уравнение

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \mathcal{E} = -\frac{4\pi}{c^2} i\omega \mathcal{J} \delta(y), \quad (2.14)$$

которое получается из (2.6а) и (2.6б) путем исключения \mathbf{H} и подстановки \mathbf{E} и \mathbf{j} в квазимонохроматической форме. Умножая уравнение (2.14) на комплексно сопряженную амплитуду \mathcal{E}^* , применяя тождество $\mathcal{E}^* \cdot (\nabla \times \nabla \times \mathcal{E}) = |\nabla \times \mathcal{E}|^2 - \nabla \cdot (\mathcal{E}^* \times \nabla \times \mathcal{E})$ и интегрируя уравнение по y в пределах $-\infty < y < \infty$, получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\nabla \times \mathcal{E}|^2 dy - \frac{\omega^2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{E}|^2 dy = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathcal{J} \mathcal{E}_x^*(0, t). \quad (2.15)$$

Из уравнения (2.15), используя также уравнения (2.6а) и (2.12), прежде всего получим соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon |\mathcal{E}|^2}{16\pi} dy = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon |\mathcal{H}|^2}{16\pi} dy + \frac{\pi}{2c\Omega} |\mathcal{J}|^2, \quad (2.16)$$

которое означает, что $W_E(t) = W_H(t) + W_k(t)$ (см. формулу (2.10)). Затем подставим \mathcal{J} из уравнения (2.12) в правую часть уравнения (2.15) и проварьбируем по времени полученное уравнение в духе теории возмущения резонаторов (рассматриваем два близких состояния системы через малый промежуток времени: одно состояние рассматриваем как невозмущенное, другое как возмущенное). В результате приходим к соотношению

$$\frac{d\omega^2}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon |\mathcal{E}|^2 dy = \frac{d\Omega}{dt} 2c |\mathcal{E}_x(0, t)|^2. \quad (2.17)$$

Представляя выражение в квадратных скобках в формуле (2.13) как $\gamma d\Omega/dt$, где

$$\gamma = 1 + \frac{2\nu + \mu_r}{\mu_\Omega}, \quad \mu_\Omega(t) = \frac{d \ln \Omega}{dt}, \quad (2.18)$$

и используя уравнения (2.16) и (2.17), приведем уравнение (2.11) к виду

$$\frac{dW}{dt} = -\gamma \frac{W}{\omega} \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.19)$$

Уравнение (2.19) связывает скорость изменения энергии со скоростью преобразования частоты. Предполагая, что γ не зависит от времени, проинтегрируем уравнение (2.19) и получим адиабатический инвариант в виде

$$W \omega^\gamma = \text{const}. \quad (2.20)$$

Условие $\gamma = \text{const}$ выполняется, например, в следующих случаях. Во-первых, в случае, когда генерация носителей преобладает над их удалением, то есть $\mu_\Omega(t) > 0$ и $\mu_\Omega(t) \gg \mu_r(t)$, ν , из уравнения (2.18) получаем, что $\gamma = 1$. В этом случае инвариант (2.20) принимает вид

$$W\omega = \text{const}. \quad (2.21)$$

Во-вторых, в случае, когда $\mu_r = 0$, $\mu_\Omega = \text{const}$ (экспоненциальный рост плотности носителей с $N(t) \propto \exp(2\mu_\Omega t)$) и отношение ν/μ_Ω имеет произвольное значение, инвариант (2.20) принимает вид

$$W\omega^{1+2\nu/\mu_\Omega} = \text{const}. \quad (2.22)$$

В-третьих, в случае, когда удаление носителей преобладает над их генерацией и столкновениями, то есть при $\mu_\Omega(t) < 0$, $\mu_\Omega(t) = -\mu_r(t)/2$ и $\mu_r(t) \gg \nu$, получим $\gamma = -1$. В этом случае инвариант (2.20) принимает вид

$$\frac{W}{\omega} = \text{const}. \quad (2.23)$$

В-четвертых, в том случае, когда не происходит генерации носителей и $\mu_r = \text{const}$, то есть плотность носителей убывает во времени как $N(t) \propto \exp(-\mu_r t)$, получим $\mu_\Omega = -\mu_r/2$ и $\gamma = -1 - 4\nu/\mu_r = \text{const}$. При этом инвариант (2.20) принимает вид

$$\frac{W}{\omega^{1+4\nu/\mu_r}} \quad (2.24)$$

где ν/μ_r имеет произвольное значение.

Адиабатические инварианты в том же виде, что и уравнения (2.21)–(2.24), были получены ранее для плоских волн в нестационарной классической плазме [24, 78], а также для поверхностных волн, направляемых плазменным полупространством и плазменным слоем [45]. Здесь эти результаты обобщены на двухмерную волноводную структуру – нестационарный лист графена с произвольным слоистым диэлектрическим окружением. Несмотря на сходство инвариантов для нестационарных структур с классической плазмой и графеном, энергетика поверхностных волн, направляемых такими структурами, отличается количественно из-за различной связи параметра $\Omega(t)$ в уравнении (2.7) с $N(t)$ в этих случаях.

Далее применим полученные выше общие результаты к рассмотрению динамики поверхностного плазмона, направляемого нестационарным графеном, окруженным однородной диэлектрической средой с $\varepsilon = \text{const}$. В этом случае медленно меняющаяся комплексная амплитуда $\mathcal{E}_x(y, t)$ принимает вид

$$\mathcal{E}_x(y, t) = \mathcal{E}_x(t)e^{-\kappa(t)|y|}, \quad (2.25)$$

где поперечное волновое число κ является медленно меняющейся функцией времени:

$$\kappa(t) = \frac{\varepsilon\omega^2(t)}{c\Omega(t)}. \quad (2.26)$$

При произвольной зависимости $\Omega(t)$ частота плазмона $\omega(t)$ может быть найдена из дисперсионного уравнения [81]

$$h = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{1 + \frac{\varepsilon\omega^2}{\Omega^2}} \quad (2.27)$$

и условия сохранения постоянной распространения $h = h_0$, где h_0 определяется из уравнения (2.27) при $\omega = \omega(0) \equiv \omega_0$ и $\Omega = \Omega(0) \equiv \Omega_0$. Таким образом, получаем

$$\omega(t) = \frac{\Omega(t)}{\sqrt{2\varepsilon}} \left\{ \left[1 + 4c^2 h_0^2 / \Omega^2(t) \right]^{1/2} - 1 \right\}^{1/2}. \quad (2.28)$$

В практически важном квазистатическом пределе $\omega/\Omega \gg 1$, когда плазмон сильно локализован вблизи графена и его фазовая скорость $\omega/h \approx c\Omega/(\omega\varepsilon) \ll c/\sqrt{\varepsilon}$, формула (2.28) принимает простой вид

$$\omega(t) = \omega_0 \sqrt{\Omega(t)/\Omega_0}. \quad (2.29)$$

Кинематические соотношения (2.28) и (2.29) справедливы как в случае генерации свободных носителей, так и в случае их удаления и описывают повышение и понижение частоты плазмона соответственно (рис 2.3). В случае уменьшения плотности свободных носителей, то есть при $0 < \Omega(t)/\Omega_0 < 1$ на рис. 2.3, частота плазмона изменяется практически одинаково для различных значений параметра ω_0/Ω_0 (который характеризует степень локализации плазмона в начальный момент времени). В случае увеличения плотности свободных носителей, то есть при $\Omega(t)/\Omega_0 > 1$ на рис. 2.3, различие между кривыми довольно сильно выражено при

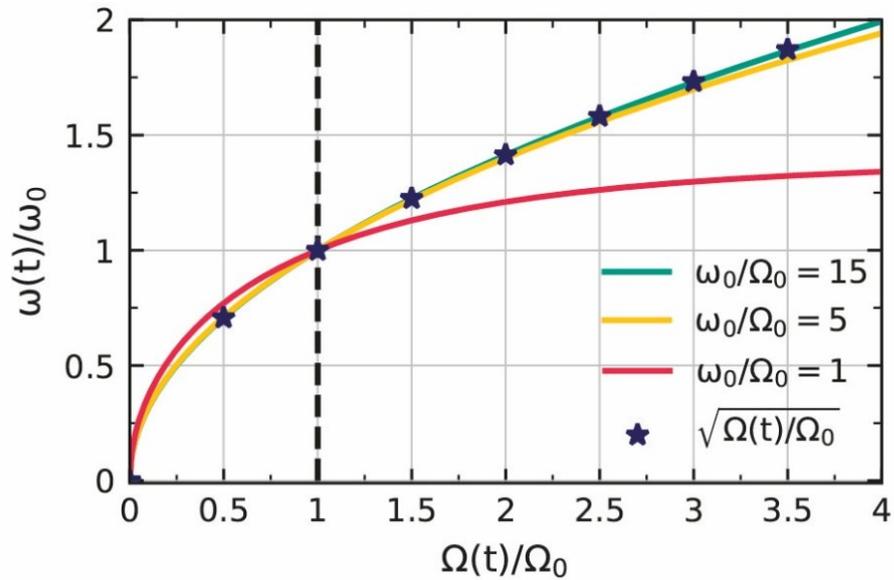


Рис. 2.3. Эволюция частоты плазмона при изменении параметра $\Omega(t)$ для различных значений ω_0/Ω_0 . Звездами показана эволюция в квазистатическом пределе (2.29). Вертикальная штриховая линия разделяет режимы удаления ($\Omega/\Omega_0 < 1$) и генерации ($\Omega/\Omega_0 > 1$) свободных носителей.

$\omega_0/\Omega_0 \sim 1$. Сильнее локализованные плазмоны, то есть с большим значением параметра ω_0/Ω_0 , более чувствительны к изменениям плотности свободных носителей. При $\omega_0/\Omega_0 \gtrsim 5$ квазистатическое приближение выполняется очень хорошо и кривые практически совпадают.

Поскольку энергетика плазмона в случаях увеличения и уменьшения плотности свободных носителей определяется разными адиабатическими инвариантами, рассмотрим эти случаи по отдельности.

В случае генерации носителей ($\mu_\Omega(t) > 0$, $\mu_r = 0$) и слабых столкновений ($\nu \ll \mu_\Omega$) энергетика плазмона описывается инвариантом (2.21). Из соотношения (2.21) следует, что $W \propto \omega^{-1}(t)$, т.е. повышение частоты (рис. 2.3) сопровождается уменьшением энергии плазмона (рис. 2.4а). При $\omega_0/\Omega_0 \gtrsim 5$ изменение энергии плазмона может быть описано в квазистатическом приближении как $W \propto \Omega^{-1/2}(t)$. Уменьшение энергии связано с возбуждением многопоточкового движения носителей. Действительно, медленная генерация носителей может рассматриваться как последовательность ступенек генерации. Каждая ступенька приводит к небольшому увеличению плотности носителей и сопровождается возбуждением двухпоточкового движения фоновых и вновь рожденных носителей с постоянной скоростью (см. п. 2.3). Связанные с этим движением постоянные токи двух сортов носителей зависят от фазы плазмона в данной точке листа графена. Токи фоновых и вновь рожденных носителей направлены взаимно противоположно и полностью компенсируют друг друга. Из-за непрерывного изменения фазы плазмона во времени последовательность ступенек генерации будет создавать многопоточковое равномерное движение носителей с нулевым суммарным током в каждой точке листа графена. В кинетическую энергию носителей, связанную с этим движением, перейдет часть энергии плазмона.

В случае удаления носителей ($\mu_\Omega(t) < 0$, $\mu_\Omega(t) = -\mu_r(t)/2$) и слабых столкновений ($\nu \ll \mu_\Omega$) энергетика плазмона описывается инвариантом (2.23). Из инварианта (2.23) следует, что $W \propto \omega(t)$, поэтому понижение частоты (рис. 2.3) сопровождается уменьшением энергии плазмона (рис. 2.4б). При $\omega_0/\Omega_0 \gtrsim 1$ квазистатическое приближение хорошо работает (рис. 2.3), и изменение энергии плазмона

может быть описано как $W \propto \Omega^{1/2}(t)$. Уменьшение энергии в данном случае происходит из-за удаления носителей вместе с их кинетической энергией. Столкновения носителей увеличивают потери энергии (рис. 2.4б) согласно инварианту (2.24).

На рисунке 2.5 показана эволюция амплитуд электрического и магнитного полей плазмона при изменении параметра $\Omega(t)$. Интересно, что, несмотря на монотонное уменьшение энергии плазмона как в случае генерации, так и в случае удаления носителей, амплитуды полей могут возрастать, по крайней мере в некоторых интервалах $\Omega(t)/\Omega_0$. Так, в случае генерации носителей (рис. 2.5а) возрастает амплитуда магнитного поля, а в случае удаления носителей (рис. 2.5б) возрастает амплитуда электрического поля.

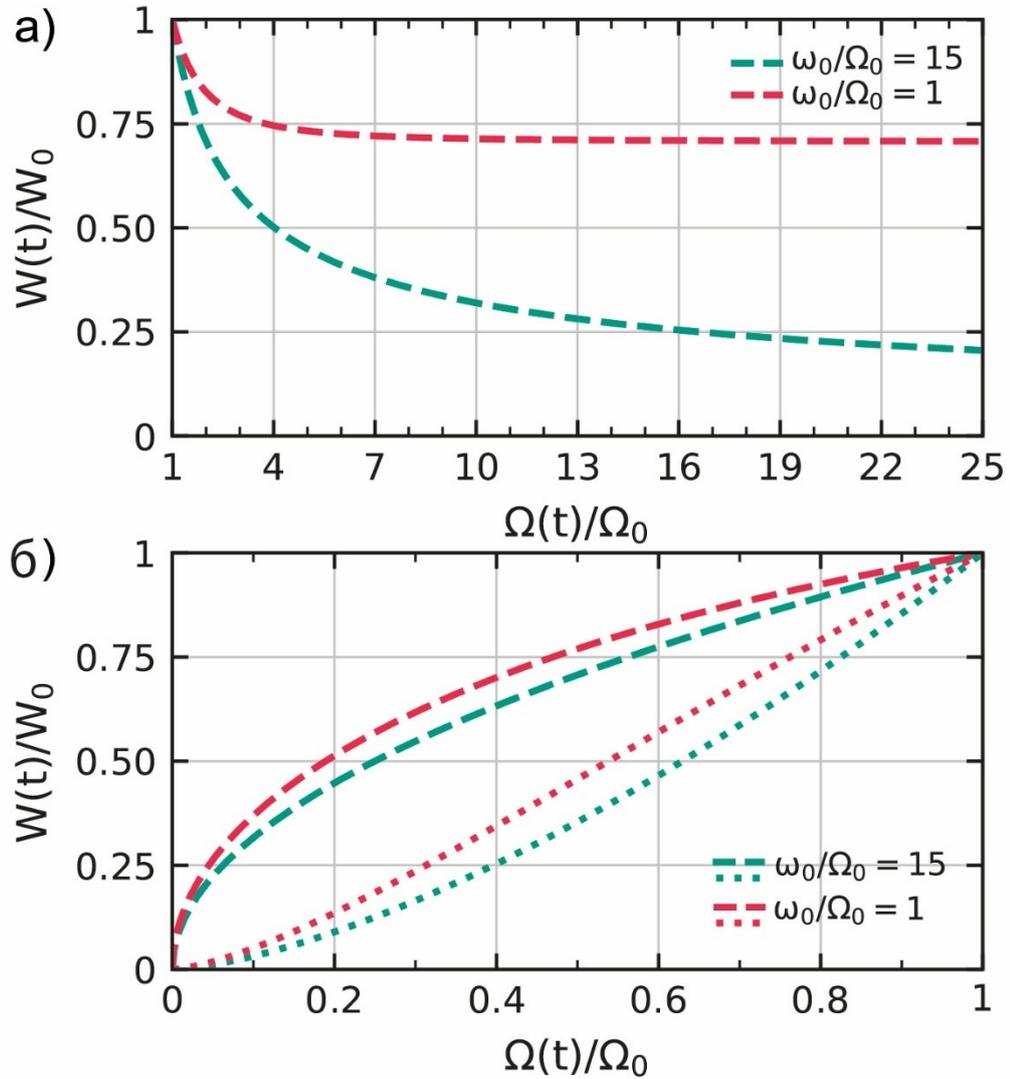


Рис. 2.4. Эволюция энергии плазмона при изменении параметра $\Omega(t)$ для различных значений ω_0/Ω_0 в случаях а) генерации и б) удаления носителей. Все зависимости построены без учета соударений ($\nu = 0$) за исключением кривых, изображенных точками на рис. б), для которых $\nu/\mu_r = 0,5$.

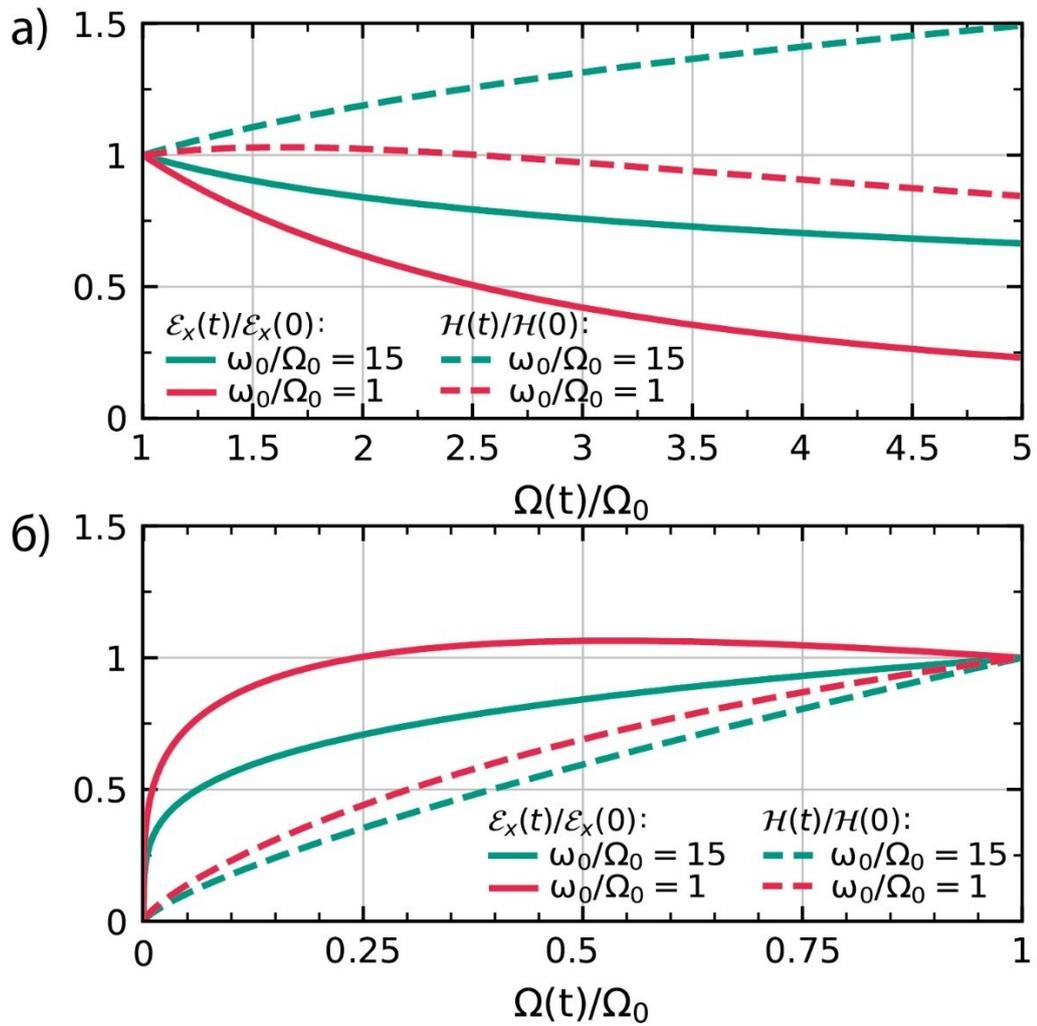


Рис. 2.5. Эволюция амплитуд магнитного и электрического полей плазмона при изменении параметра $\Omega(t)$ для различных начальных значений ω_0/Ω_0 в случаях а) генерации и б) удаления носителей.

2.3. Трансформация плазмона при резком возрастании плотности носителей во времени

Исследуем трансформацию поверхностного плазмона, направляемого листом графена, при скачкообразном возрастании плотности свободных носителей в графене. Рассмотрим бесконечный лист графена, расположенный в плоскости $y = 0$ и окруженный диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε (рис 2.6). Графен будем характеризовать зависящей от частоты комплексной (для полей $\propto e^{i\omega t}$) поверхностной проводимостью $\sigma(\omega)$ в модели Друде вида

$$\sigma(\omega) = -\frac{ic\Omega}{2\pi\omega}, \quad \Omega = \frac{2e^2 E_F}{\hbar^2}. \quad (2.30)$$

В выражении (2.30) пренебрегается межзонными переходами и температурными эффектами [79, 80]. Это приближенное выражение хорошо работает для высоколегированного графена с $E_F \gg k_B T$ (k_B – постоянная Больцмана, T – температура, $k_B T \approx 26$ мэВ при $T \approx 300$ К) и $E_F > \hbar\omega/2$ ($\hbar\omega \approx 4 - 400$ мэВ для терагерцового и среднего инфракрасного диапазонов). Для простоты мы пренебрегаем в формуле (2.30) столкновениями носителей. Наличие столкновений носителей приводит к постепенному затуханию вторичных плазмонов, но существенно не влияет на поля непосредственно после скачка концентрации.

Будем предполагать, что изначально при $t < 0$ плотность носителей N имеет значение N_1 , соответственно параметр Ω принимает значение $\Omega_1 \propto \sqrt{N_1}$. Поверхностный плазмон ТМ-типа с частотой ω_1 распространяется вдоль листа графена в направлении оси x (рис. 2.6). Электромагнитное поле плазмона содержит три компоненты: E_x , E_y и H_z . Тангенциальная компонента электрического поля имеет вид

$$E_x(x, y, z) = E_0 e^{i\omega_1 t - ih_1 x - \kappa_1 |y|}, \quad (2.31)$$

где постоянная распространения h_1 и поперечное волновое число κ_1 определяются подстановкой ω_1 и Ω_1 в дисперсионные уравнения (2.26) и (2.27). С плазмоном связана поверхностная плотность тока $j_x = \sigma_1 E_x(x, 0, t)$, где $\sigma_1 = \sigma(\omega_1, \Omega_1)$, обеспечивающая скачок магнитного поля плазмона от $H_0 = i\omega_1 E_0 / (c\kappa_1)$ при $y = 0^-$ до $-H_0$ при $y = 0^+$.

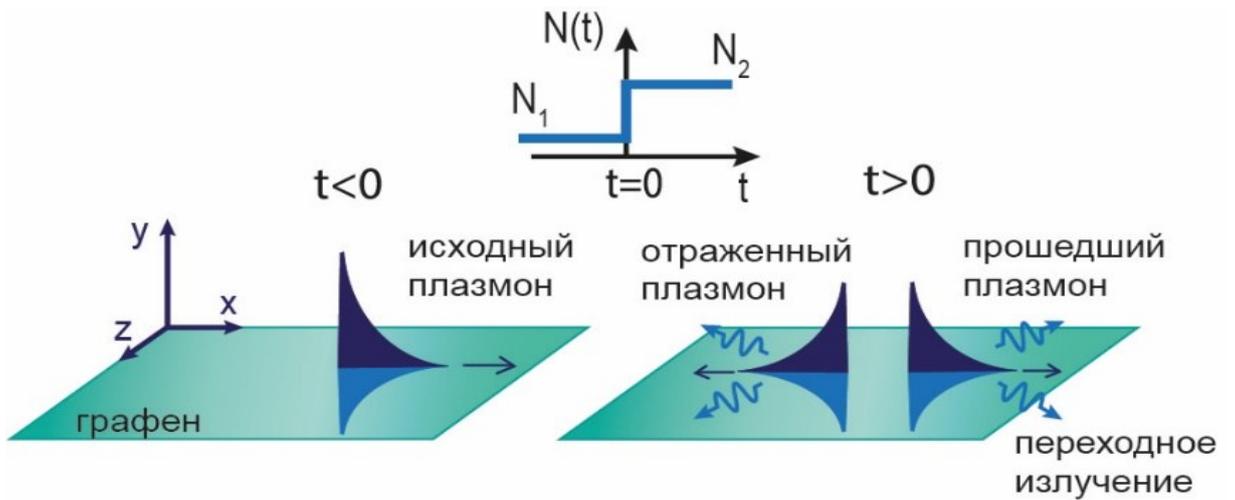


Рис. 2.6. Схематическое изображение исходного поверхностного плазмона, распространяющегося вдоль листа графена при $t < 0$, вторичных (прошедшего и отраженного) плазмонов и объемного излучения при $t > 0$. Вставка: зависимость плотности носителей в графене от времени.

Усредненная по времени энергия исходного плазмона W_0 , приходящаяся на единицу площади листа графена, может быть представлена в виде суммы энергии электрического поля W_E , энергии магнитного поля W_H и кинетической энергии осциллирующих носителей W_k : $W_0 = W_E + W_H + W_k$, где

$$W_{E,H} = \frac{E_0^2 \varepsilon}{4\pi\kappa_1} \left(\frac{h_1^2}{\kappa_1^2} \pm 1 \right), \quad W_k = \frac{2\pi|j_0|^2}{c\Omega_1} \quad (2.32)$$

и $j_0 = \sigma_1 E_0$. При выводе (2.32) реальное поле принималось равным удвоенной действительной части комплексного поля.

На низких частотах, при $\omega_1/\Omega_1 \lesssim 1$, плазмон слабо локализован и распространяется с фазовой скоростью близкой к скорости света в диэлектрическом окружении $c/\sqrt{\varepsilon}$. На высоких частотах, при $\omega_1/\Omega_1 \gg 1$, плазмон является сильно локализованным вблизи поверхности графена и его фазовая скорость мала: $\omega_1/h_1 \approx c\Omega_1/(\omega_1\varepsilon) \ll c/\sqrt{\varepsilon}$ (квазистатический предел). В квазистатическом пределе энергией магнитного поля можно пренебречь ($W_H \ll W_E$), так что энергия плазмона состоит в основном из энергии электрического поля и кинетической энергии носителей, причем $W_k \approx W_E$.

В момент времени $t = 0$ концентрация носителей резко возрастает от значения N_1 до N_2 (рис. 2.6), и, следовательно уровень Ферми возрастает от E_{F1} до E_{F2} . Это приводит к изменению параметра Ω , входящего в выражение для поверхностной проводимости (2.30), от значения Ω_1 до Ω_2 и, как следствие, к временному рассеянию исходного поверхностного плазмона.

Для нахождения рассеянных полей при $t > 0$ воспользуемся уравнениями Максвелла

$$ih_1 E_y + \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t}, \quad (2.33a)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} [j_x^{(b)} + j_x^{(n)}] \delta(y), \quad (2.33б)$$

$$ih_1 H_z = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t}, \quad (2.33в)$$

где $j_x^{(b,n)}$ – плотности тока фоновых (background, существовавших при $t < 0$) и “новых” (new, рожденных в момент $t = 0$) носителей соответственно. В уравнениях (2.33) учтено сохранение у полей пространственной зависимости e^{-ih_1x} в силу трансляционной инвариантности (однородности) системы вдоль оси x . Токи $j_x^{(b,n)}$ при $t > 0$ подчиняются уравнениям типа (2.1):

$$\frac{\partial j_x^{(b)}}{\partial t} = \frac{c\Omega_1}{2\pi} E_x, \quad \frac{\partial j_x^{(n)}}{\partial t} = \frac{c(\Omega_2 - \Omega_1)}{2\pi} E_x. \quad (2.34)$$

Уравнения (2.33) и (2.34) необходимо дополнить начальными условиями при $t = 0^+$. Интегрируя (2.33) по малому времени скачка плотности носителей, получим непрерывность электрического и магнитного полей на скачке. Согласно условию (2.3) суммарный ток двух сортов носителей должен быть непрерывным на временной границе. Фактически это означает, что ток фоновых электронов при скачке остается неизменным, а новые электроны появляются с нулевым начальным током:

$$j_x^{(b)}(t = 0^+) = j_x^{(b)}(t = 0^-), \quad j_x^{(n)}(t = 0^+) = 0. \quad (2.35)$$

Действительно, именно при таких предположениях и было получено материальное уравнений (2.1), из которого следует граничное условие (2.3). Условия (2.35) имеют ясный физический смысл: осцилляторная скорость фоновых носителей не может измениться мгновенно, а “новые” электроны не могут приобрести осцилляторную скорость сразу после появления. Эти условия аналогичны условиям для классической объемной плазмы с изменяющейся концентрацией электронов [19, 82]. Значения полей и тока $j_x^{(b)}$ при $t = 0^-$ соответствуют исходному плазмону (2.31).

Для решения уравнений (2.33) и (2.34) с начальными условиями (2.35) воспользуемся преобразованием Лапласа [7, 82]. Для изображения электрического поля $\tilde{E}_x(x, y, s)$ (s – комплексная переменная Лапласа) получим

$$\tilde{E}_x(x, y, s) = \frac{E_x(x, y, 0)}{s - i\omega_1} + A(s)e^{-ih_1x - \kappa(s)|y|}, \quad (2.36)$$

где $\kappa(s) = \sqrt{h_1^2 + \varepsilon s^2/c^2}$ и

$$A(s) = -\frac{\kappa(s)(\Omega_2 - \Omega_1)E_0}{\Omega_2(s - i\omega_1)D(s)}, \quad D(s) = \kappa(s) + \frac{\varepsilon s^2}{c\Omega_2}. \quad (2.37)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (2.36) представляет собой вынужденное решение, которое при обратном преобразовании Лапласа вносит вклад в поле $E_x(x, y, t)$, начиная с момента времени $t = 0^+$ при любом y . Этот вклад равен полю исходного плазмона, которое задается уравнением (2.31).

Второй член в правой части уравнения (2.36) представляет собой свободное решение. При обратном преобразовании Лапласа это слагаемое не вносит вклад в решение при $t < |y|/c$ из-за наличия в подынтегральном выражении обратного преобразования фактора $\exp[st - \kappa(s)|y|]$ (в этом случае контур интегрирования следует замыкать в правой полуплоскости комплексной переменной s). При $t > |y|/c$ контур интегрирования должен быть замкнут в левой полуплоскости, что приводит к появлению вклада от свободного решения. Таким образом, с момента $t = 0^+$ от плоскости $y = 0$ в оба полупространства $y \lesseqgtr 0$ начинает распространяться со скоростью $c/\sqrt{\varepsilon}$ область перестройки волновых полей.

При $t \rightarrow \infty$ электромагнитное поле разделяется на две части: поверхностные плазмоны, локализованные вблизи листа графена, и переходное излучение, уходящее на бесконечность $y \rightarrow \pm\infty$. Для расчета установившихся полей плазмонов и углового распределения энергии излучения контур интегрирования удобно выбрать так, как показано на рисунке 2.7а. Контур интегрирования лежит на листе Римана в комплексной плоскости s там, где $\text{Re } \kappa(s)$ положительна, что обеспечивает затухание полей при $y \rightarrow \pm\infty$. Разрезы (из-за двузначности функции $\kappa(s)$) идут вдоль мнимой оси от точек ветвления $\pm ich_1/\sqrt{\varepsilon}$ до бесконечности.

Вычет функции $A(s)$ в полюсе $s = i\omega_1$ полностью компенсирует вклад вынужденного решения. Поверхностные плазмоны описываются вычетами в полюсах, в которых функция $D(s) = 0$. Это уравнение имеет два решения $s = \pm i\omega_2$, где

$$\omega_2 = \frac{\Omega_2}{\sqrt{2\varepsilon}} \left[(1 + 4c^2 h_1^2 / \Omega_2^2)^{1/2} - 1 \right]^{1/2}. \quad (2.38)$$

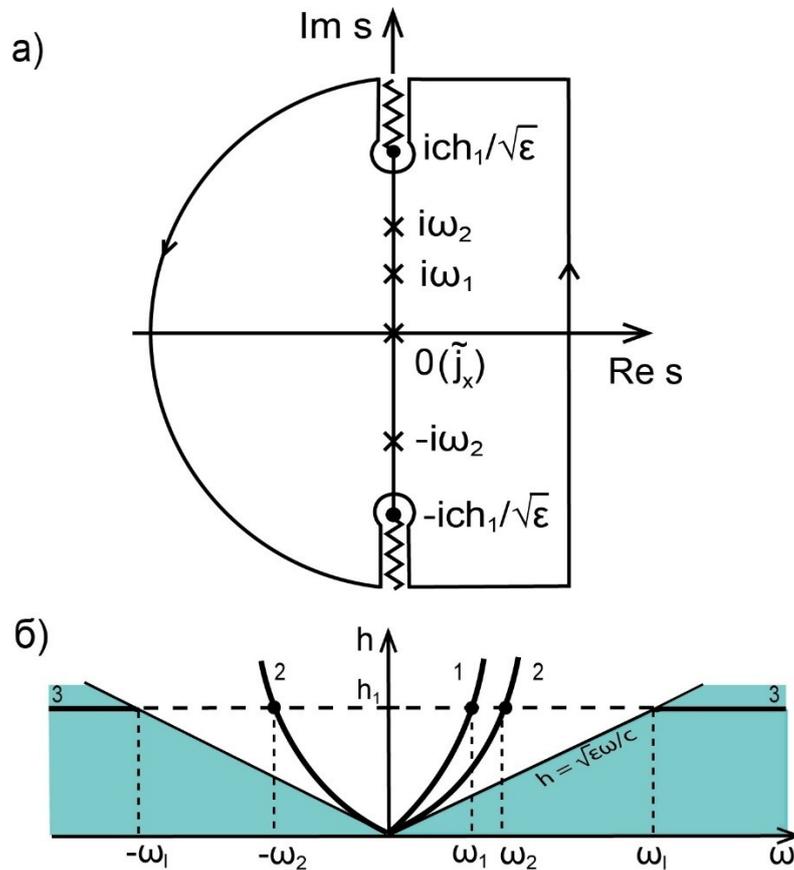


Рис. 2.7. а) Контур интегрирования в комплексной плоскости s . Крестиками показаны полюсы (полюс при $s = 0$ только для \tilde{j}_x), волнистой линией изображены разрезы ($\pm ich_1/\sqrt{\epsilon}$ – точки ветвления функции $\kappa(s)$). б) Кинематическая диаграмма, иллюстрирующая преобразование частоты. Линии 1 и 2 – дисперсионные зависимости плазмонов при плотности носителей N_1 и N_2 соответственно. Закрашенная область соответствует непрерывному спектру объемного излучения. Лучи 3 определяют спектр переходного излучения.

Корни $\pm i\omega_2$ соответствуют плазмонам, распространяющимся в $+x$ (прошедший плазмон) и $-x$ (отраженный плазмон) направлениях. Вторичные плазмоны сдвинуты по частоте вверх ($\omega_2 > \omega_1$), что иллюстрирует диаграмма на рис. 2.7б.

Вычисляя вычеты при $s = \pm i\omega_2$, получаем следующее выражение для амплитуд прошедшего и отраженного плазмонов:

$$E_x^{t,r} = \frac{\varepsilon\omega_2^3(\Omega_2 - \Omega_1)}{\Omega_2(\omega_2 \mp \omega_1)(2\varepsilon\omega_2^2 + \Omega_2^2)} E_0. \quad (2.39)$$

Энергия вторичных плазмонов может быть вычислена с использованием формул (2.32) и (2.39).

Переходное излучение описывается интегралами вдоль берегов разрезов (рис. 2.7а). Данные интегралы дают разложение переходного излучения по плоским волнам. Частота ω излучаемой парциальной плоской волны связана с углом распространения θ (угол отсчитывается от оси x) как $\omega(\theta) = ch_1/(\sqrt{\varepsilon} \cos \theta)$. Волны с положительными частотами распространяются под углами $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, волны с отрицательными частотами распространяются под углами $\pi/2 < |\theta| < \pi$. Переходное излучение всегда излучается на частотах, превышающих частоту исходного плазмона (рис. 2.7б). Парциальная волна с наименьшей частотой $|\omega| = \omega_l = ch_1/\sqrt{\varepsilon}$ распространяется вдоль листа графена, в то время как волна с самой высокой частотой распространяется по нормали к листу ($|\omega| \rightarrow \infty$ при $\theta \rightarrow \pm \pi/2$). Энергия W_{rad} , излученная с единицы площади листа графена, находится путем интегрирования по времени потока энергии через единичную площадку, параллельную листу, и может быть выражена через угловую плотность энергии излучения $w(\theta)$ как

$$W_{\text{rad}} = \int_{-\pi}^{\pi} w(\theta) d\theta, \quad w(\theta) = \frac{c^2 h_1}{4\pi^2} \frac{|A[i\omega(\theta)]|^2}{\cos^2 \theta}. \quad (2.40)$$

Для нахождения токов в графене после скачка плотности выполним преобразование Лапласа уравнений (2.34), используя условия (2.35). Тогда получим следующие формулы для изображений токов:

$$\tilde{j}_x^{(b)} = \frac{c\Omega_1}{2\pi s} \tilde{E}_x + \frac{1}{s} j_x^{(b)}(0^-), \quad \tilde{j}_x^{(n)} = \frac{c(\Omega_2 - \Omega_1)}{2\pi s} \tilde{E}_x, \quad (2.41)$$

где изображение электрического поля $\tilde{E}_x(x, y, s)$ берется при $y = 0$. Вычеты в полюсах $\pm i\omega_2$ от уравнений (2.41) определяют полный ток $j_x = j_x^{(b)} + j_x^{(n)}$, связанный с прошедшим и отраженным плазмонами: $j_x^{t,r} = \pm \sigma_2 E_x^{t,r} e^{\pm i\omega_2 t - ih_1 x}$, где $\sigma_2 = -ic\Omega_2/(2\pi\omega_2)$.

Вычисляя вычеты в полюсе $s = 0$ от $\tilde{j}_x^{(b,n)}$ (рис. 2.7а), получим направленные в противоположные стороны постоянные токи фоновых и новых электронов:

$$j_x^{(b,dc)} = -j_x^{(n,dc)} = \sigma_1 \frac{(\Omega_2 - \Omega_1)}{\Omega_2} E_0 e^{-ih_1 x}. \quad (2.42)$$

Поскольку полный ток равен нулю ($j_x^{(b,dc)} + j_x^{(n,dc)} = 0$), то возникшее двухпоточное движение носителей не создает магнитного поля.

Перейдем к анализу полученного решения. На рис. 2.8а приведено отношение частоты вторичных плазмонов к частоте исходного плазмона ω_2/ω_1 в зависимости от Ω_2/Ω_1 (величины скачка плотности). Отношение возрастает с увеличением Ω_2/Ω_1 , причем, чем ближе исходный плазмон к квазистатическому режиму (чем больше отношение ω_1/Ω_1), тем быстрее происходит возрастание. При $\omega_1/\Omega_1 \gtrsim 10$ квазистатическое приближение хорошо работает и $\omega_2/\omega_1 \approx \sqrt{\Omega_2/\Omega_1}$ (см. также [46]). Так как отношение ω_2/ω_1 возрастает с увеличением Ω_2/Ω_1 медленнее, чем Ω_2/Ω_1 , то отношение ω_2/Ω_2 убывает с Ω_2/Ω_1 (рис. 2.8б), и плазмон становится менее локализованным.

На рис. 2.8в приведен график зависимости от Ω_2/Ω_1 коэффициентов прохождения $t_E = E_x^t/E_0$ и отражения $r_E = E_x^r/E_0$, рассчитанных с использованием уравнения (2.39). Коэффициент прохождения монотонно убывает с Ω_2/Ω_1 , при этом, чем меньше параметр ω_1/Ω_1 , тем убывание сильнее. Коэффициент отражения имеет максимум, положение которого с увеличением ω_1/Ω_1 смещается в сторону больших значений. При фиксированном Ω_2/Ω_1 r_E тем больше, чем больше значение ω_1/Ω_1 . Для $\omega_1/\Omega_1 \gtrsim 10$ коэффициенты r_E и t_E приближаются к квазистатическим зависимостям, которые будут получены ниже.

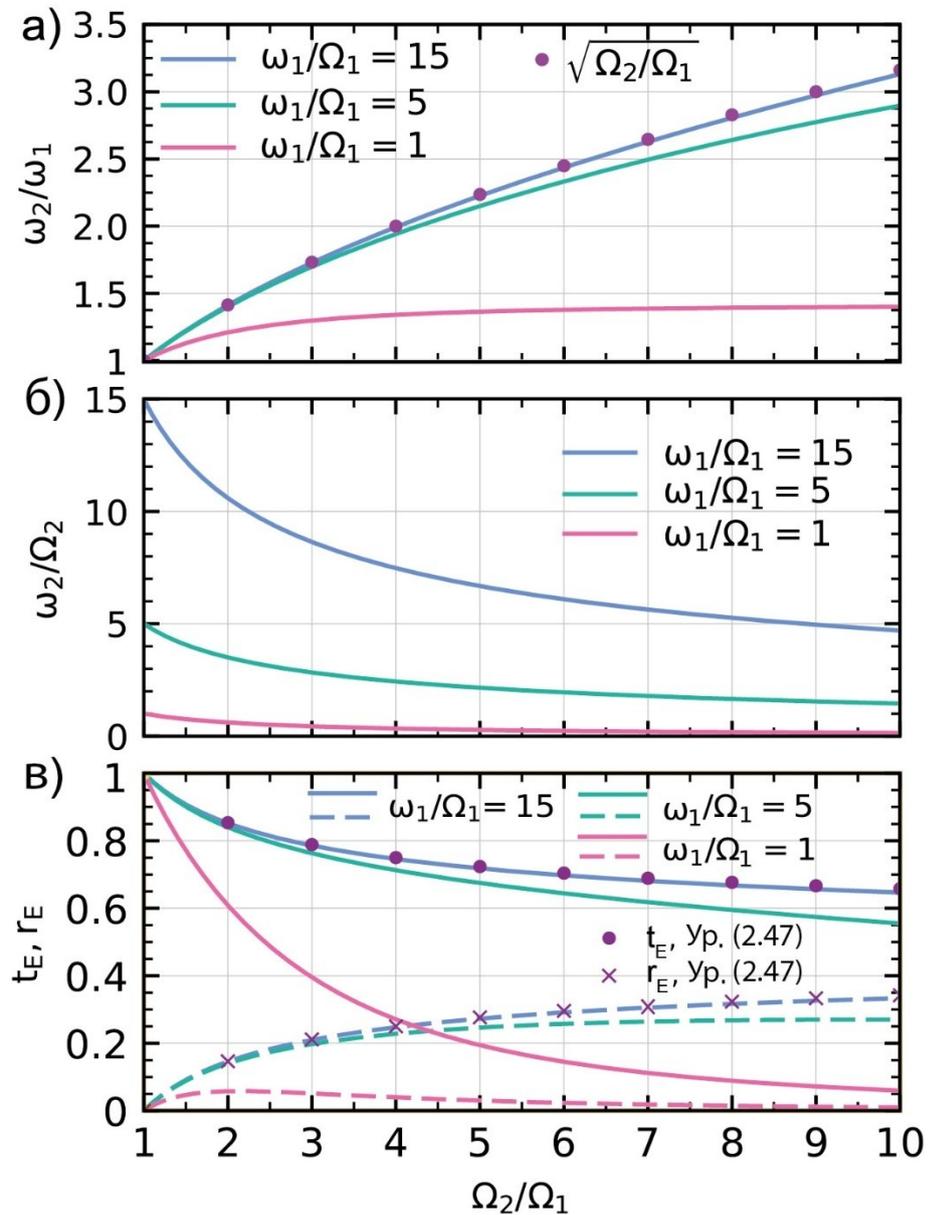


Рис. 2.8. Частота вторичных плазмонов ω_2 , отнесенная а) к начальной частоте ω_1 и б) к параметру Ω_2 , в зависимости от Ω_2/Ω_1 для различных значений ω_1/Ω_1 . в) Коэффициенты прохождения (сплошные линии) и отражения (штриховые линии) t_E, r_E как функции Ω_2/Ω_1 . Точками и крестиками показаны зависимости в квазистатическом пределе.

В целом, как следует из рисунков 2.8а и 2.8в, квазистатическое приближение хорошо работает даже при умеренных значениях $\omega_1/\Omega_1 \gtrsim 10$.

Переходное излучение с частотой $\omega(\theta) = \omega_l/\cos \theta$ (рис. 2.9а) уходит от листа графена на $\pm\infty$ по y , его угловое распределение описывается формулой (2.40). На рис. 2.9б показаны типичные угловые распределения. Для слабо локализованных плазмонов ($\omega_1/\Omega_1 = 1$) излучение имеет пик при малых углах. Сильно локализованные плазмоны ($\omega_1/\Omega_1 = 15$) излучают в более широком угловом диапазоне, включая углы $|\theta| > 90^\circ$.

Постоянные токи фоновых и новых электронов, которые описываются уравнением (2.42), полностью компенсируют друг друга в каждой точке графенового листа и, следовательно, не создают магнитного поля. При этом часть энергии исходного плазмона переходит в кинетическую энергию равномерного движения носителей. Эта энергия может быть рассчитана путем подстановки стационарного тока (2.42) в формулу аналогичную (2.32) и выражается через кинетическую энергию W_k исходного плазмона как

$$W_{dc} = (1 - \Omega_1/\Omega_2)W_k. \quad (2.43)$$

Согласно формуле (2.43), энергия W_{dc} ограничена сверху величиной W_k . Тем не менее в W_{dc} может уходить до половины W_0 при $\omega_1/\Omega_1 \gg 1$ (в квазистатическом режиме) и $\Omega_2/\Omega_1 \gg 1$ (при большом скачке плотности носителей).

Энергия исходного плазмона (W_0) делится между энергиями прошедшего (W_t) и отраженного (W_r) плазмонов, энергией переходного излучения (W_{rad}) и энергией двухпоточкового движения носителей с постоянной скоростью (W_{dc}):

$$W_0 = W_t + W_r + W_{rad} + W_{dc}. \quad (2.44)$$

На рис. 2.10 показано распределение энергии в зависимости от величины скачка концентрации Ω_2/Ω_1 для слабо ($\omega_1/\Omega_1 = 1$) и сильно ($\omega_1/\Omega_1 = 15$) локализованного начального плазмона. В случае слабо локализованного плазмона (рис. 2.10а) энергия исходного плазмона трансформируется преимущественно в энергию прошедшего плазмона, энергию двухпоточкового движения электронов и энергию переходного излучения. При больших скачках концентрации преобладает W_{rad} . Энергия отраженного плазмона мала для любой величины скачка концентрации.

Энергия сильно локализованного исходного плазмона (рис. 2.10б) в основном переходит в энергию прошедшего плазмона и энергию двухпотокового движения электронов, однако при больших значениях Ω_2/Ω_1 становится существенной и энергия отраженного плазмона. С увеличением степени локализации исходного плазмона (с увеличением параметра ω_1/Ω_1) уменьшается W_{rad} и растет W_{dc} .

В практически наиболее важном случае сильно локализованного исходного плазмона ($\omega_1/\Omega_1 \gg 1$) задача о трансформации исходного плазмона может быть решена более простым (приближенным) способом, без использования описанного выше общего подхода. В квазистатическом пределе $\omega_1/\Omega_1 \gg 1$ магнитное поле плазмона пренебрежимо мало: $|H_0/E_0| = \Omega_1/(\varepsilon\omega_1) \ll 1$, и на временной границе возникает лишь слабое переходное излучение (рис. 2.10б). Следовательно, электрическое поле при $t > 0$ может быть представлено в виде суперпозиции прошедшего и отраженного плазмонов:

$$E_x(x, y, z) = E_0(t_E e^{i\omega_2 t} + r_E e^{-i\omega_2 t}) e^{-ih_1 x - \kappa_1 |y|}, \quad (2.45)$$

где пространственная структура плазмонов задается исходным плазмоном (2.30). Используя эту пространственную инвариантность, получим из дисперсионного уравнения (2.26), что

$$\omega_2/\omega_1 = \beta, \quad \beta = \sqrt{\Omega_2/\Omega_1}. \quad (2.46)$$

Полученный результат при $\omega_1/\Omega_1 \gg 1$ хорошо согласуется с точным решением (2.38), как видно из рис. 2.8а.

Токи при $t > 0$ могут быть получены путем подстановки выражения (2.45) в формулы (2.34). Используя далее непрерывность E_x и j_x на временной границе, находим коэффициенты прохождения и отражения

$$t_E = (1 + \beta^{-1})/2, \quad r_E = (1 - \beta^{-1})/2. \quad (2.47)$$

Выражения (2.47) хорошо согласуются с общими формулами (2.39) при $\omega_1/\Omega_1 \gg 1$, как видно из графика 2.8в.

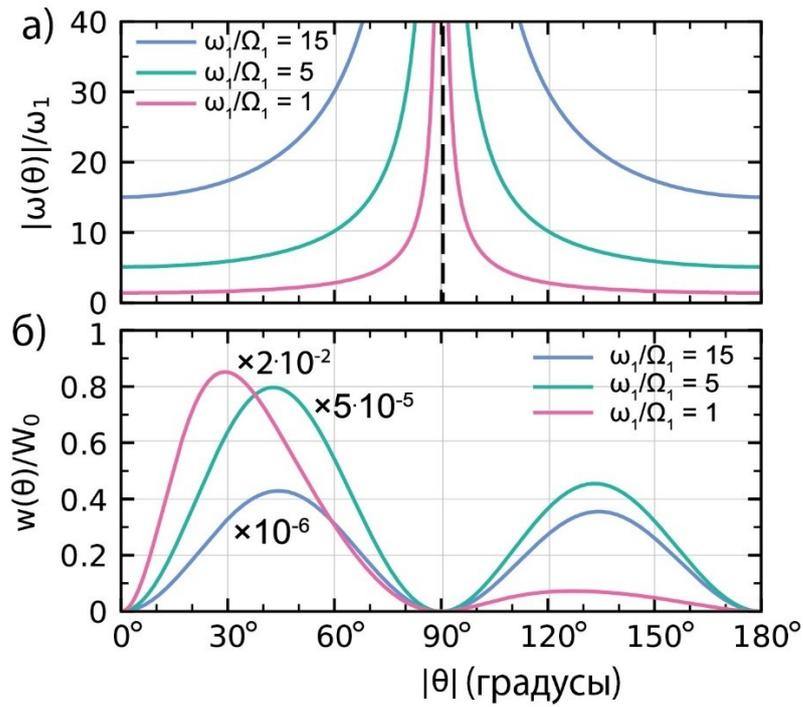


Рис. 2.9. Угловые распределения в дальней зоне а) частоты $\omega(\theta)$ и б) излучаемой энергии $w(\theta)/W_0$ при $\Omega_2/\Omega_1 = 2$ и различных ω_1/Ω_1 . На б) значения должны быть умножены на указанные коэффициенты.

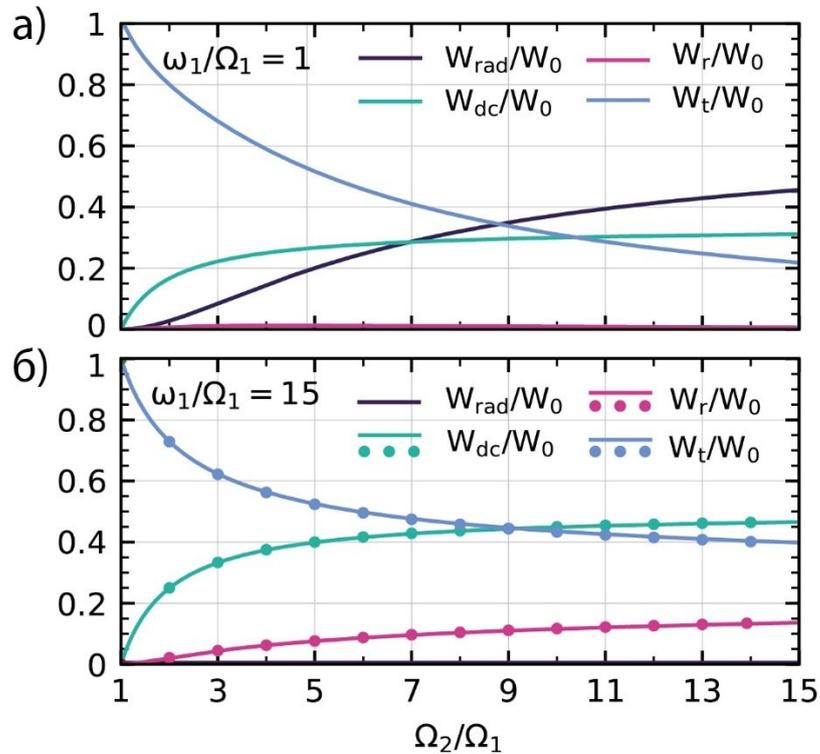


Рис. 2.10. Распределение энергии в зависимости от Ω_2/Ω_1 для а) $\omega_1/\Omega_1 = 1$ и б) $\omega_1/\Omega_1 = 15$. В б) точками показаны зависимости в квазистатическом пределе (формула (2.48)).

С учетом найденных коэффициентов прохождения и отражения (2.47) выражения для энергий могут быть записаны следующим образом:

$$W_{t,r} = W_0(1 \pm \beta^{-1})^2/4, \quad W_{dc} = W_0(1 - \beta^{-2})/2, \quad (2.48)$$

где $W_0 = \varepsilon E_0^2/(\pi\kappa_1)$. Эти приближенные формулы работают очень хорошо при $\omega_1/\Omega_1 \gtrsim 10$ (рис. 2.10).

Сравним полученные выше результаты с результатами предшествующих работ. Формулы (2.47) отличаются от коэффициентов прохождения и отражения, полученных в рамках аналогичного подхода для случая резкого уменьшения плотности носителей [8]:

$$t_E = (1 + \beta)/2, \quad r_E = (1 - \beta)/2. \quad (2.49)$$

Различие между выражениями (2.47) и (2.49) можно объяснить тем, что при их получении использовались различные условия на скачке для поверхностного тока: непрерывность тока в случае увеличения плотности носителей (см. (2.3) и (2.35)) и скачкообразное уменьшение тока в случае уменьшения плотности носителей [8] (см. также (2.4)). Таким образом, не существует универсальных формул (временных коэффициентов Френеля), описывающих как увеличение ($\beta > 1$), так и уменьшение ($\beta < 1$) плотности носителей, вопреки точке зрения работ [42, 46].

Чтобы сравнить полученные выше результаты с результатами работ [42, 46], получим из уравнения (2.47) коэффициенты прохождения (t_H) и отражения (r_H) по магнитному полю:

$$t_H = (1 + \beta)/2, \quad r_H = (1 - \beta)/2. \quad (2.50)$$

Эти формулы отличаются коэффициентом β от соответствующих формул в работе [46]:

$$|t_H| = (1 + \beta)/(2\beta), \quad |r_H| = |1 - \gamma|/(2\beta). \quad (2.51)$$

Причиной различия формул (2.50) и (2.51) является использование неправильных условий непрерывности на временной границе в работе [46]. Авторы этой работы предполагают непрерывность магнитного поля и его производной на временном скачке плотности носителей в графене и одновременно пренебрегают переходным излучением. Переходное излучение, действительно, пренебрежимо мало в рассматриваемом в [46] квазистатическом режиме. Однако магнитное поле в

квазистатическом режиме также пренебрежимо мало, поэтому использование непрерывности магнитного поля и его производной без учета переходного излучения некорректно. Для корректного описания необходимо использовать граничные условия для доминирующей тангенциальной компоненты электрического поля плазмона и поверхностного тока [8].

Интересно, что коэффициенты трансформации, полученные в работе [42], совпадают с уравнениями (2.50). Это обосновывает применимость граничных условий, использованных в работе [42], в частности, непрерывности магнитного поля, в случае увеличения плотности носителей. Почему это условие, будучи неверным в случае уменьшения плотности носителей (см. работу [8]), может быть использовано в случае увеличения плотности? Физическая причина этого – непрерывность поверхностного тока при увеличении плотности носителей (см. (2.25)), а также равенство нулю полного тока (см. (2.42)) и магнитного поля при равномерном двухпоточковом движении носителей. Таким образом, приведенное в данном параграфе строгое решение объясняет применимость эвристических начальных условий в работе [42].

Несмотря на применимость коэффициентов прохождения и отражения, полученных в работе [42], к случаю увеличения плотности носителей, в работе делается неверный вывод о том, что нестационарность может усиливать плазмоны, передавая им энергию. Казалось бы, из уравнения (2.50) действительно следует, что $t_H > 1$ при $\beta > 1$, то есть магнитное поле у прошедшего плазмона больше, чем у исходного. Это, однако, не означает усиления. Как следует из (2.47), электрическое поле прошедшего плазмона уменьшается: $t_E < 1$ при $\beta > 1$. Как результат, энергия прошедшего плазмона также уменьшается: $W_t < W_0$ при $\beta > 1$ (см. (2.48)). Увеличение магнитного поля плазмона с ростом плотности носителей можно объяснить уменьшением параметра ω_2/Ω_2 с ростом β (рис. 2.8б) и, как следствие, уменьшением степени локализации плазмона. Поскольку магнитное поле плазмона пренебрежимо мало в квазистатическом пределе, его увеличение практически не вносит вклад в энергию плазмона.

С практической точки зрения интересно сравнить эффективность трансформации плазмона в режимах медленного и резкого изменения плотности носителей в

графене. В обоих режимах сдвиг частоты одинаков, поскольку он определяется только начальным и конечным значениями плотности носителей (параметра $\Omega(t)$) согласно формулам (2.28) и (2.38). Однако потери энергии плазмона зависят от скорости изменения плотности носителей. В случае генерации носителей (рис. 2.11а) слабо локализованный плазмон ($\omega_0/\Omega_0 = 1$) теряет больше энергии при резком, чем при медленном, увеличении плотности. Это можно объяснить пренебрежимо малыми потерями энергии на переходное излучение при медленном росте плотности носителей. Сильно локализованный плазмон ($\omega_0/\Omega_0 = 15$) теряет больше энергии в случае медленного роста плотности носителей. Это связано с большей передачей энергии равномерному многопоточковому движению носителей.

В случае удаления носителей потери энергии определяются кинетической энергией удаляемых носителей и, как следует из рис. 2.11б, оказываются больше в случае медленного уменьшения плотности, чем при резком уменьшении.

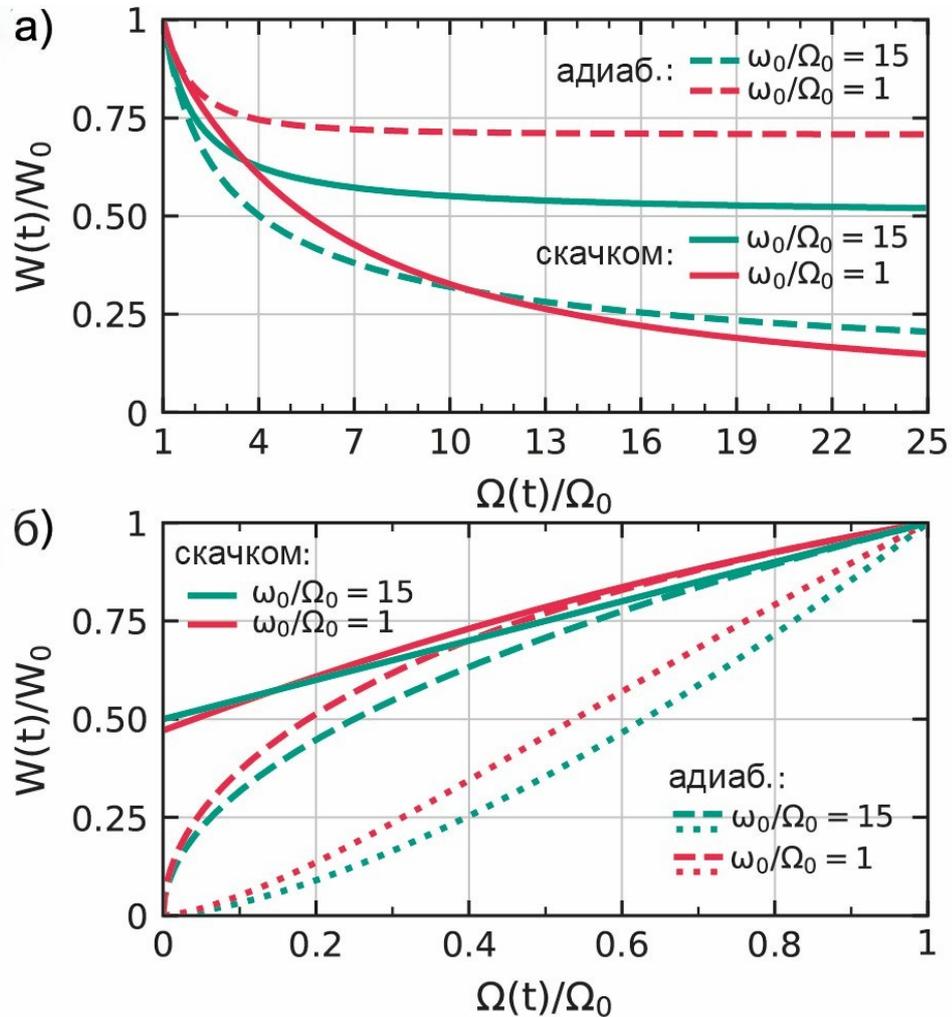


Рис. 2.11. Сравнение потерь энергии плазмона при резком (сплошные кривые) и плавном (штриховые кривые) изменении параметра $\Omega(t)/\Omega_0$ для различных значений ω_0/Ω_0 в случаях а) генерации и б) удаления носителей. Все зависимости построены без учета соударений ($\nu = 0$), за исключением точечных кривых на рис. б), для которых $\nu/\mu_r = 0,5$.

2.4. Выводы по главе 2

Таким образом, для корректного описания токового отклика графена с переменной во времени плотностью свободных носителей следует использовать различные материальные уравнения в случаях возрастания и убывания плотности носителей. При медленных изменениях плотности носителей в графене частота и энергия поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазмopodobным листом (графеном), образуют адиабатические инварианты того же вида, что и полученные ранее для волноводных структур с объемной плазмой (плазменного полупространства, слоя). Адиабатические инварианты имеют различный вид в случаях возрастания и убывания плотности носителей в графене, но в обоих случаях предсказывают, что частотное преобразование плазмона должно сопровождаться уменьшением его энергии.

При резком возрастании плотности носителей в графене направляемый им поверхностный плазмон трансформируется в два плазмона повышенной частоты, распространяющиеся в прямом и обратном (по отношению к исходному плазмону) направлениях, объемное переходное излучение и специфическое двухпотоковое движение носителей двух типов (фоновых и инжектированных) с постоянными скоростями во встречных по отношению друг к другу направлениях. Суммарный ток двухпотокового движения носителей равен нулю, с этим движением не связаны электрическое и магнитное поля, при этом в кинетическую энергию движения может переходить значительная доля энергии исходного плазмона. В результате суммарная энергия вторичных плазмонов и переходного излучения оказывается меньше, чем энергия исходного плазмона.

Глава 3. Параметрическое преобразование волн при периодической модуляции числа частиц

Полученные в предыдущих главах материальные уравнения для среды Лоренца и графена с переменным во времени числом частиц (осцилляторов, свободных носителей заряда) и соответствующие этим материальным уравнениям условия непрерывности на временной границе применяются в данной главе к рассмотрению особенностей электромагнитных процессов в случае, когда число частиц изменяется во времени периодически. Исследуются свойства собственных мод среды Лоренца и графена с периодической модуляцией числа частиц, а также переходные процессы трансформации исходной волны после начала модуляции. Оказывается, что использование корректных материальных уравнений (граничных условий) кардинально меняет свойства собственных мод по сравнению с имеющимися в литературе результатами. Исследование переходных процессов позволяет найти ранее не рассматриваемые режимы эффективной межмодовой трансформации (сопровождаемой сильным частотным сдвигом) в среде Лоренца и формирования на графене модулированного по частоте стоячего поверхностного плазмона постоянной амплитуды.

Основные результаты главы опубликованы в работах [A5, A6, A11, A16].

3.1. Параметрическое преобразование волн в среде Лоренца со ступенчатой модуляцией плотности осцилляторов

Рассмотрим вначале электромагнитные волны в среде Лоренца со ступенчатой периодической модуляцией плотности осцилляторов $N(t)$ и, как следствие, плазменной частоты $\Omega_p(t)$. На периоде модуляции T параметр Ω_p изменяется как

$$\Omega_p(t) = \begin{cases} \Omega_{p2}, & 0 < t < T/2 \\ \Omega_{p1}, & T/2 < t < T \end{cases} \quad (3.1)$$

около среднего значения $\bar{\Omega}_p = (\Omega_{p1} + \Omega_{p2})/2$ с глубиной модуляции $\alpha = (\Omega_{p2} - \Omega_{p1})/(2\bar{\Omega}_p)$ (предполагается, что $\Omega_{p2} > \Omega_{p1}$).

Частоты низкочастотных ($\pm\omega_l$) и высокочастотных ($\pm\omega_h$) волн определяются дисперсионным уравнением типа (1.29) как

$$\omega_{l,h}^2 = q \mp \sqrt{q^2 - \Omega_0^2 c^2 k^2}, \quad q = (\Omega_0^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2)/2, \quad (3.2)$$

в котором волновое число k фиксировано, а Ω_p определяется уравнением (3.1). Волны вида $\propto \exp(i\omega t - ikz)$ с частотами $+\omega_{l,h}$ распространяются в направлении $+z$ (прямом направлении), а с частотами $-\omega_{l,h}$ распространяются в направлении $-z$ (обратном направлении). Дисперсионные кривые для волн, бегущих в прямом направлении, показаны на рис. 3.1.

Для двух моментов времени, разделенных одним периодом модуляции, электрические поля низкочастотных и высокочастотных волн, распространяющихся в прямом (индекс f) и обратном (индекс b) направлениях, могут быть связаны 4×4 матрицей переноса \mathbf{M} с элементами M_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) как

$$\begin{pmatrix} E_l^f(t) \\ E_l^b(t) \\ E_h^f(t) \\ E_h^b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{12}^* & M_{11}^* & M_{14}^* & M_{13}^* \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{32}^* & M_{31}^* & M_{34}^* & M_{33}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_l^f(t-T) \\ E_l^b(t-T) \\ E_h^f(t-T) \\ E_h^b(t-T) \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Элементы матрицы переноса M_{ij} определяются коэффициентами рассеяния на временных границах. Для моментов времени $t_n = nT -$, где $n = 1, 2, \dots$, и $t_n - T$ элементы матрицы M_{ij} в уравнении (3.3) могут быть выражены через коэффициенты рассеяния на временных границах и задержки фаз волн как

$$\begin{aligned} M_{11} &= \tau_{ll}^\uparrow \tau_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{l2})T/2} + \rho_{ll}^\uparrow \rho_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{l2})T/2} \\ &\quad + \tau_{lh}^\uparrow \tau_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{h2})T/2} + \rho_{lh}^\uparrow \rho_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{h2})T/2}, \\ M_{12} &= \rho_{ll}^\uparrow \tau_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{l2})T/2} + \tau_{ll}^\uparrow \rho_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{l2})T/2} \\ &\quad + \rho_{lh}^\uparrow \tau_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{h2})T/2} + \tau_{lh}^\uparrow \rho_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{h2})T/2}, \\ M_{13} &= \tau_{hl}^\uparrow \tau_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{l2})T/2} + \rho_{hl}^\uparrow \rho_{ll}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{l2})T/2} \\ &\quad + \tau_{hh}^\uparrow \tau_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} + \omega_{h2})T/2} + \rho_{hh}^\uparrow \rho_{hl}^\downarrow e^{i(\omega_{l1} - \omega_{h2})T/2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{14} &= \rho_{hl}^{\uparrow} \tau_{ll}^{\downarrow} e^{i(\omega_{l1} + \omega_{l2})T/2} + \tau_{hl}^{\uparrow} \rho_{ll}^{\downarrow} e^{i(\omega_{l1} - \omega_{l2})T/2} \\
&\quad + \rho_{hh}^{\uparrow} \tau_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{h2})T/2} + \tau_{hh}^{\uparrow} \rho_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{h2})T/2}, \\
M_{31} &= \tau_{lh}^{\uparrow} \tau_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{h2})T/2} + \rho_{lh}^{\uparrow} \rho_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{h2})T/2} \\
&\quad + \tau_{ll}^{\uparrow} \tau_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{l2})T/2} + \rho_{ll}^{\uparrow} \rho_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{l2})T/2}, \\
M_{32} &= \rho_{lh}^{\uparrow} \tau_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{h2})T/2} + \tau_{lh}^{\uparrow} \rho_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{h2})T/2} \\
&\quad + \rho_{ll}^{\uparrow} \tau_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{l2})T/2} + \tau_{ll}^{\uparrow} \rho_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{l2})T/2}, \\
M_{33} &= \tau_{hh}^{\uparrow} \tau_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{h2})T/2} + \rho_{hh}^{\uparrow} \rho_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{h2})T/2} \\
&\quad + \tau_{hl}^{\uparrow} \tau_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{l2})T/2} + \rho_{hl}^{\uparrow} \rho_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{l2})T/2}, \\
M_{34} &= \rho_{hh}^{\uparrow} \tau_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{h2})T/2} + \tau_{hh}^{\uparrow} \rho_{hh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{h2})T/2} \\
&\quad + \rho_{hl}^{\uparrow} \tau_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} + \omega_{l2})T/2} + \tau_{hl}^{\uparrow} \rho_{lh}^{\downarrow} e^{i(\omega_{h1} - \omega_{l2})T/2},
\end{aligned}$$

где $\omega_{l1,2}$ и $\omega_{h1,2}$ – частоты ω_l и ω_h при $\Omega_p = \Omega_{p1,2}$ в уравнении (3.2), ρ и τ обозначают коэффициенты отражения (с изменением направления распространения волны на противоположное) и прохождения (без изменения направления распространения), индексы \uparrow и \downarrow обозначают коэффициенты при скачках концентрации осцилляторов вверх и вниз, а индексы l и h обозначают начальный и конечный типы волн (низкочастотные (l) и высокочастотные (h) волны). Для нахождения коэффициентов отражения ρ и прохождения τ используем условия непрерывности: (1.20) для увеличения концентрации и (1.21) для уменьшения. В результате получаем

$$\begin{aligned}
\tau_{ll}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{l2}}{\omega_{l1}} + 1 \right) \frac{\omega_{l2}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l1}^2)}{2\omega_{l1}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\rho_{ll}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{l2}}{\omega_{l1}} - 1 \right) \frac{\omega_{l2}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l1}^2)}{2\omega_{l1}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\tau_{hh}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{h2}}{\omega_{h1}} + 1 \right) \frac{\omega_{h2}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h1}^2)}{2\omega_{h1}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\rho_{hh}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{h2}}{\omega_{h1}} - 1 \right) \frac{\omega_{h2}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h1}^2)}{2\omega_{h1}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\tau_{lh}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{h2}}{\omega_{l1}} + 1 \right) \frac{\omega_{h2}(\omega_{l2}^2 - \omega_{l1}^2)}{2\omega_{l1}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h2}^2)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{lh}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{h2}}{\omega_{l1}} - 1 \right) \frac{\omega_{h2}(\omega_{l2}^2 - \omega_{l1}^2)}{2\omega_{l1}(\omega_{l2}^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\tau_{hl}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{l2}}{\omega_{h1}} + 1 \right) \frac{\omega_{l2}(\omega_{h2}^2 - \omega_{h1}^2)}{2\omega_{h1}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\rho_{hl}^{\uparrow} &= \left(\frac{\omega_{l2}}{\omega_{h1}} - 1 \right) \frac{\omega_{l2}(\omega_{h2}^2 - \omega_{h1}^2)}{2\omega_{h1}(\omega_{h2}^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\tau_{ll}^{\downarrow} &= \left(1 + \frac{\omega_{l1}}{\omega_{l2}} \right) \frac{(\omega_{h1}^2 - \omega_{l2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l1}^2)}{2(\omega_{h1}^2 - \omega_{l1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\rho_{ll}^{\downarrow} &= \left(1 - \frac{\omega_{l1}}{\omega_{l2}} \right) \frac{(\omega_{h1}^2 - \omega_{l2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l1}^2)}{2(\omega_{h1}^2 - \omega_{l1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\tau_{hh}^{\downarrow} &= \left(1 + \frac{\omega_{h1}}{\omega_{h2}} \right) \frac{(\omega_{l1}^2 - \omega_{h2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h1}^2)}{2(\omega_{l1}^2 - \omega_{h1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\rho_{hh}^{\downarrow} &= \left(1 - \frac{\omega_{h1}}{\omega_{h2}} \right) \frac{(\omega_{l1}^2 - \omega_{h2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h1}^2)}{2(\omega_{l1}^2 - \omega_{h1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\tau_{lh}^{\downarrow} &= \left(1 + \frac{\omega_{h1}}{\omega_{l2}} \right) \frac{(\omega_{l1}^2 - \omega_{l2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h1}^2)}{2(\omega_{l1}^2 - \omega_{h1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\rho_{lh}^{\downarrow} &= \left(1 - \frac{\omega_{h1}}{\omega_{l2}} \right) \frac{(\omega_{l1}^2 - \omega_{l2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h1}^2)}{2(\omega_{l1}^2 - \omega_{h1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l2}^2)}, \\
\tau_{hl}^{\downarrow} &= \left(1 + \frac{\omega_{l1}}{\omega_{h2}} \right) \frac{(\omega_{h1}^2 - \omega_{h2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l1}^2)}{2(\omega_{h1}^2 - \omega_{l1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h2}^2)}, \\
\rho_{hl}^{\downarrow} &= \left(1 - \frac{\omega_{l1}}{\omega_{h2}} \right) \frac{(\omega_{h1}^2 - \omega_{h2}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{l1}^2)}{2(\omega_{h1}^2 - \omega_{l1}^2)(\Omega_0^2 - \omega_{h2}^2)}.
\end{aligned}$$

Чтобы найти собственные моды периодически модулированной среды Лоренца, решим задачу на собственные значения для матрицы \mathbf{M} в соотношении (3.3):

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{12}^* & M_{11}^* & M_{14}^* & M_{13}^* \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{32}^* & M_{31}^* & M_{34}^* & M_{33}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_l^f \\ E_l^b \\ E_h^f \\ E_h^b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} E_l^f \\ E_l^b \\ E_h^f \\ E_h^b \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Зависимости модулей четырех собственных значений $\lambda_{1,2,3,4}$ от частоты модуляции $\omega_m = 2\pi/T$ для параметров $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 1,97046$ показаны на рис. 3.2. Для физической ясности по оси абсцисс отложено отношение

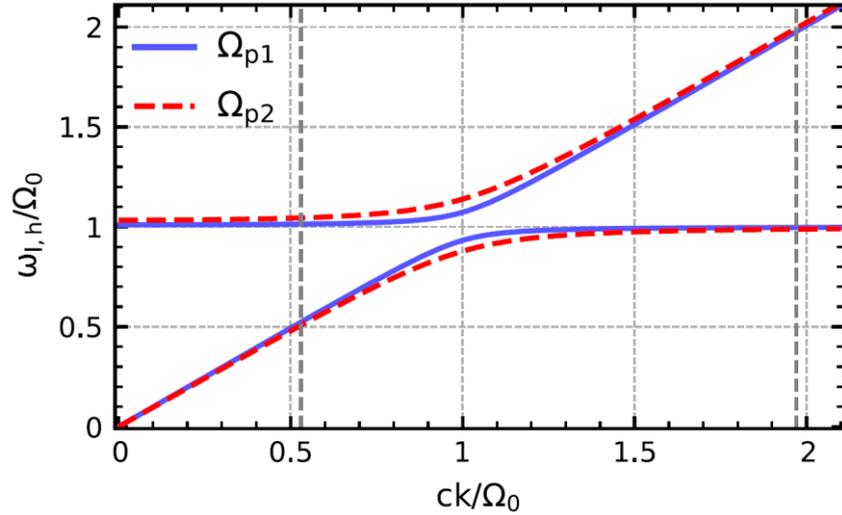


Рис. 3.1. Дисперсионные кривые $\omega_{l,h}(k)$ волн, распространяющихся в прямом направлении, для двух значений плазменной частоты $\Omega_{p1}/\Omega_0 = 0,14$ и $\Omega_{p2}/\Omega_0 = 0,26$, которые соответствуют $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$ и $\alpha = 0,3$. Дисперсионные кривые для волн, распространяющихся в обратном направлении (с частотами $-\omega_{l,h}$), зеркально симметричны относительно оси абсцисс. Штриховыми вертикальными линиями отмечены значения ck/Ω_0 , при которых $\bar{\omega}_h = 2\bar{\omega}_l$.

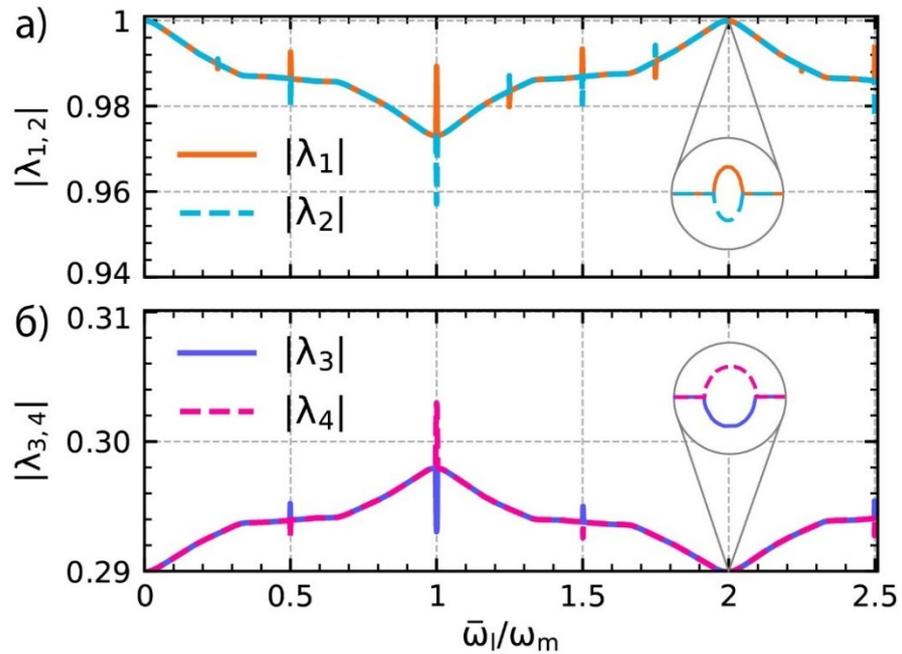


Рис 3.2. Модули двух пар собственных значений а) $\lambda_{1,2}$ и б) $\lambda_{3,4}$ в зависимости от $\bar{\omega}_l/\omega_m$ для $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 1,97046$.

среднего значения частоты низкочастотных волн $\bar{\omega}_l = (\omega_{l1} + \omega_{l2})/2$ к ω_m , а не просто ω_m . Значение $ck/\Omega_0 = 1,97046$ выбрано для демонстрации интересного случая, когда средняя частота высокочастотных волн $\bar{\omega}_h = (\omega_{h1} + \omega_{h2})/2$ в два раза превосходит $\bar{\omega}_l$, т.е. $\bar{\omega}_h = 2\bar{\omega}_l$ (рис. 3.1). Другой аналогичный случай с $ck/\Omega_0 \approx 0,53$ (рис. 3.1) будет рассмотрен позже.

На рис. 3.2 собственные значения разделены на две пары $\lambda_{1,2}$ и $\lambda_{3,4}$. Для каждой пары есть интервалы частоты модуляции, на которых $|\lambda_1| = |\lambda_2|$ или $|\lambda_3| = |\lambda_4|$. В этих интервалах парные собственные значения являются комплексно-сопряженными, т.е. $\lambda_1 = \lambda_2^*$ или $\lambda_3 = \lambda_4^*$. Соответствующие собственные моды являются распространяющимися волнами, т.е. прямые и обратные волны, как низкочастотные, так и высокочастотные, в собственной моде имеют разные амплитуды. В других интервалах парные собственные значения являются действительными с разными абсолютными значениями. Соответствующие таким интервалам собственные моды являются стоячими волнами, то есть прямые и обратные волны одной и той же частоты в собственной моде имеют равные амплитуды. Как следует из рис. 3.2, существуют как интервалы $\bar{\omega}_l/\omega_m$, где все четыре собственные моды являются распространяющимися или стоячими, так и интервалы, где две собственные моды – распространяющиеся, а две другие собственные моды являются стоячими.

Важно отметить, что все четыре собственные значения на рис. 3.2 не превышают единицы. Это означает, что в системе нет параметрического усиления. Более того, все собственные моды затухают со временем. Собственные моды с меньшими собственными значениями ($\lambda_{3,4}$) затухают быстрее, с большими собственными значениями ($\lambda_{1,2}$) затухают медленнее. Затухание объясняется потерями энергии, которые происходят как при увеличении, так и при уменьшении концентрации осцилляторов. При увеличении концентрации осцилляторов механизм потерь энергии связан с возбуждением собственных колебаний изначально существовавших и вновь созданных осцилляторов на частоте Ω_0 (см. п. 1.2 и 1.3). При уменьшении концентрации осцилляторов энергия теряется из-за деактивации части

осцилляторов вместе с их энергией. Максимальное значение $|\lambda_1| \approx 1 - 2,7 \times 10^{-5}$ при $\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2 + 7,6 \times 10^{-5}$ на рис. 3.2а соответствует частному случаю собственной моды, которая является суперпозицией двух стоячих волн, частоты которых различаются в два раза, т.е. $\bar{\omega}_h = 2\bar{\omega}_l$.

При уменьшении глубины модуляции α максимальное значение λ_1 приближается к единице, и $\bar{\omega}_l/\omega_m$ приближается к 2, т.е. $\lambda_1 \rightarrow 1$ и $\bar{\omega}_l/\omega_m \rightarrow 2$ при $\alpha \rightarrow 0$. Близость к единице значения λ_1 означает пренебрежимо малую потерю энергии моды. Физически отсутствие потерь энергии в этом случае можно объяснить правильной синхронизацией активаций и деактиваций осцилляторов с фазами стоячих волн. А именно активация и деактивация происходят в моменты, когда осцилляторы, движущиеся в полях двух стоячих волн (низкочастотной и высокочастотной), имеют одновременно $\mathbf{p} = 0$ и $d\mathbf{p}/dt = 0$ (моменты $t/T = 0, 0,5, 1, 1,5, \dots$ на рис. 3.3а). Условие $\mathbf{p} = 0$ обеспечивает равенство нулю потенциальной энергии осциллятора, тогда как $d\mathbf{p}/dt = 0$ означает нулевую кинетическую энергию. Таким образом, в эти моменты полная энергия осциллятора равна нулю. Поэтому деактивация осцилляторов не уменьшает энергию волны. Активация новых осцилляторов (с $\mathbf{p} = 0$ и $d\mathbf{p}/dt = 0$) не приводит к возбуждению собственных колебаний из-за идентичности состояний существующих и вновь созданных осцилляторов. Аналогичный результат ранее был получен для стоячего поверхностного плазмона на границе с полупроводником с быстро возрастающей концентрацией свободных носителей [83].

Значение $|\lambda_2|$ при $\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2 + 7,6 \times 10^{-5}$ на рис. 3.2а (с $\lambda_2 \approx 1 - 4,3 \times 10^{-5}$) лишь немного меньше значения $|\lambda_1|$. Собственная мода, соответствующая этому значению λ_2 , также является суперпозицией двух стоячих волн с удвоенными частотами $\bar{\omega}_h = 2\bar{\omega}_l$, но сдвинутых по фазе на $\pi/2$ как во времени, так и в пространстве. При этом активация и деактивация осцилляторов происходят в точках перегиба зависимости $\mathbf{p}(t)$ (моменты $t/T = 0, 0,5, 1, 1,5, \dots$ на рис. 3.3б), а не в точках максимума как на рис. 3.3а.

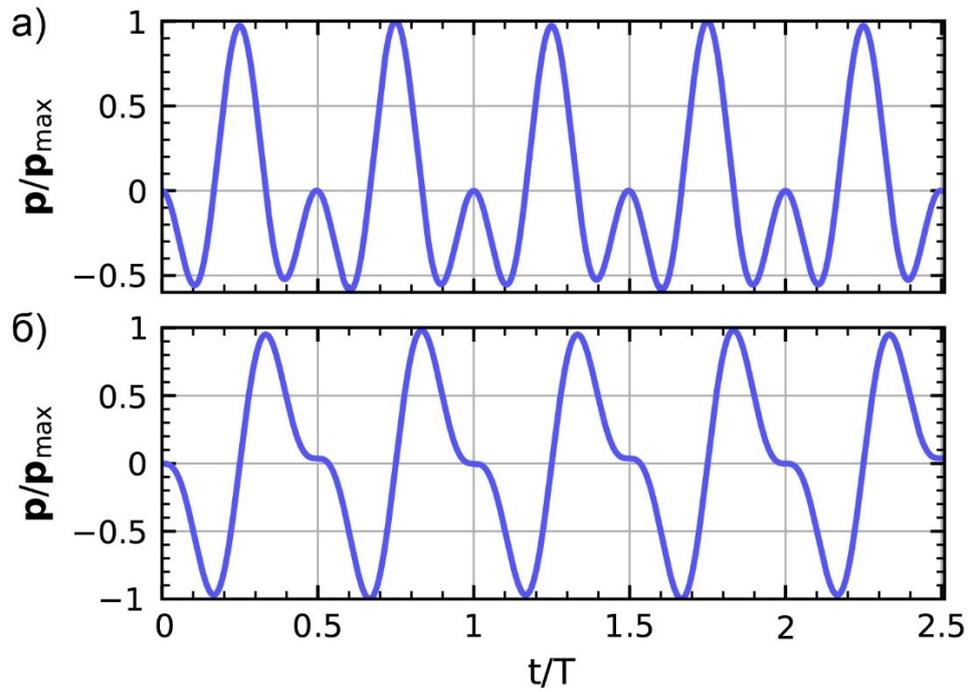


Рис. 3.3. Временная зависимость дипольного момента осциллятора \mathbf{p} (нормированного на максимальное значение \mathbf{p}_{\max}) в поле собственной моды с собственным значением а) λ_1 и б) λ_2 при $\bar{\omega}_l/\omega_m = 2 + 7,6 \times 10^{-5}$. Остальные параметры такие же, как на рис. 3.2.

В терминах подхода Флоке собственные значения $\lambda_{1,2,3,4}$ определяют соответствующие значения частоты Флоке (квазичастоты) ω_F : $\lambda_i = \exp(i\omega_{Fi}T)$. На рис. 3.4 показаны дисперсионные кривые $\text{Re } \omega_{F1,2,3,4}(k)$ и коэффициенты затухания $\text{Im } \omega_{F1,2,3,4}(k)$, которые образуют зонную структуру фотонного кристалла Флоке. Интервалы волнового числа k , в которых $\text{Re } \omega_{Fi}$ постоянны и равны 0 или кратны $\pi/T = \omega_m/2$, т.е. $\exp(i\text{Re } \omega_{Fi}T) = \pm 1$, являются запрещенными зонами для i -ой собственной моды (заштрихованные области на рис. 3.4). В запрещенных зонах собственные моды Флоке образованы стоячими низкочастотными и высокочастотными волнами. Запрещенные зоны в основном возникают для пары собственных мод. Например, запрещенные зоны при $ck/\Omega_0 \approx 1,2, 1,46, 1,72, 2,22$ относятся к собственным модам 1 и 2, тогда как запрещенные зоны при $ck/\Omega_0 \approx 0,25, 0,51, 0,77$ относятся к собственным модам 3 и 4. Однако существует перекрытие запрещенных зон для всех четырех собственных мод в окрестности точки $ck/\Omega_0 \approx 1,97$, которая соответствует особой точке $\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2$ на рис. 3.2 (зоны перекрываются в окрестности точки $ck/\Omega_0 \approx 1,970685$ при $\Omega_0/\omega_m = 2,0147706$). Интервалы k , в которых $\text{Re } \omega_{Fi}$ не являются постоянными, являются разрешенными зонами, в которых собственные моды формируются распространяющимися волнами. Важно отметить, что $\text{Im } \omega_{Fi} > 0$ как в разрешенных, так и в запрещенных зонах, и, следовательно, собственные моды затухают. Особым является случай $\text{Im } \omega_{F1,2} \approx 0$ при $ck/\Omega_0 \approx 1,97$ на рис. 3.4а и 3.4б, который соответствует $|\lambda_{1,2}| \approx 1$ на рис. 3.2а и описывает стоячие волны практически постоянной амплитуды (см. обсуждение рис. 3.2а выше).

Интересно рассмотреть случай, когда $\Omega_{p1} = 0$ в законе (3.1), т.е. все осцилляторы создаются и удаляются одновременно ($\alpha = 1$). В этом случае частоты (3.2) при $\Omega_p = 0$ сводятся к значениям $\pm ck$ и $\pm \Omega_0$, которые соответствуют электромагнитным волнам в свободном пространстве и собственным колебаниям в сильно разреженной среде осцилляторов соответственно. Эти решения соответствуют частотам $\pm \omega_{l1}$ и $\pm \omega_{h1}$ при $ck < \Omega_0$ и наоборот при $ck > \Omega_0$. Приведенные выше коэффициенты рассеяния, отвечающие за возбуждение колебаний с частотами $\pm \Omega_0$

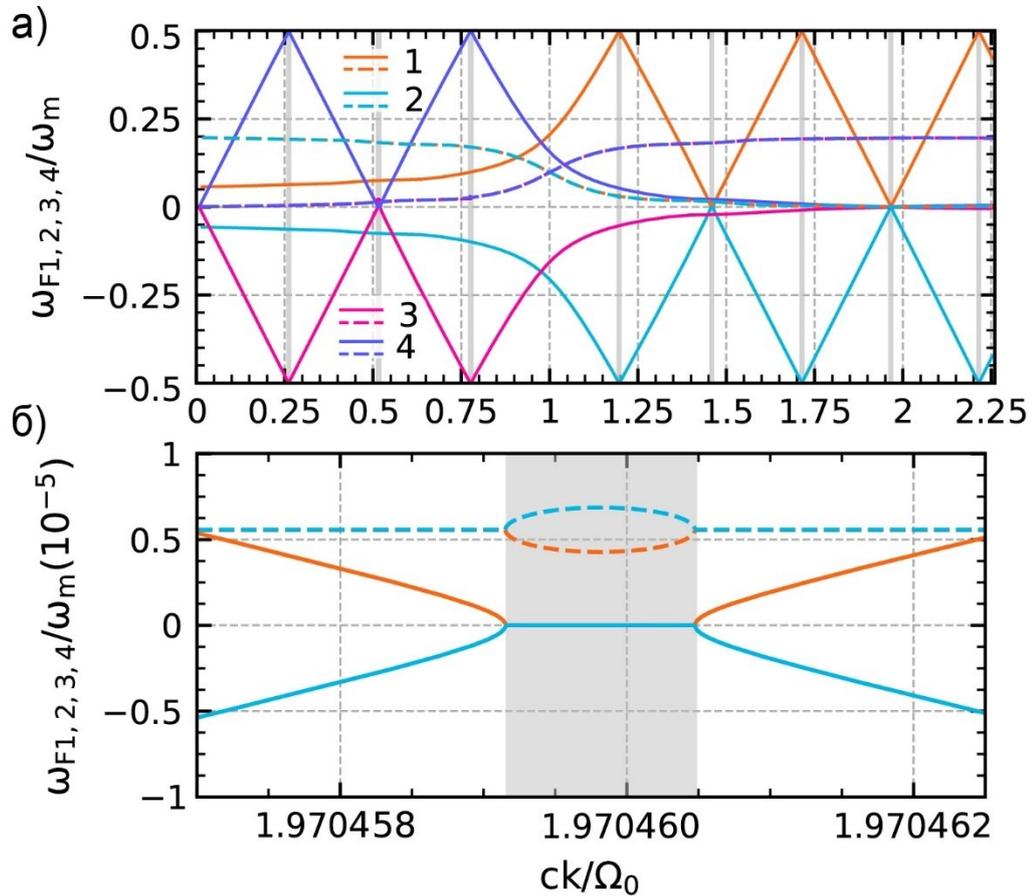


Рис. 3.4. а) Зонная структура фотонного кристалла Флоке: дисперсионные кривые $\text{Re } \omega_{F1,2,3,4}(k)$ (сплошные линии) и коэффициенты затухания $\text{Im } \omega_{F1,2,3,4}(k)$ (штриховые линии) при $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\Omega_0/\omega_m = 2,0149955$ и $\alpha = 0,3$. Штриховкой показаны запрещенные зоны. б) Увеличенный вид кривых в окрестности точки $ck/\Omega_0 = 1,97046$.

при удалении осцилляторов, равны нулю, т. е. $\tau_{hh}^\downarrow = \rho_{hh}^\downarrow = \tau_{ih}^\downarrow = \rho_{ih}^\downarrow = 0$ при $ck < \Omega_0$ и $\tau_{il}^\downarrow = \rho_{il}^\downarrow = \tau_{hl}^\downarrow = \rho_{hl}^\downarrow = 0$ при $ck > \Omega_0$. Это приводит, согласно выражениям для M_{ij} (см. выше), к занулению двух нижних (при $ck < \Omega_0$) или верхних (при $ck > \Omega_0$) строк в матрице \mathbf{M} в формулах (3.3) и (3.4). В результате число собственных мод уменьшается до двух. Эти моды формируются двумя волнами (с частотами $\pm ck$) на одной половине периода модуляции $T/2 < t < T$ и четырьмя волнами (с частотами $\pm\omega_{l2}$ и $\pm\omega_{h2}$) на другой половине периода $0 < t < T/2$.

Зависимости модулей собственных значений $|\lambda_{1,2}|$ от частоты модуляции в случае $\Omega_{p1} = 0$ показаны на рис. 3.5 для характерных значений параметров. Аналогично рис. 3.2а существует особая точка $\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2,060956$, которой соответствуют $|\lambda_{1,2}| \approx 1$ (с $\lambda_1 \approx 1 - 2,5 \times 10^{-11}$ и $\lambda_2 \approx 1 - 7,6 \times 10^{-4}$) и собственные моды, формируемые почти незатухающими стоячими волнами (с $\bar{\omega}_h \approx 1,94\bar{\omega}_l$). В общем случае, однако, обе собственные моды являются затухающими.

Особенностью случая $\Omega_{p1} = 0$ является отсутствие потерь энергии в моменты рождения осцилляторов. Действительно, двухпоточковые собственные колебания уже существовавших и вновь созданных осцилляторов с нулевой суммарной поляризацией, забравшие энергию в случае $\Omega_{p1} \neq 0$, теперь не возбуждаются в силу идентичности всех осцилляторов. Однако потери энергии при удалении осцилляторов сохраняются, и, следовательно, собственные моды всегда затухают (за исключением особого случая с $|\lambda_{1,2}| \approx 1$, когда энергия собственной моды практически постоянна).

Рассмотрим теперь переходные режимы трансформации исходной волны после начала (в момент $t = 0$) модуляции плазменной частоты согласно закону (3.1). В частности, на рис. 3.6 показана трансформация исходной низкочастотной волны, распространявшейся в прямом направлении, при параметрах, соответствующих особой точке на рис. 3.2а. Как видно, всего за 2-3 цикла модуляции волна практически полностью преобразуется в высокочастотные волны удвоенной средней частоты, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях. Амплитуды волн составляют $1,5E_0$ и $0,5E_0$ соответственно. Амплитуда полного электрического поля

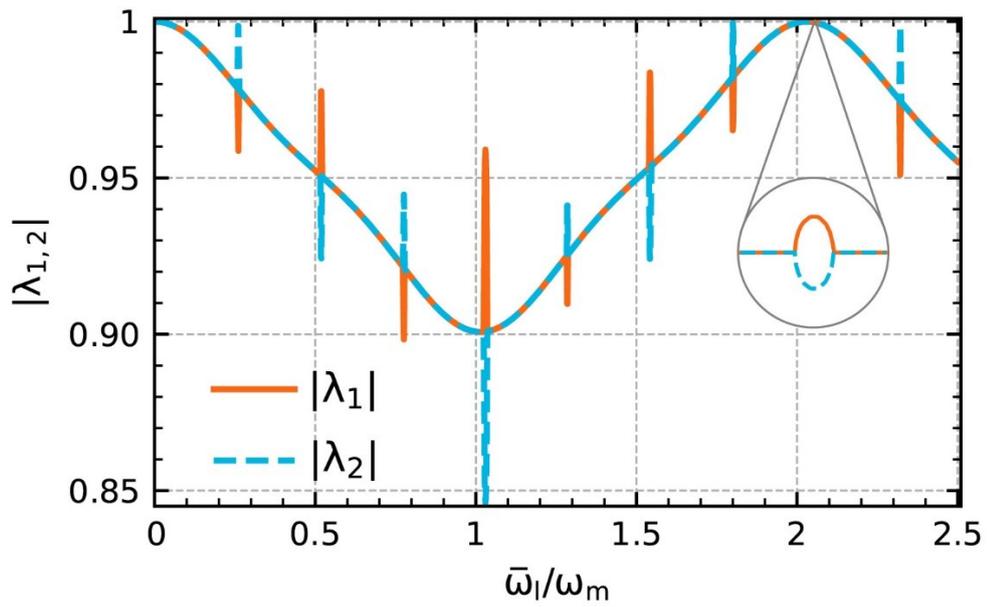


Рис 3.5. Модули собственных значений $|\lambda_{1,2}|$ в зависимости от $\bar{\omega}_l/\omega_m$ для $\Omega_{p1} = 0$ ($\alpha = 1$), $\Omega_{p2}/\Omega_0 = 0,4$ и $ck/\Omega_0 = 1,884344$.

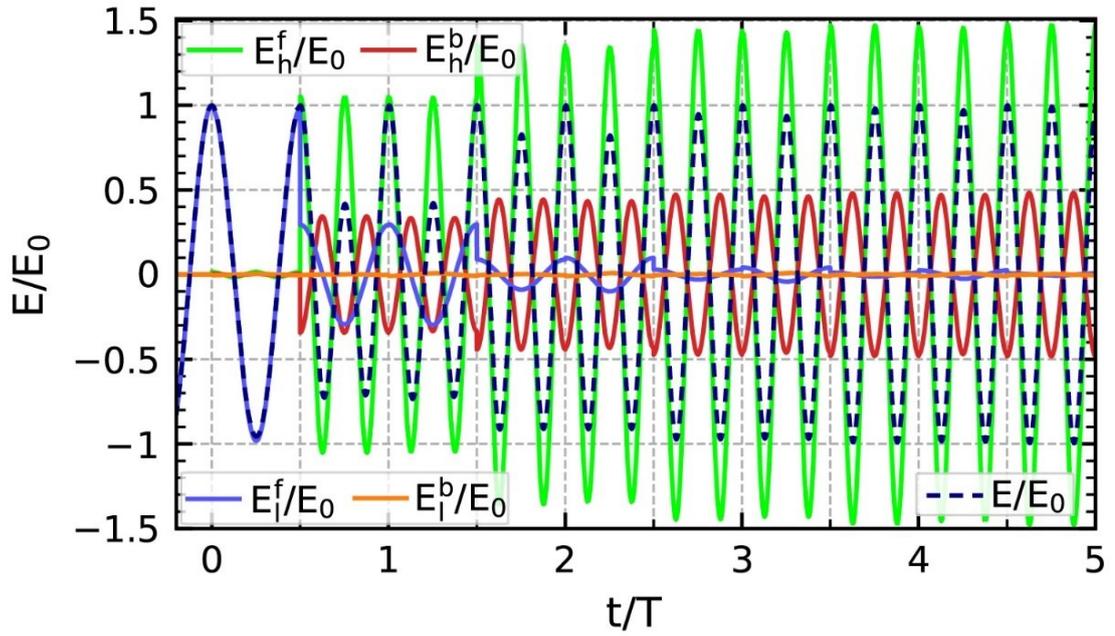


Рис 3.6. Электрические поля прямых и обратных низкочастотных и высокочастотных волн и их полное электрическое поле E (нормированные на амплитуду исходной волны E_0) в точке $z = 0$ как функции времени при $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\Omega_0/\omega_m = 2,01$ ($\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2$), $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 1,97$. Модуляция начинается в момент $t = 0$.

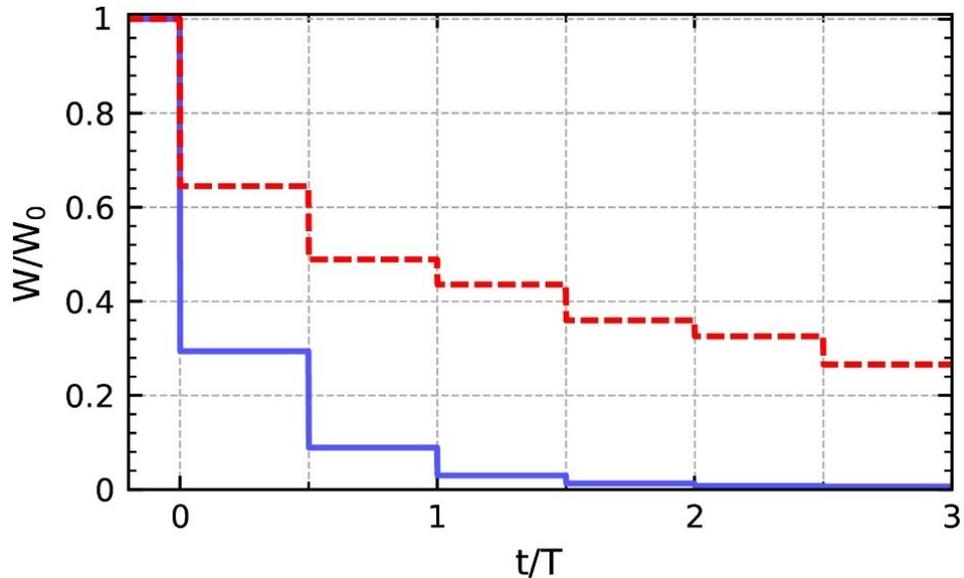


Рис. 3.7. Полная энергия волны W (нормированная на энергию исходной волны W_0) как функция времени для переходных процессов на рис. 3.6 (сплошная линия) и рис. 3.10 (штриховая линия).

равна E_0 . Хотя эта амплитуда равна амплитуде начальной волны, полная энергия высокочастотных волн составляет лишь малую часть (около 0,6%) энергии начальной низкочастотной волны (рис. 3.7). С физической точки зрения сильную потерю энергии можно объяснить тем, что частота ω_{l1} медленной (с $ck/\Omega_0 = 1,97$) начальной волны близка к резонансной частоте Ω_0 , и, следовательно, энергия волны в основном содержится в поляризации среды [29]. Эта форма энергии легко теряется при удалении и создании осцилляторов. Остающаяся энергия высокочастотных волн (с $\bar{\omega}_h \approx 2\Omega_0$) в основном находится в электромагнитной форме.

Временная динамика на рис. 3.6 может быть объяснена в терминах найденных собственных мод. Начальная волна возбуждает все четыре собственные моды, которые являются стоячими волнами с $|\lambda_{1,2}| \approx 1$ и $|\lambda_{3,4}| \approx 0,29$ (рис. 3.2). Собственные моды 3, 4 (с преобладающими низкочастотными компонентами) быстро затухают, остаются только моды 1, 2 (с преобладающими высокочастотными компонентами). В модах 1 и 2 волны, распространяющиеся в прямом направлении (с амплитудами E_0 и $0,5E_0$), находятся в фазе, тогда как обратные волны (с теми же амплитудами) находятся в противофазе. В результате амплитуда суммарной волны, распространяющейся в прямом направлении, равна $1,5E_0$, а амплитуда суммарной обратной волны составляет $0,5E_0$, как показано на рис. 3.6.

Для подтверждения приведенной на рис. 3.6 переходной динамики полей, которая была рассчитана аналитически на основе коэффициентов рассеяния (см. выше), было выполнено численное FDTD моделирование трансформации исходной низкочастотной волны для тех же параметров, что и на рис. 3.6. Модуляция концентрации осцилляторов была ограничена пятью периодами. Исходный волновой пакет состоял из ~ 90 колебаний. Увеличение и уменьшение концентрации осцилляторов моделировалось гауссовыми функциями $\propto [1 - \exp(-t^2/\delta t^2)]$ и $\propto \exp(-t^2/\delta t^2)$ с параметром δt , много меньшим периодов генерируемых волн. На этапах увеличения и уменьшения концентрации использовались материальные уравнения (1.4) и (1.8) соответственно. Результаты моделирования показаны на рис. 3.8.

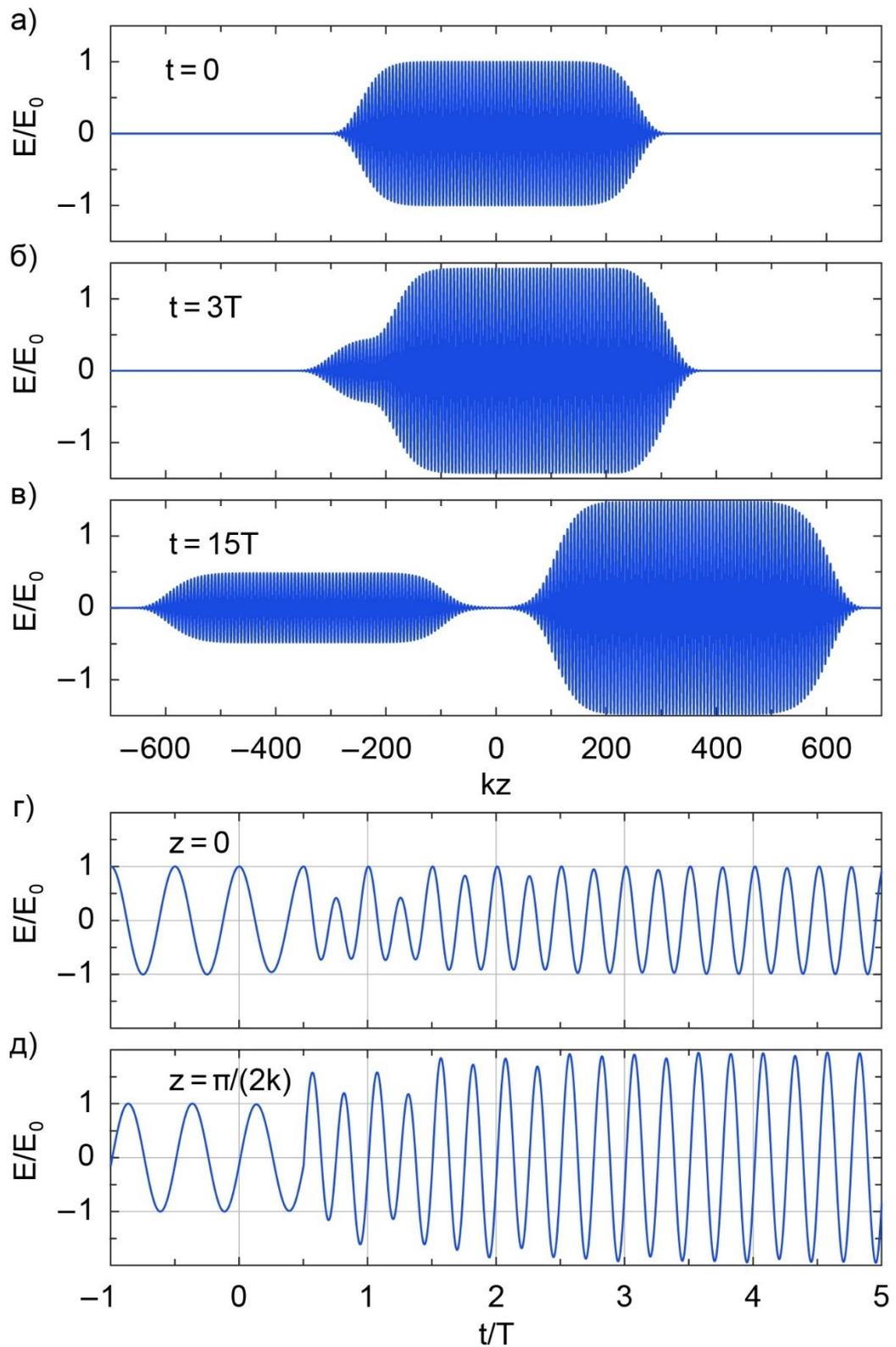


Рис. 3.8. а)-в) Моментальные снимки полного электрического поля (нормированного на амплитуду исходной волны E_0) для трех моментов времени (показаны на рисунках). г) Электрическое поле при $z = 0$ как функция времени. д) То же, что и г), но для $z = \pi/(2k)$. Параметры те же, что и на рис. 3.6.

После первого скачка концентрации (вверх), то есть при $0 < t < T/2$, пространственно-временное распределение электрического поля остается практически таким же, как в исходном волновом пакете, показанном на рис. 3.8а. Это видно из осциллограмм для двух пространственных точек $z = 0$ и $z = \pi/(2k)$ на рис. 3.8г и 3.8д и согласуется с рис. 3.6. После второго скачка концентрации (вниз), то есть при $t > T/2$, амплитуда огибающей волнового пакета начинает изменяться. После окончания переходного процесса (после 2–3 периодов модуляции) устанавливаются стабильные колебания огибающей, которые происходят в интервале между E_0 и $2E_0$. Моментальный снимок волнового пакета с промежуточной амплитудой огибающей ($\approx 1,5E_0$) показан на рис. 3.8б. Также на рис. 3.8б видны переходные эффекты на краях волнового пакета. Интересно отметить, что поскольку изменения амплитуды огибающей сопровождаются распространением волнового пакета в положительном направлении оси z , амплитуда колебаний в каждой точке z остается постоянной, хотя и зависит от z . Например, амплитуда равна E_0 для $z = 0$ (рис. 3.8г) и $2E_0$ для $z = \pi/(2k)$ (рис. 3.8д). Осциллограмма на рис. 3.8г хорошо согласуется с осциллограммой для полного электрического поля на рис. 3.6.

Для достаточно длительного времени после начала модуляции, например, при $t = 15T$ на рис. 3.8в, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях высокочастотные волны, которые образовывали волновой пакет, разделяются в пространстве. Их амплитуды ($1,5E_0$ для прямой волны и $0,5E_0$ для обратной волны) хорошо согласуются с амплитудами прямой и обратной волн на рис. 3.6.

Проиллюстрированная на рис. 3.6 и 3.7 трансформация исходной низкочастотной волны обеспечивает удвоение частоты волны с высокой эффективностью по амплитуде, но с низкой энергетической эффективностью. Эта трансформация основана на преобразовании близкого к резонансу низкочастотного ($\approx \Omega_0$) поляритона с $ck/\Omega_0 \approx 1,97$ в нерезонансные высокочастотные ($\approx 2\Omega_0$) поляритоны (рис. 3.1). Аналогично деление частоты на два может быть достигнуто путем трансформации близкого к резонансу высокочастотного ($\approx \Omega_0$) поляритона с $ck/\Omega_0 \approx 0,53$ в нерезонансные низкочастотные ($\approx \Omega_0/2$) поляритоны (рис. 3.1). Этот процесс показан на рис. 3.9. Несмотря на большую амплитуду генерируемых низкочастотных

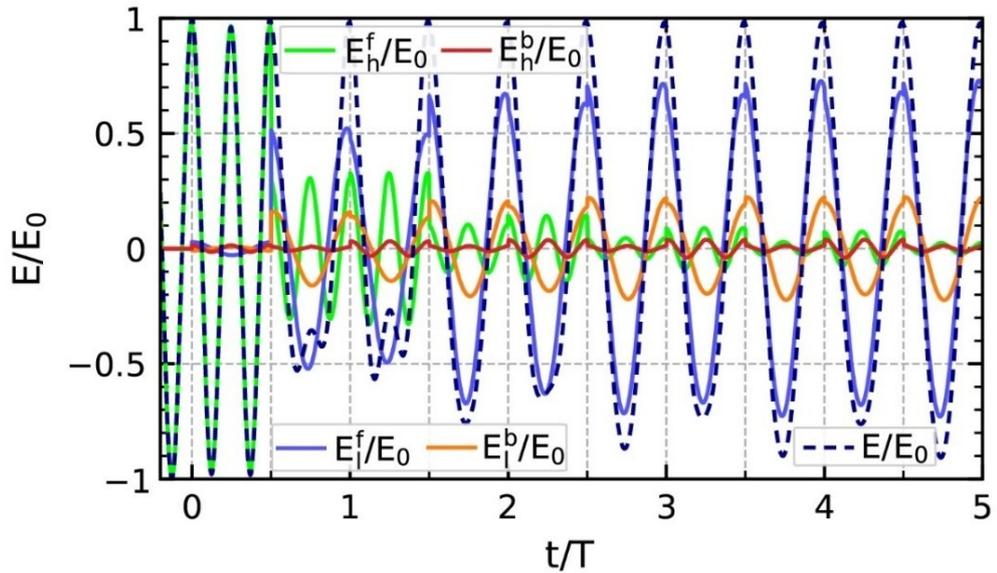


Рис 3.9. Электрические поля распространяющихся в прямом и обратном направлениях низкочастотных и высокочастотных волн и их полное электрическое поле E (нормированные на амплитуду исходной волны E_0) в точке $z = 0$ как функции времени при $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\Omega_0/\omega_m = 3,88$ ($\bar{\omega}_l/\omega_m \approx 2$), $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 0,53$. Модуляция начинается в момент $t = 0$.

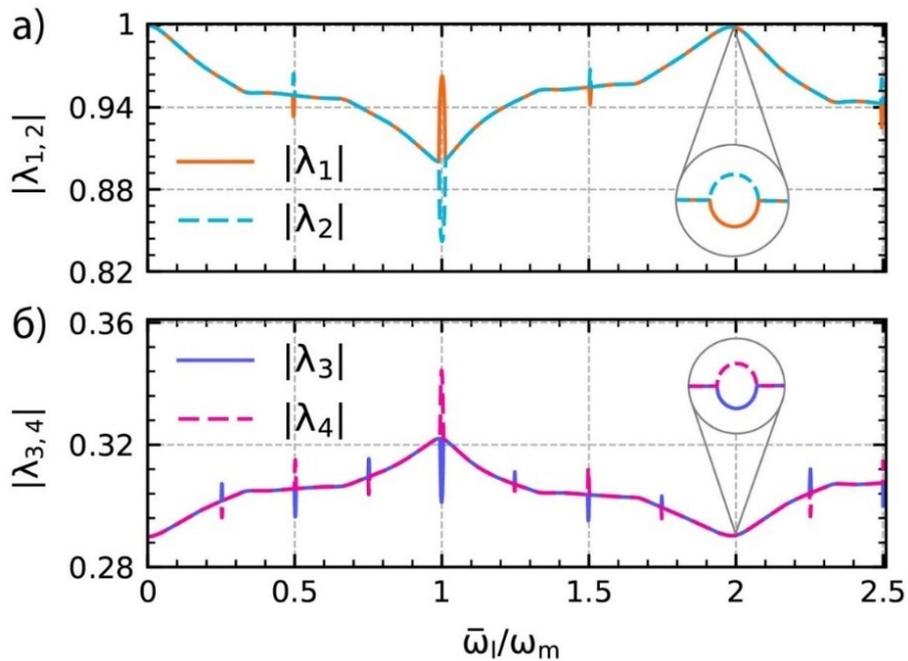


Рис 3.10. Модули двух пар собственных значений а) $\lambda_{1,2}$ и б) $\lambda_{3,4}$ в зависимости от $\bar{\omega}_l/\omega_m$ при $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 0,2$, $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 0,53$.

волн на рис. 3.9, энергия этих волн снова намного меньше ($\sim 3\%$) энергии исходной волны. Суммарная энергия всех волн в системе быстро уменьшается, демонстрируя практически такую же зависимость от времени, как и в случае удвоения частоты (рис. 3.7).

В приведенных выше примерах переходных процессов собственные моды разделялись на высокодобротные (с $\lambda_{1,2}$) и низкодобротные (с $\lambda_{3,4}$) моды (рис. 3.2 и 3.10). Высокодобротные собственные моды состоят в основном из высокочастотных волн при $ck/\Omega_0 > 1$ или низкочастотных волн при $ck/\Omega_0 < 1$. Соответственно после короткого переходного процесса остаются только высокочастотные или низкочастотные волны (рис. 3.6 и 3.9). Однако при $ck/\Omega_0 \approx 1$ вклады высокочастотных и низкочастотных волн в собственные моды сопоставимы. Поэтому можно ожидать формирования двухчастотного волнового поля после затухания низкодобротных собственных мод. Возможность такого процесса иллюстрируется на рис. 3.11а и 3.11б для исходной низкочастотной волны с $ck/\Omega_0 = 1$. Как видно, суммарное электрическое поле содержит колебания на двух существенно различных частотах: $\bar{\omega}_h \approx 2,6\bar{\omega}_l$. Собственные значения мод для этого случая показаны на рис. 3.12. Энергия в этом случае затухает несколько медленнее (рис. 3.7).

3.2. Параметрическое преобразование поверхностных плазмонов на графене

Исследуем далее параметрическое преобразование направляемых графеном поверхностных плазмонов при периодическом изменении поверхностной плотности носителей в графене.

3.2.1 Ступенчатая модуляция плотности носителей

Рассмотрим поверхностный плазмон ТМ-типа с частотой ω , распространяющийся в $+x$ направлении вдоль листа графена, расположенного при $y = 0$. Продольную компоненту электрического поля плазмона можно записать как

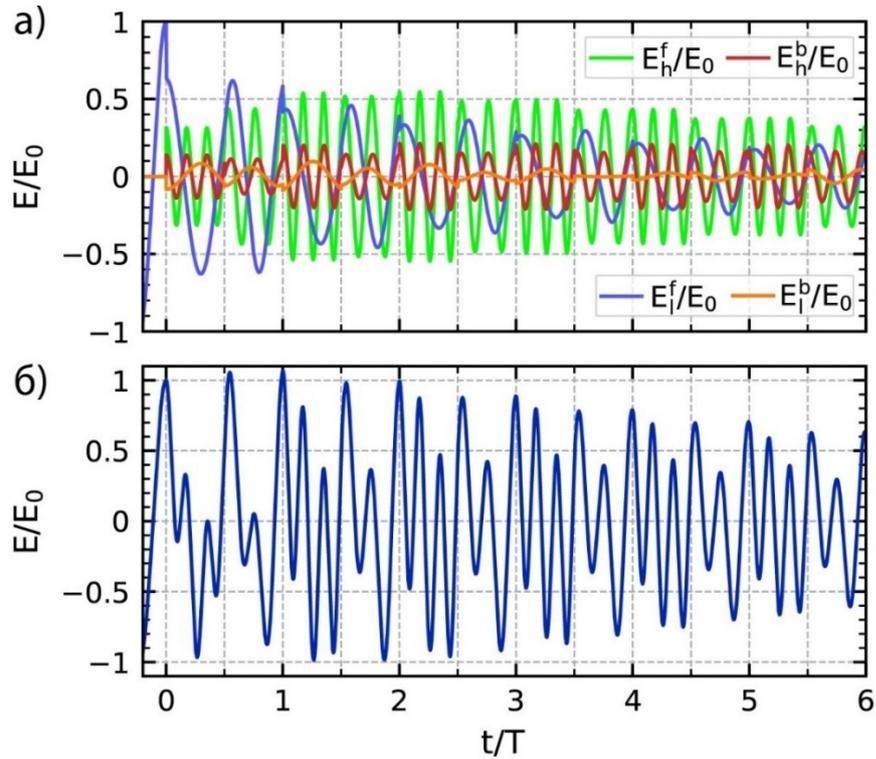


Рис. 3.11. а) Электрические поля распространяющихся вперед и назад низкочастотных и высокочастотных волн и б) их полное электрическое поле E (нормированное на начальную амплитуду волны E_0) как функции времени для $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 1$, $\Omega_0/\omega_m = 3,1$ ($\bar{\omega}_l/\omega_m = 1,94$), $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 1$. Модуляция начинается при $t = 0$.

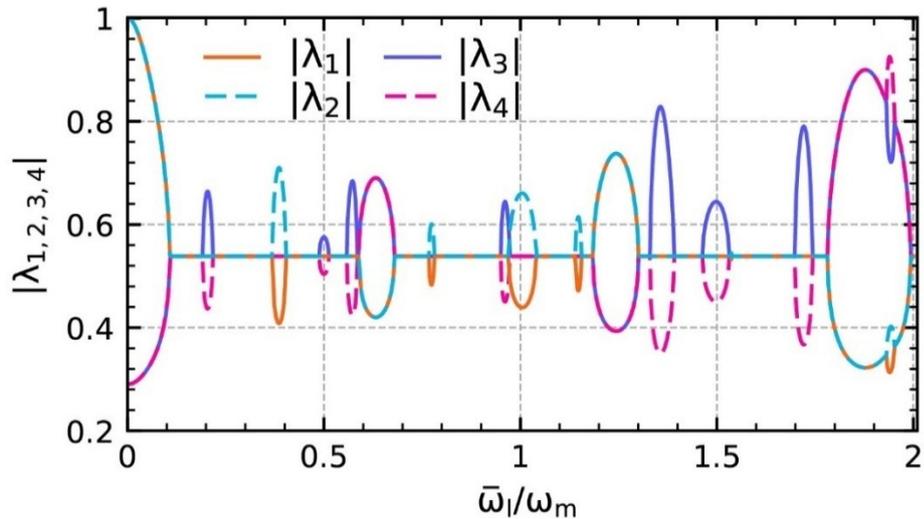


Рис 3.12. Модули собственных значений $\lambda_{1,2,3,4}$ в зависимости от $\bar{\omega}_l/\omega_m$ для $\bar{\Omega}_p/\Omega_0 = 1$, $\alpha = 0,3$ и $ck/\Omega_0 = 1$.

$$E_x(x, y, t) = E_0 e^{i\omega t - ihx - \kappa|y|}, \quad (3.5)$$

где постоянные распространения и затухания определяются дисперсионными уравнениями вида

$$h^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\Omega^2} \right), \quad \kappa(\omega) = \frac{\omega^2}{c\Omega} \quad (3.6)$$

(в отличие от формул (2.26) и (2.27) здесь для простоты положено $\varepsilon = 1$).

Предположим, что при $t < 0$ плотность носителей равна N_1 ($\Omega = \Omega_1$) и характеристики плазмона равны ω_1 , h_1 и κ_1 . При $t = 0$ плотность носителей графена начинает периодически меняться во времени как заданная функция $N(t)$. Из первого уравнения в (3.6) и условия $h = h_1$ находим частоту плазмона $\omega(t)$ при $t > 0$ (см. также (2.28))

$$\omega(t) = \pm 2^{-1/2} \Omega(t) \{ [1 + 4c^2 h_1^2 / \Omega^2(t)]^{1/2} - 1 \}^{1/2}. \quad (3.7)$$

Знаки “+” и “−” соответствуют плазмонам, распространяющимся в направлениях $+x$ (прошедший плазмон) и $-x$ (отраженный плазмон).

В квазистатическом пределе ($ch_1/\Omega \gg 1$) формула (3.7) и вторая формула в (3.6) сводятся к выражениям

$$\omega(t) \approx \pm \sqrt{ch_1 \Omega(t)} \approx \pm \omega_1 \sqrt{\Omega(t)/\Omega_1}, \quad \kappa \approx \kappa_1 \approx h_1, \quad (3.8)$$

описывающим сильно замедленные и сильно локализованные вблизи графена плазмоны. Далее квазистатическое приближение будем предполагать выполненным при рассмотрении резких изменений плотности носителей. Это позволит пренебречь рассеянием плазмонов в объемное излучение. В случае медленной синусоидальной модуляции плотности носителей рассеяние в объемное излучение пренебрежимо мало при любом замедлении плазмона, что позволит не ограничиваться квазистатическим приближением.

Рассмотрим вначале трансформацию плазмона в случае ступенчатого периодического изменения плотности носителей. Будем считать, что в течение периода модуляции T параметр Ω меняется как

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_2, & 0 < t < T/2 \\ \Omega_1, & T/2 < t < T \end{cases} \quad (3.9)$$

около среднего значения $\bar{\Omega} = (\Omega_1 + \Omega_2)/2$ с глубиной модуляции $\alpha = (\Omega_2 - \Omega_1)/2\bar{\Omega}$. Подставляя значения $\Omega(t)$ из формулы (3.9) в выражения (3.7) или (3.8), можно найти изменение частоты плазмона.

При первом скачке параметра $\Omega(t)$ от Ω_1 до Ω_2 исходный плазмон частотой $\omega_1 \approx \sqrt{ch_1\Omega_1}$ преобразуется в прошедший (распространяющийся в том же направлении, прямой) плазмон с частотой $\omega_2 \approx \sqrt{ch_1\Omega_2} \approx \omega_1\sqrt{\Omega_1/\Omega_2}$ и отраженный (распространяющийся в обратном направлении, обратный) плазмон с частотой $-\omega_2$

$$E_x(x, y, t) = E_0(\tau e^{i\omega_2 t} + \rho e^{-i\omega_2 t})e^{-ih_1 x - \kappa_1 |y|}, \quad (3.10)$$

где τ и ρ коэффициенты прохождения и отражения. Когда $\Omega(t)$ возвращается к значению Ω_1 (при $t = T/2$), оба плазмона испытывают преломление и отражение во времени, образуя в общей сложности два плазмона с частотами $\pm\omega_1$, распространяющиеся во встречных направлениях. Эти плазмоны выступают в качестве исходных волн для следующего периода модуляции. Поскольку фактор $e^{-ih_1 x - \kappa_1 |y|}$ остается инвариантным, будем далее его опускать, имея в виду рассмотрение полей в точке $x = y = 0$.

При расчете амплитуд плазмонов случаи увеличения и уменьшения плотности носителей необходимо рассматривать отдельно с использованием различных граничных условий, то есть уравнений (2.3) или (2.4) соответственно. В квазистатическом режиме коэффициенты прохождения (τ) и отражения (ρ) при скачке плотности носителей (увеличении или уменьшении) определяются формулами вида

$$\tau = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{\Omega_1}{\Omega_2}} \right), \quad \rho = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\Omega_1}{\Omega_2}} \right). \quad (3.11)$$

После одного (n -го) периода модуляции (т.е. при $t_n = nT$, где $n = 1, 2, \dots$) электрические поля прямого (E_f) и обратного (E_b) плазмонов определяются как

$$\begin{pmatrix} E_f(t_n) \\ E_b(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_f(t_n - T) \\ E_b(t_n - T) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

с выражениями для элементов матрицы M_{11} и M_{12} вида

$$M_{11} = \tau^2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)T/2} + \rho^2 e^{i(\omega_1 - \omega_2)T/2}, \quad (3.13a)$$

$$M_{12} = \rho\tau e^{i(\omega_1 + \omega_2)T/2} + \rho\tau e^{i(\omega_1 - \omega_2)T/2}. \quad (3.136)$$

Во второй половине n -го периода модуляции ($t_n - T/2 < t < t_n$) электрическое поле можно записать как

$$E_x = E_f(t_n)e^{i\omega_1(t-t_n)} + E_b(t_n)e^{-i\omega_1(t-t_n)}, \quad (3.14)$$

где

$$\begin{pmatrix} E_f(t_n) \\ E_b(t_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} E_f(0-) \\ E_b(0-) \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Выражения (3.14) и (3.15) (совместно с аналогичными уравнениями для $t_n - T < t < t_n - T/2$) позволяют найти временную динамику электрического поля при любых начальных условиях. В частности, при наших начальных условиях в уравнении (3.15) следует положить $E_f(0-) = E_0$ и $E_b(0-) = 0$.

Прежде чем рассматривать трансформацию исходного плазмона на начинающейся при $t > 0$ модуляции графена, найдем собственные плазмонные моды для графена с неограниченной во времени ($-\infty < t < +\infty$) периодической модуляцией плотности носителей. Для этого решим задачу на собственные значения и собственные функции матрицы в формуле пересчета полей (3.12):

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_f \\ E_b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} E_f \\ E_b \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Зависимость модулей двух найденных собственных значений $\lambda_{1,2}$ от отношения средней частоты $\bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2$ к частоте модуляции $\omega_m = 2\pi/T$ при $\alpha = 0,4$ и $\omega_1/\Omega_1 = 15$ показана на рис. 3.13а. Соответствующая зависимость совпадающих модулей отношений компонент собственных векторов $|E_{b1}/E_{f1}| = |E_{f2}/E_{b2}|$ показана на рис. 3.13б.

На рис. 3.13а имеются интервалы частоты модуляции, где $|\lambda_1| = |\lambda_2| = \text{const}$. В этих интервалах собственные значения являются комплексно-сопряженными: $\lambda_1 = \lambda_2^*$. В остальных интервалах собственные значения действительны и не постоянны. В последних интервалах, как следует из рис. 3.13б, $|E_{b1}|/|E_{f1}| = |E_{f2}|/|E_{b2}| = 1$, и, следовательно, собственные моды представляют собой стоячие волны. Одна из собственных мод, с меньшим собственным значением, является быстро затухающей. Другая собственная мода затухает медленнее. Важно

отметить, что оба собственных значения не превышают единицу. Это означает, что в системе нет параметрического усиления. Максимальное значение $|\lambda_1| = 1$ при $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$ соответствует особому случаю стоячей волны с постоянной амплитудой. С физической точки зрения отсутствие потерь энергии в этом случае можно объяснить правильной синхронизацией моментов инжекции и удаления носителей с фазой стоячей волны. А именно инжекция и удаление происходят в моменты, когда электрическое поле волны максимально, и, следовательно, осциллирующие носители имеют нулевую скорость. Добавление «новых» носителей с нулевой скоростью не приводит к возбуждению в системе двухпоточкового движения носителей, в которое может уходить значительная часть энергии (см. п. 2.2). Удаление носителей с нулевой кинетической энергией также не изменяет энергию, остающуюся в колебательной системе.

На диаграмме на рис. 3.14 показаны области параметров $\bar{\omega}/\omega_m$ и α , в которых существуют стоячие волны. Видна общая закономерность: интервалы существования стоячих волн по параметру $\bar{\omega}/\omega_m$ расширяются с увеличением глубины модуляции α . При $\alpha \ll 1$ режим стоячей волны достигается при условии параметрического резонанса $\bar{\omega}/\omega_m \approx n/2$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Это согласуется с уравнениями (3.13а), (3.13б) и (3.16). Действительно, при $\alpha \ll 1$ коэффициент отражения ρ мал и, следовательно, матричные компоненты в уравнении (3.16) можно записать как $M_{11} \approx \tau^2 e^{i\bar{\omega}T}$ и $M_{12} \approx 0$ (см. (3.13а) и (3.13б)). В режиме стоячей волны ($E_b = E_f$) из уравнения (3.16) следует, что $M_{11} = M_{11}^*$, т. е. $e^{i\bar{\omega}T} = e^{-i\bar{\omega}T}$, и, как следствие, $\bar{\omega}/\omega_m = n/2$.

На рис. 3.13б есть также распространяющиеся собственные моды с $|E_{b1}|/|E_{f1}| = 0$ (или $|E_{f2}|/|E_{b2}| = 0$) в интервалах времени $t_n - T/2 < t < t_n$. В других временных интервалах $t_n - T < t < t_n - T/2$ отношение амплитуд волн может быть найдено с помощью выражения (3.10) и равно $|E_{b1}|/|E_{f1}| = \rho/\tau$. Таким образом, в такой собственной моде обратная волна существует только в течение половины периода модуляции. Эти собственные моды определяются условием $M_{12} = M_{12}^* = 0$ в уравнении (3.16). С учетом выражения (3.13б) данное

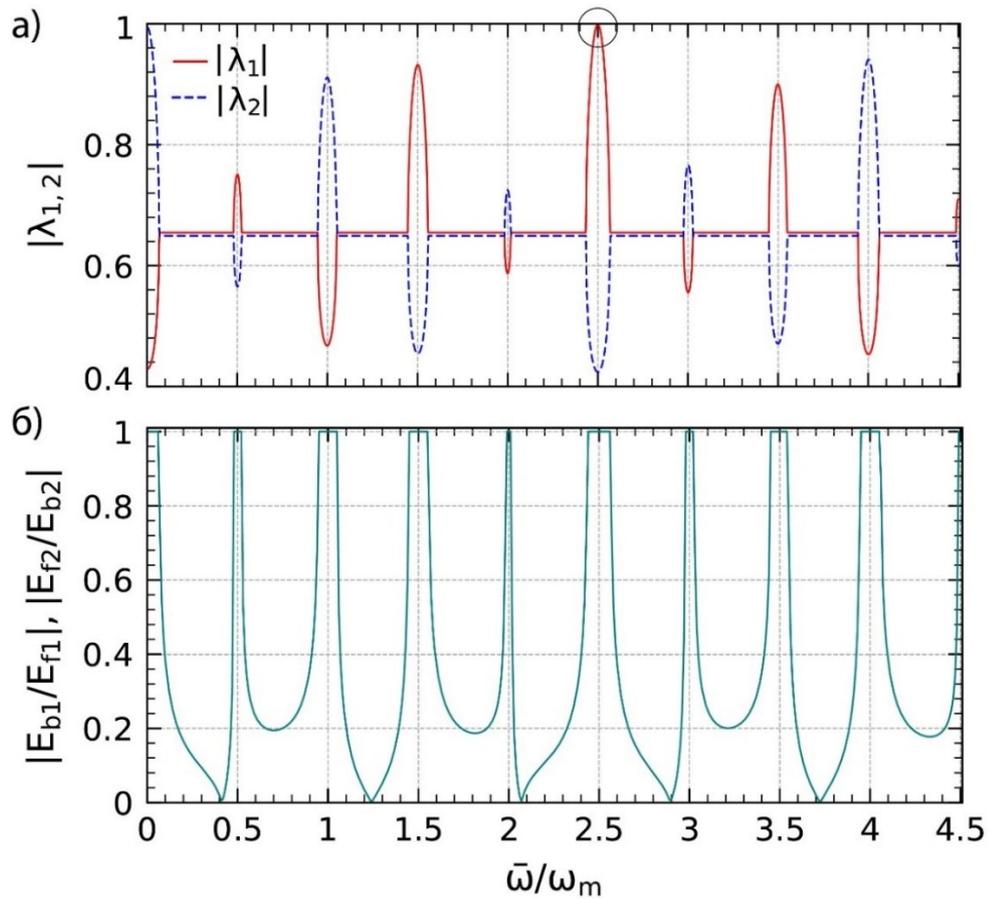


Рис. 3.13. а) Модули собственных значений $\lambda_{1,2}$ как функции $\bar{\omega}/\omega_m$ при $\alpha = 0,4$ и $\omega_1/\Omega_1 = 15$. Окружностью обведена особое значение $|\lambda_1| = 1$, достигаемое при $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$. б) Соответствующая зависимость $|E_{b1}/E_{f1}| = |E_{f2}/E_{b2}|$.

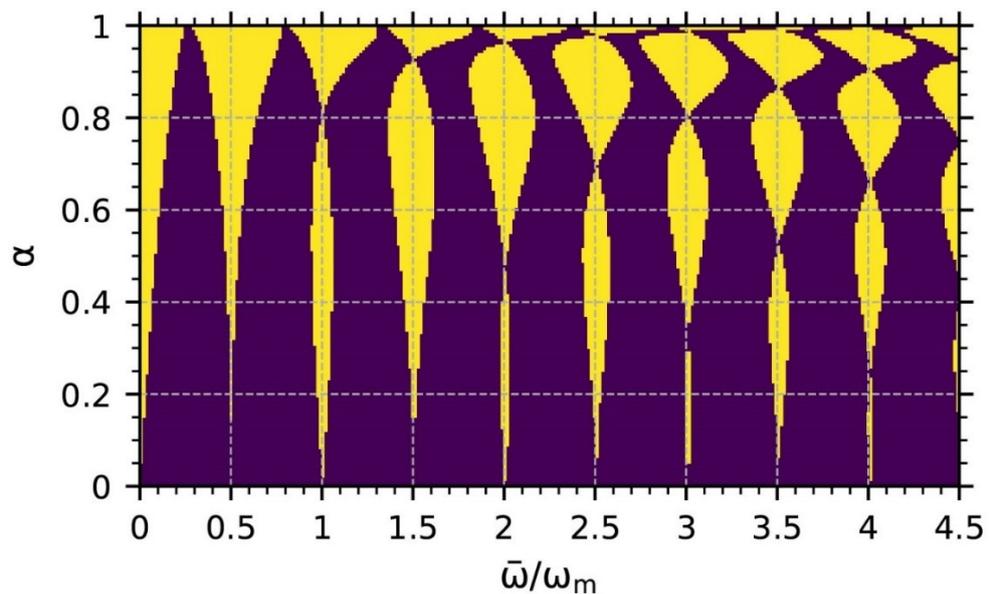


Рис. 3.14. Области параметров $\bar{\omega}/\omega_m$ и α (показаны желтым цветом), в которых существуют стоячие волны при $\omega_1/\Omega_1 = 15$.

условие сводится к виду $e^{i\omega_2 T} = -1$, из которого получаем $\omega_2/\omega_m = n + 1/2$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. На рис. 3.13б полученные значения определяют положение нулей как $\bar{\omega}/\omega_m \approx \omega_2/\omega_m [1 + (1 - \alpha)^{1/2}/(1 + \alpha)^{1/2}]/2$.

В терминах подхода Флоке собственные значения $\lambda_{1,2}$ определяют соответствующие значения частоты Флоке (квазичастоты) ω_F : $\lambda_{1,2} = \exp(i\omega_{F1,2}T)$. На рис. 3.15 показаны дисперсионные кривые $\text{Re } \omega_{F1,2}(h)$ и коэффициенты затухания $\text{Im } \omega_{F1,2}(h)$, которые составляют зонную структуру фотонного кристалла Флоке. Интервалы волнового числа h , в которых $\text{Re } \omega_{F1,2}$ постоянны и равны 0 или $\pi/T = \omega_m/2$, т. е. $\exp(i\text{Re } \omega_{F1,2}T) = \pm 1$, являются запрещенными зонами (заштрихованные области на рис. 3.15). В запрещенных зонах собственные моды Флоке являются стоячими волнами. В частности, запрещенная зона при $ch/\omega_m = 29,7$ на рис. 3.15 соответствует желтой области при $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$ и $\alpha = 0,4$ на рис. 3.14. Интервалы h , в которых $\text{Re } \omega_{F1,2}$ не являются постоянными, являются разрешенными зонами, в которых собственные моды являются распространяющимися волнами. Важно отметить, что $\text{Im } \omega_{F1,2} \geq 0$ как в разрешенных, так и в запрещенных зонах, и, следовательно, собственные моды всегда затухают. Особым является случай $\text{Im } \omega_{F1} = 0$ при $ch/\omega_m = 29,7$ на рис. 3.15. Это значение соответствует $\lambda_1 = 1$ на рис. 3.13а и описывает стоячую волну постоянной амплитуды.

Теперь обратимся к рассмотрению трансформации исходного плазмона (3.5) на начинающейся при $t = 0$ модуляции. В качестве примера возьмем следующие значения параметров: $\alpha = 0,4$ и $\omega_1/\Omega_1 = 15$. В этом случае глубина модуляции частоты плазмона $|\omega|$ примерно в два раза меньше, чем α (рис. 3.16а). Прежде всего покажем, как формируется особый режим стоячей волны постоянной амплитуды, который был найден выше для $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$ (рис. 3.16б). Как видно из рис. 3.16б, амплитуда прямого плазмона быстро уменьшается, тогда как амплитуда обратного плазмона, возникшего на первой временной границе, увеличивается. Всего через 3-4 периода модуляции амплитуды плазмонов становятся практически одинаковыми, и образуется стоячая волна. Хотя амплитуда стоячей волны равна амплитуде E_0 исходного плазмона (рис. 3.16б), энергия стоячей волны (равная сумме энергий

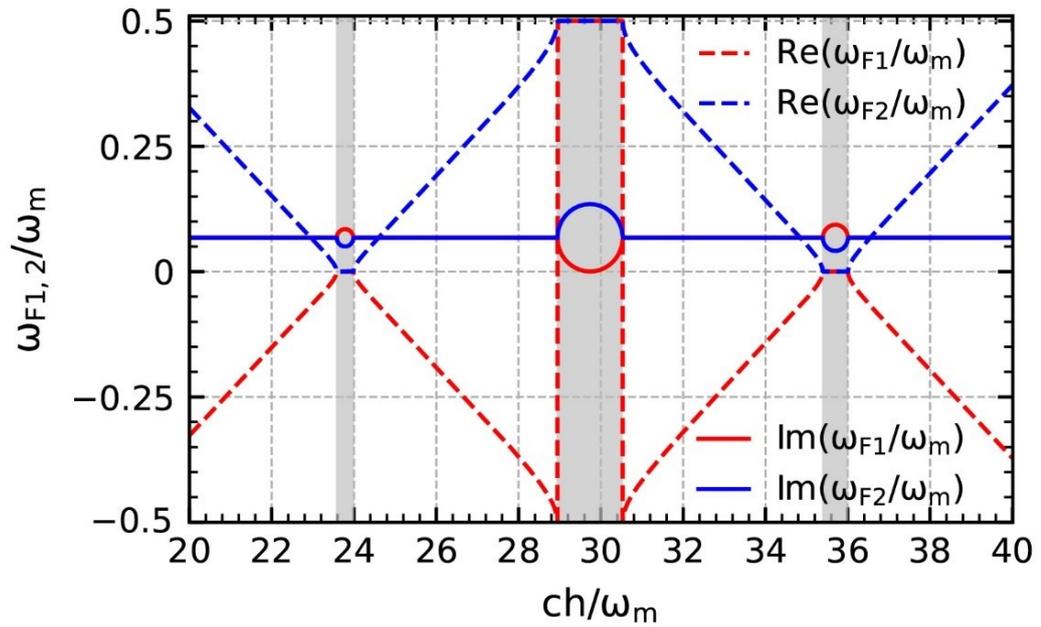


Рис. 3.15. Зонная структура фотонного кристалла Флоке: дисперсионные кривые $\text{Re } \omega_{F1,2}(h)$ и коэффициенты затухания $\text{Im } \omega_{F1,2}(h)$ для $\alpha = 0,4$ и $\omega_1/\Omega_1 = 15$. Заштрихованными областями показаны запрещенные зоны.

прямого и обратного плазмонов с амплитудами $E_0/2$) оказывается вдвое меньшей энергии исходного плазмона. Половина энергии исходного плазмона теряется на этапе формирования стоячей волны.

При рассмотрении в терминах найденных собственных мод получается, что исходный плазмон возбуждает две моды (обе являются стоячими волнами) с собственными значениями $\lambda_1 = -1$ и $\lambda_2 \approx -0,43$ (рис. 3.13а). В этих модах прямые плазмоны находятся в фазе, а обратные плазмоны – в противофазе. В связи с этим в начале процесса модуляции суммарное поле плазмонов, распространяющихся в прямом направлении, намного больше суммарного поля плазмонов, распространяющихся в обратном направлении. По мере затухания одной из собственных мод (с $\lambda_2 \approx -0,43$) суммарное поле обратных волн увеличивается, а суммарное поле прямых волн уменьшается. В итоге остается лишь собственная мода с $\lambda_1 = -1$ (стоячая волна с равными амплитудами прямого и обратного плазмонов) (см. рис. 3.16б).

На рис. 3.17а показан еще один интересный режим трансформации исходного плазмона, когда параметр $\bar{\omega}/\omega_m$ имеет значение, соответствующее одному из нулей на рис. 3.13б, а именно $\bar{\omega}/\omega_m = 3,72$. В этом случае собственные значения являются комплексно-сопряженными: $\lambda_1 = \lambda_2^*$ с $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 0,66$ (рис. 3.13а), и, следовательно, собственные моды являются распространяющимися. Исходный плазмон, распространяющийся в $+x$ направлении, возбуждает только одну из собственных мод (с $\lambda_1 = -0,11 - i0,64$). В этой моде обратный плазмон присутствует только на первых половинах периодов модуляции ($t_n - T < t < t_n - T/2$) и равен нулю на вторых половинах ($t_n - T/2 < t < t_n$) (см. обсуждение рис. 3.13б). Таким образом, на рис. 3.17а фактически показана временная динамика одной собственной моды.

На рис. 3.17б показан режим, когда собственные значения $\lambda_{1,2}$ являются действительными и $|\lambda_{1,2}| < 1$, а именно $\lambda_1 = -0,88$ и $\lambda_2 = -0,49$ ($\bar{\omega}/\omega_m = 3,5$ на рис. 3.12), т.е. обе возбуждаемые исходным плазмонном собственные моды представляют собой затухающие стоячие волны. Переходная динамика на рис. 3.17б похожа на динамику на рис. 3.16б, но приводит к образованию постепенно затухающей стоячей волны вместо стоячей волны постоянной амплитуды.

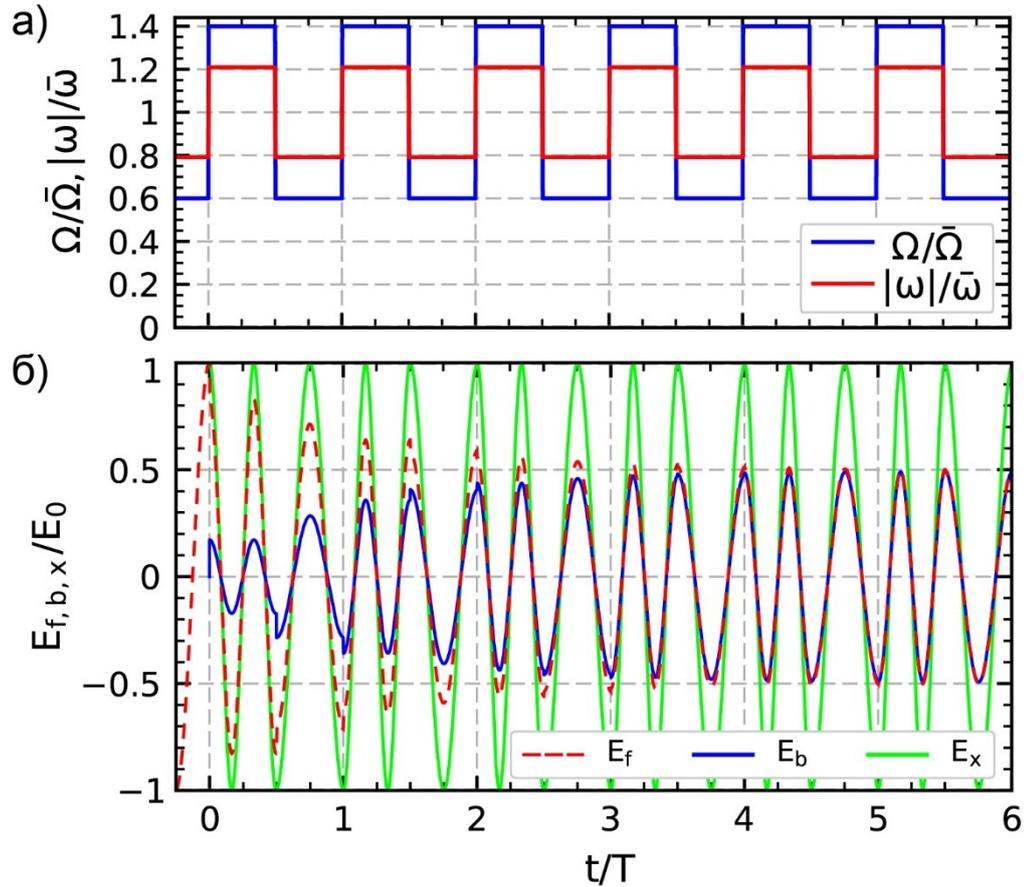


Рис. 3.16. а) Зависимость параметра Ω от времени для ступенчатой модуляции с $\alpha = 0,4$ и соответствующая зависимость частоты плазмона $|\omega|$ при $\omega_1/\Omega_1 = 15$. б) Соответствующие зависимости электрических полей прямого и обратного плазмов и полного электрического поля при $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$.

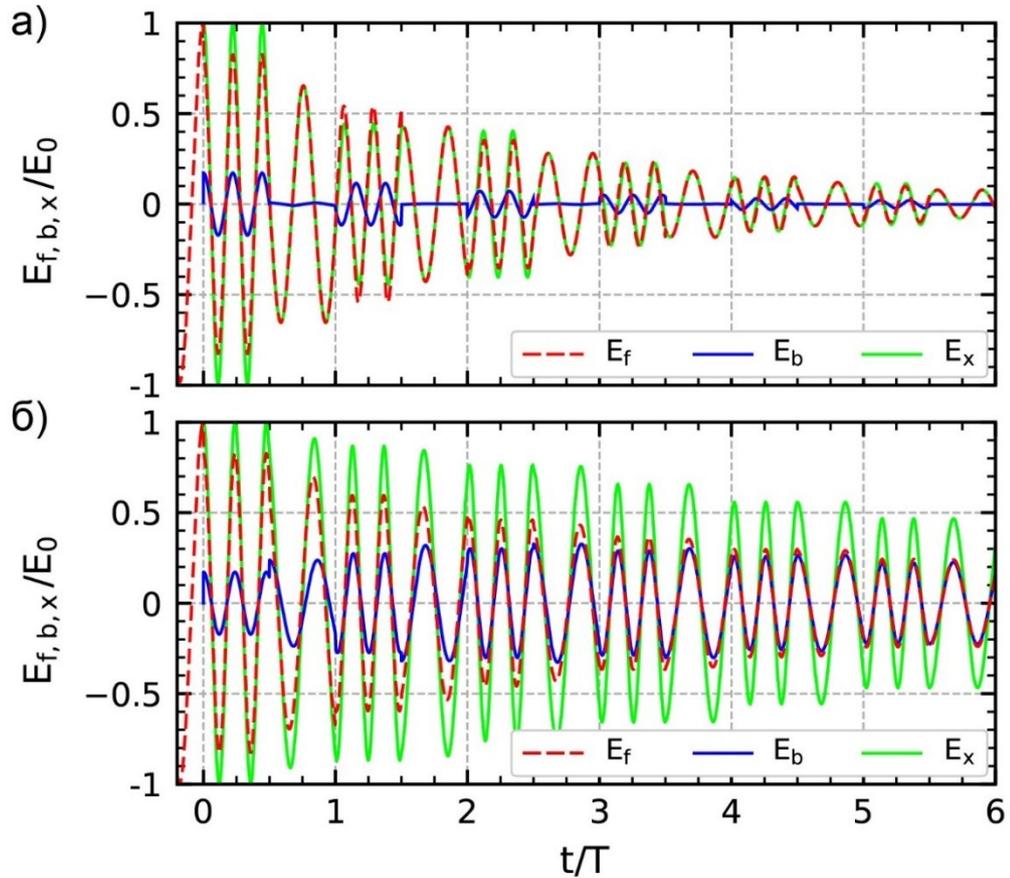


Рис. 3.17. Электрические поля прямых и обратных плазмонов и их полное электрическое поле как функции времени при а) $\bar{\omega}/\omega_m = 3,72$ и б) $3,5$. Остальные параметры имеют значения $\alpha = 0,4$ и $\omega_1/\Omega_1 = 15$.

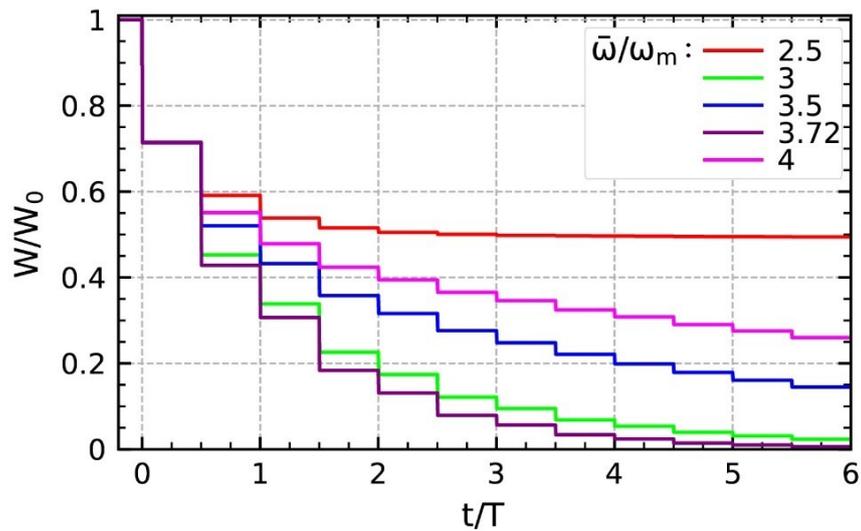


Рис. 3.18. Полная энергия прямых и обратных плазмонов как функция времени при $\alpha = 0,4$ и различных $\bar{\omega}/\omega_m$. Замедление исходного плазмона равно $\omega_1/\Omega_1 = 15$.

Приведенные выше примеры показывают, что, изменяя частоту модуляции ω_m , можно управлять амплитудами и временными формами плазмонов, распространяющихся в прямом и обратном направлениях.

Складывая энергии рассеянных вперед и назад плазмонов, получаем, что полная энергия уменьшается (рис. 3.18). В случае увеличения плотности носителей механизм потерь энергии можно объяснить возбуждением двухпотокового движения носителей (см. п. 2.3). При уменьшении плотности носителей энергия теряется за счет удаления носителей вместе с их кинетической энергией [8]. Скорость потерь энергии зависит от характера изменений во времени электрического поля плазмона. Если образуется стоячая плазменная волна и скачки плотности носителей происходят в максимумах поля (рис. 3.16б), потерь энергии не происходит (кривая для $\bar{\omega}/\omega_m = 2,5$ на рис. 3.17). Если стоячая волна образуется, но скачки плотности носителей не синхронизированы с максимумами поля, как на рис. 3.17б, то энергия уменьшается (кривые для $\bar{\omega}/\omega_m = 3, 3,5$ и 4 на рис. 3.18). Если стоячая волна не образуется, как на рис. 3.17а, то скорость уменьшения энергии плазмона оказывается еще выше (кривая для $\bar{\omega}/\omega_m = 3,72$ на рис. 3.18). Темп потерь энергии увеличивается с ростом глубины модуляции.

3.2.2 Медленная синусоидальная модуляция плотности носителей

Рассмотрим теперь преобразование плазмона в случае медленной синусоидальной модуляции параметра $\Omega(t)$ (вследствие модуляции плотности носителей) (см. рис. 3.18а)

$$\Omega(t) = \bar{\Omega}(1 - \alpha \cos(\omega_m t)), \quad t > 0, \quad (3.17)$$

с $\omega_m \ll \omega_1$. Модуляция начинается с минимального значения $\Omega(0) = \Omega(1 - \alpha) = \Omega_1$, и в ходе модуляции параметр $\Omega(t)$ достигает максимального значения $\Omega_2 = \bar{\Omega}(1 + \alpha)$. Вследствие медленности модуляции отраженного плазмона не возникает и электрическое поле прошедшего плазмона может быть представлено в квазимонохроматической форме (аналогично п. 2.2)

$$E_x = \mathcal{E}(t)e^{i\varphi(t)-ih_1x-\kappa|y|} \quad (3.18)$$

с медленно меняющейся частотой $\omega(t) = d\varphi/dt$ и амплитудой $\mathcal{E}(t)$. Зависимость $\omega(t)$ определяется подстановкой закона (3.17) в выражение (3.7) (с положительным знаком). Согласно рис. 3.19а частота сильнее локализованного плазмона более чувствительна к модуляции.

Для расчета изменений во времени энергии плазмона воспользуемся адиабатическими инвариантами, связывающими энергию плазмона $W(t)$ с его частотой $\omega(t)$ – вида (2.21) в случае увеличения плотности носителей и (2.23) в случае уменьшения. Применяя инварианты (2.21) и (2.23) последовательно к возрастающим и убывающим участкам периодической функции (3.17), находим, что модуляция плотности носителей приводит к потерям энергии плазмона (см. рис. 3.19б). На участках увеличения плотности носителей механизм потерь энергии связан с возбуждением многопоточкового равномерного движения носителей. На участках уменьшения плотности потери энергии определяются кинетической энергией удаляемых носителей. Энергия сильнее локализованного плазмона уменьшается быстрее (рис. 3.19б). Это объясняется большей долей кинетической энергии носителей в энергии плазмона при его более сильной локализации.

На рис. 3.20 показана эволюция частоты плазмона (рис. 3.20а) и его энергии (рис. 3.20б) для различных значений глубины модуляции. Чем больше глубина модуляции, тем сильнее изменение частоты плазмона и больше потери энергии. Графики зависимости энергии от времени на рис. 3.19б и 3.20б можно аппроксимировать экспоненциальной функцией $W(t) = W(0)e^{-\delta t}$, где темп потерь энергии δ зависит в основном от глубины модуляции α (рис. 3.21). Влияние параметра запаздывания начального плазмона ω_1/Ω_1 на величину δ становится заметным только при $\omega_1/\Omega_1 \lesssim 2$ (рис. 3.21).

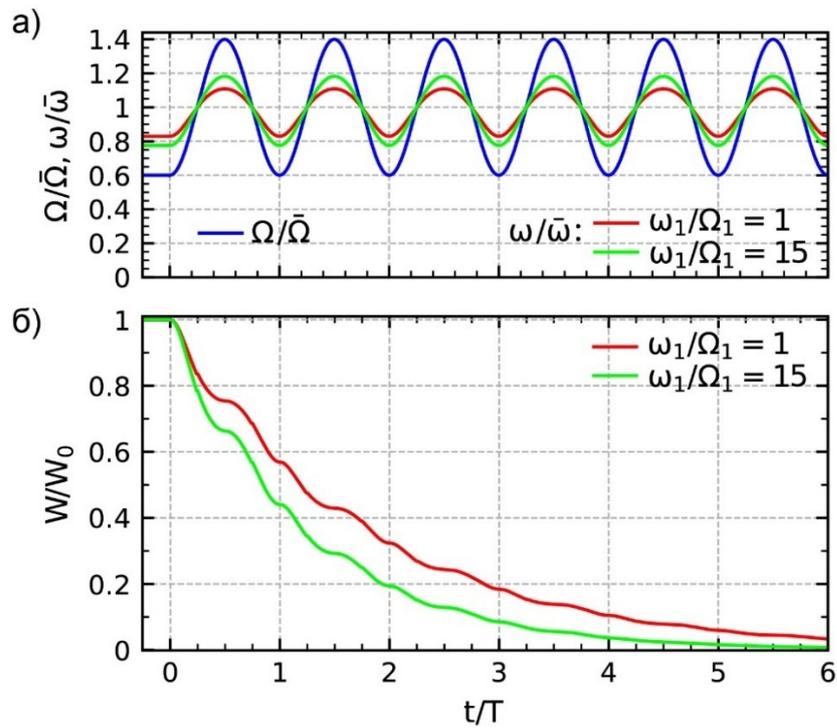


Рис. 3.19. а) Зависимость параметра Ω от времени для синусоидальной модуляции с $\alpha = 0,4$ и соответствующие зависимости частоты плазмона ω при двух значениях ω_1/Ω_1 . б) Соответствующие зависимости энергии плазмона.

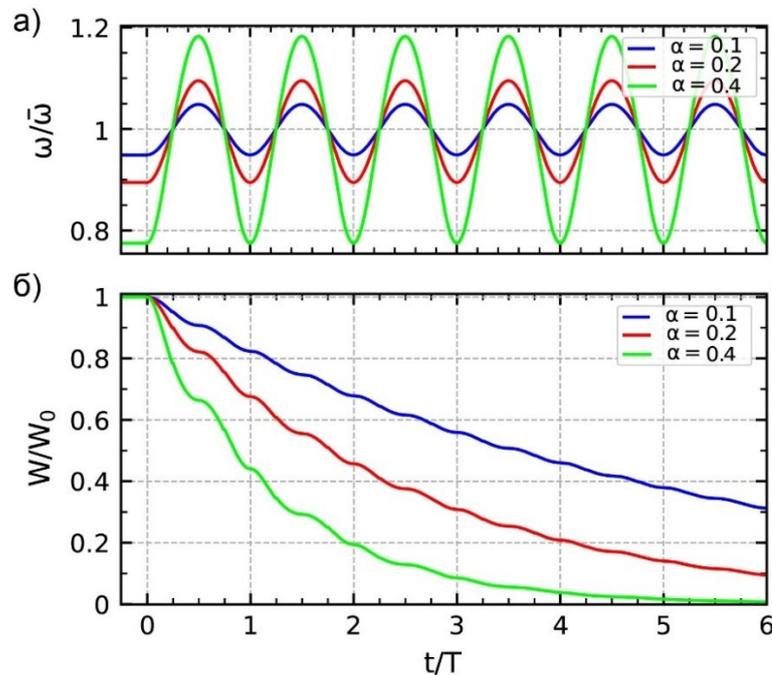


Рис. 3.20. Преобразование а) частоты плазмона и б) его энергии при $\omega_1/\Omega_1 = 15$ и различных α .

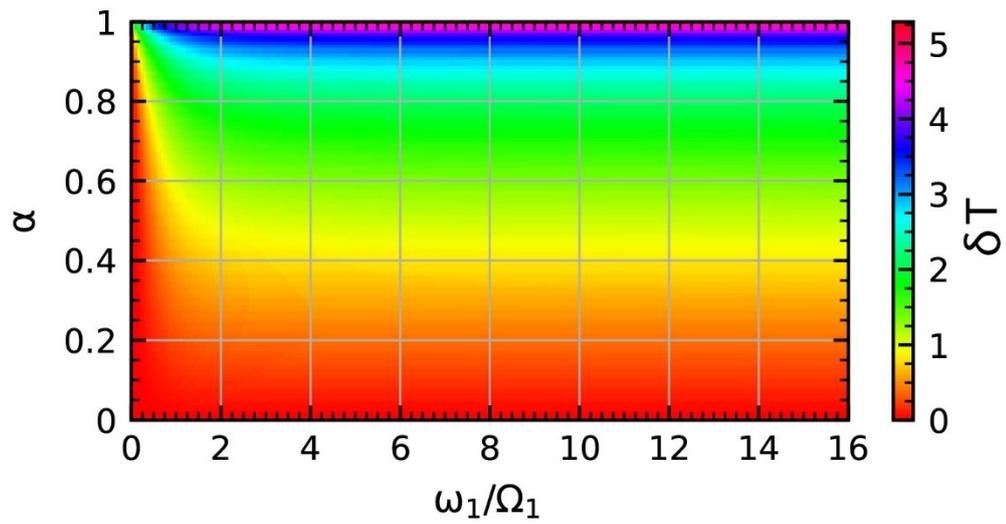


Рис. 3.21 Темп модельного экспоненциального уменьшения энергии δ (нормированный на T^{-1}) как функция параметров ω_1/Ω_1 и α .

3.3. Выводы по главе 3

Таким образом, собственные электромагнитные моды среды Лоренца с периодической ступенчатой модуляцией плотности осцилляторов являются затухающими. Потери волновой энергии происходят как при деактивации, так и при активации осцилляторов. Существуют особые слабозатухающие моды, которые представляют собой суперпозицию двух стоячих волн, соответствующих низкочастотной и высокочастотной дисперсионным ветвям, с вдвое отличающимися средними частотами и средней частотой низкочастотной волны, вдвое превышающей частоту модуляции. С участием слабозатухающих мод возможны режимы эффективной трансформации исходной бегущей электромагнитной волны в волны удвоенной или половинной частоты в ходе переходного процесса после начала модуляции плотности осцилляторов.

Периодическая модуляция плотности носителей в графене не может приводить к параметрическому усилению направляемого графеном поверхностного плазмона. Энергия плазмона всегда уменьшается при модуляции, однако скорость затухания зависит от режима модуляции. Темп затухания может быть существенно снижен в режимах, когда исходный бегущий плазмон трансформируется в ходе переходного процесса в стоячий поверхностный плазмон. В частности, возможен особый случай трансформации бегущего плазмона в модулированный по частоте стоячий плазмон постоянной амплитуды. В реальных экспериментальных условиях с ограниченной по длине областью модуляции бегущие в противоположных направлениях плазмоны, образующие стоячий плазмон, будут выходить из области модуляции в противоположных направлениях.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Получены материальные уравнения для среды Лоренца с произвольной (не-монотонной) зависимостью числа структурных элементов среды (осцилляторов) от времени при условии, что процессы увеличения и уменьшения числа осцилляторов (их активации и деактивации) разнесены во времени.

2. Найдены комбинации энергии и частоты электромагнитной волны (адиабатические инварианты), сохраняющиеся при распространении волны в среде Лоренца с медленно изменяющейся во времени концентрацией осцилляторов.

3. Установлены границы применимости модели недиспергирующего диэлектрика с зависящей от времени диэлектрической проницаемостью (модели Моргенталера) для описания резонансных диспергирующих сред с переменными во времени параметрами.

4. Сформулировано материальное уравнение для описания графена с переменной поверхностной плотностью свободных носителей в модели Друде.

5. Показано, что известные адиабатические инварианты для поверхностных волн, направляемых полупространством или слоем нестационарной объемной плазмы, выполняются и для поверхностного плазмона, направляемого двумерным плазмopodobным листом (графеном) с переменной поверхностной плотностью свободных носителей.

6. Установлено, что собственные моды среды Лоренца с периодически модулированной во времени концентрацией осцилляторов являются затухающими даже в отсутствие потерь в осцилляторах, показана невозможность параметрического усиления волн. Объяснены механизмы потерь энергии волн в моменты уменьшения и увеличения числа осцилляторов. Указан особый случай мод с практически постоянной энергией. Найдены практически интересные режимы удвоения и деления пополам частоты бегущей волны с высокой эффективностью по амплитуде.

7. Показано, что периодическая модуляция во времени поверхностной плотности носителей в графене за счет их инжекции и удаления не может приводить к

параметрическому усилению направляемых графеном плазмонов. Указан механизм потерь энергии в моменты инжекции и удаления носителей. Для графена со ступенчатой модуляцией плотности носителей найден особый режим трансформации бегущего плазмона в модулированный по частоте стоячий плазмон постоянной амплитуды.

Список литературы

1. Morgenthaler, F. R. Velocity modulation of electromagnetic waves / F. R. Morgenthaler // IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1958. – V. 6. – № 2. – P. 167-172.
2. Zhou, Y. Broadband frequency translation through time refraction in an epsilon-near-zero material / Y. Zhou [et al.] // Nature Communications. – 2020. – V. 11. – P. 2180.
3. Jiang, C. L. Wave propagation and dipole radiation in a suddenly created plasma / C. L. Jiang // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1975. – V. 23. – № 1. – P. 83-90.
4. Moussa, H. Observation of temporal reflection and broadband frequency translation at photonic time interfaces / H. Moussa [et al.] // Nature Physics. – 2023. – V. 19. – № 6. – P. 863-868.
5. Bakunov, M. I. Trapping of electromagnetic wave by nonstationary plasma layer / M. I. Bakunov, A. V. Maslov // Physical Review Letters. – 1997. – V. 79. – № 23. – P. 4585.
6. Galiffi, E. Wood anomalies and surface-wave excitation with a time grating / E. Galiffi [et al.] // Physical Review Letters. – 2020. – V. 125. – № 12. – P. 127403.
7. Bakunov, M. I. Conversion of a surface electromagnetic wave at the boundary of a time-varying plasma / M. I. Bakunov, S. N. Zhukov // Plasma Physics Reports. – 1996. – V. 22. – P. 649.
8. Maslov, A. V. Temporal scattering of a graphene plasmon by a rapid carrier density decrease / A. V. Maslov, M. I. Bakunov // Optica. – 2018. – V. 5. – № 12. – P. 1508-1515.
9. Sounas, D. L. Non-reciprocal photonics based on time modulation / D. L. Sounas, A. Alú // Nature Photonics. – 2017. – V. 11. – № 12. – P. 774-783.
10. Pacheco-Peña, V. Temporal aiming / V. Pacheco-Peña, N. Engheta // Light: Science & Applications. – 2020. – V. 9. – P. 129.
11. Ostrovskii, L. A. Nonresonance parametric phenomena in distributed systems: A review / L. A. Ostrovskii, N. S. Stepanov // Radiophysics and Quantum Electronics. – 1971. – V. 14. – P. 387-419.

12. Galiffi, E. Photonics of time-varying media / E. Galiffi [et al.] // *Advanced Photonics*. – 2022. – V. 4. – № 1. – P. 014002.
13. Boltasseva, A. Photonic time crystals: from fundamental insights to novel applications: opinion / A. Boltasseva, V. M. Shalaev, M. Segev // *Optical Materials Express*. – 2024. – V. 14. – № 3. – P. 592-597.
14. Stepanov, N. S. Dielectric constant of unsteady plasma / N. S. Stepanov // *Radiophysics and Quantum Electronics*. – 1976. – V. 19. – № 7. – P. 683-689.
15. Dodin, I. Y. Damping of linear waves via ionization and recombination in homogeneous plasmas / I. Y. Dodin, N. J. Fisch // *Physics of Plasmas*. – 2010. – V. 17. – № 11. – P. 112113.
16. Khurgin, J. B. Adiabatic frequency shifting in epsilon-near-zero materials: the role of group velocity / J. B. Khurgin [et al.] // *Optica*. – 2020. – V. 7. – № 3. – P. 226-231.
17. Lee, K. Linear frequency conversion via sudden merging of meta-atoms in time-variant metasurfaces / K. Lee [et al.] // *Nature Photonics*. – 2018. – V. 12. – № 12. – P. 765-773.
18. Huang, K. Dielectric polarization and electric displacement in polar-molecule reactions / K. Huang, T. Hong // *The Journal of Physical Chemistry A*. – 2015. – V. 119. – № 33. – P. 8898-8902.
19. Qu, K. Theory of electromagnetic wave frequency upconversion in dynamic media / K. Qu [et al.] // *Physical Review E*. – 2018. – V. 98. – № 2. – P. 023202.
20. Solís, D. M. Functional analysis of the polarization response in linear time-varying media: A generalization of the Kramers-Kronig relations / D. M. Solís, N. Engheta // *Physical Review B*. – 2021. – V. 103. – № 14. – P. 144303.
21. Asadchy, V. Parametric Mie resonances and directional amplification in time-modulated scatterers / V. Asadchy [et al.] // *Physical Review Applied*. – 2022. – V. 18. – № 5. – P. 054065.
22. Ptitsyn, G. Floquet–Mie theory for time-varying dispersive spheres / G. Ptitsyn [et al.] // *Laser & Photonics Reviews*. – 2023. – V. 17. – № 3. – P. 2100683.
23. Stepanov, N. S. Waves in nonstationary media / N. S. Stepanov // *Radiophysics and Quantum Electronics*. – 1993. – V. 36. – № 7. – P. 401-409.

24. Kravtsov, Y. A. Geometrical optics of inhomogeneous and nonstationary dispersive media / Y. A. Kravtsov, L. A. Ostrovsky, N. S. Stepanov // *Proceedings of the IEEE*. – 2005. – V. 62. – № 11. – P. 1492-1510.
25. Bakunov, M. I. Energetics of electromagnetic wave transformation in a time-varying magnetoplasma medium / M. I. Bakunov, I. S. Grachev // *Physical Review E*. – 2002. – V. 65. – № 3. – P. 036405.
26. Bakunov, M. I. Reflection and transmission of electromagnetic waves at a temporal boundary: comment / M. I. Bakunov, A. V. Maslov // *Optics Letters*. – 2014. – V. 39. – № 20. – P. 6029.
27. Solís, D. M. Time-varying materials in the presence of dispersion: plane-wave propagation in a Lorentzian medium with temporal discontinuity / D. M. Solís, R. Kastner, N. Engheta // *Photonics Research*. – 2021. – V. 9. – № 9. – P. 1842-1853.
28. Stanić, B. V. Electromagnetic waves in a suddenly created Lorentz medium and plasma / B. V. Stanić // *Journal of Applied Physics*. – 1991. – V. 70. – №. 4. – P. 1987-1990.
29. Maslov, A. V. Electromagnetic wave transformation in an oscillator medium with growing density / A. V. Maslov, A. A. Erykalin, M. I. Bakunov // *Physical Review E*. – 2021. – V. 103. – № 4. – P. 043207.
30. Feng, F. Temporal transfer matrix method for Lorentzian dispersive time-varying media / F. Feng, N. Wang, G. P. Wang // *Applied Physics Letters*. – 2024. – V. 124. – № 10. – P. 101701.
31. Grigorenko, A. N. Graphene plasmonics / A. N. Grigorenko, M. Polini, K. S. Novoselov // *Nature Photonics*. – 2012. – V. 6. – № 11. – P. 749-758.
32. Jablan, M. Plasmons in graphene: fundamental properties and potential applications / M. Jablan, M. Soljačić, H. Buljan // *Proceedings of the IEEE*. – 2013. – V. 101. – № 7. – P. 1689-1704.
33. Li, T. Femtosecond population inversion and stimulated emission of dense Dirac fermions in graphene / T. Li [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2012. – V. 108. – № 16. – P. 167401

34. Johannsen, J. C. Direct view of hot carrier dynamics in graphene / J. C. Johannsen [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2013. – V. 111. – № 2. – P. 027403.
35. Gierz, I. Snapshots of non-equilibrium Dirac carrier distributions in graphene / I. Gierz [et al.] // *Nature Materials*. – 2013. – V. 12. – № 12. – P. 1119-1124.
36. George, P. A. Ultrafast optical-pump terahertz-probe spectroscopy of the carrier relaxation and recombination dynamics in epitaxial graphene / P. A. George [et al.] // *Nano Letters*. – 2008. – V. 8. – № 12. – P. 4248-4251.
37. Liu, Z. Time-varying metasurfaces based on graphene microribbon arrays / Z. Liu, Z. Li, K. Aydin // *Acs Photonics*. – 2016. – V. 3. – № 11. – P. 2035-2039.
38. Shaltout, A. M. Spatiotemporal light control with active metasurfaces / A. M. Shaltout, V. M. Shalaev, M. L. Brongersma // *Science*. – 2019. – V. 364. – № 6441. – P. eaat3100.
39. Correas-Serrano, D. Magnetic-free nonreciprocal photonic platform based on time-modulated graphene capacitors / D. Correas-Serrano, A. Alù, J. S. Gomez-Diaz // *Physical Review B*. – 2018. – V. 98. – № 16. – P. 165428.
40. Salary, M. M. Time-varying metamaterials based on graphene-wrapped microwires: Modeling and potential applications / M. M. Salary, S. Jafar-Zanjani, H. Mosallaei // *Physical Review B*. – 2018. – V. 97. – № 11. – P. 115421.
41. Galiffi, E. Broadband nonreciprocal amplification in luminal metamaterials / E. Galiffi, P. A. Huidobro, J. B. Pendry // *Physical Review Letters*. – 2019. – V. 123. – № 20. – P. 206101.
42. Wilson, J. Temporal control of graphene plasmons / J. Wilson [et al.] // *Physical Review B*. – 2018. – V. 98. – № 8. – P. 081411.
43. Wilson, J. Temporally manipulated plasmons on graphene / J. Wilson, F. Santosa, P. A. Martin // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. – 2019. – V. 79. – № 3. – P. 1051-1074.
44. Rahmanzadeh, M. Analysis of electromagnetic scattering from array of time-modulated graphene ribbons / M. Rahmanzadeh, B. Rejaei, A. Khavasi // *Optics Express*. – 2023. – V. 31. – № 13. – P. 21739-21752.

45. Bakunov, M. I. Adiabatic frequency shifting of a surface wave guided by a time-varying plasma structure / M. I. Bakunov [et al.] // *Physics of Plasmas*. – 2000. – V. 7. – № 3. – P. 1035-1043.
46. Menendez, G. A. Time reflection and refraction of graphene plasmons at a temporal discontinuity / G. A. Menendez, B. Maes // *Optics Letters*. – 2017. – V. 42. – № 23. – P. 5006-5009.
47. Landau, L. D. *Mechanics* 2nd ed. / L. D. Landau, E. M. Lifshitz. – London: Pergamon Press, 1969. – P. 63.
48. Lustig, E. Photonic time-crystals-fundamental concepts / E. Lustig [et al.] // *Optics Express*. – 2023. – V. 31. – № 6. – P. 9165-9170.
49. Zurita-Sánchez, J. R. Reflection and transmission of a wave incident on a slab with a time-periodic dielectric function $\varepsilon(t)$ / J. R. Zurita-Sánchez, P. Halevi, J. C. Cervantes-Gonzalez // *Physical Review A*. – 2009. – V. 79. – № 5. – P. 053821.
50. Biancalana, F. Dynamics of light propagation in spatiotemporal dielectric structures / F. Biancalana [et al.] // *Physical Review E*. – 2007. – V. 75. – № 4. – P. 046607.
51. Lustig, E. Topological aspects of photonic time crystals / E. Lustig, Y. Sharabi, M. Segev // *Optica*. – 2018. – V. 5. – № 11. – P. 1390-1395.
52. Li, H. Stationary charge radiation in anisotropic photonic time crystals / H. Li [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2023. – V. 130. – № 9. – P. 093803.
53. Wang, X. Metasurface-based realization of photonic time crystals / X. Wang [et al.] // *Science Advances*. – 2023. – V. 9. – № 14. – P. eadg7541.
54. Park, J. Revealing non-Hermitian band structure of photonic Floquet media / J. Park [et al.] // *Science Advances*. – 2022. – V. 8. – № 40. – P. eabo6220.
55. Wang, N. Photonic Floquet media with a complex time-periodic permittivity / N. Wang, Z.-Q. Zhang, C. T. Chan // *Physical Review B*. – 2018. – V. 98. – № 8. – P. 085142.
56. Holberg, D. Parametric properties of fields in a slab of time-varying permittivity / D. Holberg, K. Kunz // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1966. – V. 14. – № 2. – P. 183-194.

57. Koutserimpas, T. T. Parametric amplification interactions in time-periodic media: coupled waves theory / T. T. Koutserimpas // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2022. – V. 39. – № 2. – P. 481-489.
58. Lustig, E. Topological aspects of photonic time crystals / E. Lustig, Y. Sharabi, M. Segev // *Optica*. – 2018. – V. 5. – № 11. – P. 1390-1395.
59. Gaxiola-Luna, J. G. Temporal photonic (time) crystal with a square profile of both permittivity $\varepsilon(t)$ and permeability $\mu(t)$ / J. G. Gaxiola-Luna, P. Halevi // *Physical Review B*. – 2021. – V. 103. – № 14. – P. 144306.
60. Kalluri, D. K. WKB solution for wave propagation in a time-varying magnetoplasma medium: Longitudinal propagation / D. Kalluri, V. R. Goteti, A. M. Sessler // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 1993. – V. 21. – № 1. – P. 70-76.
61. Mendonça, J. T. Temporal beam splitter and temporal interference / J. T. Mendonça, A. M. Martins, A. Guerreiro // *Physical Review A*. – 2003. – V. 68. – № 4. – P. 043801.
62. Hayrapetyan, A. G. Electromagnetic wave propagation in spatially homogeneous yet smoothly time-varying dielectric media / A. G. Hayrapetyan [et al.] // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2016. – V. 178. – P. 158-166.
63. Chamanara, N. Optical isolation based on space-time engineered asymmetric photonic band gaps / N. Chamanara [et al.] // *Physical Review B*. – 2017. – V. 96. – № 15. – P. 155409.
64. Taravati, S. Nonreciprocal electromagnetic scattering from a periodically space-time modulated slab and application to a quasisonic isolator / S. Taravati, N. Chamanara, C. Caloz // *Physical Review B*. – 2017. – V. 96. – № 16. – P. 165144.
65. Wang, X. Nonreciprocity in bianisotropic systems with uniform time modulation / X. Wang [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2020. – V. 125. – № 26. – P. 266102.
66. Fante, R. L. On the propagation of electromagnetic waves through a time-varying dielectric layer / R. L. Fante // *Applied Scientific Research*. – 1973. – V. 27. – P. 341-354.
67. Fang, K. Photonic Aharonov-Bohm effect based on dynamic modulation / K. Fang, Z. Yu, S. Fan // *Physical Review Letters*. – 2012. – V. 108. – № 15. – P. 153901.

- 68 Koutserimpas, T. T. Electromagnetic waves in a time periodic medium with step-varying refractive index / T. T. Koutserimpas, R. Fleury // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2018. – V. 66. – № 10. – P. 5300-5307.
69. García-Meca, C. Supersymmetry in the time domain and its applications in optics / C. García-Meca, A. M. Ortiz, R. L. Sáez // *Nature Communications*. – 2020. – V. 11. – № 1. – P. 813.
70. Pacheco-Peña, V. Antireflection temporal coatings / V. Pacheco-Peña, N. Engheta // *Optica*. – 2020. – V. 7. – № 4. – P. 323-331.
71. AuYeung, J. C. Phase-conjugate reflection from a temporal dielectric boundary / J. C. AuYeung // *Optics Letters*. – 1983. – V. 8. – № 3. – P. 148-150.
72. Caloz, C. Spacetime metamaterials—Part II: Theory and applications / C. Caloz, Z. L. Deck-Leger // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2019. – V. 68. – № 3. – P. 1583-1598.
73. Ramaccia, D. Light propagation through metamaterial temporal slabs: reflection, refraction, and special cases / D. Ramaccia, A. Toscano, F. Bilotti // *Optics Letters*. – 2020. – V. 45. – № 20. – P. 5836-5839.
74. Correas-Serrano, D. Nonreciprocal graphene devices and antennas based on spatio-temporal modulation / D. Correas-Serrano [et al.] // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. – 2015. – V. 15. – P. 1529-1532.
75. Ni, G. X. Fundamental limits to graphene plasmonics / G. X. Ni [et al.] // *Nature*. – 2018. – V. 557. – № 7706. – P. 530-533.
76. Wang, L. A review of THz modulators with dynamic tunable metasurfaces / L. Wang [et al.] // *Nanomaterials*. – 2019. – V. 9. – № 7. – P. 965.
77. Cheng, J. L. Nonlinear optics of graphene and other 2D materials in layered structures / J. L. Cheng [et al.] // *Journal of Physics: Photonics*. – 2018. – V. 1. – № 1. – P. 015002.
78. Gildenburg, V. B. Adiabatic frequency up-conversion of a powerful electromagnetic pulse producing gas ionization / V. B. Gildenburg [et al.] // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 1993. – V. 21. – №. 1. – P. 34-44.

79. Koppens, F. H. L. Graphene plasmonics: a platform for strong light–matter interactions / F. H. L. Koppens, D. E. Chang, F. J. Garcia de Abajo // *Nano Letters*. – 2011. – V. 11. – № 8. – P. 3370-3377.
80. Bludov, Y. V. A primer on surface plasmon-polaritons in graphene / Y.V. Bludov [et al.] // *International Journal of Modern Physics B*. – 2013. – V. 27. – № 10. – P. 1341001.
81. Jablan, M. Plasmonics in graphene at infrared frequencies / M. Jablan, H. Buljan, M. Soljačić // *Physical Review B*. – 2009. – V. 80. – № 24. – P. 245435.
82. Bakunov, M. I. Time-dependent scattering of a standing surface plasmon by rapid ionization in a semiconductor / M. I. Bakunov, A. V. Maslov, S. N. Zhukov // *Optics Letters*. – 2000. – V. 25. – № 12. – P. 926-928.
83. Bakunov, M. I. Scattering of a surface plasmon polariton by rapid plasma creation in a semiconductor slab / M. I. Bakunov, A. V. Maslov, S. N. Zhukov // *Journal of the Optical Society of America B*. – 1999. – V. 16. – № 11. – P. 1942-1950.

Список публикаций по диссертации

- [A1] Shirokova, A. V. Scattering of surface plasmons on graphene by abrupt free-carrier generation / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // *Physical Review B*. – 2019. – V. 100. – № 4. – P. 045424.
- [A2] Bakunov, M. I. Adiabatic invariants for surface plasmons on temporally dynamic graphene / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, A. V. Maslov // *Journal of Optics*. – 2020. – V. 22. – № 9. – P. 095005.
- [A3] Bakunov, M. I. Constitutive relations and adiabatic invariants for electromagnetic waves in a dynamic Lorentz medium / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, A. V. Maslov // *Physical Review B*. – 2021. – V. 104. – № 3. – P. 035112.
- [A4] Bakunov, M. I. Light scattering at a temporal boundary in a Lorentz medium / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov // *Optics Letters*. – 2021. – V. 46. – № 19. – P. 4988-4991.
- [A5] Shirokova, A. V. Surface plasmon transformation on dynamic graphene with a periodic modulation of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // *Physical Review B*. – 2023. – V. 108. – № 24. – P. 245139.
- [A6] Bakunov, M. I. Electromagnetic waves in a Lorentzian medium with periodically modulated oscillator density / M. I. Bakunov, A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov // *Physical Review A*. – 2024. – V. 110. – № 6. – P. 063532.
- [A7] Широкова, А. В. Трансформация поверхностного плазмона при резком возрастании концентрации носителей в графене / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // Труды XXIII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения Н. А. Железцова, Нижний Новгород, 13–21 мая. – 2019. – С. 329-331.
- [A8] Shirokova, A. V. Graphene plasmon transformation at a rapid increase of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // 8th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies: Program and Proceedings, Nizhny Novgorod, Russia, 8–11 July. – 2019. –

P. 167-168.

- [A9] Широкова, А. В. Адиабатическая трансформация плазмона на поверхности нестационарного графена / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // IX международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 29–31 января. – 2020. – С. 119-120.
- [A10] Широкова, А. В. Адиабатическая трансформация электромагнитных волн в нестационарной среде Лоренца / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // Труды XXV научной конференции по радиофизике, Нижний Новгород, 14–26 мая. – 2021. – С. 312-314.
- [A11] Shirokova, A. V. Graphene plasmon transformation at a periodic modulation of carrier density / A. V. Shirokova, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // 9th Russia-Japan-USA-Europe Symposium on Fundamental & Applied Problems of Terahertz Devices & Technologies: Technical Digest, Sendai, Japan, 1–4 November. – 2021. – P. 20-21.
- [A12] Курников, М. А. Дисперсионные эффекты при трансформации волн на временной границе / М. А. Курников, А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XI международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 26–28 января. – 2022. – С. 161-162.
- [A13] Широкова, А. В. Адиабатическое преобразование электромагнитных волн в нестационарной среде из осцилляторов / А. В. Широкова, М. И. Бакунов, А. В. Маслов // XI международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 26–28 января. – 2022. – С. 155-156.
- [A14] Shirokova, A. V. Scattering of an electromagnetic wave at a temporal boundary in an oscillator medium / A. V. Shirokova, M. A. Kurnikov, A. V. Maslov, M. I. Bakunov // VI International Conference on Ultrafast Optical Science, Moscow, Russia, 3–7 October. – 2022. – P. 45.
- [A15] Широкова, А. В. Материальные уравнения для поверхностных плазмонов на нестационарном графене / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XIII международная конференция по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов, Москва, 24–26 января. – 2024. – С. 129-130.

[A16] Широкова, А. В. Динамика плазмона на графене с периодической модуляцией плотности носителей во времени / А. В. Широкова, А. В. Маслов, М. И. Бакунов // XXVIII международный симпозиум “Нанofизика и наноэлектроника”, Нижний Новгород, 11–15 марта. – 2024. – С. 871-872.