

На правах рукописи



Бахтин Владимир Константинович

**Экспериментальное исследование и численное моделирование
взаимодействия интенсивных акустических полей с
препятствиями**

1.3.7 - Акустика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород 2025

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность и степень разработанности темы

Физика нелинейных волн охватывает широкий круг явлений. При этом в зависимости от дисперсионных свойств среды условно можно выделить два класса задач, где процессы эволюции волн и полей протекают существенно по-разному. В средах с сильной дисперсией условия фазового синхронизма выполняются для небольшого числа взаимодействующих мод и адекватным аппаратом является описание амплитуд этих гармоник. Такая ситуация реализуется в нелинейной оптике. В средах без дисперсии или со слабой дисперсией когерентное взаимодействие большого числа гармоник приводит к возникновению устойчивых структур – ударных волн.

Наиболее ярким примером проявления нелинейных эффектов являются искажения профиля интенсивных акустических волн по мере их распространения в средах без дисперсии. Именно в нелинейной акустике было описано и экспериментально наблюдалось такое явление как генерация новых гармоник.

Для нелинейного взаимодействия гармоник необходимо выполнение условия фазового синхронизма. В одномерном, случае данное условие оказываются выполнено для любой тройки гармоник. Результатом их нелинейного взаимодействия является лавинообразный рост числа гармоник, что в конечном итоге приводит к образованию разрывов в первоначально непрерывной волне. Для гармонического входного сигнала совместное действие нелинейности и диссипации при больших акустических числах Рейнольдса приводит к формированию пилообразного профиля. Кроме того, такой профиль является инвариантным относительно формы начального периодического возмущения. Для гармонического сигнала в движущейся вместе с волной системе координат разрывы неподвижны. Однако для более сложных начальных возмущений разрывы начинают двигаться, и форма волны меняется по мере удаления от источника. Так при появлении слабого сигнала на субгармонике сдвиг разрыва пропорционален амплитуде сигнала. Этот эффект позволяет использовать взаимодействие гармоник для нелинейного усиления слабого сигнала [1, 2]. Для интенсивного акустического шума образование разрывов приводит к росту высокочастотной части спектра, а многократное

слияние разрывов приводит к росту характерного временного масштаба поля и сдвигу спектра в область низких частот [3-8].

Представляют интерес аспекты, связанные с реализацией пространственных фильтров или пространственных неоднородностей, которые позволяют получить определенные преобразования в спектре падающего и/или проходящего интенсивного акустического сигнала. При этом из-за совместного проявления дифракционных и нелинейных эффектов возможны различные нетривиальные эффекты.

На данный момент эта область является сравнительно малоизученной, хотя научный интерес к дифракционным задачам, особенно в оптике является традиционным и восходит к работам Юнга и Френеля [9, 10]. В настоящее время с появлением мощных источников когерентного излучения – лазеров – интерес к дифракционным эффектам на препятствиях возрос [11, 12].

Что же касается акустических волн, существуют работы [13-15] в которых приводятся исследования различных аспектов дифракции этих волн на отверстиях. В работе [16] описывается эксперимент по измерению звукового давления в импедансной трубе до и после круглого отверстия в экране. Показано, что в нелинейном режиме акустическое сопротивление круглого отверстия зависит от его диаметра по нелинейному закону, приведена аппроксимация данной зависимости. Линейный случай дифракции акустической волны на препятствии в виде полукрана является классической задачей, математический аппарат для решения которой представлен, например, в [17-19]. Обычно, для решения подобных задач дифракции на плоских препятствиях (полукраны, пластины и др.) применяется метод Винера-Хопфа. Однако при обобщении этой задачи на случай разнотипных граничных условий (обе стороны абсолютно экрана абсолютно отражающие, но одна акустически мягкая, а другая жесткая), данный метод оказывается сложным к применению из-за появления связанной системы двух функциональных уравнений Винера-Хопфа, которые требуют так называемой матричной факторизации [20-22]. Существуют и другие способы решения подобных задачи, например, в [23] предложен метод, состоящий в комбинировании метода разделения переменных Фурье и техники суммирования рядов путем использования интегральных представлений функций Бесселя.

Задача об отражении акустического поля от ступенчатой структуры (ступенчатого экрана), которая подробно исследуется в представляемой

работе, является, своего рода, развитием задачи о полуэкране, следовательно, для ее решения могут быть применены модификации перечисленных выше методов, однако конкретных примеров рассмотрения этой задачи автором найдено не было.

В подавляюще числе работ, посвящённых взаимодействию волнового поля с препятствиями, исследуются линейные задачи, а численные расчеты проводятся для одночастотного режима. Учет нелинейного взаимодействия как показано в представляемой работе, приводит к появлению новых эффектов, которые могут быть использованы в различных приложениях, связанных с диагностикой сред, воздействием на среды, позиционированием объектов и др., что определяет актуальность исследований.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы является исследование особенностей взаимодействия интенсивных акустических волн с препятствиями в условиях одновременного проявления нескольких физических факторов: нелинейность, дифракция, диссипация.

В рамках указанной цели решались следующие конкретные задачи:

1. Разработка методик и создание экспериментальной установки для определения основных закономерностей трансформации профиля и спектра интенсивного акустического пучка после взаимодействия с пространственными фильтрами (отверстие в экране, полуэкран, ступенчатый экран).
2. Адаптация алгоритма математического моделирования на основе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова для численного расчета результата взаимодействия интенсивного акустического импульса с пространственными фильтрами (отверстие в экране, полуэкран).
3. Разработка метода экспериментальной оценки влияния дифракционных и нелинейных эффектов на частотный спектр и временной профиль интенсивного волнового пучка, прошедшего отверстие в экране. Определение критерия сохранения исходного пилообразного профиля в прошедшем импульсе.
4. Экспериментальное определение и численное моделирование дифракционной структуры интенсивного акустического пучка при прохождении полуэкрана. Исследование особенностей поведения максимума поперечного распределения высших гармоник поля в

зависимости от степени проявления дифракционных и нелинейных эффектов.

5. Экспериментальная оценка влияния пространственного периода двумерного ступенчатого экрана на профиль и частотный спектр отраженного импульса. Определение критерия восстановления изначального пилообразного фронта в интенсивном акустическом пучке после отражения.
6. Экспериментальная верификация метода восстановления амплитудно-частотной характеристики источника интенсивного низкочастотного акустического поля в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне с отражающими стенками.

Научная новизна

1. Выявлено, что пространственный фильтр в виде круглого отверстия в экране позволяет перераспределять энергию в спектре интенсивного акустического пучка, и в результате получать из исходного поля короткие импульсные сигналы. Эффект такого пространственного фильтра схож с «фильтром верхних частот».
2. Обнаружена зависимость сдвига дифракционного максимума в поперечной плоскости, возникающего при взаимодействии акустического пучка с полуэкраном, от интенсивности пучка. Впервые показан эффект «расщепления» дифракционного максимума высших гармоник и определены условия его оптимального наблюдения.
3. Выявлено, что ступенчатое препятствие позволяет добиваться таких преобразований в профиле и спектре отраженного импульса, как удлинение отраженного импульса на один период на частоте накачки, подавление нечетных гармоник в спектре отраженного сигнала, уменьшение периода пилообразной волны в отраженном пучке в два раза. Экспериментально получен критерий восстановления исходного пилообразного фронта.
4. Проведена экспериментальная верификация метода эквивалентных источников, который позволяет оценить амплитудно-частотную характеристику источника интенсивного низкочастотного акустического поля в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне с отражающими стенками.

Теоретическая значимость

Экспериментальные методики, представленные в работе, способствуют дальнейшему развитию теории дифракции и нелинейной акустики. Приведенные в работе результаты служат для совершенствования методов калибровки гидроакустических преобразователей в условиях ограниченных бассейнов.

Практическая значимость

Результаты, полученные в работе, могут быть использованы для усовершенствования техники проведения прецизионных гидроакустических измерений. В работе детально исследован процесс взаимодействия интенсивных акустических пучков с пространственными неоднородностями. Сигналы специальной формы и/или со специальным спектральным составом, полученные в результате взаимодействия, могут быть использованы в различных приложениях для совершенствования существующих и создания новых приборов и методов. Например, полученные результаты могут быть полезны для приложений, где требуется получение ультракоротких сигналов, например, в целях улучшения пространственного разрешения при неразрушающем ультразвуковом контроле, или селективного воздействия на микрообъекты.

Перспективный метод восстановления амплитудно-частотной характеристики излучателя звука по измерениям его поля в бассейне небольших волновых размеров с отражающими стенками, экспериментальная реализация которого проведена в представляемой работе, позволит существенно оптимизировать (уменьшить временные и финансовые издержки) процесс калибровки гидроакустических преобразователей, в особенности низкочастотных.

Результаты работы использовались для выполнения проектов:

- Российского научного фонда (проект № 19-12-00256 «Распространение, взаимодействие и дифракция интенсивных акустических волн со сложной пространственно-временной структурой, включая приложения к задачам аэроакустики сверхзвуковых струй»);
- Государственного задания ИПФ РАН (проект FFUF-2021-0018)
- Государственного задания ИПФ РАН (проект FFUF-2024-0041)
- СЧ ОКР «Глухарь – Гарнитура – НЧИ»

- СЧ ОКР «Горизонт – Горнило»

Методология и методы исследования

В диссертационной работе при решении поставленных задач использовались методы акустического эксперимента, математической физики, а также численное моделирование.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Одновременное проявление нелинейных и дифракционных эффектов после взаимодействия интенсивных широкополосных акустических пучков с препятствиями, имеющими характерные пространственные масштабы сравнимые с длиной волны на несущей частоте пучка, приводит к качественным изменениям спектра по сравнению с линейной дифракцией.
2. Узкое, по сравнению с диаметром пучка на основной частоте, отверстие в экране приводит к потере энергии нижней части частотного спектра прошедшего интенсивного пучка. При дифракции интенсивного акустического пучка на достаточном узком отверстии в экране происходит формирование ультракоротких сигналов.
3. Увеличение интенсивности пучка, испытавшего дифракцию на полуэкране, приводит к возрастающему сдвигу максимума поперечного распределения его поля, вызванного уширением акустического пучка. А также к «расщеплению» максимума в поперечном распределении поля высших гармоник, вызванного суперпозицией дифрагировавшей гармоники изначального пучка и вновь порожденной.
4. Применение ступенчатого препятствия позволяет управлять формой и длительностью отраженного интенсивного акустического пучка. При трансформации на ступенчатом препятствии акустического пучка возможно уменьшение вдвое периода отраженной пилообразной волны, вследствие деструктивной интерференции отраженных сигналов на основной гармонике.
5. Использование в качестве калибруемого излучателя источника монополярного типа позволило оценить точность метода эквивалентных источников для восстановления амплитудно-

частотной характеристики излучателя в свободном пространстве по измерению его поля в бассейне с отражающими стенками.

Достоверность представленных в диссертационной работе результатов подтверждается проверочными численными и физическими экспериментами, а также соответствием результатов экспериментов априорной информации, теоретическим расчётам и данным, полученным в работах других авторов.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 27-м международном конгрессе по звуку и вибрациям (Прага, 11-16 июля 2021), XXIV, XXV и XXVII научных конференциях по радиофизике (Нижний Новгород, 13-31 мая 2020 г., 14-22 мая 2021 г., 13-31 мая 2024 г.), XXXIV и XXXVI сессиях Российского акустического общества (Москва, 14-17 февраля 2022г., 21-25 октября 2024 г.), XI Всероссийской конференции и молодежной школе-семинаре «ЭКОЛОГИЯ 2021 – МОРЕ И ЧЕЛОВЕК» (Таганрог, 15-17 сентября 2021 г.), XVII Всероссийской конференции «ПРИКЛАДНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ГИДРОАКУСТИКИ И ГИДРОФИЗИКИ (ГА-2024)» (Санкт-Петербург, 05–07 июня 2024 г.) а также на научных семинарах кафедры акустики ННГУ им. Н.И. Лобачевского и ИПФ РАН.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы изложены в 14 печатных работах, в том числе 4 статьях в рецензируемых научных журналах из списка ВАК РФ.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертационной работе результаты получены автором лично или при его непосредственном участии. Постановка задач и полученные результаты обсуждались совместно с научным руководителем и М.С. Дерябиным. Автором лично проводились все описанные в работе натурные эксперименты и обрабатывались экспериментальные данные. Численное моделирование на базе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова, представленное во Второй главе, проводилось автором при консультации М.А. Гарасева. Непосредственно автором был написан оригинальный текст большинства публикаций по представленным в диссертационной работе

результатам. Автором разработана и реализована экспериментальная схема по проверке метода реконструкции амплитудно-частотной характеристики излучателя в свободном пространстве по измерению его поля в бассейне с отражающими стенками, предложенного А.Л. Вировлянским.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех оригинальных глав, заключения и библиографии. Общий объем работы составляет 120 страниц, включающих 86 рисунков. Библиография состоит из 94 наименований.

Краткое содержание диссертации

Во **Введении** к диссертационной работе обосновывается актуальность, новизна и практическая значимость исследуемой проблемы, приводится краткий обзор литературы, сформулированы цели и задачи работы, а также описывается ее краткое содержание по главам.

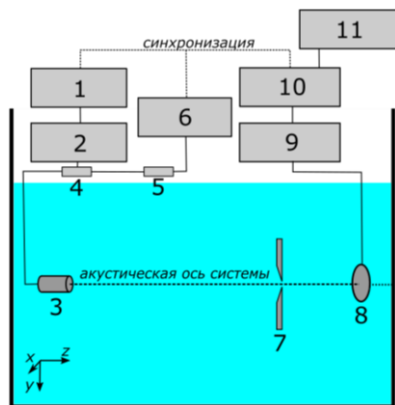


Рис. 1 Блок схема экспериментальной установки. 1 – генератор сигналов, 2 – усилитель мощности, 3 – плоский пьезокерамический преобразователь, 4 – согласователь импедансов, 5 – пробник напряжения, 6 – осциллограф контроля сигнала накачки, 7 – экран с круглым отверстием, 8 – мембранный PVdF гидрофон, 9 – усилитель-согласователь гидрофона, 10 – осциллограф сбора данных эксперимента, 11 – персональный компьютер.

Первая глава посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию процесса дифракции интенсивного акустического поля на препятствии в виде узкого, по сравнению с длиной волны, отверстия в экране. В начале главы приведен обзор работ по взаимодействию волн различной природы с круглым отверстием. Параграф 1.1 посвящен физическому моделированию данного процесса. Блок-схема экспериментальной установки приведена на рисунке 1.

Для формирования ультразвукового пучка применяется плоский пьезокерамический преобразователь Olympus Panametrics 5052UA, имеющий характерный диаметр излучающей апертуры 20 мм. Характерная амплитуда акустического давления на апертуре излучателя при проведении эксперимента составляла 1 МПа. Этот преобразователь имеет низкую добротность $Q \leq 3$. Сигнал накачки формируется генератором сигналов Tektronix AFG 3102 и усилителем мощности Amplifier Research Model 800A100A. Частота сигнала накачки 2 МГц (соответствующая длина волны в воде $\lambda = 0,74$ мм), амплитуда до 200 В, длительность 2 мкс, период следования 50 мс. Для согласования выхода усилителя с пьезокерамическим преобразователем используется вспомогательный согласователь импедансов. Для контроля амплитуды и формы накачки сигнал с выхода согласователя импедансов через пробник напряжения Tektronix с ослаблением 1 к 10 подается на осциллограф контроля сигнала накачки Tektronix TDS 3014B.

Для регистрации формы ультразвукового пучка используется мембранный гидрофон Precision Acoustics D0904-06 с активным элементом в виде PVdF пленки толщиной 9 мкм, диаметром 0,4 мм. Мембранный гидрофон имеет диапазон рабочих частот до 100 МГц. Для согласования гидрофона с осциллографом сбора данных эксперимента Agilent применяется усилитель-согласователь Precision Acoustic DH01. Персональный компьютер с установленным программным обеспечением Precision Acoustics служит для управления системой позиционирования и сбора данных. Схема проведения измерений приведена на рисунке 2.

На расстоянии 250 мм от апертуры излучателя 1 располагался экран 2 с отверстием, имеющим диаметр 2 мм, что сравнимо с длиной волны на частоте излучения и много меньше ширины падающего пучка. Акустический импеданс экрана коренным образом отличается от акустического импеданса окружающей его воды. Форма экрана приведена в правой части рисунка 2. Плоскости апертуры излучателя и

поверхности экрана устанавливались параллельно. Положение экрана выбиралось таким образом, чтобы пилообразный профиль в падающем пучке был сформирован до падения поля на экран, а фронт падающего поля был квазиплоским.

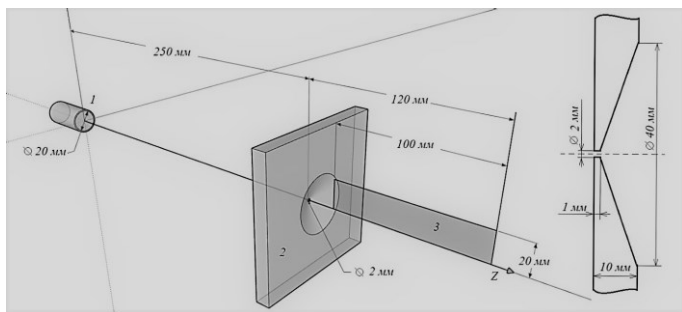


Рис. 2 Схема проведения измерений

На рисунке 3 представлены экспериментально зарегистрированные профили нелинейных волн, в левой части рисунка показаны профиль волны и ее спектр в точке падения волны накачки на экран, в правой части профиль волны прошедшей через отверстие в экране, зафиксированный на расстоянии 20 мм за экраном и ее спектр. Профили нормированы на максимальное амплитудное значение в записанной реализации. Спектры представлены в двойном логарифмическом масштабе. Пунктирной линией представлена зависимость $1/N$.

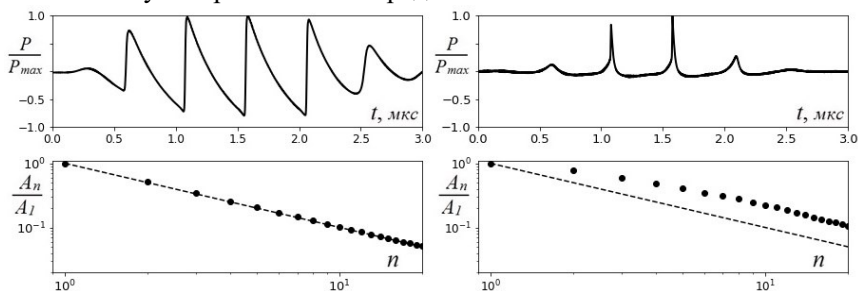


Рис. 3 Профили и спектры нелинейных волн

На экран падает волна накачки со сформировавшимся пилообразным фронтом. Далее при дифракции волны накачки на отверстии с диаметром, сравнимым с длиной волны на несущей частоте, ситуация существенно меняется. Нелинейная волна трансформируется в последовательность коротких «иглообразных» однополярных импульсов. По оценкам, длительность импульсов, полученных в

эксперименте в точке 20 мм после экрана, не превышает 0,05 мкс. Вид спектра также существенно изменился. Первая и вторая гармоники имеют один порядок, а, начиная со второй гармоники, амплитуды гармоник в спектре спадают по степенному закону, близкому к классическому.

В параграфе 1.2 рассматривается та же задача, но для ее решения используются методы численного моделирования. Для численного моделирования используется алгоритм на базе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова. На рисунке 4 показано сравнение профилей и частотных спектров нелинейной волны, прошедшей через отверстие в экране, полученных при численном моделировании, с экспериментальными данными. Все результаты приведены для точек, находящихся на акустической оси системы, спектры приведены в двойном логарифмическом масштабе. Профили нормированы на амплитуду акустического давления в точке, находящейся на расстоянии 20 мм от экрана, частотные спектры нормированы на амплитуду первой гармоники.

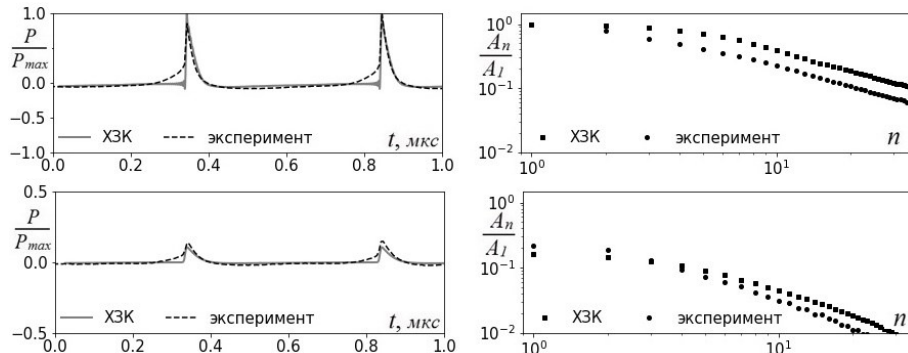


Рис. 4 Профили и спектры нелинейных волн. Сверху – расстояние от экрана 20 мм, снизу – 120 мм. Для спектров: квадратные маркеры, верхний ряд – амплитуды гармоник, полученные в моделировании, круглые маркеры, нижний ряд – в эксперименте

Численное моделирование с помощью алгоритма на основе уравнения ХЗК в целом правильно описывает процесс дифракции пилообразной волны на отверстии в экране. Однако заметны характерные искажения, связанные с применением параболического приближения при численном моделировании. Низкочастотная часть спектра описывается хуже, так как гармоники из длинноволновой части спектра испытывают

наиболее резкие изменения вдоль поперечной координаты. На универсальную асимптотику, на небольших расстояниях распространения, при моделировании гармоники переходят, начиная с шестой, в то время как в эксперименте – начиная со второй. На значительных расстояниях заметно, что численное моделирование показывает более медленное, чем $1/N$, затухание гармоник в спектре.

Заметной особенностью экспериментальных данных является плавное нарастание амплитуды акустического давления перед ударным волновым фронтом. Что может быть связано с частичным прохождением энергии на частоте накачки через непрозрачные области экрана. При уменьшении отношения диаметра падающего пучка нелинейных волн и диаметра отверстия в экране, численное моделирование с использованием уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова будет все лучше согласовываться с результатами эксперимента. Таким образом, с помощью численного моделирования можно оценить для представленной экспериментальной ситуации минимальный диаметр отверстия в экране, при котором классический пилообразный профиль при дифракции на круглом отверстии не испытывает искажений. На рисунке 5 представлены частотные спектры прошедшего через отверстие пучка в зависимости от диаметра отверстия. Разными маркерами представлены частотные спектры на разных расстояниях от экрана.

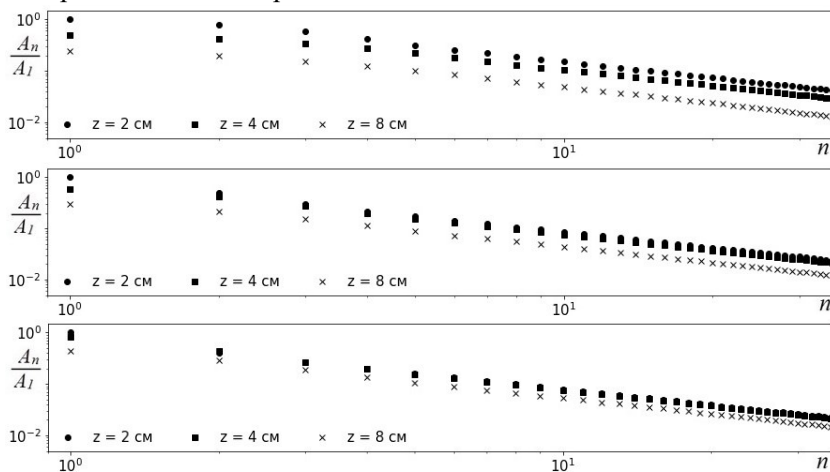


Рис. 5 Спектры нелинейной волны при дифракции на отверстии. Сверху вниз: диаметр отверстия 4, 6, 8 мм

Анализ законов спадаания амплитуд гармоник в спектре пилообразной волны, испытывавшей дифракцию на круглых отверстиях разных диаметров, показывает, что в данной экспериментальной ситуации лишь начиная с отверстия диаметром 8 мм, форма профиля волны практически не меняется на достаточно больших расстояниях за экраном. Дальнейший анализ показывает, что критерием сохранения формы профиля пилообразной волны, испытывающей дифракцию на круглом отверстии в экране, является соотношение диаметра отверстия и ширины падающего на экран пучка нелинейных волн, определяемого поперечным распределением первой гармоники поля. Если диаметр отверстия в экране больше ширины пучка по уровню 0,7 от амплитуды первой гармоники, то пилообразный профиль в волне сохраняется на значительных расстояниях (сотни длин волн). В противном случае, значительная часть энергии низших гармоник отфильтровывается, и спектр нелинейной волны становится более высокочастотным. Если диаметр отверстия много меньше ширины падающего пучка пилообразных волн, то спектр пучка, испытывавшего дифракцию на отверстии, полностью определяется высокочастотной частью спектра падающего пучка.

Во **второй главе** диссертационной работы рассматривается процесс взаимодействия интенсивного акустического поля с препятствием в виде полужкрана (препятствие, разделяющее пучок пополам и пропускающее только одну из них). В начале главы приведён краткий обзор существующих работ по данной задаче и методах ее решения. Обосновывается уникальность настоящего исследования. Параграф 2.1 посвящен физическому моделированию дифракции интенсивного акустического поля на препятствие в виде полужкрана. Схема и методика эксперимента во многом сходны с описанными в Первой главе: отличие заключается в использовании другого препятствия. Расстояние от излучателя до полужкрана составляет 450 мм. Рассмотрены случаи от квазилинейного до сильнонелинейного. Профиль и частотный спектр падающей на препятствие волны представлен на рисунке 6.

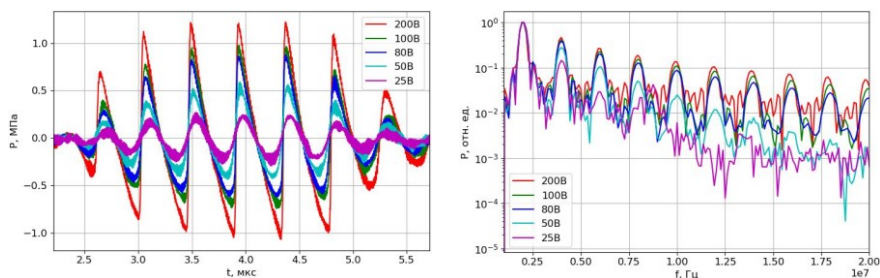


Рис. 6 Профили и спектры падающей на полужукран волны

Целевые измерения проводятся в области за полужукраном, протяжённость которой составляет 310 мм.

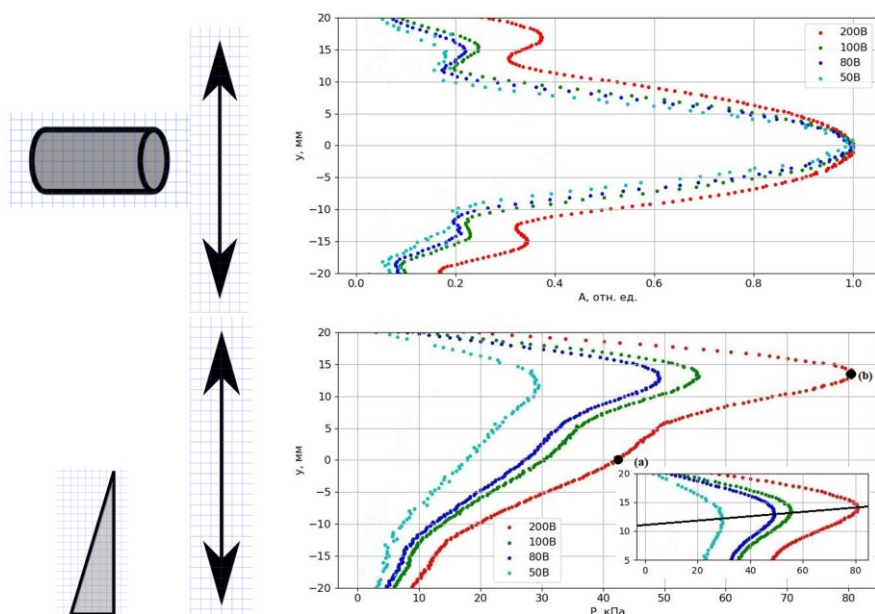


Рис. 7 Поперечные распределения поля до и после дифракции на полужукране. Первая гармоника

Одной из особенностей проявления дифракционных эффектов, полученной в ходе эксперимента, является зависимость сдвига дифракционного максимума в поперечном направлении от акустической оси системы при увеличении интенсивности падающего на полужукран акустического поля. В верхней части рисунка 7 приведено распределение амплитуды первой гармоники по вертикальной координате непосредственно перед полужукраном. С увеличением

интенсивности происходит уширение пучка. Дело в том, что нелинейные эффекты, как известно, приводят к смещению последнего дифракционного максимума поля к апертуре преобразователя. Следовательно, расстояние от последнего дифракционного максимума до точки наблюдения увеличивается с ростом амплитуды акустического пучка.

В нижней части рисунка 7 показано распределение амплитуды первой гармоники акустического сигнала по поперечной координате y на расстоянии 310 мм от препятствия. Цветом обозначены различные значения напряжения накачки. Сплошная черная линия (вставка, рисунок 7) соединяет дифракционные максимумы для различных значений напряжения накачки. Для напряжения в 50 В координата дифракционного максимума составляет 12 мм, при увеличении напряжения накачки она монотонно возрастает до 14 мм, для напряжения накачки 200 В. Данный эффект объясняется разной эффективной шириной падающего на препятствие пучка.

Еще одной особенностью взаимодействия интенсивных акустических пучков с препятствием в виде полукрана является появление дополнительного максимума в распределениях полей гармоник акустического поля по поперечной координате. Рассмотрим этот эффект на примере второй гармоники. Распределение амплуды второй гармоники по поперечной координате y на расстоянии 310 мм от препятствия продемонстрировано на рисунке 8.

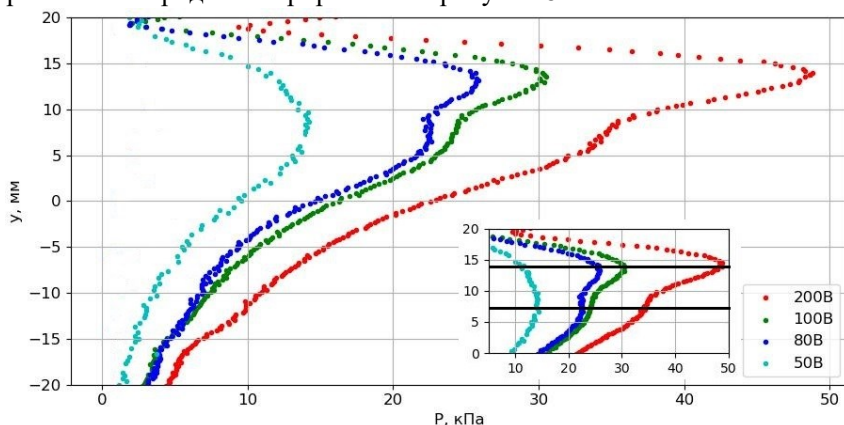


Рис. 8 Поперечное распределение поля. Вторая гармоника

Как видно из графика, характер проявления эффекта зависит от интенсивности поля накачки. В частности, для малой амплитуды напряжения накачки (50 В), когда на препятствие падает квазилинейная волна, эффект не проявляется и единственный максимум поперечного распределения поля расположен на координате $y \sim 7$ мм. Данный максимум формируется, главным образом, за счет дифракционных эффектов. Для среднего значения амплитуды напряжения накачки (80 В), когда на препятствие падает нелинейная волна, с не полностью сформировавшимся пилообразным профилем, возникает два выраженных максимума поперечного распределения поля, на координатах $y \sim 7$ мм и $y \sim 14$ мм. Для случая сильно нелинейной волны (100, 200 В), наблюдается один максимум в поперечном распределении поля второй гармоники на координате $y \sim 14$ мм и точка перегиба на месте, где должен быть второй максимум ($y \sim 7$ мм). Данный эффект связан со степенью проявления нелинейных и дифракционных эффектов в акустическом поле, распространяющемся после взаимодействия с полукраном. При недостаточной интенсивности поля в области за полукраном нелинейные взаимодействия не проявляются в степени, достаточной для эффективной генерации гармоник, и для каждой гармоники, дифрагирующей после прохождения препятствия, формируется свой максимум в поперечном направлении. Положение максимума зависит от номера гармоники, в связи с тем, что они дифрагируют под разными углами. В случае если после прохождения пучком полукрана его интенсивность достаточна для эффективной генерации гармоник, то преимущественно все вновь генерируемые гармоники распространяются в одном направлении с первой. Таким образом, формируется второй максимум, который может по амплитуде существенно превосходить первый, «дифракционный», максимум, делая его практически неразличимым.

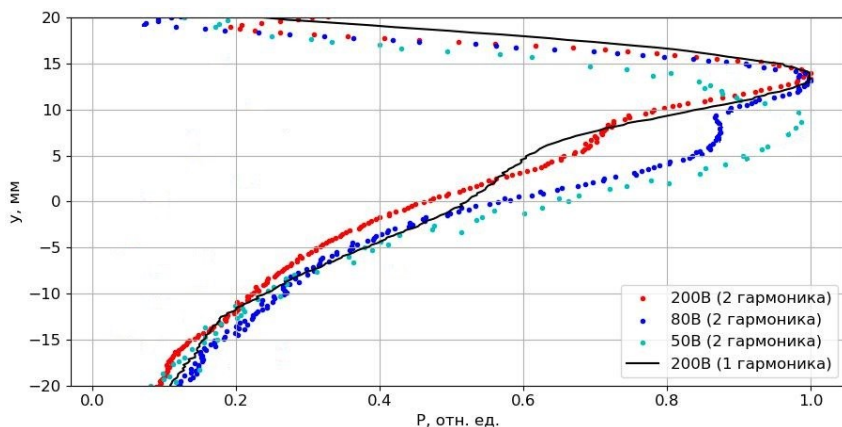


Рис. 9 Поперечное распределение поля. Вторая гармоника

Для более наглядной демонстрации эффекта был построен график на рисунке 9. На данном рисунке все распределения нормированы на свои максимумы. Сплошной черной линией построено распределение амплитуды первой гармоники сигнала. График подтверждает выдвинутое выше предположение: второй максимум поперечного распределения поля второй гармоники полностью определяется максимумом первой гармоники.

Параграф 2.2 содержит результаты численного моделирования при помощи алгоритма на базе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова. Моделирование показало хорошее качественное соответствие экспериментальным данным: удалось получить те же эффекты сдвига дифракционного максимума по поперечной координате с увеличением интенсивности падающего пучка, а также эффект «расщепления» дифракционного максимума для гармоник с номерами начиная со второй. Это подтверждает сделанные выше выводы, что данные эффекты являются результатом совместного проявления нелинейности и дифракции.

Третья глава диссертационной работы посвящена экспериментальному исследованию процесса взаимодействия интенсивного акустического поля со ступенчатым препятствием. Параграфы 3.1 и 3.2 содержат описание проведенного эксперимента. Методика эксперимента и состав приборов практически полностью идентичны описанным ранее. В этом эксперименте измерения подводятся в отраженном поле (рисунок 10).

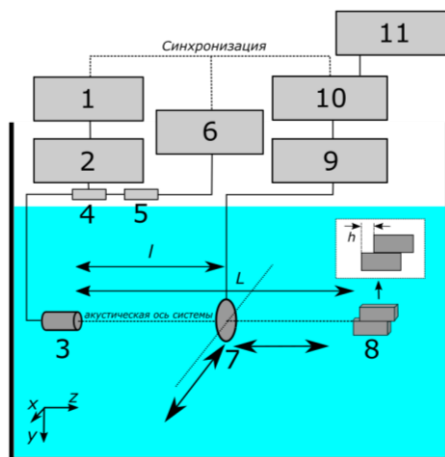


Рис. 10 Блок-схема эксперимента. 1 – генератор сигналов, 2 – усилитель мощности, 3 – преобразователь, 4 – согласователь импедансов, 5 – пробник напряжения, 6 – осциллограф контроля сигнала накачки, 7 – мембранный PVdF гидрофон, 8 – ступенчатое препятствие, 9 – усилитель-согласователь гидрофона, 10 – осциллограф, 11 – персональный компьютер.

Частота сигнала накачки 2 МГц (соответствующая длина волны в воде $\lambda = 0,74$ мм), длительность 4 мкс, период следования 50 мс. Препятствие расположено на расстоянии $L = 552$ мм от излучателя, что значительно превышает характерную дистанцию образования разрыва (75 мм) и координату последнего дифракционного максимума линейного поля (380 мм). Максимальное достижимое расстояние между пьезокерамическим преобразователем и мембранным гидрофоном составляет 547 мм. Рассматриваются случаи, когда при отражении ультразвукового пучка от ступенчатого препятствия создаётся разность хода между двумя частями отраженного пучка $0, \lambda/4, \lambda/3, \lambda/2, \lambda$, где λ – длина волны на частоте накачки. В эксперименте допускалась небольшая подстройка по частоте, для получения точного соотношения между длиной падающей волны и величиной сдвига.

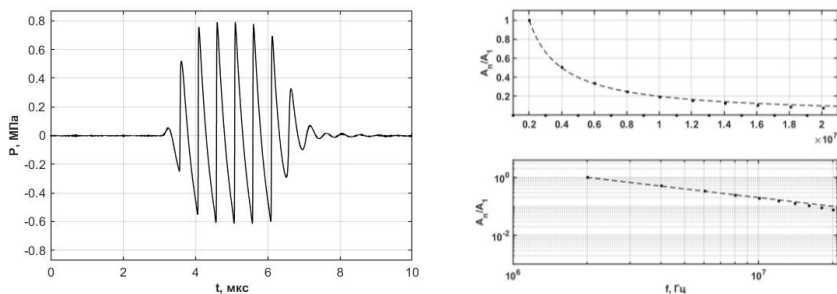


Рис. 11 Профиль падающей на ступенчатое препятствие волны и ее спектр в линейном и двойном логарифмическом масштабе

В параграфе 3.3 рассмотрены профиль и частотный спектр падающей на препятствие волны. Волна находится на стадии полностью сформированного пилообразного фронта.

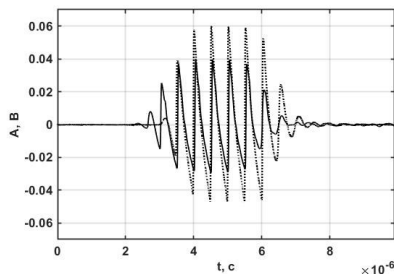


Рис. 12 Осциллограммы импульсов, отраженных от препятствий:

пунктирная линия – не вносящего разность хода,

сплошная линия – вносящего разность хода λ

Параграф 3.4 содержит основные результаты эксперимента. Рассмотрим сначала случай, когда препятствие либо не создает разности хода, либо разность хода между двумя частями отраженного пучка равна λ , длина ступеньки при этом $h \approx 0,37$ мм. Осциллограммы отраженных сигналов на расстоянии 55 мм от препятствия представлены на рисунке 12. Из-за разности хода между двумя частями отраженного пучка, составляющей λ , их сложение на акустической оси системы происходит таким образом, что результирующий сигнал имеет один дополнительный период (сплошная линия) по сравнению со случаем отражения от плоского препятствия (пунктирная линия).

Далее рассмотрим наиболее интересный случай, когда разность хода между двумя частями отраженного пучка составляет $\lambda/2$. Длина ступеньки при этом $h \approx 0,2$ мм.

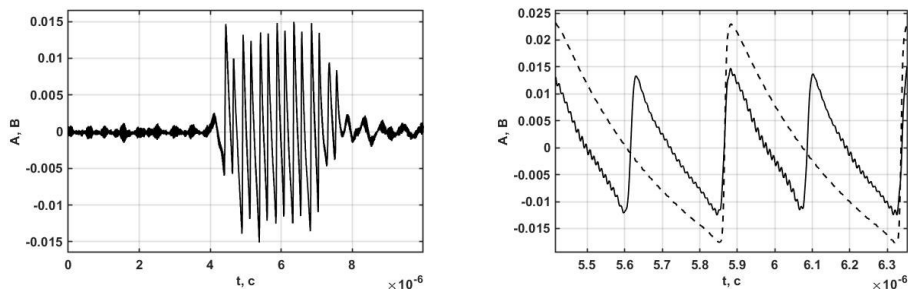


Рис. 13 Профиль отраженного сигнала и фрагмент, длиной в 2 периода на частоте излучения, выделенный из его центра

Осциллограмма отраженного сигнала приведена в левой части рисунка 13, а фрагмент длиной в два периода на частоте излучения, взятый из центра импульса – в правой части. Из-за разности хода между двумя частями отраженного пучка, составляющей $\lambda/2$, их сложение на акустической оси происходит таким образом, что характерный период пилообразной волны в отраженном пучке уменьшается в два раза (см., правую часть рисунка 13 – на отрезке времени равном двум периодам несущей частоты, укладывается четыре периода отраженного сигнала). Сплошной линией на графике представлен фрагмент отраженного импульса, а пунктирной – тот же фрагмент, взятый из падающего импульса, для наглядности его амплитуда нормирована на максимум отраженного импульса. Важно отметить, что по мере распространения отраженной волны форма ее профиля на акустической оси практически не меняется, что связано с продолжающимися нелинейными взаимодействиями в отраженном пучке.

На рисунке 14 приведен спектр нелинейной волны в отраженном пучке (спектр в линейном масштабе в верхней части рисунка, спектр в двойном логарифмическом масштабе – в нижней). Круглым маркером обозначены четные гармоники, а квадратным – нечетные. Спектр нормирован на амплитуду первой гармоники. Пространственное преобразование падающего сигнала препятствием в виде «полуволновой» ступеньки привело к росту амплитуд четных гармоник, в то время как нечетные гармоники оказались подавлены.

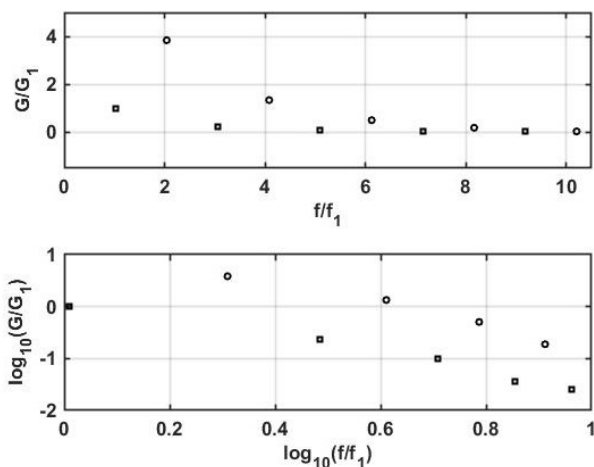


Рис. 14 Спектр импульса, отраженного от препятствия создающего разность хода $\lambda/2$

Эксперименты проводились и при других сдвигах, например, $\lambda/4$, $\lambda/5$, $\lambda/6$ и др. Результаты экспериментов показывают, что при распространении отраженного сигнала вдоль акустической оси распределение амплитуд гармоник вида $A_n \sim 1/N$ в нем не восстанавливается, если сдвиг, задаваемый ступенчатым препятствием, превышает $\lambda/10$. Степенные законы спада амплитуд гармоник проявляются, при установившейся форме профиля, начиная со второй или третьей гармоник, т.е. происходит только частичное восстановление пилообразной волны.

В четверной главе рассматривается ситуация, когда длина волны источника звука сравнима с размером акустического бассейна, в котором проводятся измерения, таким образом, стенки бассейна и сам излучатель (см., например [24]) выступают в роли препятствия. Измерения каких-либо характеристик излучателя в таких условиях оказывается затруднено, тем не менее, существуют методики, обзор которых приведен в начале настоящей главы. В [25] были предложены теоретические основы метода калибровки излучателя звука в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне с отражающими стенками. Метод заключается (параграф 4.1) в разложении поля калибруемого источника на суперпозицию полей некоторых эквивалентных источников. Предполагая, что в свободном пространстве поле калибруемого источника представимо в виде того же самого

набора эквивалентных источников с теми же самыми амплитудами и зная поле каждого эквивалентного источника в свободном пространстве, можно восстановить искомую амплитудно-частотную характеристику калибруемого источника. Предложенный в [53] метод является новым и для определения его перспективности требуется экспериментальная апробация с разработкой конкретных экспериментальных методик, применимых для различных бассейнов с небольшими волновыми размерами. Для проверки применимости метода проведен натурный эксперимент, в параграфе 4.2 описана методика этого эксперимента.

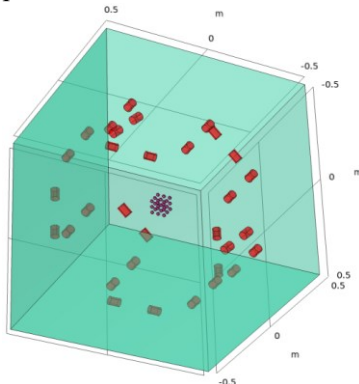


Рис. 15 Схема расположения эквивалентных источников и приемников

В эксперименте измерения проводились в бассейне, представляющем собой заполненный водой куб со стороной 1 м. Точки r_n , в которые поочередно помещался эталонный акустический монополь, играющий роль эквивалентного источника, образовывали куб размером $3 \times 3 \times 3$, показанный в центре рисунка 15. Были проведены две серии измерений с кубами, в которых расстояния между соседними точками (шаг кубической решетки) составляли 2 см и 3 см. Таким образом, в каждой серии были измерены поля $N=27$ эквивалентных источников.

В качестве приемника использовалась многоэлементная антенна, состоящая из 32 элементов, которые располагались в 32 точках R_m , удаленных от куба на расстояния около 30 см. В силу конструкции антенны, данные с пяти элементов оказались неинформативными и были исключены из дальнейшей обработки. Таким образом, калибровка выполнялась с использованием $M=27$ приемников. Схема размещения эквивалентных источников и приемников приведена на рисунке 15. Эквивалентным источникам соответствуют маленькие фиолетовые

сферы, а приемникам – красные цилиндры. В качестве эталонного акустического монополя использовался миниатюрный обратимый гидрофон В&К 8103. Данный гидрофон имеет рабочую полосу до 180 кГц, при характерных размерах 10×16 мм. В режиме излучения он не имеет резонансов и других особенностей в амплитудно-частотной характеристике в используемом в работе диапазоне частот. Для позиционирования эталонного акустического монополя использовался акустический комплекс, подробно описанный в предыдущих главах. В качестве калибруемого источника использовался излучатель простейшей конструкции на основе цилиндрического слоя из пьезокерамики, поляризованного радиально. Размеры цилиндрического слоя: внешний диаметр 50 мм, внутренний диаметр 46 мм, высота 30 мм. Для герметизации пьезокерамический элемент был покрыт воском. Рассматриваемый излучатель существенно меньше характерных длин волн, излучаемых в эксперименте, поэтому имеет характеристику направленности монопольного типа, что было проверено с помощью моделирования методом конечных элементов.

Полученные в эксперименте данные были обработаны согласно методике, описанной выше, некоторые особенности обработки приведены в параграфе 4.3. В параграфе 4.4 обсуждаются методы оценки точности метода. Для оценки точности предложенного метода полученные значения w_{es} сопоставлялись с альтернативными оценками того же отношения. Эти оценки были получены на основе следующих соображений. Если бы калибруемый и эталонный источники были идеальными монополями, на каждой частоте f_l отношения $w_j = |b_j/a_j|$ для всех j принимали бы одно и то же значение, совпадающее с отношением амплитуд данных источников в свободном пространстве. В действительности это не так. На рисунке 16 приведены значения w_j , полученные на частоте $f_l = 7000$ Гц для куба с шагом 2 см и (в верхнем левом углу) гистограмма распределения этих значений. Похожее распределения наблюдаются на всех частотах для обоих кубов. В качестве оценок отношения амплитуд сравниваемых источников на каждой частоте принимается w_{mean} и w_{median} – среднее и медианное значения измеренных величин w_j . В качестве еще одной оценки принимается отношение среднеквадратичных значений амплитуд калибруемого источника и эталонного монополя (w_{rms}).

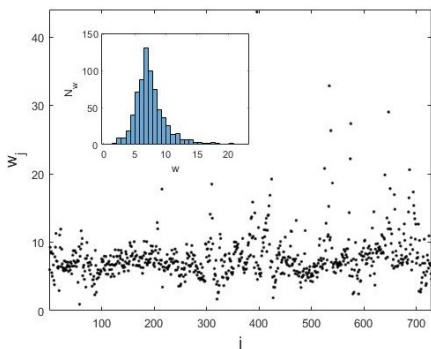


Рис. 16 Отношения амплитуд калибруемого источника и эталонного монополя для всех 729 пар (r_n , R_m) на частоте 7 кГц

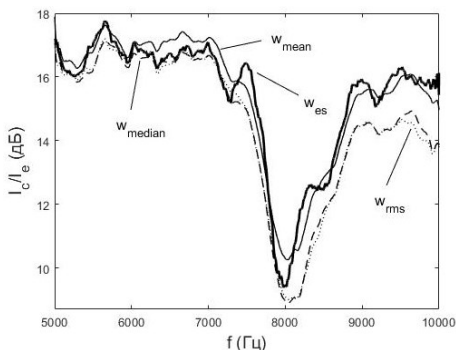


Рис. 17 Оценки отношения мощности калибруемого источника к мощности эталонного источника

На рисунке 17 представлены полученные оценки отношений мощности калибруемого источника I_c к мощности эталонного источника I_e . Значения I_c/I_e выражены в децибелах: они представлены величинами $20\lg(w)$, где в качестве w берутся описанные выше оценки отношений амплитуд, сглаженные по частоте с интервалом 300 Гц. Жирной сплошной линии соответствует оценка w_{es} , тонкой сплошной линии – оценка w_{mean} , пунктирной линии – оценка w_{median} , точечной линии – оценка w_{rms} . Необходимо отметить, что значения каждой из четырех сравниваемых оценок, полученные для кубов с шагом 2 см и 3 см практически совпадают на всем диапазоне частот. Поэтому на рисунке 17 представлены лишь результаты, полученные для куба с шагом 2 см. Все четыре оценки дали близкие результаты, разброс их значений составил не более 2,5 дБ. Это означает, что предложенный метод можно применять и для более сложных калибруемых источников. В параграфе 4.6 приведены ключевые результаты четвертой главы, а также обсуждается недостатки и ограничения метода.

В Заключение сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы. В конце рукописи приведены публикации автора и список литературы.

Основные результаты диссертационной работы

1. Показано, что препятствия, находящиеся в поле интенсивной акустической волны и имеющие характерные размеры порядка длины этой акустической волны, принципиально являются

- пространственными фильтрами для распространяющегося интенсивного акустического поля.
2. Выявлено, что при малых, в сравнении с шириной пучка, отверстиях в экране, первоначально пилообразный фронт вырождается в последовательность коротких иглообразных однополярных импульсов, что связано с отфильтровыванием из спектра низкочастотных составляющих, которые испытывают наиболее резкие возмущения по поперечным координатам.
 3. Выявлено, что с увеличением диаметра отверстия в экране искажения охватывают все меньшую часть спектра. При помощи численного моделирования получен критерий сохранения пилообразного профиля волны: диаметр отверстия должен быть больше или равен ширине акустического пучка по уровню 0,7 на частоте излучения.
 4. Обнаружена зависимость сдвига максимума распределения поля от акустической оси системы в поперечном направлении от интенсивности падающего на полуэкран пучка. Эффект наблюдается для всех гармоник сигнала и связан с уширением акустического пучка при увеличении характерного акустического давления в нем.
 5. Обнаружен эффект, связанный с возникновением дополнительного максимума в поперечном распределении поля прошедшего полуэкран пучка, который при определённых условиях ярко выражен для высших гармоник. Эффект возникает из-за совместного проявления дифракционных и нелинейных эффектов, причём для его проявления необходимы определённые соотношения интенсивностей пучка до и после взаимодействия с препятствием.
 6. Продемонстрирована возможность уменьшения вдвое периода пилообразной волны в отраженном от ступенчатого препятствия сигнале. Обнаружено, что при определённых фазовых соотношениях между отраженными частями пучка существуют выделенные направления, вдоль которых распространяются отраженные сигналы с устойчивым спектром.
 7. Экспериментально продемонстрирована работоспособность метода измерения амплитудно-частотной характеристики интенсивного источника звука в условиях бассейна с отражающими стенками, размер которого сравним с длиной волны.

Публикации автора по теме диссертации

A1. **Гурбатов, С. Н.** О дифракции пилообразной нелинейной волны на узком круглом отверстии в экране / С. Н. Гурбатов, П. Н. Вьюгин, Д. А. Касьянов, В. В. Курин, А. В. Тюрина, М. С. Дерябин, В. К. Бахтин // Акустический журнал. – 2021. – Т. 67, № 3. – С. 235–243.

A2. **Бахтин, В. К.** Об особенностях трансформации профиля акустических нелинейных волн, отраженных от ступенчатой структуры / В. К. Бахтин, С. Н. Гурбатов, Д. А. Касьянов, М. С. Дерябин // Акустический журнал. – 2023. – Т. 69, № 3. – С. 295–303.

A.3 **Bakhtin, V. K.** Some peculiarities of Intense Acoustic Beam Diffraction on a Semiscreen obstacle / V. K. Bakhtin, S. N. Gurbatov, M. A. Garasev, D. A. Kasyanov, M. S. Deryabin // Acoustical Physics. – 2024. – Vol. 70, No. 6. – P. 933–939.

A.4 **Бахтин, В. К.** Оценка амплитудно-частотной характеристики источника звука по измерениям в бассейне с отражающими границами / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин, А. Ю. Казарова // Акустический журнал. – 2024. – Т. 70, № 6. – С. 838–843.

A.5 **Бахтин, В. К.** Экспериментальное исследование дифракции интенсивного акустического пучка на препятствии в виде полукрана / В. К. Бахтин, С. Н. Гурбатов, Д. А. Касьянов, М. С. Дерябин // Акустический журнал. – 2024. – Т. 70, № 5S. – С. 75.

A6. **Bakhtin, V. K.** Free-field calibration of an acoustic radiator in a tank using the equivalent source method / V. K. Bakhtin, A. L. Virovlyansky, M. S. Deryabin // "Advances in Acoustics, Noise and Vibration – 2021", Proceedings of the 27th International Congress on Sound and Vibration. – 2021. – №1471.

A.7 **Bakhtin, V. K.** Some features of the spatial structure of the profile of acoustic nonlinear waves reflected from stepped structure / V. K. Bakhtin, S. N. Gurbatov, P. N. Vyugin, D. A. Kasyanov, M. S. Deryabin, V. V. Kurin // "Advances in Acoustics, Noise and Vibration – 2021", Proceedings of the 27th International Congress on Sound and Vibration. – 2021. – №1487.

A.8 **Бахтин, В. К.** Применение метода эквивалентных источников для калибровки излучателей звука в бассейне с отражающими стенками / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин // Труды XXIV научн. конф. по радиофизике, посвящённой 75-летию радиофизического факультета. – 2020. – С. 870–873.

A.9 **Бахтин, В. К.** Калибровка акустического излучателя в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне с отражающими стенками / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин // Труды XXV научн. конф. по радиофизике. – 2021. – С. 867–870.

A.10 **Бахтин, В. К.** О пространственной структуре профиля акустических нелинейных волн, отраженных от ступенчатой структуры / В. К. Бахтин,

С. Н. Гурбатов, П. Н. Вьюгин, Д. А. Касьянов, В. В. Курин, М. С. Дерябин // Труды XXV научной конференции по радиофизике. – 2021. – С. 363-366.

А.11 Бахтин, В. К. Определение диаграммы направленности низкочастотного акустического излучателя в свободном пространстве по измерениям его поля в бассейне с отражающими стенками / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин // Труды XI Всероссийской конференции и молодежной школы-семинара «ЭКОЛОГИЯ 2021 – МОРЕ И ЧЕЛОВЕК». – 2021.

А.12 Бахтин, В. К. Применение метода эквивалентных источников для калибровки излучателя звука в бассейне с отражающими границами / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин, А. Ю. Казарова, Л. Ю. Любавин // Сборник Трудов XXXIV сессии Российского акустического общества: Сборник трудов сессии. – 2022. – С. 708-715.

А.13 Бахтин, В. К. Калибровка излучателя в бассейне с отражающими границами с использованием метода эквивалентных источников / В. К. Бахтин, А. Л. Вировлянский, М. С. Дерябин, А. Ю. Казарова // Сборник трудов XVII Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – 2024. – С. 130-132.

А.14 Бахтин, В. К. Экспериментальное исследование дифракции интенсивного акустического пучка на препятствии в виде полуэкрана / В. К. Бахтин, С. Н. Гурбатов, М. С. Дерябин, Д. А. Касьянов // Сборник Трудов XXXVI сессии Российского акустического общества: Сборник трудов сессии. – 2024. – С. 1073-1079.

Цитируемая литература:

1. **Гурбатов, С. Н.** Об использовании вырожденного параметрического взаимодействия интенсивных акустических пучков для усиления слабых сигналов / С. Н. Гурбатов, М. С. Дерябин, Д. А. Касьянов, В. В. Курин // Акустический журнал. – 2017. – Т. 63, №3. – С. 235-245.
2. **Гурбатов, С. Н.** Вырожденное параметрическое взаимодействие интенсивных акустических пучков / С. Н. Гурбатов, М. С. Дерябин, Д. А. Касьянов, В. В. Курин // Известия вузов. Радиофизика. – 2016. – Т. 59, №10. – С. 887-889.
3. **Гурбатов, С. Н.** Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии / С. Н. Гурбатов, А. Н. Малахов, А. И. Саичев. – М.: Наука, 1990. – 216 с.
4. **Gurbatov, S. N.** Nonlinear random waves and turbulence in nondispersive media: waves, rays and particles / S. N. Gurbatov, A. N. Malakhov, A. I. Saichev. – Manchester: Manchester University Press, 1991. – 308 p.
5. **Гурбатов, С. Н.** Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике / С. Н. Гурбатов, О. В. Руденко, А. И. Саичев. – М.: Физматлит, 2008. – 496 с.
6. **Gurbatov, S. N.** Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media: General Theory and Applications to Nonlinear Acoustics / S. N. Gurbatov, O. V. Rudenko, A. I. Saichev. – Berlin: Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co, 2011. – 472 p.
7. **Gee, K. L.** The role of nonlinear effects in the propagation of noise from high-power jet aircraft / K. L. Gee, V. W. Sparrow, M. M. James, J. M. Downing, C. M. Hobbs, T. B. Gabrielson, A. A. Atchley // J. Acoust. Soc. Am. – 2008. – V. 123, №6. – P. 4082-4093.
8. **Muhlestein, M. B.** Evolution of the temporal slope density function for waves propagating according to the inviscid Burgers equation / M. B. Muhlestein, K. L. Gee // J. Acoust. Soc. Am. – 2016. – V. 139, – P. 958-967.
9. **Young, T. A.** Course of lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts, V.2. / T. A. Young. – London. – 1807.
10. **Френель, О.** Избранные труды по оптике / О. Френель. – М.: Гостехиздат. – 1955.
11. **Игошин, В. И.** Дифракционная фокусировка входного импульса и гигантское усиление по энергии в лазере на автоволновой фотонно-разветленной цепной реакции / В. И. Игошин, Р. Р. Летфуллин // Квантовая электроника. – 1999. – Т.26. – С. 37-42.
12. **Полешук, А. Г.** Дифракционные эффекты для управления излучением мощных лазеров / А. Г. Полешук, А. И. Малышев, А. А. Харисов, В. В. Черкашин // Автометрия. – 1998. – Т.6. – С. 38–46.
13. **Острик, А. В.** Расчет дифракции акустического импульса малой длительности на отверстии сложной формы в заполнителе, окруженном

упругой оболочкой/ А. В. Острик, И. Б. Петров, В. П. Петровский // Матем. Моделирование. – 1990. – Т. 2, №8. – С. 51–59.

14. **Борисенко, А. Ю.** Особенности искажения спектра информационных сигналов при дифракции на отверстиях / А. Ю. Борисенко, А. Г. Глущенко, Е. П. Глущенко // Научное обозрение. Технические науки. – 2019. – Т.5. – С. 21–25.

15. **Немчинов, В. В.** Дифракция плоской продольной и поперечной волны на круглом отверстии / В. В. Немчинов // Вестник НИЦ Строительство. – 2010. – №2. – С.71–77.

16. **Комкин, А. И.** Акустическое сопротивление отверстия при высоких уровнях звукового давления / А. И. Комкин, А. И. Быков, М. А. Миронов // Акуст. журн. – 2018. – Т. 64, № 5. – С. 562–565.

17. **Стретт, Дж. В.** Теория звука. Т. 1 / Дж. В. Стретт. – М.: Гостехиздат, 1955. – 504 с.

18. **Стретт, Дж. В.** Теория звука. Т. 2 / Дж. В. Стретт. – М.: Гостехиздат, 1955. – 476 с.

19. **Rawlins, A. D.** The solution of a mixed boundary value problem in the theory of diffraction by a semi-infinite plane / A. D. Rawlins // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. – 1975. – V. 346, № 1647. – P. 469–484.

20. **Rawlins, A. D.** The solution of a mixed boundary value problem in the theory of diffraction / A. D. Rawlins // Journal of Engineering Mathematics. – 1984. – V. 18. – P. 37–62.

21. **Hurd, R. A.** The Wiener-Hopf-Hilbert method for diffraction problems / R. A. Hurd // Canad. J. Phys. – 1976. – V. 54, № 7. – P. 775–780.

22. **Wickham, G. R.** Mode conversion, corner singularities and matrix Wiener-Hopf factorization in diffraction theory / G. R. Wickham // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. – 1995. – V. 451. – P. 399–423.

23. **Исраилов, М. Ш.** Дифракция акустических и упругих волн на полуплоскости при разнотипных граничных условиях / М. Ш. Исраилов // Механика твердого тела. – 2013. – №3. – С. 121–134.

24. **Канев, Н. Г.** Максимальное поглощение звука монополем в помещении на низких частотах / Н. Г. Канев // Акуст. журн. – 2020. – Т. 66, № 3. – С. 327–331.

25. **Virovlyansky, A. L.** On the use of the equivalent source method for free-field calibration of an radiator in a reverberant tank / A. L. Virovlyansky, M. S. Deryabin // J. Sound. Vibr. – 2019. – V. 455. – P. 69–81.